فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره پنجاه/ بهار ۱۴۰۱

ارزیابی امتیاز کارایی هولدینگ‌های سرمایه گذاری با در نظر گرفتن متغیر نامطلوب با استفاده از مدل FDH: یک رویکرد تحلیل پوششی داده ها

علیرضا ضیایی شیرکلایی[۱]
محمدابراهیم محمدپورزرندی[۲]
مهرزاد مینویی[۳]

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۰۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۱۷

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها[۱] یک روش ناپارامتریک برای اندازه‌گیری امتیاز کارایی یک مجموعه از واحدهای تحت ارزیابی محسوب می‌شود. اخیرا کاربرد مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها در ساختارهای شبکه‌ایی و یا چندمرحله‌ایی مورد توجه محققان بوده است. این مقاله به دنبال تقویت اولین اقدامات انجام شده برای توسعه مدل‌های شبکه DEA مبتنی بر تکنولوژی نامحدب است. برای این منظور، روشی را برای ملحوظ دانستن خروجی‌های نامطلوب در یک تکنولوژی نامحدب ارائه می‌کند. مدل‌های ارائه شده در این مقاله، ضمن محاسبه امتیاز کارایی کلی در یک سیستم شبکه‌ایی قادر هستند بدون هرگونه محاسبه اضافی کارایی هر مرحله را نیز جداگانه در حضور عوامل نامطلوب، محاسبه نمایند و در اختیار مدیران سیستم قرار دهند. همچنین برای نشان دادن دقت مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل پایه ایی CCR قرار گرفته است که بدلیل شناسایی تعداد واحدهای کارای کمتر نسبت به مدل CCR دقت محاسباتی مدل را نتیجه می‌گیریم. براساس نتایج حاصل شده، علی رغم اینکه برخی واحدها کارای کلی محسوب می‌شوند، اما بدلیل وجود ناکارایی در برخی مراحل ناکارا محسوب می‌شوند و تنها هولدینگ صنعتی ملی با توجه به اینکه در هر دو مرحله کارا است به عنوان تنها واحد کارا در نظر گرفته شده است.

کلمات کلیدی

تحلیل پوششی داده‌ها، تکنولوژی FDH، DEA شبکه‌ای، عوامل نامطلوب

۱-گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. alirezaziaei123@gmail.com
۲-گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.(نویسنده مسئول) pourzarandi@yahoo.com
۳-گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.omm1344@yahoo.com

مقدمه

مجموعه امکان تولید[۲] یا تکنولوژی تولید عبارت است از مجموعه همه ورودی‌ها و خروجی‌های یک سیستم که در آن با مصرف شدن ورودی‌ها خروجی‌ها تولید می‌شوند. مجموعه امکان تولید نقش کلیدی در محاسبه امتیاز کارایی و تحلیل بهره‌وری در سیستم‌ها بازی می‌کند. چندین متدولوژی شناخته شده در ادبیات تحلیل پوششی داده‌ها برای ساخت مجموعه امکان تولید وجود دارد. یکی از مهم‌ترین روش‌ها برای ایجاد آن ساخت مجموعه امکان تولید از طریق مشاهدات تجربی در تحلیل پوششی داده‌ها است. تحلیل پوششی داده‌ها اولین بار توسط چارنز، کوپر و رودز[۳] در سال ۱۹۷۸ معرفی شده است (چارنز و همکاران، ۱۹۷۸). اما اخیرا توسط بسیاری از تحلیل‌گران مدل‌های آن توسعه داده شده است. در ادبیات مربوط به آن به کاربرد گسترده‌ای از DEA در حوزه‌های مختلفی مانند صنعت سیمان (میرمظفری، ۲۰۱۸)، سیستم‌های سلامت (میرمظفری و علی‌نژاد، ۲۰۱۷)، سیستم‌های خبره (میرمظفری ۲۰۲۰؛ میرمظفری ۲۰۱۹) و صنعت برق (آریان‌زاده و همکاران ۲۰۱۹؛ آریان زاده و همکاران ۲۰۲۰) اشاره شده است. پوسته دسترسی پذیری آزاد[۴] (FDH) یک روش ناپارامتریک برای اندازه‌گیری امتیاز کارایی واحد تحت ارزیابی[۵] (DMU) است. تفاوت مدل‌های FDH با مدل‌های پایه DEA در این است که فرض تحدب را در اصول موضوعه تحلیل پوششی داده‌ها در نظر نمی‌گیرد. بنابراین این فرض باعث می شود تا در DEA تکنولوژی ساخت در دو دسته اصلی محدب و نامحدب طبقه‌بندی شود. این موضوع باعث می‌شود تا مدل‌های FDH متکی به یک مسأله برنامه‌ریزی ترکیبی عدد صحیح باشند. تکنولوژی FDH یکی از مهم‌ترین دسته‌های تکنولوژی‌های ساخت DEA نامحدب محسوب می‌شود. مدل FDH اولین بار توسط دپرینس، سیمار و تولکان[۶] در سال ۱۹۸۴ ارائه شده است (دپرینس و همکاران، ۱۹۸۴). اخیرا مدل‌های FDH توسط بسیاری از تحلیل‌گران مورد توجه قرار گرفته است. ضعف اصلی مدل‌های سنتی DEA این است که فرآیند تولید واحد تحت ارزیابی را به صورت یک جعبه سیاه در نظر می‌گیرند که تعدادی ورودی را به خروجی نهایی تبدیل می‌کند. این مدل‌ها عملیات درونی واحدهای تحت ارزیابی را در نظر نمی‌گیرند. این عامل باعث می‌شود تا بسیاری از واحدها به‌طور کلی کارا شناخته شوند در حالی که در درون خود فرآیندی داشته باشند که ناکارا باشد. این موضوع باعث می‌شود تا علل ناکارایی اجزای درونی یک واحد تحت ارزیابی برای همیشه نامعلوم باقی بماند. بنا به همین دلیل، مدل‌های مرسوم سنتی تحلیل پوششی داده‌ها از خاصیت فراتخمینی تبعیت می‌کنند و این خاصیت باعث می‌شود تا بسیاری از واحدهایی که ناکارا هستند، کارا شناسایی شوند. اما با این وجود اندازه‌گیری کارایی واحدها با یک ساختار دومرحله‌ایی یا شبکه‌ایی در سال‌های اخیر به طور گسترده‌ایی مورد توجه تحلیل‌گران حوزه DEA قرار

گرفته است. درساختارشبکه، بعضی از خروجی‌های هرمرحله به‌عنوان محصول میانی یا فاکتورارتباطی در شبکه شناخته می‌شوند. این محصولات میانی به‌عنوان ورودی‌های مراحل دیگر یا به‌عنوان خروجی فرآیند تولید مورد استفاده قرار می‌گیرند. در نظر گرفتن عملیات درونی یک فرآیند در ارزیابی عملکرد به‌عنوان DEA شبکه‌ای در نظر گرفته می‌شود (فار و گروسکوف، ۲۰۰۰). در چنین ساختاری، ورودی‌های کل سیستم، همان ورودی‌های مرحله‌اول و خروجی‌های‌کل سیستم، همان‌خروجی‌های آخرین مرحله هستند.

تکنولوژی‌هایی که در سال‌های اخیر بر روی مدل‌های شبکه کار شده است تحت تکنولوژی محدب بوده است. در این مقاله بر روی مدل‌های نامحدب DEA - FDH شبکه‌ای مطالعه می‌کنیم. جنبه نوآوری این مقاله، در نظر گرفتن متغیرهای نامطلوب در ساختار شبکه در تکنولوژی نامحدب است. همچنین، مدل‌های ارائه شده قادر هستند کارایی کلی و مرحله‌ایی DMUها را با ساختار چندمرحله‌ایی تحت تکنولوژی نامحدب محاسبه نمایند. علاوه بر این، نشان می‌دهیم که یک واحد تحت ارزیابی زمانی کارا است که در هر مرحله کارا باشد. همچنین نشان می‌دهیم یک واحد کارا ممکن است در درون خود عامل ناکارایی داشته باشد که بر اساس مدل پیشنهادی قابل شناسایی است. همچنین، از فرض دسترسی‌پذیری ضعیف به منظور ملحوظ دانستن خروجی‌های نامطلوب در تکنولوژی نامحدب استفاده شده است. سرانجام ما امیدواریم نتایج این مطالعه بتواند در اتخاذ سیاست‌ها و استراتژی‌های مدیریتی بکار گرفته شود.

ادامه این مقاله به‌صورتی که مشخص شده است سازماندهی می‌شود. در بخش ۲، تکنولوژی ساخت FDH معرفی می‌شود. در بخش ۳، روش محاسبه کارایی کلی در ساختار شبکه مبتنی بر دو مرحله ارائه می‌شود. همچنین، کارایی مراحل محاسبه می‌شود. یک مطالعه کاربردی در بخش ۴ مطرح می‌شود و درنهایت در بخش ۵، نتیجه‌گیری به همراه پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

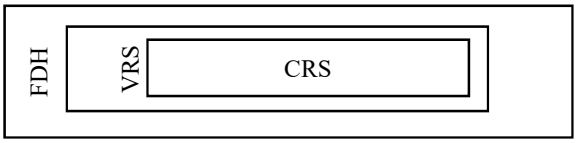
مدل دسترسی پذیری آزاد (FDH)

یکی از دسته بندی‌های اصلی تکنولوژی‌های مدل DEA، مدل‌های دسترسی پذیری آزاد (FDH) هستند که در رده مدل‌های نامحدب قرار می‌گیرند. این مدل‌ها امتیاز کارایی واحدهای تحت ارزیابی را در حالی محاسبه می‌کنند که فرض تحدب مدل‌های سنتی DEA را در نظر نمی‌گیرند. مدل‌های FDH به طور معمول برای حل کارایی برخلاف مدل‌های سنتی DEA که از برنامه‌ریزی خطی استفاده می‌کنند از یک مسأله ترکیبی عدد صحیح استفاده می‌کنند. مدل‌های FDH اولین بار توسط دپرینس و سیمار (۱۹۸۳) ارائه شده است که بعدها توسط لاول و همکاران (۱۹۹۴) توسعه یافته است. در مدل‌های FDH، جفت‌های ورودی و خروجی اعضای یک مجموعه‌ای محسوب می‌شوند که آن را مجموعه امکان تولید می‌نامند. بر طبق این تکنولوژی اگر یک جفت (X, Y) متعلق به مجموعه امکان تولید باشند، سپس به

ازای $\forall \lambda > 0$، $(\lambda X, \lambda Y)$ نیز به مجموعه امکان تولید تعلق دارد. این اصل در مدل‌های CCR و BCC با بازده به مقیاس ثابت و متغیر نیز وجود دارد.

در مدل‌های FDH بازده به مقیاس مانند مدل‌های BCC متغیر است. مجموعه امکان تولید در مدل‌های FDH را می‌توان با استفاده از مدل‌های CCR و BCC تعریف کرد. فرض کنید، (X_1, Y_1) و (X_2, Y_2) نقاطی در مجموعه امکان تولید هستند. سپس، به ازای $\forall \lambda > 0$ ما می‌توانیم نشان دهیم که $(X_1 + X_2)$ و $(Y_1 + Y_2)$ جزئی از مجموعه امکان تولید هستند که تحدب مجموعه را تکمیل می‌کنند. خاصیت دیگر مدل‌های FDH این است که به ازای هر جفت متعلق به مجموعه امکان تولید، هر جفت با ورودی بیشتر و خروجی کمتر نیز قابل تولید مجدد هستند. به این خاصیت غیر ممکن بودن آزاد[۷] گفته می‌شود.

مدل‌های FDH می‌توانند ورودی محور باشند، که در این‌صورت هدف مینیمم کردن مقدار ورودی‌ها است به طوری که مقدار خروجی ثابت نگه داشته شود. حالت دیگر مدل‌های FDH، خروجی محور است که در این حالت هدف ماکزیمم کردن خروجی‌هایی است که ورودی اضافی نیاز ندارند. امتیاز کارایی در مدل‌های FDH بین صفر و یک است. به طور عمومی امتیاز کارایی مدل‌های FDH ورودی محور بیشتر از امتیاز کارایی مدل‌های ورودی محور با بازده به مقیاس متغیر است. در مقابل امتیاز کارایی مدل‌های ورودی محور با بازده به مقیاس متغیر به‌طور قابل توجهی بیشتر از مدل‌های بازده به مقیاس ثابت است. این مفهوم به این معنی است که مجموعه امکان تولید در بازده به مقیاس ثابت و متغیر زیرمجموعه‌ای از مجموعه امکان تولید FDH است. این مفهوم در شکل ۱، نشان داده شده است.



شکل ۱: ارتباط بین مجموعه امکان تولید مدل‌های CRS, VRS, FDH

بنابراین، ارتباط بین امتیاز کارایی مدل‌های CCR, BCC, FDH به صورت رابطه (۱) نشان داده می‌شود.

$$\theta_E^{FDH} \geq \theta_E^{BCC} \geq \theta_E^{CCR} \qquad (۱)$$

تکنولوژی تولید مدل FDH

مجموعه امکان تولید (PPS) که آن را تکنولوژی تولید هم می‌نامند به عنوان مجموعه همه ورودی‌ها و خروجی‌های یک سیستم تعریف می‌شود که ورودی‌ها می‌توانند خروجی‌ها را تولید نمایند. مجموعه

امکان تولید نقش محوری در ارزیابی کارایی و تحلیل بهره‌وری بازی می‌کند. در DEA تکنولوژی تولید در دو دسته طبقه‌بندی می‌شوند، تکنولوژی محدب و نامحدب. تکنولوژی‌های FDH مهم‌ترین دسته تکنولوژی تولید نامحدب DEA هستند. برای ساخت تکنولوژی تولید مدل FDH، ابتدا فرض می‌کنیم که ما با یک مجموعه n تایی از DMUها سروکار داریم که $\{DMU_j, j \in J = \{1,2,\dots,n\}\}$. هر DMU_j ورودی‌های نامنفی $x_{ij} = (x_{1j},\dots,x_{mj}) \neq 0$ به ازای $i = 1,\dots,m$ را به منظور تولید خروجی‌های نامنفی $y_{rj} = (y_{1j},\dots,y_{sj}) \neq 0$ به ازای $r = 1,\dots,s$ مصرف می‌کند. بنابراین، تکنولوژی جبری FDH تحت فرضیات بازده به مقیاس ثابت و متغیر در تحلیل پوششی داده‌ها به صورت رابطه ۲ ارائه می‌شود.

$$P^T = \{(x,y) \quad that \quad x\ can\ produce\ y: \qquad (۲)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \leq x, \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \geq y, \qquad \lambda_j \in \{0,1\}, \qquad j = 1,\dots,n\}$$

در صورتی که به رابطه (۲)، محدودیت $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$ اضافه شود، تکنولوژی بازده به مقیاس متغیر بدست می‌آید.

مدل ورودی محور FDH

در مدل ورودی محور ما با یک مدلی سروکار داریم که هدف آن مینیمم‌سازی مقدار ورودی‌ها است در حالی که مقدار تولیدات در حداقل سطح خروجی نهایی قرار داشته باشند. با در نظر گرفتن $DMU_o = (x_o, y_o)$ و $o = 1,\dots,n$ به عنوان واحد تحت ارزیابی، برنامه ریزی ترکیبی عدد صحیح برای بدست آوردن اندازه کارایی مدل ورودی محور FDH برای DMU_o بصورت رابطه ۳ در زیر محاسبه می‌شود.

$$\theta_o = \min \theta \qquad (۳)$$

$$S.t$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_o$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq y_o$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \in \{0,1\}, j = 1,\dots,n$$

فرض کنید $\lambda_j = e_j$ که e_j یک بردار با n مؤلفه است که همه مؤلفه‌های آن برابر با صفر است بجز j امین مؤلفه آن که مقدار برابر با یک دارد و $\theta = 1$ یک جواب شدنی برای مسأله ۳ باشد. در اینصورت $\theta_o \leq 1$ است. DMU_o را کارای ورودی محور FDH می نامند اگر $\theta_o = 1$ باشد در غیراینصورت آن را ناکارای FDH می‌نامند.

مدل خروجی محور FDH

نوع دیگری از مدل‌های FDH وجود دارد که هدف آن ماکزیمم سازی خروجی‌هایی که مصرف ورودی های اضافی را ثابت نگه می‌دارد. این نوع را مدل ورودی محور FDH می نامند که به صورت مجموعه معادلات ۴ در زیر تعریف می‌شود.

$$\varphi_o = \max \varphi \qquad (۴)$$

$$S.t$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq x_o$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq \varphi y_o$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n$$

همچنین DMU_o را به عنوان کارای خروجی محور FDH می نامند اگر $\varphi_o = 1$ باشد.

محاسبه کارایی چندمرحله‌ای با درنظر گرفتن خروجی نامطلوب در تکنولوژی FDH

دراین بخش، عملکرد فرآیندهای متوالی چند مرحله‌ایی با حضور عوامل خروجی نامطلوب را با در نظر گرفتن تکنولوژی نامحدب پوسته دسترسی‌پذیری آزاد (FDH) مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. همان طور که در بخش قبل مطرح شد اولین تلاش‌ها در این خصوص توسط توکلی و مصطفایی (۲۰۱۹) انجام گرفته است. که آن‌ها بطور کلی کارایی کلی و مرحله‌ایی DMUها را با ساختار چندمرحله‌ایی تحت تکنولوژی نامحدب ارائه کردند. روش پیشنهادی آن‌ها هر چند به عنوان اولین تلاش در تکنولوژی چند مرحله‌ایی نامحدب به حساب می‌آید اما می‌توانست با در نظر گرفتن عوامل نامطلوب کامل‌تر گردد. بنابراین، در این مقاله برای پر کردن این خلا روشی برای دربرگیری خروجی‌های نامطلوب در یک

تکنولوژی نامحدب ارائه می‌گردد. برای این منظور از الگوی کائو[8] (۲۰۰۸) و چن و همکاران[9] (۲۰۰۹) تحت تکنولوژی محدب استفاده می‌کنیم. در این الگو، ابتدا کارایی کلی تخمین زده می‌شود، و سپس امتیاز کارایی مراحل از طریق ثابت نگه داشتن کارایی کلی محاسبه می‌شود. در ادامه این بخش ابتدا نحوه ساخت تکنولوژی مدل FDH مبتنی بر چند فرآیند و سپس در سایر بخش‌ها روش محاسبه کارایی کلی و مراحل را برای واحدهای تحت ارزیابی ارائه می‌دهیم.

برای ساخت تکنولوژی تولید FDH یک مجموعه با n واحد تحت ارزیابی را در نظر بگیرید که فعالیت آن‌ها شامل دو مرحله می‌شود. x_1 و x_2 ورودی‌های مرحله ۱ و ۲ هستند. همچنین y خروجی مطلوب نهایی فرآیند است. و z به عنوان محصول میانی یا فاکتور ارتباطی مرحله ۱ و ۲ در نظر گرفته شده است. ما همچنین فرض می‌کنیم که مرحله دوم علاوه بر خروجی مطلوب نهایی، خروجی نامطلوبی دارا است که آن را w می‌نامیم. در شکل ۲، سیستم مورد نظر نشان داده شده است. در مرحله اول، DMUها ورودی‌ها را مصرف می‌کنند تا خروجی میانی z تولید شود. در مرحله دوم، خروجی میانی مرحله قبل به‌عنوان ورودی مرحله دوم مصرف می‌شود تا y به‌عنوان خروجی نهایی تولید گردد. علاوه بر این خروجی نهایی سیستم در نظر گرفته شده w را به‌عنوان خروجی نامطلوب تولید می‌کند. تکنولوژی مبتنی بر اصل دسترسی پذیری ضعیف خروجی نامطلوب برای مدل FDH در یک شبکه سری به صورت معادله ۵ در زیر است.

$$if\ (x,y,w) \in T,\ \ 0 \le \theta \le 1 \overset{\text{داریم}}{\Longrightarrow} (\theta y, \theta w) \in T \qquad (۵)$$

$$T = \{(y,w): x\ can\ produce\ y,w\}$$

با لحاظ کردن اصل نشان داده شده در رابطه (۶)، تکنولوژی جدید بصورت زیر ساخته می‌شود.

$$P_x^T = \{(y,w): \theta^j \textstyle\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2\, y_j^2 \ge y \qquad (۶)$$

$$\theta^j \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2\, w_j = w_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^k\, x_j^k \le x^k, \qquad k = 1,2$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1\, Z_j \ge Z$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 \, Z_j \le Z$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^k = 1, \qquad k = 1,2$$

$$0 \le \theta^j \le 1$$

$$\{\lambda_j^k \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \, , k = 1,2\}$$

واضح است که روابط موجود در فرمول‌بندی شماره (۶) غیرخطی است که با یک روش ارایه شده توسط کاسمانن (۲۰۰۵) خطی می‌شود. برای خطی کردن، فرض کنید وزن‌های هر DMU به دو قسمت و به صورت $\lambda_j^2 = \eta_j^2 + \mu_j^2$ تجزیه می‌شود. مؤلفه دوم μ_j^2 نشان‌دهنده قسمتی از خروجی است که سطح فعالیت را کاهش می‌دهد. در حالی که مؤلفه اول η_j^2 نشان‌دهنده قسمتی از خروجی واحد jام است که فعال باقی می‌ماند $\eta_j^2 = \theta^j \lambda_j^2$. توجه شود که متغیر انقباض اصلی از رابطه $\theta^j = \frac{\eta_j^2}{\eta_j^2 + \mu_j^2}$ به دست می‌آید. با به کار بردن این نمادگذاری، مجموعه خروجی حاصل از فرمول‌بندی شماره (۶)، به صورت مجموعه معادلات شماره (۷) نوشته می‌شود (کاظمی متین، ۱۳۹۰).

$$P_x^T = \{(y, w) : \textstyle\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 \, y_j^2 \ge y \qquad (۷)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 \, w_j = w_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} (\eta_j^2 + \mu_j^2) \, x_j^2 \le x^2$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \, x_j^1 \le x^1$$

$$\sum_{j=1}^{n} (\eta_j^2 + \mu_j^2) \, Z_j \le Z$$

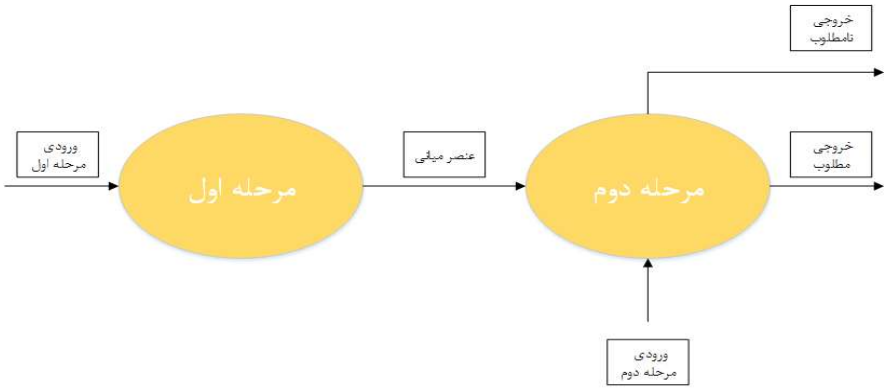
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \, Z_j \ge Z$$

$$\sum_{k=1}^{n} \eta_j^2 + \mu_j^2 = 1$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1$$

$$\mu_j^2 + \eta_j^2 = \lambda_j^2$$

$$\{\lambda_j^k \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n\ , k = 1,2\}\ , \eta_j^2, \mu_j^2 \geq 0$$



شکل ۲. ساختار دومرحله‌ایی درنظرگرفته شده

محاسبه امتیاز کارایی کلی

برطبق روابط موجود در میان ورودی‌ها، خروجی‌ها، محصولات میانی و خروجی نامطلوب موجود در سیستم در نظر گرفته شده امتیاز کارایی تخمین زده می‌شود. در مدل ورودی محور از یک تابع هدف به‌منظور کمینه کردن مقدار ورودی‌ها و عنصر میانی استفاده می‌شود در حالی که حداقل سطح تولید محصول نهایی حفظ گردد. در طول مقاله e_j برداری است که همه اجزای آن بجز j امین جز آن که مقدار یک دارد برابر با صفر است. DMU_o را با مشخصات $(x_0^k, y_0^k, z: k = 1,2)$ به‌عنوان واحد تحت ارزیابی در نظر می‌گیریم. می‌توان با استفاده از مسأله برنامه‌ریزی ترکیبی خطی و عدد صحیح مدل ورودی محور FDH موجود در رابطه ۸ در زیر را ارائه کرد.

$$\theta_0^T = \min \theta_0 \qquad (۸)$$

s.t

$$\sum_{j=1}^{n} (\eta_j^2 + \mu_j^2)\, x_j^2 \leq \theta_0 x^2$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 x_j^1 \le \theta_0 x^1$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 y_j^2 \ge y$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 w_j = w_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 Z_j \ge Z$$

$$\sum_{j=1}^{n} (\eta_j^2 + \mu_j^2) Z_j \le \theta_0 Z$$

$$\sum_{k=1}^{n} \eta_j^2 + \mu_j^2 = 1$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^k = 1$$

$$\mu_j^2 + \eta_j^2 = \lambda_j^2, \qquad \eta_j^2, \mu_j^2 \ge 0\,, \qquad 0 \le \theta_0 \le 1$$

$$\{\lambda_j^k \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n\,, k = 1,2\}$$

جواب شدنی $(\lambda_1 = \lambda_2 = e_0, \theta = 1)$ را برای مسأله (۸) در نظر می‌گیریم. آنگاه خواهیم داشت $\theta_0^T \le 1$. یک واحد تحت ارزیابی مانند DMU_o با دو فرآیند متوالی کارای ورودی محور مدل FDH است اگر $\theta_0^T = 1$ باشد. در غیر اینصورت آن را ناکارای FDH می‌نامیم. مدلی دیگر که درصدد افزایش عناصر میانی و خروجی نهایی است در حالی که از مقدار ورودی‌ها بیشتر استفاده نشود مدل خروجی محور FDH است که به‌صورت مدل ۹ در زیر فرمول‌بندی می‌شود.

$$\varphi_0^T = \max \varphi_0 \qquad (۹)$$

s.t

$$\sum_{j=1}^{n} (\eta_j^2 + \mu_j^2) x_j^2 \le x^2$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \, x_j^1 \le x^1$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 \, y_j^2 \ge \varphi_0 y$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 \, w_j = w_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \, Z_j \ge \varphi_0 Z$$

$$\sum_{j=1}^{n} (\eta_j^2 + \mu_j^2) \, Z_j \le Z$$

$$\sum_{k=1}^{n} \eta_j^2 + \mu_j^2 = 1$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^k = 1$$

$$\eta_j^2, \mu_j^2 \ge 0, \quad 0 \le \varphi_0 \le 1$$

$$\{\lambda_j^k \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \, , k = 1,2\}$$

طبق معادلات موجود در رابطه ۹، واحد تحت ارزیابی با دو مرحله فرآیند متوالی کارای خروجی محور مدل FDH است اگر $\varphi_0^T = 1$ باشد. امتیاز کارایی کلی DMU_o برابر است با $\frac{1}{\varphi_0^T}$.

محاسبه امتیاز کارایی هر مرحله

در این بخش امتیاز کارایی واحدهای تحت ارزیابی در هر مرحله به‌صورت جداگانه محاسبه می‌شود. این در حالی است که امتیاز کارایی کلی واحدها بدون تغییر باقی می‌ماند. با مشخص شدن کارایی یک مرحله کارایی مرحله دیگر به‌طور مشابه بدست می‌آید. برای این منظور مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را ابتدا برای مرحله ۱ در نظر می‌گیریم.

$$\theta_1^T = \quad (۱۰)$$

$$\min \theta_1$$

s.t

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \, x_j^1 \le {\theta_0}^* \theta_1 x^1$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 \, Z_j \ge Z$$

$$\lambda_j^k \ge 0, \qquad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} \eta_j^2 + \mu_j^2 = 1$$

$$\eta_j^2, \mu_j^2 \ge 0, \ \ ,0 \le \theta_1 \le 1$$

$$\{\lambda_j^k \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \, , k = 1,2\}$$

در مدل (۱۰)، ${\theta_0}^*$ امتیاز کارایی کلی DMU_o است. اگر $\theta_1^* = 1$ یک جواب بهینه برای مدل (۱۰) باشد، بنابراین مرحله اول کارای ورودی محور FDH است. اگر $(\lambda_1 = \widehat{\lambda_1}, \lambda_2 = \widehat{\lambda_2}, \theta = 1)$ یک جواب شدنی برای مدل (۱۰) باشند، آنگاه ${\theta_0}^* \le 1$ می‌باشد. در اینصورت امتیاز کارایی مرحله اول کمتر یا برابر با کارایی کلی است. همچنین، مدل ورودی محور FDH مرحله دوم از طریق حل مسأله برنامه‌ریزی خطی ۱۱ در زیر محاسبه می‌شود.

$$\theta_2^T = \min \theta_2 \quad (۱۱)$$

s.t

$$\sum_{j=1}^{n} (\eta_j^2 + \mu_j^2) \, x_j^2 \le {\theta_0}^* \theta_2 x^2$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 \, y_j^2 \ge y$$

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 \, w_j = w_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} (\eta_j^2 + \mu_j^2) \, Z_j \leq {\theta_0}^* \theta_2 Z$$

$$\lambda_j^k \geq 0, \qquad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} \eta_j^2 + \mu_j^2 = 1$$

$$\eta_j^2, \mu_j^2 \geq 0 \,, \;\; 0 \leq \theta_2 \leq 1$$

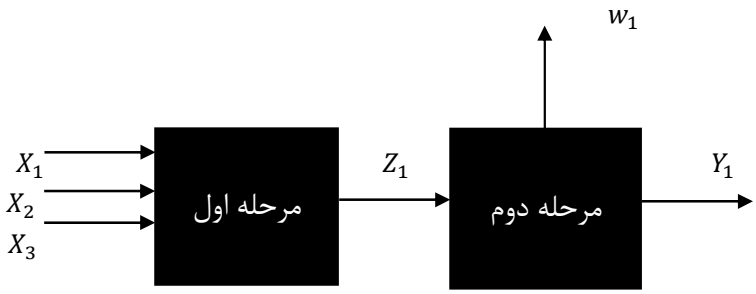
$$\{\lambda_j^k \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \,, k = 1,2\}$$

که ${\theta_0}^*$ امتیاز کارایی کلی DMU_o است. θ_2^* مقدار بهینه تابع هدف در مدل (۱۱) است. مانند مرحله اول کارایی DMU_o در مرحله دوم نیز کمتر یا برابر با یک است. بنابراین کارایی مراحل واحدها کمتر یا برابر با یک است. توجه کنید که معیار کارایی واحدهای تحت ارزیابی حل کارایی مراحل بر طبق مدل های (۱۰) و (۱۱) می‌باشد. یعنی، ممکن است واحدی کارای کلی آن برابر با یک باشد اما طبق نکات ذکر شده کارای مرحله اول یا دوم آن کمتر یا برابر با یک باشند. به طریقی مشابه مدل‌های فوق می‌توانند برای محاسبه کارایی‌های مرحله اول و دوم سیستم‌ها در ماهیت خروجی تعمیم یابند.

مطالعه کاربردی

به منظور نشان دادن قابلیت مدل پیشنهادی، عملکرد ۱۸ شرکت هولدینگ سرمایه‌گذاری با ۶ متغیر به طور کلی در کشور را مورد مطالعه و بررسی قرار می‌دهیم. ابتدا برای تحلیل این مسأله ۱۰ متغیر در نظرگرفته شد، که با در میان گذاشتن آن‌ها با خبرگان و آنالیز قضاوت‌های آنان براساس همپوشانی کامل متغیرها با ساختار در نظر گرفته شده ۴ متغیر که از لحاظ تأثیرگذاری اهمیت کمتری داشتند کنار گذاشتند و در نهایت برای ۱۸ هولدینگ در نظر گرفته شده، یک ساختار مالی دو مرحله ایی در ایجاد شد که در مرحله اول میزان سرمایه، تعداد نیروی انسانی و هزینه عملیاتی به عنوان ورودی در نظر گرفته شده است، این ورودی‌ها مصرف می‌شوند تا شرکت‌ها به توانگری برای ایجاد شرکت های تابعی برسند، لذا تعداد شرکت‌های زیرمجموعه به عنوان خروجی مراحله اول و ورودی مرحله دوم به عنوان یک متغیر میانجی در نظر گرفته می‌شود تا در مرحله دوم به عنوان سود نهایی به عنوان خروجی مطلوب و بهای

تمام شده به عنوان خروجی نامطلوب در نظر گرفته شده است. بر طبق شکل ۳، درمرحله اول میزان سرمایه گذاری، تعداد نیروی انسانی و هزینه عملیاتی سه ورودی مرحله اول هستند که ورودی کلی فرآیند نیز محسوب می‌شوند. در این مرحله به واسطه شکل‌گیری شرکت سرمایه‌گذاری تعدادی شرکت به عنوان زیرمجموعه شرکت مادر ایجاد می‌شود که به عنوان خروجی در نظر گرفته شده است که به عنوان خروجی مرحله اول در نظر گرفته می‌شود. از آنجایی که فرآیند شکل‌گیری سرمایه گذاری به صورت یک شبکه در نظر گرفته شده است، خروجی مرحله اول، به عنوان ورودی مرحله دوم در نظر گرفته می شوند. که سود نهایی خروجی مطلوب و بهای تمام شده خروجی نامطلوب مرحله دوم در نظر گرفته شده است که خروجی کل فرآیند نیز در نظر گرفته می‌شوند. در شکل ۳، فرآیند سرمایه گذاری شرکت‌های هولدینگ نشان داده شده است.



شکل ۳- فرآیند سرمایه گذاری شرکت هولدینگ

در شکل ۳، X_1 میزان سرمایه، X_2 تعداد نیروی انسانی و X_3 هزینه عملیاتی به عنوان ورودی‌های مرحله اول هستند، Z_1 تعداد شرکت‌های زیر مجموعه است. Y_1 و w_1 خروجی‌های مطلوب و نامطلوب مرحله دوم و فرآیند کل هستند که به ترتیب عبارت‌اند از سود نهایی و بهای تمام شده. در جدول ۱، مجموعه داده‌های جمع‌آوری شده هر یک از متغیرهای در نظر گرفته شده نشان داده شده است.

جدول ۱- مجموعه داده ها

واحد تصمیم گیری	ورودی			میانی	خروجی (مطلوب)	خروجی (نامطلوب)
	X_3	X_2	X_1	Z_1	Y_1	w_1
پارس توشه	۸۸۶۸۴۷۵	۲۲۳۵	۱۵۰۰۰۰۰	۸	۰,۵۰۲	۳۴۲۷۹۵
ایران خودرو	۴۹۴۵۳۳۶۷	۷۲۶۹	۳۹۶۰۵۱۳۷	۸	۰,۷۲۷	۵۲۶۶۱۹
صنایع بهشهر	۴۹۶۲۶۲۳۰	۶۳۴۴	۸۲۵۰۰۰۰	۹	۰,۴۶۵	۷۷۹۶۴۰۸

معادن و فلزات	۱۴۶۲۱۷۲۹	۱۸۹۳	۵۴۹۰۰۰۰۰	۶	۰,۵۷۰	۸۳۳۷۸۹۳
توکا فولاد	۴۱۲۰۰۵۹۶	۵۰۰۵	۲۶۰۰۰۰۰	۱۲	۰,۴۹۰	۱۶۷۹۳۴۸
سیمان تأمین	۵۷۰۰۹۹۵۸	۱۰۹۳۱	۱۱۰۰۰۰۰۰	۱۰	۰,۶۴۰	۸۶۱۸۸۹۱
شفا دارو	۳۸۴۲۶۹۹۲	۳۴۳۴	۱۱۷۹۴۳۰	۴	۰,۵۱۷	۲۴۵۵۵۱۰
صنعت نفت	۱۱۲۲۱۷۳۱	۸۳۴	۱۶۵۰۰۰۰	۷	۰,۳۸۵	۸۹۳۶۱۳
صنایع سیمان	۱۱۰۴۳۷۹۶	۲۴۱۹	۶۰۰۰۰۰۰	۴	۰,۵۱۴	۶۴۸۹۸۸۶۹
صنایع پتروشیمی	۳۰۵۷۹۲۴۳	۶۲۳۶	۱۸۲۰۰۰۰	۸	۰,۷۱۳	۱۵۴۹۷۰۱
گروه بهمن	۳۲۲۷۳۹۲۵	۳۶۱۶	۱۰۰۰۰۰۰۰	۱۶	۰,۶۵۹	۱۱۱۶۷۲۵۴۳
دارویی برکت	۵۴۰۴۹۲۶۱	۳۵۷۷	۵۸۰۰۰۰۰	۵	۰,۳۶۹	۴۰۰۲۳۶۶
میراث فرهنگی	۱۳۴۸۸۹۱	۲۲۳	۴۵۰۰۰۰۰۰	۴	۰,۴۴۷	۱۸۷۳۳۵۰
کشاورزی کوثر	۱۱۷۷۳۱۵۲	۳۹۳۰	۲۷۵۰۰۰۰۰۰	۱۳	۰,۲۴۸	۳۳۳۶۶۳۱
توسعه ملی	۱۴۳۰۳۰۲۳۰	۱۲۷۴۱	۲۷۲۵۰۰۰۰	۵	۰,۵۸۶	۱۱۴۳۴۳۰۵
نیرو	۳۳۲۲۷۴۷	۴۲۶	۱۰۵۰۰۰۰۰	۳	۰,۱۷۶	۸۶۹۱۰۷۵
دارویی سبحان	۱۷۲۸۲۲۴۴	۱۳۶۸	۳۲۴۱۰۰۰	۵	۰,۴۷۹	۵۴۰۸۵۳۸
صنعتی ملی	۲۱۴۵۶۹۱	۶۷۴	۲۴۷۳۶۰	۲	۰,۴۸۵	۱۰۷۳۴۸

در جدول ۲، با ملحوظ دانستن داده‌های فوق در مدل توسعه داده شده و اجرای آن در نرم‌افزار Gams نتایج کارایی برای واحدهای تصمیم‌گیری تحت مدل پیشنهادی نشان داده شده است. در ستون دوم، مقدار کارایی کلی و در ستون سوم آن کارایی مراحل اول و دوم به ترتیب نشان داده شده است.

جدول ۲- نتایج امتیاز کارایی کلی تحت مدل پیشنهادای

واحد تصمیم گیری	کارایی کلی
پارس توشه	۱,۰۰
ایران خودرو	۰,۴۰۰
صنایع بهشهر	۰,۲۷۰
معادن و فلزات	۰,۸۴۲
توکا فولاد	۰,۹۲۹
سیمان تأمین	۰,۲۹۲
شفا دارو	۰,۷۰۴
صنعت نفت	۱,۰۰
صنایع سیمان	۱,۰۰
صنایع پتروشیمی	۰,۸۲۴
گروه بهمن	۱,۰۰

دارویی برکت	۰,۳۲۷
میراث فرهنگی	۱,۰۰
کشاورزی کوثر	۰,۵۰۱
توسعه ملی	۰,۵۴۹
نیرو	۱,۰۰
دارویی سبحان	۰,۶۴۹
صنعتی ملی	۱,۰۰

با توجه به اینکه در ساختار ارائه شده دارای یک شبکه مبتنی بر دو مرحله هستیم، همچنین مراحل اول و دوم از طریق عناصری به یکدیگر متصل هستند بنابراین با ارائه مدل پیشنهادی امتیاز کارایی با ملحوظ دانستن تأثیر این موارد بر روی عملکرد سیستم به منظور افزایش دقت محاسبه امتیاز کارایی و غلبه بر خاصیت فراتخمینی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها که عموما مقدار کارایی را بالاتر از حد واقع گزارش می‌کنند، نیز قابل محاسبه است. بدین طریق علاوه بر اینکه می‌توان عامل ناکارایی هر واحد را شناسایی نماییم، مشخص می‌کنیم که آیا واحد تصمیم‌گیری واقعا کارا است یا خیر. بدین صورت که اگر در صورتی که واحد تصمیم‌گیری فقط و فقط در هر دو مرحله کارا شناسایی شود، بعنوان کارا در نظر گرفته می‌شود. و اگر واحد تصمیم‌گیری علی‌رغم اینکه کارای کلی است ولی در صورت ناکارایی در یکی از مراحل، به عنوان واحد کارا تلقی نمی‌شود. در حقیقت بدین شکل با حساسیت بالایی در انتخاب واحدهای کارا و ناکارا اقدام می‌نماییم. در جدول ۳، نتایج کارایی مرحله اول و دوم ساختار در نظرگرفته شده نشان داده شده است.

جدول ۳- نتایج امتیاز کارایی کلی تحت مدل پیشنهادای

واحد تصمیم گیری	کارایی مرحله اول	کارایی مرحله دوم
پارس توشه	۰,۳۰۱	۰,۸۳۰
ایران خودرو	۰,۲۳۱	۰,۰۰
صنایع بهشهر	۰,۳۹۳	۰,۵۶۵
معادن و فلزات	۰,۲۷۵	۰,۰۰
توکا فولاد	۰,۱۴۵	۰,۰۰
سیمان تأمین	۰,۲۱۱	۰,۹۴۷
شفا دارو	۰,۲۹۷	۰,۰۰
صنعت نفت	۰,۸۰۸	۰,۳۵۳
صنایع سیمان	۰,۴۱۲	۰,۰۰

صنایع پتروشیمی	۰,۱۶۴	۰,۰۰
گروه بهمن	۰,۱۸۶	۰,۶۷۲
دارویی برکت	۰,۵۷۶	۰,۶۹۴
میراث فرهنگی	۱,۰۰	۰,۵۰۰
کشاورزی کوثر	۰,۳۲۶	۰,۴۷۱
توسعه ملی	۰,۰۹۶	۰,۰۰
نیرو	۱,۰۰	۰,۶۶۶
دارویی سبحان	۰,۷۵۹	۰,۵۲۷
صنعتی ملی	۱,۰۰	۱,۰۰

با توجه به جدول ۲، واحدهای پاس توشه، صنعت نفت، صنایع سیمان، گروه بهمن، میراث فرهنگی، نیرو و صنعتی ملی بعنوان واحدهای کارا در میان ۱۸ واحددر نظر گرفته شده شناسایی شده اند. اما با محاسبه امتیاز کارایی مراحل اول و دوم که ئر جدول ۴ مشاهده می شود واحدهای پارس توشه، صنعت نفت، صنایع سیمان، گروه بهمن، دارای ناکارایی های درونی هستند و بدلیل خاصیت فراتخمینی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها این واحدها کارای کلی شناسایی شده‌اند، همچنین واحدهای میراث فرهنگی و نیرو علی‌رغم اینکه در مرحله اول کارا شناسایی شده‌اند به دلیل ناکارایی در مرحله دوم نیز بعنوان واحدناکارا در نظر گرفته می شوند. بنابراین، تنها واحد صنعتی ملی با توجه به اینکه هم در مرحله اول و هم در مرحله دوم کارا شناسایی شده است و از طرفی کارای کلی نیز بوده است، بعنوان تنها هولدینگ سرمایه‌گذاری براساس روش پیشنهاد شده شناسایی می شود. در جدول ۴، نتایج کارایی و ناکارایی واحدها نشان داده شده است.

جدول ۴- وضعیت کارایی و ناکارایی شرکت های هولدینگ سرمایه گذاری

واحد تصمیم گیری	وضعیت			نتیجه کلی
	کارایی کلی	کارایی مرحله اول	کارایی مرحله دوم	
پارس توشه	کارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
ایران خودرو	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
صنایع بهشهر	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
معادن و فلزات	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
توکا فولاد	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
سیمان تأمین	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
شفا دارو	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا

صنعت نفت	کارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
صنایع سیمان	کارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
صنایع پتروشیمی	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
گروه بهمن	کارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
دارویی برکت	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
میراث فرهنگی	کارا	کارا	ناکارا	ناکارا
کشاورزی کوثر	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
توسعه ملی	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
نیرو	کارا	کارا	ناکارا	ناکارا
دارویی سبحان	ناکارا	ناکارا	ناکارا	ناکارا
صنعتی ملی	کارا	کارا	کارا	کارا

با استفاده از مدل‌های پایه‌ایی همچون CCR امتیاز کارایی را به منظور نشان دادن دقت بالای محاسبه کارایی بر طبق روش پیشنهادی در نظر می گیریم. چون عناصر میانی به عنوان ارتباط‌دهنده مرحله اول و دوم نادیده گرفته می شود با شناسایی تعداد واحدهای کارای بیشتری نسبت به مدل پیشنهادی روبرو می‌شویم. در جدول ۵ میزان کارایی محاسبه شده نشان داده شده است. علاوه براین، با استفاده از مدل CCR قادر به محاسبه امتیاز کارایی مراحل نیستیم. زیرا این قابلیت در مدل پیشنهادی به ما این امکان را می‌دهد تا در صورت مشاهده ناکارایی دلیل ناکارایی را مشخص نماییم. برای مثال، به منظور نشان دادن این مسأله، مجموعه داده‌ها برروی مدل CCR اجرا شدند و امتیاز کارایی به صورت جدول ۵ محاسبه شده است.

جدول ۳- امتیاز کارایی کلی تحت مدل CCR

واحد تصمیم گیری	کارایی کلی
پارس توشه	۰,۳۱۴
ایران خودرو	۰,۱۳۴
صنایع بهشهر	۰,۱۳۱
معادن و فلزات	۰,۴۱۱
توکا فولاد	۰,۱۴۴
سیمان تأمین	۰,۱۰۱
شفا دارو	۰,۲۳۴
صنعت نفت	۰,۶۵۷
صنایع سیمان	۱,۰۰

صنایع پتروشیمی	۰,۲۰۴
گروه بهمن	۱,۰۰
دارویی برکت	۰,۱۶۹
میراث فرهنگی	۱,۰۰
کشاورزی کوثر	۰,۰۹۳
توسعه ملی	۰,۰۸۴
نیرو	۰,۸۷۳
دارویی سبحان	۰,۵۷۳
صنعتی ملی	۱,۰۰

همانطور که در جداول ۲ و ۳ نشان داده شده است، بر طبق مدل پیشنهادی با توجه به اینکه کلیه روابط شبکه لحاظ می‌گردد دقت محاسباتی افزایش پیدا می‌کند. براساس غربالگری که طبق روش پیشنهادی با توجه به قابلیت‌های آن انجام شده است تنها واحد تصمیم‌گیری صنعتی ملی به عنوان واحد کارا شناسایی شده است، اما طبق مدل پایه CCR واحدهای صنایع سیمان، گروه بهمن، میراث فرهنگی و صنعتی ملی به عنوان واحدهای کارا شناسایی شده اند و با توجه به تعداد بیشتر واحدهای کارا شناسایی شده در مدل CCR نتیجه می‌گیریم که مدل پیشنهادی از دقت بالایی در برخورد با خاصیت فراتخمینی مدل‌های تحلیل پوششی داده ها روبرو است. زیرا، مدل CCR با توجه به اینکه قابلیت در نظر گرفتن عناصر میانی شبکه را ندارد و فقط ورودی‌ها و خروجی های کلی را در نظر می‌گیرد و از فعل و انفعالات درونی چشم پوشی می‌کند، در محاسبه امتیاز کارایی دارای عملکرد صحیحی در وضعیت در نظر گرفته شده نیست و نتایج آن نیز قابل اعتماد نمی‌باشد. اما مدل پیشنهادی با ملحوظ دانستن کلیه فعل و انفعالات قادر به محاسبه امتیاز کلی و همچنین مرحله‌ای می‌باشد.

نتیجه گیری

مدل‌های FDH، از ابتدا برای تکمیل خلا در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها توسط دپرینس و همکارانش در سال ۱۹۸۴ ارائه شد. مدل‌های FDH بدون شرط تحدب عمل می‌کنند. بنابراین، یکی از مهم‌ترین تکنولوژی‌های نامحدب هستند. لذا برای حل مسأله و تخمین کارایی از برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط استفاده می‌شود. در این مقاله، ارزیابی عملکرد واحدهای تحت ارزیابی که ۱۸ شرکت هولدینگ سرمایه گذاری کشور هستند با استفاده از یک ساختار دو مرحله‌ایی در تکنولوژی FDH و با حضور عامل نامطلوب بررسی می‌شود. طبق چارچوب پیشنهادی، ابتدا کارایی کل واحد تحت ارزیابی تحت مدل پیشنهادی محاسبه می‌شود و سپس کارایی هر مرحله از طریق حل مسأله برنامه‌ریزی خطی بدست

می‌آید. به منظور نشان دادن قابلیت مدل پیشنهادی، مجموعه داده‌ها را تحت مدل CCR نیز به اجرا درآمد. با توجه به ضعف مدل‌های پایه ایی همچون CCR که قادر به در نظر گرفتن تمام جزئیات مسأله نیستند، از لحاظ تعداد واحدهای کارا، تعداد بیشتری را این مدل ها نسبت به مدل توسعه داده شده شناسایی می‌کنند. به نظر می‌رسد در نظر گرفتن حالت موازی و یا ترکیبی سیستم در حالت شبکه و همچنین رتبه بندی واحدهای کارای شناسایی شده با استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره یا روش اندرسون پترسون موضوعات جالبی برای تحقیقات آتی می‌باشند.

منابع

۱) کاظمی متین، رضا، (۱۳۹۰)، روش ناپارامتری مدل بندی خروجی‌های نامطلوب در DEA: رویکرد استفاده از اصل دسترسی پذیری ضعیف، مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، ۳(۳۰)، ۶۹-۵۳.

2) Charnes, A. Cooper, W. W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision making Units. European Journal of Operational Research 2, 429-444.

3) Mirmozaffari, M. (2018). Eco-Efficiency Evaluation in Two-Stage Network Structure: Case Study: Cement Companies, Iranian Journal of Optimization (IJO), Dec. 16, 2018.

4) Mirmozaffari, M. & Alinezhad, A. (2017). Ranking of Heart Hospitals Using cross-efficiency and two-stage DEA, 7th International Conference on Computer and Knowledge Engineering (ICCKE), Mashhad, 217-222, 2017.

5) Mirmozaffari, M. (2020). Presenting an expert system for early diagnosis of gastrointestinal diseases, International Journal of Gastroenterology Sciences, 1(1), 1, 21-27, 2020.

6) Mirmozaffari, M. (2019). Developing an Expert System for Diagnosing Liver Diseases, EJERS, 4(3), 1-5, Mar.

7) Mirmozaffari, M. (2019). Presenting a Medical Expert System for Diagnosis and Treatment of Nephrolithiasis, EJMED. 1(1), 2019.

8) Aranizadeh, A. Kazemi, M. Berahmandpour, H. & Mirmozaffari, M. (2020). MULTIMOORA Decision Making Algorithm for Expansion of HVDC and EHVAC in Developing Countries (A Case Study), Iranian Journal of Optimization, 2020.

9) Aranizadeh, A. Niazazari, I. & Mirmozaffari, M. (2019). A Novel Optimal Distributed Generation Planning in Distribution Network using Cuckoo Optimization Algorithm, European Journal of Electrical Engineering and Computer Science 3 (3), 1-5.

10) Deprins, D. Simar L. & Tullkens H. (1984). Measuring labor-efficiency in post officies. In Marchand M, Pestieau P, Tullkens H, editors. The performance of public enterprises. Amsterdam: Etsvier science Publishers, 243-267.

11) Fare, R. Grosskopf, S. (2000). Network DEA,Socio-Economic Planning Science, 34, 35-49.

12) Tavakoli, I. & Mostafaee, A. (2019). Free disposal hull efficiency scores of units with network structures, European journal of operational research, 277(3), 1027-1036.

13) Deprins, D. & Simar, L. (1983). On Farrell Measures of Technical Efficiency, Recherches Economiques de Louvain, 49(2), 123–137.1983.

14) Lovell, C. Grosskopf, S. Ley, E. Pastor, J. Prior, D. & Eeckaut, P. (1994) Linear programming approaches to the measurement and analysis of productive efficiency,

TOP: An Official Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research, 1994.
15) Kao, C. (2008). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. European Journal of operational research. 192, 949-962.
16) Chen, Y. Cook, W. Li, N. & Zhu, J. (2009). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. Eouropean Journal of operational research. 196, 1170-1176.
17) Badiezadeh, T. Farzipoor, R. & Samavati, T. (2017). Assessing sustainability of supply chain by double frontier network DEA: A big data approach, Computer and operation research, 1-17.
18) Kuosmanen, T. (2005). Weak Disposability in Nonparametric Productivity Analysis with Undesirable Outputs. American Journal of Agricultural Economics, 87, 1077-1082.

یادداشت‌ها :

1 Data Envelopment Analysis (DEA)
2 Production Possibility Set (PPS)
3 Charnes, Cooper and Rhodes, 1978
4 Free disposal hull (FDH)
5 Decision making units
6 Deprins, Simar and Tulkans, 1984
7 Free impossibility property
8 Kao, 2008
9 Chen and et al. 2009