فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهل و ششم / بهار ۱۴۰۰

بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA II) و ماکزیمم نسبت شارپ

تاریخ دریافت مقاله : ۹۹/۰۱/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۹/۰۵/۱۴

آرزو کریمی[۱]

چکیده

یکی از مسائل مهم حوزه مالی چگونگی انتخاب سبد سرمایه‌گذاری است. فعالان این حوزه درصدد انتخاب سبدی هستند که با میزان بازدهی بالا، ریسک را تحت کنترل قرار دهد. با توجه به افزایش محدودیت‌های بازار سرمایه کارایی روش‌های کلاسیک موردبحث قرارگرفته است. ازاین‌رو توجه محققین به سمت الگوریتم‌های فرا ابتکاری معطوف شده است. هدف این پژوهش تعیین سبد بهینه‌ی شرکت‌های دارویی پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران به دو روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) و ماکزیمم نسبت شارپ است. در این پژوهش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) تحت معیار ریسک ارزش در معرض خطر مشروط است. همچنین از داده‌های ۱۳ شرکت در دوره زمانی ۹۷-۹۰ برای تشکیل سبد استفاده‌شده است. نتایج حاکی از آن است که درروش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) سهامی که کمترین ارزش در معرض خطر را دارد، بیشترین وزن را در سبد بهینه به دست می‌آورد. همچنین سبد بهینه‌شده به روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) بازده بیشتر و درعین‌حال ریسک کمتری دارد.

کلمات کلیدی

سبد سهام، مارکوئیتز، الگوریتم ژنتیک چندهدفه، ارزش در معرض خطر مشروط، نسبت شارپ، مرز کارا، خط بازار سرمایه

۱-گروه ریاضی مالی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آیت‌اله بروجردی، بروجرد، ایران. (نویسنده مسئول) karimiar355@gmail.com

مقدمه

تشکیل و بهینه‌سازی سبد در بازارهای سرمایه باعث کاهش ریسک غیر سیستماتیک سرمایه‌گذاری است و عملکرد سرمایه‌گذاری را افزایش می‌دهد. مسئله انتخاب سبد اولین بار توسط مارکوئیتز ارائه شد [۱۷]. مدل وی پایه بسیاری از مدل‌های جدید انتخاب سبد است. این مدل راه‌حل صحیحی را برای مسائل پرتفوی ارائه می‌دهد، به این معنا که با داشتن مجموعه‌ای از ورودی‌ها، از طریق روش‌های کارای مارکوئیتز می‌توان مجموعه‌ی بهینه پرتفوی‌ها را انتخاب کرد، بااین‌حال این روش هزینه‌های قابل‌توجهی را در بردارد [۱۷]. ویلیام شارپ با پیگیری کاراهای مارکوئیتز مدل CAPM را معرفی نمود. این مدل بر این فرض استوار است که سبد بازار وجود دارد و قابل‌اندازه‌گیری است [۸]. وجود این فرض باعث می‌شود که بتوان حداکثر مقدار را برای نسب شارپ (نسبت پاداش به نوسان پذیری) محاسبه کرد [۸]. اهمیت موازنه بین پاداش (صرف ریسک) و ریسک (انحراف معیار) پیشنهاد می‌کند که جذابیت یک سرمایه‌گذاری را با نسب صرف ریسک آن به انحراف معیار بازده‌های مازاد می‌توان اندازه‌گیری کرد [۶].

از طرفی در محیط پیچیده‌ی دنیای امروز که در بازارهای سرمایه با صدها نوع سهام و محدودیت‌هایی نظیر تعداد سهام و وزن آن‌ها روبه‌رو هستیم، فضای جستجو گسترده شده است و استفاده از مدل‌های کلاسیک دشوار به نظر می‌رسد؛ بنابراین روش‌های علمی پیشرفته و الگوریتم‌های نوین برای داشتن انتخاب‌های موفق در بازار سرمایه اهمیت بالایی می‌تواند داشته باشد، زیرا نمی‌توان از سرمایه‌گذاران انتظار داشت که صرفاً با شهود و یا اتکا به اقبال بتوانند سرمایه‌گذاری‌های موفقی را انجام دهند. ازاین‌رو این پژوهش به دنبال یافتن بهترین ترکیب مقادیر سبد سهام به‌منظور حداکثر سازی بازده است و برای دست‌یابی به این ترکیب از الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) و ماکزیمم نسبت شارپ استفاده می‌کند.

مبانی نظری و پیشینه تحقیق

الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک اولین بار در دهه ۶۰ میلادی توسط هالند معرفی گردید. الگوریتم ژنتیک یک مکانیسم جستجوی تصادفی قدرتمند است که از اصول انتخاب طبیعی و ژنتیک تقلید می‌کند. این الگوریتم اصل بقای داروین را با اطلاعات تصادفی ساخت‌یافته ادغام و یک الگوریتم جستجوی ایجاد می‌کند و در هر نسل مناسب‌ترین‌ها انتخاب می‌شوند نه بهترین‌ها. الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم تکرارشونده برای یافتن راه‌حل مطلوب است و جمعیتی با اندازه ثابت را دست‌کاری می‌کند. اندازه ثابت

جمعیت منجر به پدیده رقابت بین کروموزوم‌ها می‌شود. هر کروموزوم نشان‌دهنده یک راه‌حل برای مسئله موجود است. در هر تکرار جمعیت جدیدی (نسل) با همان تعداد کروموزوم ایجاد می‌شود. برای ایجاد نسل بعدی، کروموزوم‌های جدید که فرزند نامیده می‌شوند، به‌وسیله عملگر تقاطعی از دو کروموزوم نسل جاری و یا به‌وسیله اصلاح یک کروموزوم با استفاده از عملگر جهشی شکل می‌گیرند. این عملگرها تصادفی هستند. انتخاب بهترین کروموزوم اولین گام در الگوریتم ژنتیک است. در طول این عملیات الگوریتم عوامل مرتبط‌تر برای بهینه‌سازی تابع را انتخاب می‌کند. مزیت اصلی الگوریتم ژنتیک عدم نیاز آن برای تشخیص تمامی جزئیات یک مسئله است. راه‌حل‌های بالقوه توسط یک تابع مناسب ارزیابی می‌شود. سپس یک روش تکاملی برای تولید راه‌حل‌های جدید تعریف می‌شود. ایده اصلی این است که ترکیب راه حل‌های خوب باید به راه‌حل‌های بهتر منجر شود [۱].

مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک عبارت است از [۵]:

مرحله اول: تعیین مشخصات اولیه الگوریتم

۱. معرفی تابع هدف $f(x)\ ;\ x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$

۲. تعیین تعداد جمعیت (n_p) ، نحوه انتخاب والدین و عمل تقاطع، نرخ جهش، شرایط توقف الگوریتم و ...

مرحله دوم: اجرای الگوریتم

۱. تولید جمعیت اولیه به میزان n_p و ارزیابی مقادیر تابع هر یک از آن‌ها

۲. تا هنگامی‌که شرایط توقف الگوریتم برآورده نشده باشد:

- انتخاب والدین و ترکیب آن‌ها برای ایجاد جمعیت فرزندان n_c
- انتخاب n_m و جمعیت برای عمل جهش برای تولید جمعیت جهش‌یافتگان
- ادغام جمعیت جاری، فرزندان و جهش‌یافتگان و ایجاد جمعیت بالقوه نسل بعد
- انتخاب بهترین کروموزوم‌های جمعیت بالقوه جدید به‌عنوان جمعیت اصلی نسل بعد

۳. چنانچه شرایط توقف برآورده شده باشد x^* ها و f^* متناظر با آن‌ها گزارش شود

معیارهای توقف الگوریتم ژنتیک عبارت‌اند از [۱۸]:

تعداد نسل: کاربر حداکثر تعداد نسل را مشخص می‌کند.

مدت‌زمان‌تکامل: زمان تکامل‌سپری‌شده، بیش ازحداکثرزمان‌تکامل‌مشخص‌شده توسط کاربر باشد.

آستانه برازندگی: برازندگی در جمعیت فعلی کمتر از برازندگی مشخص‌شده توسط کاربر باشد و هدف تعیین حداقل برازندگی باشد.

همگرایی برازندگی: در همگرایی برازندگی دو فیلتر با طول‌های مختلف برای ایجاد بهترین برازندگی در سراسر نسل‌ها استفاده می‌شوند. هنگامی‌که بهترین برازندگی از فیلتر طولانی کمتر از درصد مشخص‌شده توسط کاربر برای بهترین برازندگی فیلتر کوتاه است؛ برازندگی به‌عنوان همگرا و خاتمه تکامل در نظر گرفته می‌شود.

همگرایی جمعیت: زمانی که برازندگی در سراسر جمعیت کمتر از برازندگی مشخص‌شده توسط کاربر باشد، جمعیت همگرا فرض می‌شود و زمانی که میزان همگرایی کل جمعیت به میزان خاص برسد؛ الگوریتم خاتمه می‌یابد. درواقع همگرایی جمعیت به معنی نزدیک شدن متوسط برازندگی‌ها به برازندگی بهترین افراد جمعیت است.

همگرایی ژن: درصد ژن‌های مشخص‌شده توسط کاربر که یک کروموزوم را تشکیل می‌دهند به‌عنوان همگرا شناخته می‌شود.

بهینه‌سازی چندهدفه

هدف از حل مسئله چندهدفه دست‌یابی به کلیه پاسخ‌های نامغلوب است؛ یعنی بهترین پاسخ‌های ممکن که پاسخ‌های دیگر قادر بر غلبه بر آن‌ها نیستند؛ که به این پاسخ‌ها جواب بهینه پارتو می‌گویند. بهینه پارتو به زبان ریاضی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

اگر یک بهینه پارتو باشد، آنگاه برای هر X_i دیگر عضو دامنه و $(1, \dots, k)$ داشته باشیم:

$$\forall i \in I \quad (f_i(X_1) \leq f_i(X_i))$$

که در آن $X_1 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ و k تعداد توابع هدف است. در مسئله‌ی بهینه‌سازی چندهدفه فضای تابع ترتیب پذیر نیست. برای ترتیب پذیر کردن فضا به دو مفهوم کیفیت و نظم احتیاج است؛ که کیفیت همان جواب‌های نامغلوب است[۱۲].

ارزش در معرض خطر مشروط

فرض کنید $f(x, y)$ تابع زیان باشد که بردار x معرف سبد دارایی‌ها و y عوامل غیرمنتظره بازار نظیر تلاطم است. همچنین فرض کنید $F(x, \xi)$ توزیع تجمعی $f(x, y)$ باشد که به‌صورت رابطه زیر نمایش داده شود[۱۶]:

$$F(x, \xi) = P[f(x, y) \leq \xi]$$

آنگاه VaR_α عبارت است از:

$$\xi_\alpha = min\{ F(x,\xi) \geq \alpha\} \qquad \xi \in \mathbb{R}$$

همچنین برای متغیری که دارای توزیع نرمال است، تابع $CVaR_\alpha$ به‌صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\phi_\alpha(x) = E_{\alpha-tail}[z]$$

که مقدار $\alpha - tail$ برابر:

$$F_\alpha(x,\xi) = P[z \leq \xi\ ] = \begin{cases} 0 & \xi \leq \xi_\alpha(x) \\ \dfrac{[\ F(x,\xi) - \alpha]}{1-\alpha} & \xi \geq \xi_\alpha(x) \end{cases}$$

پیشینه تحقیق

یانگ (۲۰۰۶) در تحقیقی با عنوان «بهبود کارایی سبد سهام با شیوه‌ای از الگوریتم ژنتیک» الگوریتم ژنتیک را در کنار یک سیستم پویای بهینه‌سازی سبد سهام، جهت توسعه کارایی سبد سهام به‌کاربرده است. نتایج وی نشان‌دهنده‌ی کارا بودن الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی سبد سهام است [۱۹].

چانگ و همکاران (۲۰۰۹) یک روش فرا ابتکاری برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام ارائه کردند که در آن الگوریتم ژنتیک، سبدهای سهام مختلف را که ریسک آن‌ها به شیوه‌های متفاوتی محاسبه‌شده بود به کار می‌گرفت. نتایج حاکی از آن بود که امکان دست‌یابی به سبد بهینه سهام به کمک الگوریتم ژنتیک وجود دارد [۱۴].

آنگنستوپولوس و مامانیس (۲۰۱۰) با استفاده از الگوریتم ژنتیک، به بررسی الگوهای چند متغیره بهینه‌سازی سبد پرداختند. آن‌ها در این تحقیق علاوه بر ریسک و بازده، محدودیتی بر کیفیت اوراق بهادار موجود در پرتفوی اعمال کردند. آزمونِ کارایی الگوریتم‌های مختلفِ چند متغیره محور اصلی این پژوهش بود. نتایج عملکرد مطلوب الگوریتم ژنتیک را در الگوهای چند متغیره تائید و تصدیق می‌نماید [10].

گلمکانی و فاضل (۲۰۱۱) از یک روش فرا اکتشافی در مدل گسترش‌یافته مدل میانگین- واریانس جهت انتخاب پرتفوی استفاده کردند. مدل گسترش‌یافته شامل حداکثر تعداد، رتبه سهام، حداقل سازی هزینه معاملاتی و رتبه بازار سهام هست. نتایج تحقیق بیانگر کارایی بهتر الگوریتم ازدحام ذرات نسبت به الگوریتم ژنتیک است [۱۰].

ژو (۲۰۱۵) در یک تحقیق میدانی به یک مدل ریاضی به‌منظور بهینه‌سازی هم‌زمان بازدهی و ریسک

در سبد سهام پرداخته است. در این تحقیق کوواریانس به‌عنوان تابع ریسک مدنظر قرارگرفته است. به‌منظور حل این مدل از رویکرد بهینه‌سازی خطی و الگوریتم ژنتیک بهره برده شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم ژنتیک توانایی حل این مدل در ابعاد بزرگ را دارد [۲۰].

بروتیچ و همکاران (۲۰۱۶) به طراحی یک استراتژی معاملاتی با استفاده از مدل برنامه‌ریزی ژنتیک (GP) برای انتخاب پرتفوی الگوریتمی پرداختند. آن‌ها در این تحقیق از تکنیک‌های برنامه‌ریزی ژنتیک بر پایه برازش نمونه‌گیری تصادفی (RSFGP) برای یادگیری استراتژی‌های معاملاتی و از نسبت شارپ و نسبت استرلینگ و بازدهی کل برای ارزیابی مدل استفاده کردند. یافته‌های تحقیق نشان داد که مدل پیشنهادی از مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک استاندارد (SGP)، برنامه‌ریزی ژنتیک بر پایه برازش تعدیل‌شده با نوسانات (VAFGP) و روش خرید و نگهداری عملکرد بهتری داشته است [۱۳].

شهرستانی و همکاران (۱۳۸۸) از طریق ترکیب نظریات مارکوئیتز و شارپ مدلی جدیدی پیشنهاد نمودند. آن‌ها بامطالعه موردی بر روی شرکت‌های سیمانی بورس تهران نشان دادند که مدل پیشنهادی نسبت به مرز سنتی مارکوئیتز کاراتر بوده و ضعف موجود در الگوی شارپ را برطرف می‌سازد [۸].

عباسی و همکاران (۱۳۹۱) در تحقیقی با استفاده از الگوریتم ژنتیک چندهدفه تحت معیار ریسک ارزش در معرض خطر به بهینه‌سازی سبد پرداختند. آن‌ها از داده‌های ۵۰ شرکت برتر در بورس اوراق بهادار تهران در طی سال‌های ۸۵ تا ۸۹ استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که الگوریتم ژنتیک چندهدفه می‌تواند جهت انتخاب سبد سهام بهینه به کار رود. همچنین عملکرد سبد طراحی‌شده توسط الگوریتم ژنتیک با عملکرد سبد سهام ۵۰ شرکت برتر با اوزان مساوی متفاوت است [۹].

ایاغ (۱۳۹۲) در پایان‌نامه کارشناسی ارشد به بهینه‌سازی سبد در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از شبکه‌های عصبی و مقایسه آن با الگوریتم ژنتیک پرداخته است. وی در این پژوهش از نیم -واریانس به‌عنوان معیار ریسک استفاده کرده است و از داده‌های ۸ شرکت از بورس اوراق بهادار تهران برای تشکیل سبد بهره گرفته است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که میانگین بازدهی سبد تشکیل‌شده بر مبنای شبکه‌های عصبی بالاتر از الگوریتم ژنتیک است [۱].

شیبت الحمدی و همکاران (۱۳۹۳) با استفاده از الگوریتم ژنتیک چندهدفه که بر پایه معیار ریسک نیم -واریانس اجراشده است به بهینه‌سازی سبد پرداختند. آن‌ها از داده‌های ۳۰ شرکت در دوره زمانی ۸۶ تا ۹۰ استفاده کردند. آن‌ها با بهره‌گیری از معیار شارپ نشان دادند که عملکرد سبد بهینه‌شده به روش الگوریتم ژنتیک مطلوب‌تر از عملکرد بازار است [۷].

فرهنگ راد (۱۳۹۵) در پایان‌نامه کارشناسی ارشد به مقایسه‌ی عملکرد الگوریتم ازدحام ذرات، الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ترکیبی ازدحام ذرات و ژنتیک پرداخته است. وی نشان داد که عملکرد سه الگوریتم بسیار به هم نزدیک است ولی در برخی از ضرایب ریسک گریزی الگوریتم ترکیبی ازدحام ذرات و ژنتیک عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهند [۱۰].

میرزایی و همکاران (۱۳۹۵) با استفاده از شاخص تکنیکال و الگوریتم ژنتیک چندهدفه با دو هدف ماکزیمم کردن بازده و مینیمم کردن ریسک، مدلی برای مدیریت بهینه پرتفوی به دست آوردند. نتایج پژوهش آن‌ها بر روی ۲۱۶ شرکت در طی سال‌های ۹۱ تا ۹۳ نشان می‌دهد که با استفاده از شاخص تکنیکال می‌توان به عملکرد بهتری نسبت به بازار رسید [۱۱].

رود پشتی و همکاران (۱۳۹۶) به مقایسه ماکزیمم نسبت شارپ پایدار با مدل مارکوئیتز در بهینه-سازی سبد پرداختند. نتایج پژوهش آن‌ها بر روی سبدهای ماهانه در ۱۵ سال از شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران حاکی از آن بود که بازده واقعی در مدل شارپ با بازده واقعی در مدل مارکوئیتز تفاوت معناداری ندارد، ولی ریسک مدل شارپ در مقایسه با ریسک مدل مارکوئیتز تفاوت معناداری باهم دارند [۶].

پاک‌مرام و همکاران (۱۳۹۶) به انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک، الگوریتم فرهنگی و الگوریتم ازدحام ذرات پرداختند. آن‌ها از داده‌های ۱۰۶ شرکت پذیرفته‌شده در بازار بورس اوراق بهادار تهران طی دوره‌ی زمانی ۸۶ تا ۹۳ استفاده کردند. نتایج این پژوهش حاکی از بود که تابع هدف الگوریتم ژنتیک کمتر از سایر روش‌ها است و با کمترین خطابه بهترین نتیجه می‌رسد [۳].

مرادی و قویدل (۱۳۹۷) از الگوریتم چندهدفه بهبودیافته ژنتیک نامغلوب و الگوریتم پارتو نیرومند برای انتخاب سبد استفاده کردند. آن‌ها داده‌های مربوط به قیمت ۱۰ سهم از FTSE100 را موردبررسی قراردادند. آن‌ها نشان دادند که الگوریتم پارتو نیرومند بازده بیشتر و ریسک کمتری را نسبت به الگوریتم ژنتیک در اختیار سرمایه‌گذاران قرار می‌دهد [۱۲].

مدل تحقیق

الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA II)

تفاوت الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب با الگوریتم ژنتیک تک‌هدفه درروش مرتب‌سازی پاسخ‌ها است. درواقع در حالت چندهدفه پاسخ‌ها بر اساس فاصله ازدحامی مرتب می‌شوند و در هر تکرار از این الگوریتم جمعیت جدید با انتخاب والدین از اعضای جمعیت اصلی و اعمال عملگرهای

جهش و تقاطع به دست می‌آید. روند اجرای الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب به شرح زیر است [۵]:

۱. ایجاد جمعیت اولیه با اندازه N

۲. محاسبه مقادیر تابع هدف

۳. مرتب کردن پاسخ‌ها بر اساس غلبه و فاصله ازدحامی

۴. انتخاب والدین، عمل تقاطع و ایجاد جمعیت فرزندان

۵. انتخاب والدین، عمل جهش و ایجاد جمعیت جهش‌یافتگان

۶. ترکیب جمعیت جدید با جمعیت اصلی

۷. انتخاب اعضای جمعیت اصلی جدید با اندازه N بر اساس غلبه و فاصله ازدحامی

۸. در صورت برآورد نشدن شرایط خاتمه، گام دوم و در غیر این صورت پایان

مدل ماکزیمم نسبت شارپ

مدل (CAPM) توسعه مدل مارکوئیتز از زاویه‌ای خاص و اولین نظریه در باب قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای توسط شارپ و لینتنر است. شارپ از طریق اختیار نمودن پاره‌ای از مفروضات موفق گردید، مرز کارای غیرخطی مارکوئیتز را توسعه داده و آن را تبدیل به مرز کارای خطی نماید که این مرز خطی در ادبیات مالی به خط بازار سرمایه (CML) معروف است. در این مدل فرض بر این است که سبد بازار وجود دارد و قابل‌محاسبه است و همچنین بر روی مرز کارا مارکوئیتز واقع‌شده است. وجود چنین فرضی این امکان را به وجود می‌آورد که بتوان حداکثر مقدار را برای نسبت شارپ محاسبه کرد.

نسبت شارپ در ادبیات مالی طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$S = \frac{E[R_P - R_f]}{\sqrt{Var[R_P - R_f]}}$$

که در آن R_P میانگین بازده کل سبد و R_f میانگین نرخ بازده بدون ریسک است [۸].

حال با در نظر گرفتن ماکزیمم نسبت شارپ یک مسئله برنامه‌ریزی درجه دوم به شرح زیر حاصل می‌شود:

$$Maximize \ \frac{\mu^T x - r_f}{\sqrt{x^T C x}}$$
$$s.t \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$0 \leq x_i \leq 1$$

که در آن μ میانگین و C ماتریس کوواریانس و r_f نرخ بدون ریسک است.

اگر $\mu^T x - r_f \geq 0$ باشد، آنگاه فرض کنید که $t = \frac{1}{\mu^T x - r_f}$ و $y = tx$ ، در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & Minimize\ y^T C y \\ s.t \quad & \sum_{i=1}^{n} y_i = t \\ & \mu^T y - r_f t = 1 \\ & t \geq 0 \ , \quad 0 \leq y_i \leq t \end{aligned}$$

مسئله برنامه‌ریزی درجه دوم فوق، مدل بهینه‌سازی سبد به روش ماکزیمم نسبت شارپ است [۱۵].

روش‌شناسی پژوهش

تحقیق حاضر ازلحاظ هدف کاربردی است و از حیث ماهیت و روش، توصیفی- همبستگی است. در این نوع از تحقیقات داده‌ها بدون اینکه در متغیرها دخالتی صورت گیرد، جمع‌آوری می‌شوند. در این تحقیق داده‌های موردنیاز با مراجعه به آرشیو موجود در سایت بورس اوراق بهادار تهران جمع‌آوری‌شده‌اند. جامعه آماری کلیه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران و نمونه آماری، داده‌های ۱۳ شرکت داروسازی در طی دوره زمانی ۱۳۹۷-۱۳۹۰ را شامل می‌شود. با استفاده از نرم‌افزار MATLAB 2018، بازده، ماتریس واریانس- کوواریانس، ارزش در معرض خطر هر سهم به‌دست‌آمده است. همچنین الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA II) و ماکزیمم نسبت شارپ در این محیط برنامه‌نویسی، کدگذاری شدند و خروجی آن‌ها استخراج شد. سپس با استفاده از نرم‌افزار SPSS به تجزیه‌وتحلیل خروجی‌ها پرداخته شد. جدول ۱ پارامترهای استفاده‌شده در الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد:

جدول ۱: پارامترهای الگوریتم ژنتیک

اندازه جمعیت	۵۰
تعداد نسل‌ها	۱۰۰
شرط توقف	الگوریتم به تعداد ۱۰۰ بار تکرار شود
احتمال عملگر تقاطعی	۰/۷
احتمال عملگر جهشی	۰/۴
تابع انتخاب	چرخ گردان رولت

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

با توجه به جدول ۱، بر اساس جمعیت اولیه تعریف‌شده، ۵۰ سبد سهام به‌عنوان کروموزوم تولید می‌شوند و فرآیند تکامل تا ۱۰۰ نسل ادامه پیدا می‌کند؛ درنهایت ۵۰ سبد سهام طراحی‌شده به‌وسیله الگوریتم ژنتیک بر اساس ریسک و بازده اولویت‌بندی می‌شوند. ورودی الگوریتم ژنتیک ماتریس بازدهی روزانه سهم‌ها است که از رابطه زیر محاسبه‌شده است:

$$r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}$$

برای ایجاد جواب اولیه در الگوریتم ژنتیک، به‌طور تصادفی تعداد k سهم برای سرمایه‌گذاری انتخاب می‌شود، سپس میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم عددی تصادفی بین صفر و یک در نظر گرفته می‌شود. سپس با استفاده از رابطه زیر مقدار سرمایه‌گذاری در هر سهم به‌طور دقیق تعیین می‌شود:

$$W_i = \varepsilon_i + \frac{S_i}{\sum_{j=1}^{k} S_j} * (1 - \sum_{j=1}^{k} \varepsilon_j)$$

ε_i : حد پایین سرمایه‌گذاری و S_i : میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم

پس از محاسبه وزن‌ها، الگوریتم وزن‌های به‌دست‌آمده را به ترتیب در دو رابطه زیر قرار می‌دهد و میزان بازدهی و ریسک سبد را محاسبه می‌کند.

$$r_P = \sum_{i=1}^{k} w_i r_i$$

$$CVaR = VaR + \frac{1}{(1-\alpha)k} \sum_k max\{0, -\sum_{i=1}^{n} r_i x_i - VaR\}$$

در مدل ماکزیمم نسبت شارپ نیز بازده مورد انتظار هر سهم و ماتریس واریانس- کوواریانس به‌عنوان ورودی برنامه در نظر گرفته می‌شود و خروجی برنامه شامل بازدهی و ریسک سبد است.

بازده مورد انتظار هر سهم از رابطه زیر محاسبه‌شده است:

$$E(r) = \frac{(r(n) + w\, r(n-1) + w^2 r(n-2) + \cdots + w^{n-1} r(1))}{\frac{1 - w^n}{1 - w}}$$

که در آن w عامل تنزیل و r بازدهی است.

فرضیه‌های پژوهش

۱. میانگین بازده مورد انتظار سبد الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) بزرگ‌تر از بازده مورد انتظار سبد ماکزیمم نسبت شارپ است.

۲. میانگین ریسک سبد الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) کمتر از ریسک سبد ماکزیمم نسبت شارپ است.

۶. یافته‌های پژوهش

در این بخش، بازده مورد انتظار و ارزش در معرض خطر هر سهم محاسبه‌شده است. همچنین وزن هر سهم، مرز کارا سبد، ریسک و بازده مورد انتظار سبد، به دو روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) و مدل ماکزیمم نسبت شارپ محاسبه‌شده است.

جدول ۲ : بازده مورد انتظار هر سهم

نام شرکت‌های داروسازی	امین	ابوریحان	زاگرس	دارو پخش	فارابی	حیان	کوثر	اسوه	رازک	سینا	زهراوی	اکسیر	روز دارو
بازده مورد انتظار	۰/۳۵۰۹	۰/۹۸۲۶	۰/۶۷۰۴	۱/۱۰۲۳	۰/۳۵۶	۰/۷۱۹۷	۰/۲۴۴۶	۱/۳۹۴۲	۱/۸۵۳۹	۱/۴۸۱۳	۲/۱۳۷۰	۰/۷۹۵۷	۰/۳۳۲۲

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

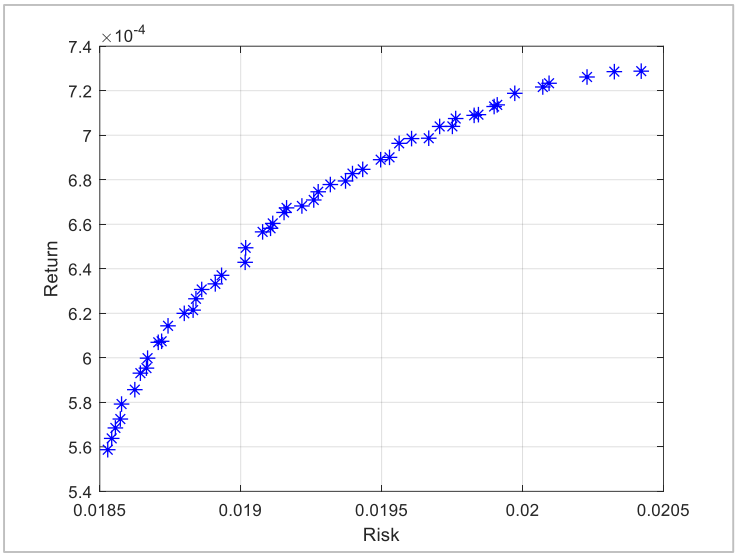
با توجه به جدول ۲، بیشترین و کمترین بازده مورد انتظار به ترتیب مربوط به شرکت زهراوی و شرکت روز دارو است.

جدول ۳ : ارزش در معرض خطر هر سهم

نام شرکت‌های داروسازی	امین	ابوریحان	زاگرس	دارو پخش	فارابی	حیان	کوثر	اسوه	رازک	سینا	زهراوی	اکسیر	روز دارو
ارزش در معرض خطر	۰/۰۴۰۰	۰/۰۳۸۷	۰/۰۴۰۰	۰/۰۱۱۶	۰/۰۳۹۷	۰/۰۳۵۲	۰/۰۳۹۸	۰/۰۳۴۱	۰/۰۲۴۶	۰/۰۲۹۹	۰/۰۳۸۷	۰/۰۴۰۰	۰/۰۳۸۷

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

با توجه به جدول ۳ کمترین ارزش در معرض خطر مربوط به شرکت دارو پخش و بیشترین ارزش در معرض خطر مربوط به سه شرکت امین، زاگرس و اکسیر است.



شکل ۱ : مرز کارا سبد بهینه‌شده به روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II)

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

در شکل ۱ مرز کارا سبد سهام الگوریتم ژنتیک چندهدفه بر مبنای ریسک ارزش در معرض خطر مشروط، برای ۵۰ پیشنهاد سرمایه‌گذاری ترسیم‌شده است. اولین عضو جمعیت موارد زیر پیشنهاد می‌کند:

جدول ۴ : وزن پیشنهادی اولین عضو الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) برای هر سهم

نام شرکت‌های داروسازی	امین	ابوریحان	زاگرس	دارو پخش	فارابی	حیان	کوثر	اسوه	رازک	سینا	زهراوی	اکسیر	روز دارو
وزن	۰/۱۲۳۶	۰/۰۳۳۶	۰/۰۰۰۰	۰/۲۳۷۱	۰/۰۰۰۰	۰/۲۴۲۷	۰/۰۰۴۶	۰/۲۰۰۳	۰/۰۲۰۷	۰/۰۰۰۰	۰/۱۱۴۹	۰/۰۲۰۵	۰/۰۱۴

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

جدول ۵ : بازده و ریسک اولین سبد پیشنهادی الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II)

بازده	۰/۰۰۰۷۲۹
ریسک	۰/۰۲۰۴۲۱

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

اولین عضو برای رسیدن به بازدهی ۰/۰۰۰۷۲۹ با ریسک ۰/۰۲۰۴۲۱ پیشنهاد می‌کند که بیشترین سرمایه‌گذاری بر روی شرکت حیان صورت گیرد.

پنجاهمین عضو نیز موارد زیر را پیشنهاد می‌کند:

جدول ۶ : وزن پیشنهادی پنجاهمین عضو الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) برای هر سهم

نام شرکت‌های داروسازی	امین	ابوریحان	زاگرس	دارو پخش	فارابی	حیان	کوثر	اسوه	رازک	سینا	زهراوی	اکسیر	روز دارو
وزن	۰/۰۸۴۸	۰/۰۴۴۵	۰/۰۳۰۳	۰/۲۳۲۵	۰/۰۰۹۹	۰/۲۲۹۱	۰/۰۳۴۴	۰/۱۸۱۳	۰/۰۱۵۱	۰/۰۰۸۹	۰/۱۰۳۰	۰/۰۲۴۷	۰/۰۰۱۰

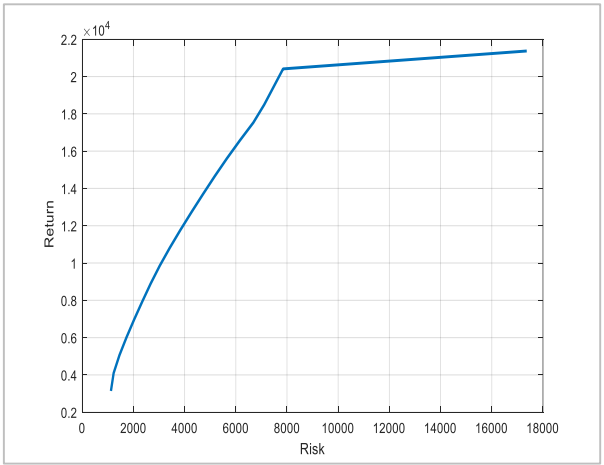
منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

جدول ۷ : بازده و ریسک پنجاهمین سبد پیشنهادی الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II)

بازده	۰/۰۰۰۶۵۸
ریسک	۰/۰۱۹۱۰۶

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

آخرین عضو نیز پیشنهاد می‌کند که بیشترین سرمایه‌گذاری بر روی شرکت دارو پخش صورت گیرد. در این تحقیق پیشنهاد عضو آخر پذیرفته می‌شود؛ زیرا در این عضو ریسک سرمایه‌گذاری کمتر شده است. پس از اجرای الگوریتم ژنتیک به مدل ماکزیمم نسبت شارپ پرداخته شد. در شکل ۲ مرز کارا سبد بهینه‌ی ماکزیمم نسبت شارپ نشان داده‌شده است:



شکل ۲. مرز کارا سبد بهینه‌شده به روش ماکزیمم نسبت شارپ

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

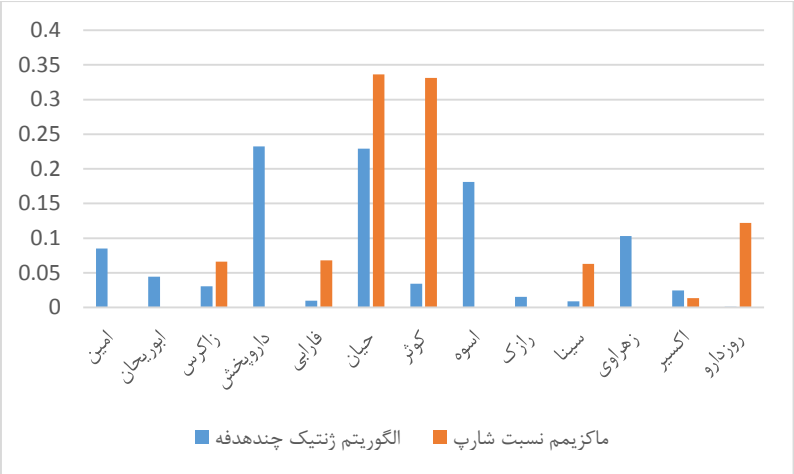
همان‌طور که در شکل ۲ ملاحظه می‌شود برای رسیدن به بازدهی ۲/۱۳۷۰ ریسک ۱/۷ سرمایه‌گذار را تهدید می‌کند.

جدول ۸ : وزن هر سهم درروش ماکزیمم نسبت شارپ

نام شرکت‌های داروسازی	امین	ابوریحان	زاگرس	دارو پخش	فارابی	حیان	کوثر	اسوه	رازک	سینا	زهراوی	اکسیر	روز دارو
وزن	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۶۵۹	۰.۰۰۰۰	۰.۰۷۰۰	۰.۳۶۳۴	۰.۲۳۱۱	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۱۴۰۱	۰.۰۰۰۰	۰.۱۳۴۰	۰.۱۲۲۲

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

همان‌طور که در جدول ۸ مشاهده می‌شود در مدل ماکزیمم نسبت شارپ به اغلب شرکت‌ها وزن صفر اختصاص داده‌شده است؛ بنابراین تنوع این سبد نسبت به سبد الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) کمتر است و لذا ریسک غیر سیستماتیک در این سبد افزایش پیدا می‌کند.



شکل ۳ : میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

با توجه به شکل ۳ الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) پیشنهاد می‌کند که بیشترین سرمایه-گذاری بر روی شرکت دارو پخش که کمترین ارزش در معرض خطر را دارد صورت پذیرد و این در حالی است که مدل ماکزیمم نسبت شارپ بیشترین وزن را به شرکت حیان اختصاص داده است.

جدول ۹ : بازده و ریسک سبدِ بهینه‌شده به دو روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه و ماکزیمم نسبت شارپ

روش	الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA II)	ماکزیمم نسبت شارپ
بازده مورد انتظار سبد (میانگین وزنی بازده مورد انتظار)	۱،۰۶۴۸	۰/۵۴۹۷
ریسک	۰/۰۱۹۱	۰/۱۵۷۷

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

همان‌طور که مشاهده می‌شود میزان بازده مورد انتظار سبد درروش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) افزایش‌یافته است و از میزان ریسک سبد کاسته شده است.

پس آزمایی سبدهای بهینه

در بررسی پس آزمایی در این پژوهش، رویکرد پنجره غلتان به کار گرفته‌شده است. در این رویکرد معمولاً پنجره تخمین ۷۰ روز ($wl = 70$) در نظر گرفته می‌شود. در هر مرحله با استفاده از داده‌های مربوط به پنجره اوزان بهینه محاسبه می‌شود. این فرآیند با غلط زدن پنجره و داده‌های جدید تکرار شده

و اوزان بهینه دوباره محاسبه می‌شود. در انتها $T - wl$ سبد طی این فرآیند حاصل خواهد شد که T دوره زمانی موردنظر و wl طول پنجره است. در هر مرحله با استفاده از اوزان محاسبه‌شده مقدار $R_{P_{t+1}}$ به‌عنوان بازده مورد انتظار خارج از نمونه سبد برای دوره $t+1$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{P_{t+1}} = w_t r_{t+1}$$

که در آن r_{t+1} بردار بازدهی در زمان $t+1$ است.

بدین ترتیب در این پژوهش از رویکرد پنجره غلتان به‌صورت ۷۰ روزه از دو روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) و ماکزیمم نسبت شارپ استفاده‌شده و بازدهی و ریسک هر سبد در آخر ۷۰ روز محاسبه‌شده است. این پس آزمایی از فروردین‌ماه ۹۵ آغاز شد و تا انتهای اسفند ۹۷ که شامل ۱۵ سبد بهینه است به طول انجامید.

جدول ۱۰ : بازده مورد انتظار ۱۵ سبد بهینه‌شده به دو روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه و ماکزیمم نسبت شارپ

روش / سبد	الگوریتم ژنتیک چندهدفه	ماکزیمم نسبت شارپ
۱	۱/۵۰۱۲	۰/۷۶۱۰
۲	۱/۷۱۲	۱/۱۲۲۵
۳	۱/۱۲۰۵	۱/۲۵۸۷
۴	۰/۷۷۸۵	۰/۵۸۹۴
۵	۱/۶۷۸۹	۰/۳۵۸۳
۶	۱/۳۶۰۶	۰/۵۹۵۷
۷	۱/۱۸۲۵	۰/۷۱۴۰
۸	۰/۶۵۹۳	۰/۷۴۸۱
۹	۰/۶۸۸۱	۰/۸۰۵۶
۱۰	۱/۰۷۸۷	۰/۱۰۹۷
۱۱	۱/۲۲۵۲	۰/۱۷۳۷
۱۲	۰/۷۰۳۲	۰/۰۵۳۸
۱۳	۰/۲۴۶۶	۰/۲۲۱۲
۱۴	۱/۰۹۷۰	۰/۰۸۵۱
۱۵	۰/۲۲۴۳	۰/۲۰۵۸
میانگین	۱/۰۱۷۱	۰/۵۲۰۲

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

همان‌طور که مشخص است میانگین بازدهی کسب‌شده از روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) برابر ۱/۰۱۷۱ است درحالی‌که میانگین بازدهی سبد ماکزیمم نسبت شارپ برابر با ۰/۵۲۰۲ است؛ بنابراین با روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) می‌توان بازدهی بیش از ۱/۰۱۷۱ را به دست آورد.

جدول ۱۱ : ریسک ۱۵ سبد بهینه‌شده به دو روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه و ماکزیمم نسبت شارپ

روش / سبد	الگوریتم ژنتیک چندهدفه	ماکزیمم نسبت شارپ
۱	۰/۰۰۸۲	۰/۴۰۲۰
۲	۰/۰۰۵۴	۰/۲۵۷۳
۳	۰/۰۰۳۸	۰/۱۶۵۱
۴	۰/۰۰۵۸	۰/۲۹۲۴
۵	۰/۰۰۵۰	۰/۰۰۱۵
۶	۰/۰۰۰۸۶۵۴	۰/۰۰۰۵۱۸۷
۷	۰/۰۰۴۶	۰/۰۰۱۸
۸	۰/۰۱۰۰	۰/۰۰۰۹۴۸۹
۹	۰/۰۰۲۸	۰/۰۰۵۹
۱۰	۰/۰۰۷۱	۰/۰۰۰۳۴۰۶
۱۱	۰/۰۰۴۷	۰/۰۰۱۱
۱۲	۰/۰۰۴۹	۰/۰۰۰۳۵۱۰
۱۳	۰/۰۴۳۳	۰/۰۰۴۳
۱۴	۰/۰۱۸۲	۰/۰۰۰۶۵۱۳
۱۵	۰/۰۰۶۷	۰/۰۳۱۹
میانگین	۰/۰۰۸۸	۰/۰۷۷۷

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

همان‌طور که مشاهده می‌شود میانگین ریسک روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) برابر ۰/۰۰۸۸ است درحالی‌که میانگین ریسک سبد ماکزیمم نسبت شارپ برابر با ۰۷۷۷/ ۰ است؛ بنابراین با روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) می‌توان ریسک کمتر یا مساوی ۰/۰۰۸۸ را متحمل شد.

آزمون فرضیه‌ها

به‌منظور آزمون نمودن فرضیه‌ها از آزمون ویلکاکسون استفاده گردید. آزمون ویلکاکسون، آزمون ناپارامتریک آزمون مقایسه زوجی است. از این آزمون نیز همانند آزمون پارامتری مقایسه زوجی برای داده‌های زوجی استفاده می‌شود با این تفاوت که فرض نرمال بودن توزیع لازم نیست. فرضیه‌های آزمون ویلکاکسون به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} H_0\colon\ \mu_d = 0 \\ H_1\colon\ \mu_d \neq 0 \end{cases}$$

d نشان‌دهنده تفاوت دو متغیراست.

جدول ۱۲ : آزمون ویلکاکسون زوجی بازده مورد انتظار روش‌ها

Asymp. Sig. (2-tailed)	Z	Sum of Ranks	Mean Rank	N		
۰/۰۰۵	۲/۷۸۳-	۱۰۹/۰۰	۸/۳۸	13^a	Negative Ranks	بازدهی
		۱۱/۰۰	۵/۵۰	2^b	Positive Ranks	
				0^c	Ties	
				15	Total	

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

a. Sharpret < GAret
b. Sharpret> GAret
c. Sharpret = GAret

با توجه به اینکه مقدار معناداری (Sig) در آزمون بازدهی‌ها برابر ۰/۰۰۵ است و کوچک‌تر از سطح خطا (۰/۰۵) است فرضیه اول پژوهش رد نمی‌شود. به‌عبارت‌دیگر در سطح اطمینان ۹۵ درصد میانگین بازده مورد انتظار سبد الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) بزرگ‌تر از بازده مورد انتظار سبد ماکزیمم نسبت شارپ است. همچنین بزرگ بودن مقدار منفی Z حاکی از آن است که بین بازده مورد انتظار روش‌ها تفاوت معناداری وجود دارد.

جدول ۱۳: آزمون ویلکاکسون زوجی ریسک روش‌ها

Asymp. Sig. (2-tailed)	Z	Sum of Ranks	Mean Rank	N		
۰/۰۰۱	۳/۴۰۸-	۰/۰۰	۰/۰۰	0^a	Negative Ranks	ریسک
		۱۲۰/۰۰	۸/۰۰	15^b	Positive Ranks	
				0^c	Ties	
				۱۵	Total	

منبع: محاسبه‌شده توسط مؤلف، ۱۳۹۹

a. Sharprsk < GArsk
b. Sharprsk> GArsk
c. Sharprsk = GArsk

نتایج حاصل از آزمون ریسک‌ها نشان می‌دهد که مقدار معناداری (Sig) برابر ۰/۰۰۱ است و کوچک‌تر از سطح خطا (۰/۰۵) است؛ بنابراین فرضیه دوم پژوهش نیز رد نمی‌شود. به‌عبارت‌دیگر با توجه به داده‌های موردبررسی در سطح اطمینان ۹۵ درصد میانگین ریسک الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) کمتر از ریسک سبد ماکزیمم نسبت شارپ است. همچنین بزرگ بودن مقدار منفی Z حاکی از آن است که بین ریسک روش‌ها تفاوت معناداری وجود دارد.

بحث و نتیجه‌گیری

بازار سرمایه تحت عوامل متعددی است، ازاین‌رو حرکت قیمت سهام غیرقابل‌پیش‌بینی است و ازآنجاکه مدل مارکوئیتز صرفاً بر روی ریسک و بازده متمرکز است، کارایی لازم را در بازارهای امروزی ندارد؛ لذا استفاده از الگوریتم‌های تکاملی جایگاه ویژه‌ای در مدیریت سبد اخذ کرده‌اند. در این پژوهش سعی شد به بهینه‌سازی سبد به کمک دو روش الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) و ماکزیمم نسبت شارپ پرداخته شود. الگوریتم ژنتیک به‌کاربرده شده در این پژوهش بر مبنای ریسک ارزش در معرض خطر مشروط است؛ لذا برای محاسبه ارزش در معرض خطر مشروط ابتدا ارزش در معرض خطر هر سهم محاسبه شد. سپس به ایجاد سبد بهینه با دو روش مذکور پرداخته شد. نتایج نشان می‌دهد که در الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) سهامی که کمترین ارزش در معرض خطر را دارد بیشترین وزن را کسب می‌کند. همچنین مقایسه دو روش حاکی از آن است که الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) بازده بیشتر و درعین‌حال ریسک کمتری را برای سرمایه‌گذار به ارمغان می‌آورد. نتایج این پژوهش با تحقیقات شیبت الحمدی و همکاران (۱۳۹۳) که نشان داده بودند، الگوریتم ژنتیک چندهدفه

(NSGA-II) ابزاری مناسب برای بهینه‌سازی سبد است مطابقت دارد. همچنین نتایج این پژوهش از این منظر که میزان ریسک در الگوریتم ژنتیک کاهش می‌یابد با تحقیقات پاک‌مرام و همکاران (۱۳۹۶) همخوانی دارد.

در انتها در راستای پژوهش‌های آتی می‌توان پیشنهاد نمود که الگوریتم ژنتیک چندهدفه بر مبنای ریسک افت سرمایه در معرض خطر مشروط به‌عنوان روشی برای بهینه‌سازی سبد به کار گرفته شود و همچنین به مقایسه این روش با مدل k-mean در انتخاب و بهینه‌سازی سبد پرداخته شود.

منابع

۱) ایاغ زهرا. بهینه‌سازی سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از شبکه‌های عصبی و مقایسه آن با الگوریتم ژنتیک. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشکده ادبیات و علوم انسانی. دانشگاه گیلان. ۱۳۹۲.

۲) احمدی مجتبی. مقایسه الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و ژنتیک در تعیین سبد بهینه سهام بر مبنای تئوری فرا مدرن پورتفولیو در بورس اوراق بهادار تهران. پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد رشته MBA گرایش مالی. دانشکده اقتصاد، مدیریت و علوم اداری. دانشگاه سمنان. ۱۳۹۱.

۳) پاک‌مرام عسگر، بحری ثالث جمال، ولی زاده مصطفی. انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک، با بهره‌گیری از مدل میانگین-نیمه واریانس مارکویتز. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۱۳۹۶. شماره ۳۱: ۴۱-۱۹.

۴) جونز چارلز پی/ تهرانی رضا، نوربخش عسگر. مدیریت سرمایه‌گذاری. چاپ ۳. تهران: انتشارات نگاه دانش؛ ۱۳۸۶.

۵) رضایی اسعد اله، فلاحتی علی، سهیلی کیومرث. بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم تجمع ذرات سه هدفه. فصلنامه نظریه‌های کاربردی اقتصاد. ۱۳۹۷. شماره ۴: ۵۲-۳۱.

۶) رهنمای رود پشتی فریدون، نیکو مرام هاشم، طلوعی اشلقی عباس، حسین زاده لطفی فرهاد، بیات مرضیه. بررسی کارایی بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از ماکزیمم نسبت شارپ پایدار در مقایسه با بهینه‌سازی مارکوئیتز. چشم‌انداز مدیریت مالی. ۱۳۹۶. شماره ۱۸ :۱۴۵-۱۲۵.

۷) شیبت الحمدی سید احمد، همتی محمد، اسفندیاری مهدی. کاربرد الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA II) در انتخاب‌پرتفوی‌بهینه‌دربورس‌اوراق‌بهادار. فصلنامه مدیریت.۱۳۹۳.شماره ۳۴ :۳۴-۲۱.

۸) شهرستانی حمیدرضا، ثوابی اصل فرهاد، بید آباد بیژن. تعمیم نظریه مارکوئیتز در بهینه‌سازی سبد سهام. پژوهشنامه اقتصادی. ۱۳۸۹. شماره ۲۰۷-۴:۲۲۹.

۹) عباسی ابراهیم، ابوالی مهدی، سربازی مهدی. انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک (NSGA II) مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۱۳۹۱. شماره ۱۰ :۳۸-۲۳.

۱۰) فرهنگ راد بهاره. بررسی مقایسه‌ای عملکرد الگوریتم ازدحام ذرات الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ترکیبی ازدحام ذرات و ژنتیک در انتخاب پرتفوی بهینه. پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته مدیریت بازرگانی- مالی. گروه مدیریت. دانشگاه مازندران ۱۳۹۵.

۱۱) میرزایی حمیدرضا، خدامی پوراحمد، پور حیدری امید. بررسی کاربرد الگوریتم ژنتیک چندهدفه در بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از شاخص‌های تکنیکال. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۱۳۹۵. شماره ۲۹ : ۸۴-۶۷.

۱۲) مرادی مجتبی، قویدل جیرسرائی مریم. انتخاب بهینه سبد سهام با استفاده از الگوریتم‌های بهبودیافته ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب و الگوریتم پارتو نیرومند با در نظر گرفتن ریسک بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی. فصلنامه دانش سرمایه‌گذاری. ۱۳۹۷. شماره ۲۸ : ۸۲-۶۹.

13) Berutich, J. M.; Lopez, F.; Luna, F.; Quintana, D. (2016). Robust technical trading strategies using GP for algoritlmic portfolio selection, Expert systems with Applications, Volume 46, Pages 315-367.

14) Chang, T. J.; Yang, S. C.; Chang, K. J. (2009). Oprtfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm, Expert Systems with Application.

15) Cornuejols, G.; Reha Tütüncü. (2006). Optimization methods in finance. Cambridge University Press. Volume 5.

16) Krokhmal, P.; Uryasev, S.; Zrazhevsky, G. (2000). Numerical comparison of CVaR and CDaR approaches: Application to hedge funds, The stochastic programming approach to asset-liability and wealth management., AIMR/ Blackwell.

17) Markowitz, H. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, Wiley, New York.

18) Woodside O.M (2011). Portfolio Optimization with Transaction cost, Doctoral thesis, school of information system, computing and mathematics, Brunel University, London.

19) Yang, X. (2006). Improving Portfolio efficiency: a Genetic Algorithm Approach, Computional Economics, Volume 28, Pages 1-14.

20) Zhu, S. (2015). Research on the portfolio optimization Model under Quantitative Constraint Based on Genetic Algorithm, Journal of Mathematical Finance, Volume 6, Pages 465-470.