فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهل و ششم / بهار ۱۴۰۰

بهینه‌سازی چندهدفه سبد سهام با استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای

حامد عسگری[۱]
جواد بهنامیان[۲]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۹/۰۳/۱۳ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۹/۰۵/۱۴

چکیده

در این تحقیق به ارائه مدلی با توجه به ماهیت داده‌های ورودی مسئله و همچنین ماهیت تصادفی رخدادهای آتی سهم‌ها پرداخته شده است. به منظور پویاسازی سبد سهام، مدل برنامه‌ریزی استفاده شده است که در آن هر یک از زمان‌های تصمیم‌گیری به عنوان یک مرحله در مدل برنامه‌ریزی تصادفی در نظر گرفته شده است. به دلیل وابستگی جواب‌های حاصل از مدل برنامه‌ریزی تصادفی با بازخورد به روش تولید سناریو، به ارائه روش مناسب تولید سناریو با توجه به ماهیت ورودی داده‌های مسئله پرداخته شده است. در نهایت اعتبار مدل ارائه شده پس از حل با نرم‌افزار گمز ارزیابی شده است. همان‌طور که نشان داده شده است استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی با بازخورد و ترکیب آن با روش تولید سناریوی معرفی شده، این امکان را به سرمایه‌گذاران می‌دهد که بتوانند برنامه‌ریزی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت برای خریدها و فروش‌های خود در بازارهای مالی را داشته و نتایج مدل تا حد خوبی نشان‌دهنده کارایی مدل حاضر در بازارهای مالی است.

کلمات کلیدی

انتخاب سبد سهام، برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای، بهینه‌سازی چندهدفه

۱-گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران. hamedasgari20@yahoo.com
۲-گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران. (نویسنده مسئول) behnamian@basu.ac.ir

مقدمه

در دنیای امروز سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی یکی از دغدغه‌های افراد است که افراد در چنین بازارهایی به دنبال کسب بازدهی بیشتر در ازای ریسک کمترهستند اولین دغدغه برای چنین افراد نحوه تخصیص دارایی نقد به هریک از سهم‌ها است بطوریکه اهداف مذکور را برآورده سازد که تحت عنوان تعیین سبد سهام بهینه[1] شناخته می شودکه روش‌های مختلفی برای انتخاب سبد توسط محققین ارائه شده است اما مسئله انتخاب سبد سهام تنها در ابتدای سرمایه‌گذاری بهترین سهم‌های منتخب را ارائه می‌دهد اما برای سرمایه‌گذاری در دنیای واقعی علاوه بر اینکه نیازمند انتخاب سبد سهام بهینه هستیم، نیازمند سیستمی هستیم که در طول زمان توانایی تصمیم داشته باشد چراکه خرید سهم‌های بهینه در یک نقطه از زمان و فروش آن در یک زمان دیگر خیلی منطقی نخواهد بود. برای افزایش سوددهی در بازارهای متلاطم مالی با توجه به ماهیت نوسانات قیمت‌ها در زمان‌های مختلف و افزایش کارایی نیازمند مدلی هستیم که در طول زمان توانایی تصمیم و تنظیم سبد سهام را دارا باشد که در واقع تفاوت بین سرمایه‌گذاری و معامله‌گری را مشخص می‌کند. لذا ضرورت ارائه مدلی که توانایی تنظیم سبد دارایی‌ها در طی زمان با توجه به عدم قطعیت در قیمت‌های آتی در بازار مالی را داشته باشد، نیاز می‌گردد. تمرکز تحقیق حاضر بر پویاسازی سبد سهام [2]و ارائه مدلی جهت تنظیم دارایی‌ها در طول زمان است. در ادامه ابتدا به مرور ادبیات و مطالعه تحقیقات انجام شده در این حوزه پرداخته شده است. سپس مدل برنامه‌ریزی خطی تولید سناریو مورداستفاده در تحقیق حاضر و مدل برنامه‌ریزی تصادفی با بازخورد به تفصیل بیان شده است. در ادامه مدل معرفی شده بر روی تعدادی از سهم‌های بازار بورس ایران حل و برنامه‌ریزی میان‌مدت برای سرمایه‌گذاری ارائه شده است.

در تحقیق حاضر به دنبال پاسخ به سؤالات زیر هستیم:

- چگونه می‌توان در طی زمان به انتخاب سبد سهام در بازارهای مالی پرداخت؟
- نحوه مدل‌سازی چندمرحله‌ای تصادفی مسئله سبد سهام چگونه می‌باشد؟
- روش تولید سناریوی مناسب برای مسئله حاضر چگونه می‌باشد؟

در دنیای واقعی یک سرمایه‌گذار این امکان را دارد که در هر دوره از زمان سبد سرمایه‌گذاری خود را مورد ارزیابی قرار دهد. به همین دلیل معمولاً استراتژی‌های سبد سرمایه‌گذاری به صورت چند دوره‌ای در نظر گرفته می‌شوند. برای نزدیک شدن به دنیای واقعی، هزینه معاملات باید در فرضیات مسئله اضافه گردد. در ادامه ابتدا پیشینه تحقیق شرح داده خواهد شد سپس مدل موردنظر معرفی و در

انتها نتایج مدل موردبررسی قرارگرفته می‌شود. همچنین پیشنهادهایی جهت تحقیقات آتی ارائه شده است.

پیشینه پژوهش

به دلایل محدودیت‌های سخت‌افزاری و نرم‌افزاری، تاریخچه کاربرد عملی این شاخه از علم به ندرت به دو دهه اخیر بازمی‌گردد. اولین تلاش‌های صورت گرفته در این حوزه به کارهای زنوس باز می‌گردد [۱]. مسائل چند دوره‌ای حالت کلی‌تر از مسائل تک دوره‌ای هستند بطوریکه سرمایه‌گذار در آن‌ها یک‌رشته از تصمیمات را اتخاذ می‌کند. که هر تصمیم بروی تصمیمات آینده اثرگذار خواهد بود و هدف بهینه‌سازی تخصیص دارایی‌ها در هر دوره زمانی است به گونه‌ای که امید مطلوبیت ثروت در آخرین دوره زمانی بیشینه گردد. این‌گونه مسائل کاربردهای زیادی در دنیای واقعی دارند. زیمبایک مدل خطی برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای برای تخصیص دارایی‌ها ارائه داد که تابع هدف آن استفاده از ریسک در بدترین حالت ممکن بود [۲].

بالسترو مسئله بهینه‌سازی سبد سهام چند دوره‌ای را با روش برنامه‌ریزی آرمانی حل کرد [۳]. لئو سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای میانگین-کشیدگی را در محیط فازی ارائه داد ونشان داد که این مدل نسبت به مدل‌هایی که از کشیدگی به عنوان سنجه ریسک استفاده نکرده‌اند عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد [۴]. نالان گولپینار از برنامه‌ریزی تصادفی برای مسئله مدیریت پورتفولیو با توجه به هزینه معاملات استفاده کرد و با قراردادن این پارامتر تأثیرگذار به بررسی تأثیر آن بر بازده و ریسک سبد دارایی‌ها در انتهای دوره پرداخت [۵]. امره بالبیک از یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه و همچنین برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای به منظور مدیریت بدهی‌های دولتی استفاده کرد که همزمان با استفاده از این مدل عدم قطعیت را وارد مدل کرده بود. این مدل به منظور طراحی استراتژی‌های مختلف تصمیم‌گیرنده در مقابل شرکت‌های بیمه‌ای طراحی شده بود [۶]. فوائدبن عبدالزاده به ارائه مدلی تحت عنوان تابع مطلوبیت برای تصمیم‌گیرنده در مدل برنامه‌ریزی تصادفی آرمانی پرداخت که اولویت‌های سرمایه‌گذار را وارد مدل می‌کرد. در شرایطی که تصمیم‌گیرنده به صورت قطعی توانایی اولویت‌بندی توابع هدف خود را نداشته باشد، مدل مورد معرفی می‌تواند کارایی خوبی داشته باشد [۷].

پیترکلاسن به ارائه مدلی پرداخت که به تولید سناریو برای قیمت‌های سهام با توجه به فرصت‌های آربیتراژ می‌پرداخت او در این مدل توانست سناریوهای گسسته‌ای تولید کند که با توجه به اطلاعات گذشته قیمت‌ها بهترین تخمین‌ها از آینده را برای تصمیم‌گیرنده ارائه می‌داد. ایراد اصلی این مدل غیرخطی بودن و ناکارا شدن مدل در صورت بزرگ شدن مسئله بود [۸].اولیویرا از برنامه‌ریزی تصادفی

چندمرحله‌ای برای مدیریت دارایی‌ها در صندوق‌های بازنشستگی استفاده کرد. او همچنین در مدل خود از قیمت‌های دارایی‌ها به عنوان پارامتر تصادفی بهره برد و حالت‌های مختلف محتمل را در قالب درخت سناریو ارائه داد [۹]. مسری برای تابع هدف مسئله خود از چندین هدف تصادفی استفاده کرد. این روش این امکان را به سرمایه‌گذار می‌دهد که برای تابع هدف چندین مقدار موردنظر را از قبل تنظیم کند. او در مدل خود برای حداقل مقدار موردقبول بازده سبد خود از روش محدودیت‌های احتمالی استفاده و نتایج مدل خود را در بازارهای مالی بحرین مورد آزمایش قرارداد [۱۰]. چاتسانگا به منظور انتخاب بهینه سبددارایی ها از برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای استفاده کرد او همچنین هزینه معاملات را نیز در مدل خود لحاظ کرد. به منظور واردکردن اثر بازده در مدل خود از یک روش جدید تولید سناریو استفاده کرد و ثابت کرد چنانچه بازده دارایی‌ها از توزیع نرمال پیروی نکند نسبت به مدل‌های موجود کارایی بهتری خواهدداشت [۱۱].

امیلی و همکاران به ارائه روش‌های برنامه‌ریزی در انتخاب پرتفولیو در شرکت‌های دارویی پرداخته‌اند. ابتدا از یک روز برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته برای تشکیل سبد استفاده کردند. آن‌ها همچنین از برنامه‌ریزی تصادفی نیز برای مدل‌سازی شرایط مطرح شده استفاده کرده‌اند [۱۲]. لیبو به ارائه مدل ریاضی برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای برای انتخاب بهینه سبد سهام پرداخته است. در این مدل نیز از تولید سناریو برای تشکیل درخت سناریو استفاده شده است. نتایج عددی نشان‌دهنده امیدبخش بودن مدل ارائه شده به خصوص در شرایط سقوط بازارهای مالی بوده است [۱۳]. لورنس و همکاران به بررسی مسئله بهینه‌سازی سبد سهام چندمرحله‌ای پرداخته‌اند. در مدل ارائه شده تابع هدف کمینه‌سازی ریسک بوده است. در این مدل از سری‌های زمانی برای ایجاد سناریوها استفاده شده است و درنهایت مدل ارائه شده درروی نمونه‌های موردی مورد آزمایش قرارگرفته است که نتایج تحقیقات آن‌ها نشان‌دهنده امیدبخش بودن مدل ارائه شده توسط آن‌ها می‌باشد [۱۴]. توانا و همکاران همچنین به بررسی مسئله انتخاب سبد سهام پرداخته‌اند. به دلیل عدم قطعیت موجود در بازارهای مالی در تحقیق ارائه شده توسط آن‌ها نرخ بازده به صورت تصادفی در نظر گرفته شده است. مدل ریاضی تصادفی ارائه شده توسط آن‌ها غیرخطی بوده است بنابراین از معادل خطی مدل ارائه شده برای حل مدل استفاده کرده‌اند. درنهایت هم به وسیله نتایج عددی نحوه کارکرد مدل خود را نشان داده‌اند [۱۵]. منصور و همکاران به ارائه مدل ریاضی چند هدفه برای انتخاب سبد سهام پرداخته‌اند که در مدل آن‌ها بازده به صورت فازی در نظر گرفته شده است. در این مدل همچنین به سرمایه‌گذار این امکان داده شده است که بتواند به صورت هم‌زمان توابع هدف متناقضی داشته باشد. همچنین در مدل ارائه شده توسط آن‌ها ترجیحات سرمایه‌گذار

نیز درون مدل در نظر گرفته شده است. درنهایت مدل ارائه شده در بازار سهام تونس موردبررسی و آزمایش قرارگرفته است [۱۶].

در تحقیق حاضر بررسی دوهدفه مدل که هم‌زمان ریسک و بازده دارایی‌ها را در طول افق برنامه‌ریزی به صورت هم‌زمان در نظر می‌گیرد کاستی‌های مدل‌های تک‌هدفه را تا حد امکان برطرف می‌سازد همچنین استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای این امکان را به سرمایه‌گذار می‌دهد که بتواند برنامه‌ریزی بلندمدتی برای دارایی‌های خود داشته باشدکه خود مزیت مدل نسبت به مدل‌های تک مرحله‌ای می‌باشد. علاوه بر این رویکرد سناریو محور پژوهش حاضر، دید دقیق‌تری نسبت به مدل‌هایی که از قیود احتمالی استفاده کرده‌اند ارائه می‌دهد که خود تأثیر بسزایی در مواجهه با مسائل دنیای واقعی ایفا می‌کند. همچنین گنجاندن هزینه معاملات در مدل علاوه بر واقعی‌تر کردن مدل حاضر سرمایه‌گذاران را از معاملات بیش‌ازحد سهام‌ها منع می‌کند.

روش‌شناسی تحقیق

در پژوهش حاضر از برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای به منظور تعیین مقادیر مناسب خریدوفروش هر سهم در سبد دارایی در نقاط گسسته زمانی استفاده شده است. ازآنجاکه نتایج این مدل‌ها به شدت تحت تأثیر روش مناسب تولید سناریو قرار دارد، یک مدل تولید سناریو به منظوربدست آوردن سناریوهای گسسته با توجه به اطلاعات گذشته سهم‌ها استفاده شده است.

برنامه‌ریزی تصادفی [۳]تکنیکی است که به مدل‌سازی آن دسته از مسائل بهینه‌سازی می‌پردازد که در آن‌ها برخی از داده‌های مسئله غیرقطعی فرض می‌شوند. این تکنیک در مقایسه با روش یک سناریو معمولاً جواب‌های واقعی‌تری تولید می‌کند و به طور مستقیم کمبودهای مدل‌های قطعی را پوشش می‌دهد. در این مدل‌ها عدم قطعیت می‌تواند در قالب درخت سناریو مدل گردد. یک روش نامناسب تولید سناریو نمی‌تواند ویژگی‌های اصلی پارامتر تصادفی مسئله را نمایان سازد و باعث گمراه‌کننده بودن جواب‌های حاصل از مسئله برنامه‌ریزی تصادفی خواهد شد.

مهم‌ترین‌ویژگی مسائل برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای تقسیم تصمیمات به چندگروه یا مرحله [۴] است که تصمیم‌گیرنده در مرحله اول تصمیماتی را اتخاذ می‌کند سپس یک رویداد تصادفی رخ می‌دهد که بر عملکرد تصمیمات مرحله اول تأثیر می‌گذارد. آنگاه تصمیم مرحله دوم گرفته می‌شود که سعی می‌کند تأثیرات نامطلوب احتمالی تصمیمات مرحله اول راجبران کند سپس رویداد تصادفی مرحله دوم رخ می‌دهد که بر عملکرد تصمیمات مرحله اول و دوم تأثیر می‌گذارد. آنگاه تصمیم مرحله سوم اتخاذ می‌گردد و این روند ادامه میابد تا وقتی‌که تصمیم مرحله نهایی اتخاذ گردد.

در یک مسئله برنامه‌ریزی چندمرحله‌ای[۵]، مرحله لزوماً وابسته به دوره نیست. بلکه گام‌های مختلف در فرایند تصمیم‌گیری است. در این مسئله، می‌توان عدم قطعیت را در قالب یک درخت سناریوی چند سطحی بیان کرد که حالات ممکن وقوع دنباله‌ای از وقایع را نشان می‌دهد. تصمیماتی را که قبل از مشاهده پارامترهای تصادفی گرفته می‌شود تصمیمات مرحله اول [۶]می‌نامیم و فاصله زمانی را که در آن این تصمیمات اتخادمیشوند، مرحله اول می‌نامیم.

در استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی، یک مرحله تأثیرگذار نحوه تولید سناریوی [۷]مناسب می‌باشد. تعداد و ساختار سناریوها به صورت مستقیم با پیچیدگی و قابلیت اطمینان [۸]مدل رابطه مستقیم دارد.

در عمل تابع توزیع پارامترهای تصادفی در مسئله برنامه‌ریزی تصادفی می‌بایست با تعدادی محدودی از خروجی‌های گسسته تخمین زده شودکه به این تخمین‌های گسسته که در قالب حالت‌های مختلف پارامتر ورودی منعکس می‌گردد اصطلاحاً سناریو گفته می‌شود. کیفیت تولید سناریو به شدت برجواب های حاصل از برنامه‌ریزی تصادفی تأثیرگذار می‌باشد. در اینجا به معرفی یکی از مدل‌های معروف تولید سناریو در مسائل برنامه‌ریزی تصادفی می‌پردازیم. که تحت عنوان تطبیق ویژگی‌ها [۹]شناخته می‌شود.

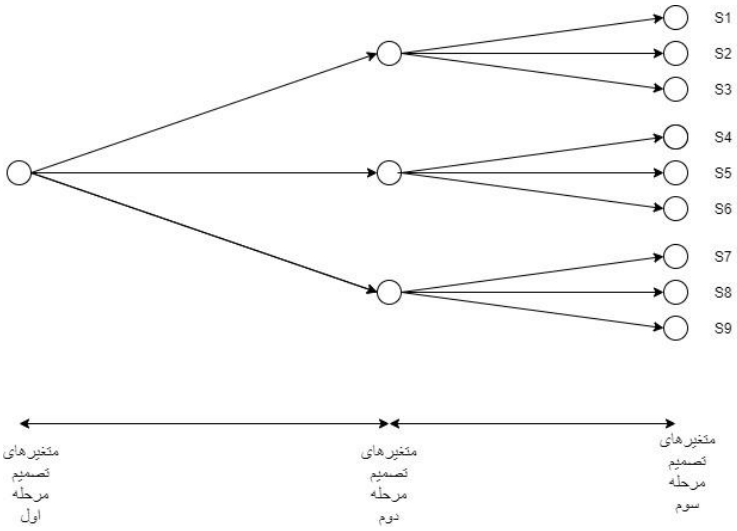
این روش یکی از روش‌های معروف تولید سناریو در مسائل برنامه‌ریزی تصادفی می‌باشد. زمانی که پارامتر تصادفی مسئله از توزیع خاصی پیروی نمی‌کند این روش کاربرد وسیعی داردکه تلاش می‌کند با توجه به ویژگی‌های آماری پارامتر تصادفی از قبیل میانگین، واریانس، چولگی و کشیدگی خروجی‌هایی گسسته را طوری معرفی کند که تا حد امکان به ویژگی‌های ورودی مسئله نزدیک باشد و با حداقل تعداد خروجی، نزدیک‌ترین توصیف را از ورودی‌های مسئله داشته باشد. در این راستا پیشنهاد شده است چنانچه وابستگی بین مراحل تصمیم‌گیری در برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای در نظر گرفته نشود به سادگی می‌توان مدل تولید سناریو تک‌مرحله‌ای را به مدل چندمرحله‌ای تعمیم داد [۱].

قبل از معرفی روش تولید سناریو ابتدا می‌بایست در این روش به تعداد سناریوهای موردنیاز با استفاده از داده‌های گذشته سهم‌ها تعدادی از مقادیر گذشته بازده سهم‌ها به عنوان نماینده اطلاعات گذشته استخراج شده و با استفاده از روش تولید سناریویی که در ادامه شرح داده می‌گردد احتمال هر یک از این مقادیر با توجه به ویژگی‌های آماری هریک از سهام‌ها محاسبه گردد و به عنوان خروجی مدل یا همان سناریوهای آینده مورداستفاده قرار گیرد. در اینجا ابتدا به معرفی روش استخراج داده‌های گذشته پرداخته، سپس با استفاده از یک مدل خطی برنامه‌ریزی احتمال هریک از حالات محاسبه می‌گردد.

در این روش ابتدا دامنه تغییرات گذشته بازده هر سهم به صورت جداگانه در نظر گرفته شده و به تعداد سناریوهای موردنیاز به بازه‌های مساوی تقسیم می‌گردد سپس از هر قسمت یک مقدار به صورت

تصادفی انتخاب شده و به عنوان نماینده بقیه نقاط آن قسمت در نظر گرفته می‌شود. سپس مقادیر انتخاب شده هریک از سهم‌ها به عنوان ورودی برنامه‌ریزی زیر وارد مدل شده و با توجه به داده‌های آماری گذشته، مقادیر احتمال هریک از این خروجی‌ها محاسبه می‌گردد.

در ادامه نمونه ای از درخت سناریو ایجاد شده به همراه تعریف متغیرهای مسئله حاضر برای درک بهتر مدل ارائه شده آورده شده است.



شکل ۱: درخت سناریو

به عنوان‌مثال فرض می‌شود سرمایه‌گذار قصد سرمایه‌گذاری بر روی دو سهم (x_i) مختلف را دارد. همچنین مقدار (w_0) برای سرمایه‌گذاری در دسترس می‌باشد. بر اساس تاریخچه سهم‌ها، هرکدام از آن‌ها نرخ بازده (r_i) را داشته‌اند. فرض می‌شود سه سناریو مختلف بر اساس ترکیب مختلف بین این سهم‌ها در آینده وجود خواهد داشت که احتمال هرکدام برابر (p^s) است. بر اساس اینکه کدام سناریو در آینده رخ خواهد داد، مقدار هر سهم درون سبد دارایی (x_{it}^s) متفاوت خواهد بود. همچنین در مدل ارائه شده فرض شده است که پس از وقوع هریک از سناریوها، می‌توان مقادیر بیشتری از هر سهم (P_{it}^s) را خریداری و یا مقداری از آن را (Q_{it}^s) فروخت. هدف سرمایه‌گذار رسیدن به مقداری از پیش تعیین شده (G) با حداقل انحرافات می‌باشد (dn_T^s, dp_T^s). در این مدل همچنین به دنبال کمینه‌سازی هزینه معاملات (f_3) و نیز بیشینه‌سازی بازده سبد سهام (f_2) هستیم. در این مدل، به تصمیماتی که در مرحله اول و قبل از وقوع سناریوها انجام می‌شود تصمیم مرحله اول گفته می‌شود و متغیر متناظر با آن متغیر تصمیم مرحله اول (x_i) نام دارد. متغیرهای دیگری که پس از وقوع سناریو می‌باید در مورد آن‌ها تصمیم

گرفته شود، متغیرهای تصمیم مرحله دوم و سوم $(x_{it}^s, P_{it}^s, Q_{it}^s)$ نام دارند. لازم به ذکر است در مدل ارائه شده مقدار بازده آتی هر سهم (r_{it}^s) به عنوان متغیر تصادفی در نظر گرفته شده است.

فرضیه‌ها و معرفی مدل

فرضیات در نظر گرفته شده در این تحقیق به صورت زیر می‌باشد:

- سرمایه‌گذار به دنبال کسب بیشترین بازده و کمترین ریسک است.
- بازده سهام به صورت تصادفی در نظر گرفته شده است.
- احتمال سناریوهای پیش رو برابر فرض شده است.
- هزینه معاملات در مدل ریاضی لحاظ شده است.
- در طول دوره امکان خریده‌ای مازاد و فروش‌های سهام‌های خریداری شده وجود دارد.

در ادامه به معرفی پارامترها و متغیرهای مورداستفاده برای تولید سناریو در تحقیق حاضر پرداخته شده است.

S	تعداد کل سناریوها
r	نرخ بازده گذشته سهم‌ها
$\sum_{ij} cov_{ij}$	ماتریس کوواریانس بین دو سهم i و j
$\sum_{i,j} cov_{ij}^{p}$	انحراف مثبت از کوواریانس بین دو سهم i و j
$\sum_{i,j} cov_{ij}^{n}$	انحراف منفی از کوواریانس بین دو سهم i و j
M_{3i}	بردار چولگی سهم i
M_{3i}^{p}	انحراف مثبت از بردار چولگی سهم i
M_{3i}^{n}	انحراف منفی از بردار چولگی سهم i
M_{4i}	بردار تیزی سهم i
M_{4i}^{p}	انحراف مثبت از بردار تیزی سهم i
M_{4i}^{n}	انحراف منفی از بردار تیزی سهم i

r_i^s بازده مورد انتظار سهم i طبق سناریو s

p^s احتمال سناریو s

به منظور تولید سناریو، توسط محققان ثابت شده است که در نظر گرفتن ویژگی آماری از قبیل (میانگین، واریانس، چولگی و تیزی) میتواند معیارهای خوبی برای ایجاد سناریو های محتمل در آینده باشد [۱۷]. مدل برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر قابل‌تعریف هست:

$$min \sum_{i.j}^{n} (\sum cov_{ij}^{p} + \sum cov_{ij}^{n}) + \sum_{i}^{n} (M_{3i}^{p} + M_{3i}^{n}) + \sum_{i}^{n} \left(M_{4i}^{p} + M_{4i}^{n}\right) \quad (۱)$$

$$s.t.: \sum_{s=1}^{S} (r_i^s - r)(r_i^s - r)p_i^s + \sum_{i,j} cov_{ij}^{n} - \sum_{i,j} cov_{ij}^{p} = \sum_{ij} cov_{ij} \quad \forall i \quad (۲)$$

$$\sum_{s=1}^{S} (r_i^s - r)^3 p_i^s + M_{3i}^{n} - M_{3i}^{p} = M_{3i} \quad \forall i \quad (۳)$$

$$\sum_{s=1}^{S} (r_i^s - r)^4 p_i^s + M_{4i}^{n} - M_{4i}^{p} = M_{4i} \quad \forall i \quad (۴)$$

$$\sum_{i=1}^{S} p_i^s = 1 \quad (۵)$$

$$\sum cov_{ij}^{p}, \sum cov_{ij}^{n}, M_{3i}^{p}, M_{3i}^{n}, M_{4i}^{p}, M_{4i}^{n}, p_i^s \geq 0 \quad (۶)$$

تابع هدف شماره (۱) به دنبال مینیمم سازی انحرافات از مقادیر واریانس، تیزی و چولگی می‌باشد. محدودیت‌های (۲) و (۳) و (۴) باعث می‌گردد مقادیر احتمالات هر خروجی طوری تعیین گردد که تا حد امکان به ویژگی‌های آماری داده‌های ورودی نزدیک باشند. محدودیت (۵) بیان‌کننده این موضوع است که مجموع احتمالات می‌بایست برابر یک باشد.

پس از بدست‌آوردن سناریوی مناسب برای مسئله مذکور در ادامه مدل برنامه‌ریزی و چند مرحله‌ای ارائه شده در تحقیق حاضر با توجه به سناریوهای به دست آمده از مرحله قبل در صورت وجود چند تابع هدف [۱۰]مختلف حل شده و نتایج مدل برای سهم‌های مختلف ارائه می‌شود. در ادامه به معرفی مدل برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای پرداخته و سپس نتایج مدل برای سهم‌های منتخب از مجموعه سهم‌های بورس ایران موردبررسی قرار می‌گیرد. در این مدل همچنین هزینه معاملات به عنوان معیاری

مهم در تصمیم‌گیری‌های مالی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در این مدل، اجازه سرمایه‌گذاری خارجی و برداشت وجه به مقداری محدود به سرمایه‌گذار داده شده است.

در ادامه اندیس ها، پارامترها و نیز متغیرهای تصمیم معرفی شده است:

اندیس‌ها

i	اندیس سهم ها
t	اندیس زمان
s	اندیس سناریو

پارامترها

w_0	سرمایه اولیه فرد سرمایه گذار
r_{it}^s	بازده سهم i در زمان t طبق سناریو s
G	هدف نهایی سرمایه گذار
w_1	وزن هدف اول که توسط تصمیم گیرنده تعیین میشود
w_2	وزن هدف دوم که توسط تصمیم گیرنده تعیین میشود
p^s	احتمال هر سناریو
r_i	نرخ بازده گذشته سهم i
α	هزینه انجام معاملات
k	بیشترین درصد مجاز برای خرید از هر سهم

متغیرهای تصمیم

x_{it}^s	مقدار سرمایه گذاری شده در سهم i در زمان t طبق سناریو s
P_{it}^s	مقدار مازاد خریداری شده از سهم i در زمان t طبق سناریو s
Q_{it}^s	مقدار فروخته شده از سهم i در زمان t طبق سناریو s
dn_T^s	مقدار انحراف منفی از هدف سرمایه گذار در انتهای سرمایه گذاری طبق سناریو s
dp_T^s	مقدار انحراف مثبت از هدف سرمایه گذار در انتهای سرمایه گذاری طبق سناریو s

x_i مقدار خریداری شده از سهم i در ابتدای سرمایه گذاری

مدل ریاضی تحقیق به شرح زیر می‌باشد:

$$Min\ f_1 = w_1 \sum_s p^s (dn_T^s - dp_T^s) \quad (۷)$$

$$Max \quad f_2 = w_2 (\sum_i r_i x_i + \sum_s p^s (\sum_i r_{iT-1}^s x_{iT}^s)) \quad (۸)$$

$$Min\ f_3 = \sum_i \alpha x_i + \sum_i \sum_t \sum_s \alpha (P_{it}^s + Q_{it}^s) \quad (۹)$$

$$s.t.: \sum_i (1+\alpha) x_i = w_0 \quad (۱۰)$$

$$x_{it-1}^s r_{it-1}^s + P_{it}^s - Q_{it}^s = x_{it}^s \qquad t > 1, \forall s, \forall i \quad (۱۱)$$

$$\sum_i x_{iT}^s + dn_T^s - dp_T^s = G \qquad \forall s \quad (۱۲)$$

$$P_{it}^s \le k \sum_i \sum_s x_{it}^s \qquad \forall t \quad (۱۳)$$

$$x_i \le k w_0 \qquad \forall i \quad (۱۴)$$

$$w_1 + w_2 = 1 \quad (۱۵)$$

$$x_{it}^s, P_{it}^s, Q_{it}^s, dn_t^s, dp_t^s \ge 0 \quad t = 0,1,\dots,T \ \ i = 1,2,\dots,n \ \ s = 1,2,\dots,S \quad (۱۶)$$

تابع هدف اول در معادله (۷) به مینیم‌سازی انحراف منفی و مثبت از مقدار هدف سرمایه‌گذاری می‌پردازد. تابع هدف دوم در معادله (۸) به ماکزیمم سازی بازده در هریک از نقاط تصمیم‌گیری می‌پردازد. تابع هدف سوم در معادله (۹) به کمینه‌سازی هزینه معاملات در مراحل تصمیم‌گیری می‌پردازد. محدودیت شماره (۱۰) محدودیت بودجه‌ای را در ابتدای زمان نشان می‌دهد. محدودیت (۱۱) نشان‌دهنده محدودیت تعادل برای دارایی‌های ریسکی در هر نقطه از زمان می‌باشد. محدودیت (۱۲) بیان‌کننده این اصل که مقدار ارزش دارایی سرمایه‌گذار در هرلحظه از تصمیم‌گیری می‌بایست تا حد امکان به مقدار هدف سرمایه‌گذاری نزدیک باشد. محدودیت (۱۳) و (۱۴) بیان می‌کنند که در مراحل تصمیم‌گیری بیشترین مقدار مجاز برای خرید از هر سهم از حد مشخصی که توسط سرمایه‌گذار تعیین می‌شود نباید

بیشتر باشد. محدودیت (۱۵) بیان می‌کند که مجموع وزن اهداف اول و دوم می بایست برابر یک باشد.

روش ال پی متریک

در این تحقیق به منظور تک هدفه کردن مدل چند هدفه ارائه شده از روش ال پی متریک استفاده شده است. به صورت زیر اهداف مورداستفاده در این تحقیق تبدیل به یک هدف شده است.

$$f(x) = (\left(\frac{f_1^* - f_1}{f_1^*}\right)^2 + \left(\frac{f_2^* - f_2}{f_2^*}\right)^2 + \left(\frac{f_3^* - f_3}{f_3^*}\right)^2)^{1/2} \quad (۱۷)$$

در معادله (۱۷) مقدار f_1 برابر تابع هدف اول مسئله که همان کمینه‌سازی انحرافات است می‌باشد. مقدار f_2 بازده سبد سهام را نمایش می‌دهد که تابع هدف دوم مدل می‌باشد و نهایتاً مقدار f_3 تابع هدف سوم مدل ریاضی که همان کمینه‌سازی هزینه معاملات است می‌باشد. مقادیر ستاره‌دار مقدار بهینه هر هدف را نمایش می‌دهد.

یافته‌های پژوهشی

در این تحقیق از برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای به منظور تصمیم‌گیری در مورد خرید و فروش سهم‌های پیشنهادی تصمیم‌گیرنده استفاده شده باعث می‌گردد با توجه به تاریخچه سهم‌ها و افق زمانی تصمیم‌گیرنده و حالات مختلف پیش رو بهترین تصمیم در حال حاضر گرفته شود. از درخت سناریو به منظور مواجهه با عدم قطعیت بازده سهم‌ها در طول زمان بهره گرفته شده است. همچنین استفاده از مدل برنامه‌ریزی خطی مذکور علاوه بر ایجاد سناریوهای منطبق بر واقعیت بر اساس اطلاعات تاریخی سهم‌ها این امکان را به سرمایه‌گذار می‌دهد در ابعاد بزرگ مسئله نیز بتواند در کمترین زمان ممکن از چنین سناریوهایی بهره‌مند گردد. نتایج مدل حاکی از آن است که استفاده از مدل مذکور می‌تواند راهنمای خوبی به منظور تخصیص بهینه دارایی‌ها به منظور حداکثر سازی بازده سبد دارایی‌ها و درعین‌حال مینیمم سازی ریسک سرمایه‌گذاری به سرمایه‌گذاران بازارهای مالی ارائه دهد. همچنین این امکان در مدل به تصمیم‌گیرنده داده شده است که با توجه به ریسک‌پذیر یا ریسک گریز بودن، توابع هدف خود را اولویت‌بندی کند. قراردادن هزینه معاملات در مدل به عنوان یکی از اصلی‌ترین پارامترهای تأثیرگذار، تصمیم‌گیرنده را از انجام بیش از حد خرید وفروش ها بر حذر می‌دارد. درنهایت در مدل ارائه شده در پژوهش حاضر تصمیم‌گیرنده این امکان را خواهد داشت که با تعیین هدف سرمایه‌گذاری خود قبل از برنامه‌ریزی، تا حد امکان سرمایه‌گذاری به هدف سرمایه‌گذار نزدیک شده و بتواند خواسته‌های

سرمایه‌گذار را تا حد امکان پوشش دهد.

جدول ۱: سناریوهای موردنظر برای سبد سهام پیشنهادی شماره ۱

پرتفوی ۱				
سناریو	چادرملو	فملی	وبملت	تاپیکو
۱	-۴,۷۵	-۰,۱۴	-۰,۳۸	۱,۷۸
۲	-۰,۱۶	-۰,۰۷	۰	۱,۸۴
۳	-۴,۷۶	-۰,۱۲	-۰,۱۹	۱,۳۱
۴	-۰,۱۸	-۰,۷	۰,۳۸	۲,۷۷
۵	-۱,۸۴	-۰,۱۵	-۰,۱۳	-۰,۲۴
۶	-۰,۳	۰	۰,۴۷	۲,۷۶
۷	-۴,۷	-۰,۶۹	-۱,۴	-۳,۸۴
بازده	-۱,۸۴	-۰,۱۵	-۰,۱۳	-۰,۲۴
چولگی	-۱,۰۷	۷,۳۸	۳,۷۸	-۰,۸۴
تیزی	-۰,۸	-۲,۶۱	۱,۸۱	-۰,۵۲
واریانس	۳,۵	۰,۰۳	۰,۲۱	۳,۵۳

جدول ۲: سناریوهای موردنظر برای سبد سهام پیشنهادی شماره ۲

پورتفوی ۲				
سناریو	شبندر	چادرملو	فملی	وبملت
۱	-۱,۲۲	-۴,۷۵	-۰,۱۴	-۰,۳۰
۲	-۱,۰۷	-۰,۱۶	-۰,۰۷	۰
۳	۳,۸۲	-۴,۷۶	-۰,۱۲	-۰,۱۹
۴	-۳,۶۶	-۰,۱۸	-۰,۷	۰,۳۸
۵	-۰,۳۴	-۱,۸۴	-۰,۱۵	-۰,۱۳
۶	۳,۹	-۰,۳	۰	۰,۴۷
۷	-۳,۸	-۴,۷	-۰,۶۹	-۱,۴
بازده	-۰,۳۴	-۱,۸۴	-۰,۱۵	-۰,۱۳
چولگی	-۱,۴۴	-۱,۰۷	۷,۳۸	۳,۷۸
تیزی	۰,۳۳	-۰,۸	-۲,۶۱	-۱,۸۱
واریانس	۸,۲۵	۳,۴	۰,۰۳	۰,۲۱

جدول ۳: سناریوهای موردنظر برای سبد سهام پیشنهادی شماره ۳

پرتفوی ۳				
سناریو	فملی	وبملت	تاپیکو	خودرو
۱	-۰,۱۴	-۰,۳۸	۱,۷۸	-۱,۲۸
۲	-۰,۰۷	۰	۱,۸۴	-۰,۲۶
۳	-۰,۱۲	-۰,۱۹	۱,۳۱	۰,۷۱
۴	-۰,۷	۰,۳۸	۲,۷۷	-۱,۹
۵	-۰,۱۵	-۰,۱۳	-۰,۲۴	-۰,۹۸
۶	۰	۰,۴۷	۲,۷۶	۱
۷	-۰,۶۹	-۱,۴	-۳,۸۴	-۴,۷
بازده	-۰,۱۵	-۰,۱۳	-۰,۲۴	-۰,۹۸
چولگی	۷,۳۸	۳,۸۷	-۰,۸۵	-۰,۶۹
تیزی	-۲,۶۱	-۱,۸۱	-۰,۵۲	-۱,۲۸
واریانس	۰,۰۳	۰,۲۱	۳,۵۳	۲,۸۵

جدول ۴: احتمال هریک از سناریوها بعد از حل مدل تولید سناریو برای سبد پیشنهادی شماره ۱

پرتفوی ۱				
احتمال	چادرملو	فملی	وبملت	تاپیکو
۱	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۰
۴	۰	۰	۰,۲۲	۰
۵	۱	۰	۰,۷۸	۱
۶	۰	۰,۹۲	۰	۰
۷	۰	۰,۰۸	۰	۰
بازده	-۱,۸۴	-۰,۱۵	-۰,۱۳	-۰,۲۴
چولگی	-۱,۰۷	۷,۳۸	۳,۷۸	-۰,۸۵
تیزی	-۰,۸	-۲,۶۱	-۱,۸۱	-۰,۵۲
واریانس	۳,۴	۰,۰۳	۰,۲۱	۳,۵۳

جدول ۵: احتمال هریک از سناریوها بعد از حل مدل تولید سناریو برای سبد پیشنهادی شماره ۲

پرتفوی ۲				
احتمال	شبندر	چادرملو	فملی	وبملت
۱	۰,۱۷	۰	۰	۰
۲	۰	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۰
۴	۰	۰	۰	۰,۵۹
۵	۰,۸۳	۱	۰	۰,۴۱
۶	۰	۰	۰,۹۳	۰
۷	۰	۰	۰,۰۷	۰
بازده	-۰,۳۴	-۱,۸۴	-۰,۱۵	-۰,۱۳
چولگی	-۱,۴۴	-۱,۰۷	۷,۳۸	۳,۷۸
تیزی	۰,۳۳	-۰,۸	-۲,۶۱	-۱,۸۱
واریانس	۸,۲۵	۳,۴	۰,۰۳	۰,۲۱

جدول ۶: احتمال هریک از سناریوها بعد از حل مدل تولید سناریو برای سبد پیشنهادی شماره ۳

پرتفوی ۳				
احتمال	فملی	وبملت	تاپیکو	خودرو
۱	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۰	۰	۰,۳۱
۳	۰	۰	۰	۰
۴	۰	۰,۲۲	۰	۰
۵	۰	۰,۷۸	۱	۰,۶۹
۶	۰,۹۲	۰	۰	۰
۷	۰,۰۸	۰	۰	۰
بازده	-۰,۱۵	-۰,۱۳	-۰,۲۴	-۰,۹۸
چولگی	۷,۳۸	۳,۷۸	-۰,۸۵	۰,۶۹
تیزی	-۲,۶۱	-۱,۸۱	-۰,۵۲	-۱,۲۸
واریانس	۰,۰۳	۰,۲۱	۳,۵۳	۲,۸۵

پس از به دست آوردن سناریوها و احتمال هر سناریو، مقادیر هرکدام به عنوان ورودی به مدل پیشنهادی داده شده است و با حل مدل، برای هرکدام از سبدهای پیشنهادی به روش مذکور یک

برنامه‌ریزی سه ماهه ارائه شده که در آن برای حل چند هدفه مدل از روش وزین استفاده شده است. نتایج و برنامه‌ریزی ارائه شده به روش مذکور به صورت زیر می‌باشد. در این مثال فرض شده است سرمایه اولیه سرمایه‌گذار برابر ۱۰ میلیون تومان می‌باشد و سرمایه‌گذار اجازه افزایش و کاهش دارایی را در طول افق برنامه‌ریزی دارد. نتایج مدل به صورت زیر خواهد بود. جدول (۷) مقدار سرمایه‌گذاری روی هر سهم در ابتدای زمان طبق هریک از سناریوها را نشان می‌دهد. نماد(i,t) بیانگر مقدار متغیرمورد نظر از هر سهم در ابتدای زمان سرمایه‌گذاری می‌باشد. در جدول (۸) مقادیر خریداری شده از هر سهم در ابتدای زمان با توجه به سرمایه افزوده شده طبق هر سناریو نشان داده شده است.

جدول ۷: مقدار سرمایه‌گذاری روی هر سهم در ابتدای زمان طبق هریک از سناریوها

مقدار خریداری از سرمایه اولیه از هرسهم	(۱ و ۱)	(۳ و ۲)	(۳ و ۴)
از ۱ تا ۴۰	۹۹۰۰۹۹۰	---	---
۴۱	۹۹۰۰۹۹۰	۲۵۰۰۰۰	---
۴۲	۹۹۰۰۹۹۰	۲۵۰۰۰۰	---
۴۳	۹۹۰۰۹۹۰	۲۵۰۰۰۰	---
۴۴	۹۹۰۰۹۹۰	۲۵۰۰۰۰	---
۴۵	۹۹۰۰۹۹۰	۱۰۰۵۳۹	۱۴۹۴۶۰
۴۶	۹۹۰۰۹۹۰	۶۹۶۷۲,۱۳	---
۴۷	۹۹۰۰۹۹۰	۶۹۶۷۲,۱۳	---
۴۸	۹۹۰۰۹۹۰	۶۹۶۷۲,۱۳	---
۶۴-۴۹	۹۹۰۰۹۹۰	---	---

جدول ۸: مقادیر خریداری شده از هر سهم در ابتدای زمان با توجه به سرمایه افزوده شده طبق هر سناریو

مقدار خریداری از هر سهم با سرمایه مازاد	(۲ و ۲)	(۳ و ۲)	(۳ و ۴)
۲۹	---	---	---
۴۱	---	۲۵۰۰۰۰	---
۴۲	---	۲۵۰۰۰۰	---
۴۳	---	۲۵۰۰۰۰	---
۴۴	---	۲۵۰۰۰۰	---
۴۵	---	۱۰۰۵۳۹,۱	۱۴۹۴۶۰,۱
۴۶	---	۶۹۶۷۲,۱۳	---

۴۷	---	۶۹۶۷۲,۱۳	---
۴۸	---	۶۹۶۷۲,۱۳	---
۴۹	۲۵۰۰۰۰	---	---
۵۰	۲۵۰۰۰۰	---	---
۵۱	۲۵۰۰۰۰	---	---
۵۲	۲۵۰۰۰۰	---	---
۵۳	۲۵۰۰۰۰	---	---
۵۴	۲۵۰۰۰۰	---	---
۵۵	۲۵۰۰۰۰	---	---
۵۶	۲۵۰۰۰۰	---	---

در انتها مقادیر فروخته شده از هرسهم در ابتدای هر دوره از زمان تحت هریک از سناریوها آورده شده است.

جدول ۹: مقادیر فروخته شده از هرسهم در ابتدای هر دوره از زمان تحت هریک از سناریوها

مقدارفروخته شده از هر سهم	(۲ و ۱)	(۲ و ۲)
۴۱	۳۷۷۰۴۹,۲	---
۴۲	۳۷۷۰۴۹,۲	---
۴۳	۳۷۷۰۴۹,۲	---
۴۴	۳۷۷۰۴۹,۲	---
۴۵	۳۷۷۰۴۹,۲	---
۴۶	۳۷۷۰۴۹,۲	---
۴۷	۳۷۷۰۴۹,۲	---
۴۸	۳۷۷۰۴۹,۲	---
۴۹	---	۲۵۰۰۰۰
۵۰	---	۲۵۰۰۰۰
۵۱	---	۲۵۰۰۰۰
۵۲	---	۲۵۰۰۰۰
۵۳	---	۲۵۰۰۰۰
۵۴	---	۲۵۰۰۰۰
۵۵	---	۲۵۰۰۰۰
۵۶	---	۲۵۰۰۰۰

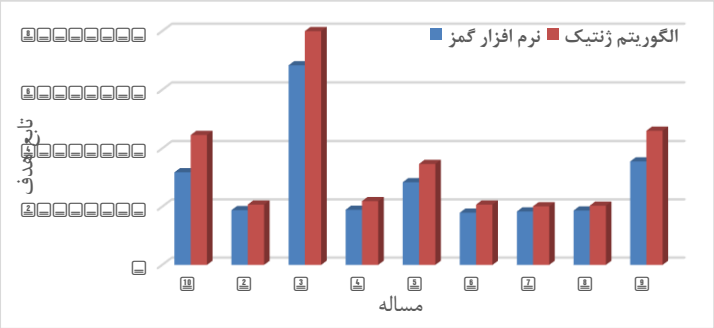
در ابتدا سه سبد از بین سهم‌های منتخب انتخاب شده مقادیر بازده، واریانس، چولگی و تیزی هرکدام از سهم‌ها محاس به شده است. ۸ حالت به روش مذکور از بین مقادیر گذشته قیمت‌ها انتخاب شد که در بین این حالات مقادیر بازده متوسط، ماکزیمم بازده و مینیمم بازده هم قرار دار دو همان‌طور که مشاهده می‌گردد احتمال مقادیر متوسط بازده در اکثر حالات بیشترین مقدار را دارد که خود دلیلی بر پیروی اکثر مقادیر از توزیع نرمال می‌باشد. سپس احتمال هریک از حالات توسط مدل برنامه‌ریزی پیشنهادی حل و نتایج در جداول (۱) تا (۶) آورده شده است. ترکیبات مختلف از این حالات سناریوهای ممکن با احتمال هرکدام را مشخص می‌کند. ازآنجایی‌که فرض شده است حالات مختلف در طول زمان تکرار می‌شوند، طبق اصل ضرب تعداد کل سناریوها برابر تعداد حالات ممکن به توان تعدادمراحل تصمیم‌گیری می‌باشد. مدل تولیدسناریو خطی بوده و در ابعاد بزرگ مسئله توسط نرم‌افزار گمز قابلیت حل دارد.

پس از حل مدل برنامه‌ریزی چندهدفه پیشنهادی تعداد سهام خریداری شده از سرمایه اولیه و مقدار سهام خریداری شده از سرمایه اضافی که درون مراحل میانی تصمیم‌گیری به مسئله اضافه شده است و همچنین مقدار فروخته شده از هر سهم طبق هریک از سناریوهای محتمل به صورت جداول (۷) و (۸) و (۹) می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد در مرحله اولیه سرمایه اولیه فقط به خرید سهام اول اختصاص داده شده است که دلیل آن بیشتر بودن بازده این سهم نسبت به دیگر مقادیر می‌باشد که البته می‌توان با اضافه کردن محدودیتی مبنی بر حداکثر مقادیر مجاز از خرید هر سهم از این عمل جلوگیری کرد که خود تأثیر بسزایی در کاهش ریسک سرمایه‌گذاری خواهد داشت. همچنین همان‌طور که مشاهده می‌گردد در طول افق برنامه‌ریزی پیشنهاد خرید مازاد از سهم‌های چادرملو و وبملت شده است که دلیل آن‌هم احتمال بالای بازده‌های مثبت در این سهم‌ها می‌باشد در انتها مقادیر فروخته شده از سهم‌های خریداری شده در مراحل قبلی که تأثیر منفی در سبد دارایی‌ها را داشته‌اند آورده شده است.

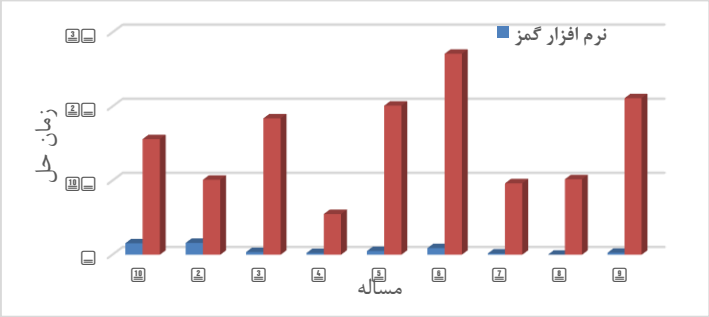
در این قسمت نتایج حاصل از حل مدل که با نرم‌افزار گمز حل شده با نتایج الگوریتم ژنتیک نیز مقایسه شده است. همچنین به منظور مقایسه نتایج از یک الگوریتم ژنتیک [۱۸] استفاده شده است. اندازه مسائل به صورت دو عدد نشان داده شده است. عدد اول بیانگر تعداد سناریوها و عدد دوم نشانگر تعداد زمان‌های تصمیم‌گیری می‌باشد (مثلا (۲،۴) نشانگر این است که در مسئله دو سناریو در چهار مرحله در نظر گرفته شده است). مقدار تابع هدف نیز همان مقدار محاسبه شده معادله (۱۷) می‌باشد.

جدول ۱۰: نتایج محاسباتی در ابعاد کوچک مسئله

		نتایج گمز		نتایج ژنتیک	
مسائل	ابعاد مساله	تابع هدف	زمان (S)	تابع هدف	زمان (S)
۱	۲،۴	۳۱۷۹۴۰۰۰	۱.۵۴	۴۴۵۸۷۶۰۹.۳	۱۵.۶
۲	۳،۴	۱۸۷۹۹۸۰۰	۱.۶	۲۰۷۱۲۱۴۴.۴	۱۰.۱۲
۳	۴،۴	۶۸۳۴۵۶۲۳	۰.۳۶	۸۰۵۹۴۷۸۱.۹	۱۸.۴
۴	۳،۳	۱۸۹۳۰۲۰۰	۰.۲۳	۲۱۸۸۶۰۵۸.۷	۵.۴۹
۵	۳،۴	۲۸۳۷۶۰۰۱	۰.۵	۳۴۶۶۵۰۶۸.۹	۲۰.۱۲
۶	۴،۳	۱۷۹۳۲۷۶۱	۰.۸۹	۲۰۷۰۶۰۶۲.۵	۲۷.۱۲
۷	۳،۴	۱۸۳۲۱۵۰۰	۰.۱۶	۲۰۱۳۱۱۵۵.۱	۹.۶۴
۸	۴،۴	۱۸۶۵۲۳۰۰	۲۷/۰	۲۰۳۴۱۴۵۶.۵	۱۰.۱۹
۹	۴،۳	۳۵۵۳۷۱۲۴	۰.۲۶	۴۶۰۳۳۰۳۶.۱	۲۱.۱۳



شکل ۲: مقدار تابع هدف در نرم‌افزار گمز و الگوریتم ژنتیک

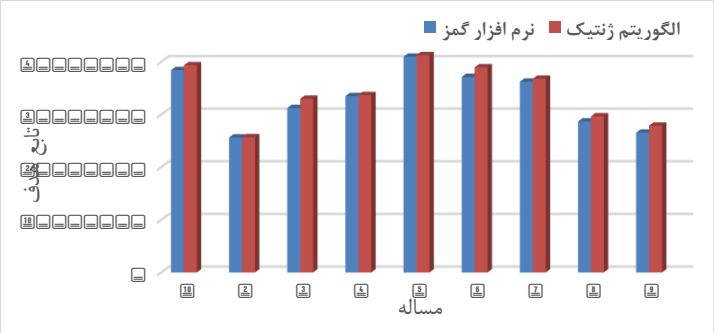


شکل ۳: مقایسه زمان حل در نرم‌افزار گمز و الگوریتم ژنتیک

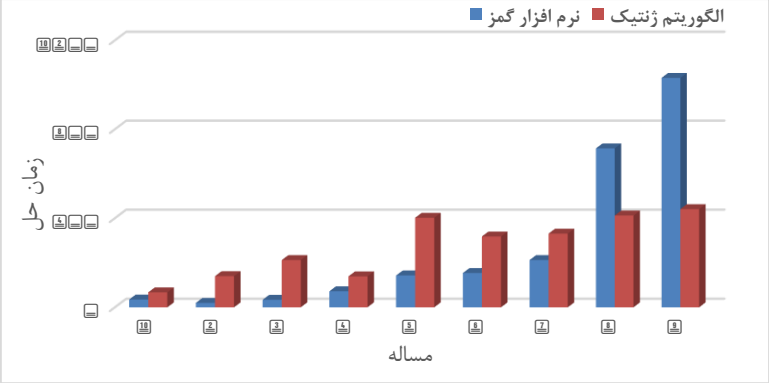
همان‌طور که از شکل (۲) مشخص است در این ابعاد از مسئله نتایج الگوریتم ژنتیک و نیز نرم‌افزار گمز نزدیک بوده‌اند. اما ازنظر زمان حل، نرم‌افزار گمز در این ابعاد از مسئله توانسته است در زمان کوتاه‌تری به جواب بهینه دست یابد. در ادامه ابعاد مسائل بزرگ‌تر شده و به مقایسه نتایج حاصل از نرم‌افزار گمز و الگوریتم ژنتیک پرداخته شده است.

جدول ۱۱: نتایج محاسباتی در ابعاد متوسط مسئله

	گمز		الگوریتم ژنتیک	
مسائل	اندازه	تابع هدف	زمان (S)	تابع هدف	زمان (S)
۱	۳,۵	۳۸۴۳۲۵۴۶	۳۵	۳۹۳۴۲۱۲۳	۶۷
۲	۴,۵	۲۵۶۱۲۳۴۴	۲۰	۲۵۶۷۱۹۴۲	۱۴۰
۳	۵,۵	۳۱۲۲۱۹۸۱	۳۴	۳۲۹۸۱۴۵۲	۲۱۲
۴	۳,۶	۳۳۴۹۸۷۶۱	۷۲	۳۳۶۷۸۳۴۲	۱۳۹
۵	۴,۶	۴۰۹۸۷۷۸۷	۱۴۳	۴۱۲۷۸۹۳۴	۴۰۲
۶	۵,۶	۳۷۱۲۳۴۳۸	۱۵۴	۳۸۹۵۶۲۴۱	۳۱۸
۷	۳,۷	۳۶۲۳۱۸۶۳	۲۱۲	۳۶۷۸۴۲۳۸	۳۳۱
۸	۴,۷	۲۸۶۵۱۲۳۴	۷۱۴	۲۹۶۴۵۳۸۷	۴۱۲
۹	۵,۷	۲۶۵۴۳۳۳۲	۱۰۳۱	۲۷۸۶۵۴۷۹	۴۴۱



شکل ۴: مقایسه مقادیر تابع هدف در ابعاد متوسط مسئله



شکل ۵: مقایسه زمان حل در نرم افزار گمز و الگوریتم ژنتیک

همان‌طور که در شکل (۴) مشاهده می‌شود همچنان مقادیر تابع هدف در نرم‌افزار گمز و نیز الگوریتم ژنتیک در ابعاد متوسط نیز بسیار نزدیک به هم می‌باشد. از نظر معیار "زمان حل" نیز همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌شود با بزرگ‌تر شدن ابعاد مسئله زمان حل نرم‌افزار گمز به شدت افزایش می‌یابد بطوریکه در مسائلی با هشت سناریو و نیز تعداد زمان‌های تصمیم‌گیری ۱۰، نرم‌افزار گمز قادر به ارائه پاسخ بهینه نمی‌باشد و همین امر لزوم استفاده از روش‌های دیگر از قبیل الگوریتم‌های فرا ابتکاری، روش لاگرانژ و یا روش تجزیه بندر را برای حل این مدل در ابعاد بزرگ‌تر مسئله را نشان می‌دهد. در این قسمت با مقایسه نتایج نرم‌افزار گمز با یک الگوریتم فرا ابتکاری رقیب مشاهده شد که نتایج هر دو روش تا حد قابل قبولی نزدیک می‌باشد که می‌تواند اثبات‌کننده درستی مدل ارائه شده باشد. همچنین با بزرگ‌تر شدن ابعاد مسئله و عدم کارایی نرم‌افزار گمز در ابعاد بزرگ مسئله لزوم استفاده از روش‌های ابتکاری و یا فر ابتکاری برای حل مدل ارائه شده نشان داده شده است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به عنوان یکی از مسائل مهم در حوزه تصمیم‌گیری‌های مالی توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. این مسائل به انتخاب بهترین ترکیب دارایی در ابتدای زمان می‌پردازند حال‌آنکه تصمیم‌گیری در طول زمان اصلی‌ترین کمبود این مدل‌ها می‌باشد. در تحقیق حاضر به تنظیم ترکیب دارایی‌ها در طول افق زمانی موردنظر تصمیم‌گیرنده پرداخته شده است. بدین منظور و برای پویاسازی سبد دارایی‌ها از روش برنامه‌ریزی تصادفی با بازخورد به عنوان یکی از ابزارهای مورداستفاده برای این منظور استفاده شده است که در آن از دو هدف مختلف برای بهینه‌سازی استفاده شده است. همچنین کیفیت جواب‌های حاصل از روش برنامه‌ریزی تصادفی با بازخورد تا حد زیادی به

روش تولید سناریوی استفاده شده بستگی دارد بدین منظور از یک مدل خطی برای تولید سناریوهای ممکن با توجه به ماهیت داده‌های ورودی پرداخته شده است. مدل مذکور برای یکسری از سهم‌های بورس اوراق بهادار مورد بررسی قرارگرفته و نتایج و برنامه‌ریزی ۳ ماهه برای سهم‌های موردبررسی ارائه شده است. همان‌طور که نتایج نشان داده است استفاده از مدل معرفی شده این امکان را برای سرمایه‌گذار فراهم می‌آورد که بتواند سبد دارایی‌های خود را در طول زمان با توجه به در نظر گرفتن اهدافی چون ماکزیمم سازی بازده و مینیمم سازی ریسک سرمایه‌گذاری کنترل کرده و در بازارهای متلاطم مالی داشتن چنین توانایی برتری رقابتی فراوانی محسوب می‌گردد. نتایج مدل و لزوم داشتن برنامه‌ریزی‌های آتی به منظور افزایش بازده سبد انتخابی و کاهش ریسک سرمایه‌گذاری از مهم‌ترین دلایل استفاده از مدل مورد بررسی در تحقیق حاضر هست. به منظور تحقیقات آتی می‌توان با اضافه کردن محدودیت‌هایی مقادیر حداقل و حداکثر خرید از هر سهم را کنترل نموده که می‌تواند تأثیر بسزایی در واقعی‌شدن نتایج داشته باشد. همچنین بررسی روش‌های مختلف تولید سناریو و مقایسه خروجی‌های هرکدام می‌تواند در بهبود جواب‌های حاصل تأثیر بسزایی داشته باشد. به عنوان پیشنهاد نهایی، ترکیب مدل حاضر با مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام می‌تواند کارایی این مدل را بشدت افزایش دهد. همچنین استفاده از روش هایی از قبیل آزاد سازی لاگرانژ، روش های ابتکاری و فرا ابتکاری میتواند مورد استفاده قرار گرفته و نتایج با نتایج این تحقیق مورد بررسی قرار گیرد.

منابع

1) Zenios, S.A., et al., Dynamic models for fixed-income portfolio management under uncertainty. Journal of Economic Dynamics and Control, 1998. **22**(10): p. 1517-1541.

2) Zhao, Y. and W.T. Ziemba, A stochastic programming model using an endogenously determined worst case risk measure for dynamic asset allocation. Mathematical Programming, 2001. **89**(2): p. 293-309.

3) Ballestero, E., Stochastic goal programming: A mean–variance approach. European Journal of Operational Research, 2001. **131**(3): p. 476-481.

4) Li, D. and W.L. Ng, Optimal dynamic portfolio selection: Multiperiod mean-variance formulation. Mathematical finance, 2000. **10**(3): p. 387-406.

5) Gülpınar, N., B. Rustem, and R. Settergren, Multistage stochastic mean-variance portfolio analysis with transaction costs. Innovations in Financial and Economic Networks, 2003. **3**: p. 46-63.

6) Balibek, E. and M. Köksalan, A multi-objective multi-period stochastic programming model for public debt management. European Journal of Operational Research, 2010. **205**(1): p. 205-217.

7) Aouni, B.d., F.B. Abdelaziz, and J.-M. Martel, Decision-maker's preferences modeling in the stochastic goal programming. European Journal of Operational Research, 2005. **162**(3): p. 610-618.

8) Høyland, K. and S.W. Wallace, Generating scenario trees for multistage decision problems. Management science, 2001. **47**(2): p. 295-307.

9) de Oliveira, A.D., et al., A multistage stochastic programming asset-liability management model: an application to the Brazilian pension fund industry. Optimization and Engineering, 2017. **18**(2): p. 349-368.

10) Masri, H., A multiple stochastic goal programming approach for the agent portfolio selection problem. Annals of Operations Research, 2017. **251**(1-2): p. 179-192.

11) Chatsanga, N. and A.J. Parkes, Two-Stage Stochastic International Portfolio Optimisation under Regular-Vine-Copula-Based Scenarios. arXiv preprint arXiv:1704.01174, 2017.

12) Graham, E., T. Jaki, and C. Harbron, A comparison of stochastic programming methods for portfolio level decision-making. Journal of Biopharmaceutical Statistics, 2020. **30**(3): p. 405-429.

13) Yin, L. and L. Han, International assets allocation with risk management via multi-stage stochastic programming. Computational Economics, 2020. **55**(2): p. 383-405.

14) Fulton, L.V. and N.D. Bastian, Multiperiod stochastic programming portfolio optimization for diversified funds. International Journal of Finance & Economics, 2019. **24**(1): p. 313-327.

15) Tavana, M., R.K. Shiraz, and D. Di Caprio, A chance-constrained portfolio selection model with random-rough variables. Neural Computing and Applications, 2019. **31**(2): p. 931-945.

16) Mansour, N., M.S. Cherif, and W. Abdelfattah, Multi-objective imprecise programming for financial portfolio selection with fuzzy returns. Expert Systems with Applications, 2019. **138**: p. 112810.

17) Hochreiter, R. and G.C. Pflug, Financial scenario generation for stochastic multi-stage decision processes as facility location problems. Annals of Operations Research, 2007. **152**(1): p. 257-272.

18) Sabar, N.R., et al. Multi-population genetic algorithm for cardinality constrained portfolio selection problems. in International Conference on Computational Science. 2018. Springer.

یادداشت‌ها :

1 Portfolio Selection Optimization
2 Dynamic Portfolio Selection
3 Stochastic Programming
4 Stage
5 Multi-Stage Stochastic Programming
6 First-Stage Decisions
7 Scenario Generation
8 Reliability
9 Moment Matching
10 Multi-Objective