

## مهندسی آموزشی : طراحی و تکنولوژی آموزشی

### بررسی فرایند طرح مسئله به عنوان ابزار ارزشیابی

نسیم اصغری\* - ربابه افخمی - احمد رضا حقیقی

دانشیار گروه ریاضی و علوم کامپیوتر، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران - دانش‌آموخته گروه ریاضی و علوم کامپیوتر، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران - استاد گروه ریاضی، دانشکده آمار، ریاضی و رایانه، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

#### چکیده

طرح مسئله فرصتی به دانش‌آموزان برای آنچه که باید بدانند و بتوانند دانش ریاضی خود را بسازند فراهم می‌کند و به معلمین اجازه می‌دهد تا الگوهای درک و یادگیری ریاضیات را در دانش‌آموزان با به چالش کشیدن تفکر آنها در موقعیت‌های طرح مسئله مشاهده کنند. ارزشیابی تکوینی در کلاس‌های درس، به منظور آگاهی یافتن از میزان و نحوه یادگیری دانش‌آموزان برای تعیین نقاط قوت و ضعف یادگیری آنها از اهمیت بالایی برخوردار است. لذا این مطالعه، به بررسی فرایند طرح مسئله به عنوان ابزار ارزشیابی پرداخته است. جامعه آماری این پژوهش کلیه دانش‌آموزان پایه نهم شهر تهران می‌باشد. در این مطالعه ۶۴ نفر دانش‌آموز دختر پایه نهم به عنوان نمونه در دسترس انتخاب شدند. این مطالعه از نظر هدف، کاربردی و از نظر اجرا آزمایشی، نیمه‌تجربی است. به این منظور، آزمون‌های محقق ساخته بر اساس چارچوب طرح مسئله استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) طراحی گردید. بررسی سؤالات طبق مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹)، مدل یپ بان هار و پای هات (۲۰۰۸) و طبق مطالعه سیلور و کای (۲۰۰۵) انجام شد. تجزیه و تحلیل آزمون‌ها به صورت کمی-کیفی صورت گرفت. همچنین روایی صوری و محتوایی آزمون‌ها توسط اساتید آموزش ریاضی تأیید شد و ضریب آلفای کرونباخ ۰/۷۴ بدست آمد. بر اساس نتایج به دست آمده بیش از دو سوم دانش‌آموزان قادر به ترکیب موضوعات مختلف از مفاهیم ریاضی در طرح مسئله‌ها نبودند و این نتیجه عدم درک آنها را در ارتباط دادن مفاهیم به یکدیگر را نشان داد. همچنین با توجه به ساختار و حل مسئله‌های طرح شده توسط دانش‌آموزان برخی بدفهمی‌های دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی استخراج گردید. همچنین طرح مسئله‌های کلامی واقعی در نیمی از دانش‌آموزان نشان داد فرصت‌های طرح مسئله، موجب افزایش درک آنها از مفاهیم شده است. در مسئله‌های کلامی غیر واقعی طرح شده درک دانش‌آموزان از مفاهیم به کار رفته در این مسئله‌ها رویه‌ای است و نه مفهومی.

**کلیدواژه‌ها:** طرح مسئله، حل مسئله، ارزشیابی تکوینی، دانش‌آموزان پایه نهم

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۲/۰۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۰۲

\*Email: nasim.asghary@gmail.com (نویسنده مسئول)

Email: r\_afkhami@yahoo.com

Email: ah.haghighi@gmail.com

## مقدمه

یکی از مهمترین اهداف آموزش ریاضی کمک به دانش‌آموزان در درک مفهومی ریاضیات است. در سال‌های اخیر بر فعالیت‌های حل مسئله تأکید فراوانی شده است. یکی از موضوعاتی که در کنار حل مسئله توجه زیاد پژوهشگران و آموزشگران ریاضی را به خود جلب کرده، رویکرد طرح مسئله می‌باشد. پولیا (۲۰۰۲) در اهمیت فعالیت‌های طرح مسئله در کلاس تأکید کرده و می‌گوید: «فهمیدن ریاضیات به معنای توانایی انجام دادن ریاضیات است، در قلب انجام دادن ریاضیات، طرح مسئله و حل کردن آن‌ها جای دارد» (نقل شده در پونتی و هنریکوویز<sup>۱</sup>، ۲۰۱۶). لیوی و شریکی<sup>۲</sup> (۲۰۰۷) معتقدند: درگیر کردن دانش‌آموزان در فعالیت‌های طرح مسئله در تدریس ریاضی به معلمان کمک می‌کند تا نسبت به ادراک و دانش ریاضی دانش‌آموزان بصیرت بهتری به دست آورند. آنها بر این باور هستند که وقتی دانش‌آموز به طرح مسئله می‌پردازد، بر محتوای درس تسلط پیدا می‌کند و به این وسیله دانش خویش را می‌سازد. در اسناد NCTM<sup>۳</sup> (۲۰۰۰، ص ۲۵۸)، نیز تأکید شده است که معلمان باید به دانش‌آموزان امکان طرح کردن مسائل خود را بدهند، زیرا طرح مسئله، موجب ارتقای کیفیت استدلال و قدرت حل مسئله می‌شود و مهارت‌های خلاقیت دانش‌آموزان را بهبود می‌بخشد و علاوه بر آن به یادگیری مفاهیم اساسی و پایه‌ای دانش‌آموزان کمک می‌کند (براون و والتر، ۱۹۸۳؛ برتون، ۱۹۹۹؛ کانینگهام، ۲۰۰۴؛ انگلیش، ۱۹۹۸). اما از آنجا که ارزشیابی تکوینی جزئی از فرآیند آموزش است، هم منجر به فعالیت‌هایی می‌شود که طراحی بعدی آموزش را امکان‌پذیر می‌سازد و هم توان خودارزیابی را در دانش‌آموزان تقویت می‌کند. همچنین هدف از کاربرد ارزشیابی تکوینی، آگاهی یافتن از میزان و نحوه یادگیری دانش‌آموزان برای تعیین نقاط قوت و ضعف یادگیری و نیز تشخیص مشکلات روش آموزشی معلم در رابطه با هدف‌های آموزشی است. این ارزشیابی در طول دوره آموزشی، یعنی زمانی که فعالیت‌های آموزشی معلم هنوز در جریان است و یادگیری دانش‌آموزان در حال تکوین و شکل‌گیری است انجام می‌شود. کالم<sup>۴</sup> (۱۹۹۴)، اظهار کرده است که «معلمان می‌توانند میزان فهم و برداشت‌های غلط دانش‌آموزان از ایده‌های ریاضیاتی را فراتر از محدوده آزمون‌های سنتی که تنها در مهارت و روش‌های محاسباتی تمرکز دارد، ارزیابی کنند. کای<sup>۵</sup> و سیلور<sup>۶</sup> (۲۰۰۵) پیشنهاد کرده‌اند امکان گسترش نقش طرح مسئله به عنوان یک ابزار ارزشیابی کلاسی برای ارزیابی درک و مهارت دانش‌آموزان وجود دارد. ضروری است که معلمان ارزش طرح مسئله را به عنوان یک ابزار ارزشیابی تکوینی درک کنند. از این رو در مطالعه حاضر، محققین بر آن شدند تا به این سؤال پاسخ دهند که فرآیند طرح مسئله دانش‌آموزان به عنوان ابزار ارزشیابی چگونه است؟

## طرح مسئله

افزایش شناخت مرحله رشد اندیشه و یادگیری دانش‌آموزان، در پیشرفت و ارتقای آموزش آن‌ها بسیار مؤثر است و می‌توان گفت، غفلت از آن، ضعف هر آموزشی را به دنبال دارد. هرچه معلمان بیشتر بدانند که دانش‌آموزان چه می‌دانند، چگونه فکر می‌کنند و چه توانایی‌هایی دارند، می‌توانند موقعیت‌های بهتر و بیشتری را در ایجاد موفقیت دانش‌آموزان خود ایجاد کنند و تکالیف طرح مسئله این شناخت را برای معلمان به بهترین نحو ایجاد می‌کند. در طی چند دهه اخیر،

- 
1. Ponte & Henriques
  2. Lavy&shriki
  3. National Council of teachers of Mathematics
  3. Kulm
  4. Cai
  5. Silver

فرایند طرح مسئله ریاضی توسط برخی از محققان و آموزشگران ریاضی (به عنوان مثال، کیلپاتریک<sup>۱</sup>، ۱۹۸۷؛ سیلور، ۱۹۹۴؛ استویانوا و الرتن<sup>۲</sup>، ۱۹۹۶؛ انگلیش، ۱۹۹۷؛ کای و هوانگ، ۲۰۰۲؛ کنترویچ، کواپچو، لیکین و برمن<sup>۳</sup>، ۲۰۱۲) مورد مطالعه قرار گرفته و تعاریفی برای آن ارائه شده است. (شوکوان<sup>۴</sup>، ۱۹۹۳، نقل شده در استویانوا و الرتن، ۱۹۹۶) طرح مسئله را صورت بندی دسته ای از مسائل ریاضی بر مبنای یک موقعیت مفروض می داند. سیلور (۱۹۹۴) معتقد است طرح مسئله به تولید یک مسئله جدید و همچنین به صورت بندی مجدد یک مسئله داده شده دلالت دارد و بنابراین می تواند قبل از، در طی و بعد از حل یک مسئله انجام شود. استویانوا و الرتن (۱۹۹۶)، طرح مسئله را به عنوان فرایندی تعریف می کنند که در آن دانش آموزان بر اساس تجارب ریاضی<sup>۵</sup>، تعبیر و تفاسیر شخصی خود را از موقعیت های واقعی می سازند و آنها را به صورت مسائل ریاضی معنادار، صورت بندی می کنند. با توجه به مطالعات اخیر درباره طرح مسئله، مدل ها و چارچوب هایی ارائه شده است؛ لذا چون این پژوهش بر اساس چارچوب استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) و مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹) و مدل یپ بان هار و پای هات<sup>۶</sup> (۲۰۰۸)، می باشد به توضیح بیشتر این چارچوب ها می پردازیم:

استویانوا و الرتن (۱۹۹۶)، موقعیت های طرح مسئله را به سه دسته ی آزاد<sup>۷</sup>، نیمه ساختاریافته<sup>۸</sup> و ساختاریافته<sup>۹</sup> تقسیم کرده اند. موقعیت آزاد، موقعیتی است که در آن از دانش آموزان خواسته می شود برای برای یک وضعیت واقعی یا بافتمند، مسئله طرح کنند. به طور مثال یک مسئله برای المپیاد ریاضی مدرسه خود و یا یک مسئله که آن را دوست دارند طرح کنند. موقعیت نیمه ساختاریافته، تکالیفی که در آن به دانش آموزان یک موقعیت باز داده می شود و از آنها خواسته می شود تا ساختار موقعیت را بررسی و آنها را با بکارگیری دانش، مهارت ها، مفاهیم و ارتباط با تجارب ریاضی گذشته خود تکمیل کنند. به طور مثال می توان به نوشتن مسئله ای بر اساس یک نمودار یا یک معادله یا محاسبه اشاره کرد. موقعیت ساختاریافته موقعیتی است که فعالیت های طرح مسئله بر اساس یک مسئله مشخص باشد. هدف از چنین موقعیت هایی کمک به دانش آموزان در درک مسائل خاص و ساختارهای حل و نیز بررسی احتمال ارتباط بین صورت مسئله و ایده های حل می باشد. اما در مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹)، با بررسی و تغییر صفات و ویژگی های یک مسئله داده شده (ساختار یافته) می توان مسائل جدید و جذابی را خلق کرد. ویسترو –

- 
1. Kilpatrick
  2. Stoyanova & Ellerton
  3. Kontorovich, Koichu, Leikin & Berman
  4. Shukkwan
  5. Mathematical experience
  6. Yeap Ban Har, Chua, Puay Huat
  7. Free situation
  8. Semi- structured situation
  9. Structured situation

یو، با این ایده، روشی برای نوآوری در طرح مسئله در شش سطح معرفی کرده است که این سطوح عبارتند از: ۱- جایگزینی<sup>۱</sup> - طرح مسئله مشابه، بوسیله تغییر کمیت‌ها، واحدها، شکل‌ها، و غیره. ۲- افزایش<sup>۲</sup> - طرح مسئله مشابه از طریق اضافه کردن داده یا محدودیتی جدید و یا افزودن یک مانع. ۳- جرح و تعدیل<sup>۳</sup> - استفاده از همان داده‌ها اما با تغییر و تعدیل کردن مسئله. ۴- بافتمند کردن مسئله<sup>۴</sup> برای اینکه آن را بیشتر به دانش‌آموزان مرتبط سازد. ۵- برگرداندن یا معکوس کردن مسئله<sup>۵</sup> - طرح مسئله اصلی ولی با در نظر گرفتن هدف نهایی به عنوان داده و داده به عنوان هدف نهایی. ۶- صورت‌بندی مجدد<sup>۶</sup> - طرح مسئله اصلی در یک نوع متفاوت (به عنوان مثال، بیان یک مسئله اثبات کردنی به صورت یک مسئله موقعیتی<sup>۷</sup>). یپ بان هار و پای هات (۲۰۰۸)، در مطالعه‌ای به بررسی ویژگی‌های طرح مسئله دانش‌آموزان پرداختند. آنها پاسخ دانش‌آموزان را از نظر ساختار مسئله و ابعاد دانش بکار رفته در مسئله، بررسی کردند. از نظر ساختار، مسئله‌ها به چهار دسته کلی تقسیم شدند: ۱- مسائل با گزاره مستقیم: منظور مسائلی هستند که جواب آنها تک‌مرحله‌ای است و فقط به یک موضوع اشاره می‌کند. ۲- مسائل با ترکیب موضوعات مختلف: منظور مسائلی هستند که برای حل آنها از مفاهیم و موضوعات مختلفی استفاده می‌شود و شامل چندین مرحله است. ۳- مسائل با اعمال شرایط اضافی: منظور مسائلی هستند که در صورت ویا شکل سؤال اطلاعات و داده‌های اضافی وجود دارد که برای حل مسئله لازم نیستند. ۴- مسائل ناسازگار: مسائلی که در واقع صحیح نمی‌باشند و در صورت سؤال بین اطلاعات داده شده تناقض دیده می‌شود. سیلور و کای (۲۰۰۵)، در مطالعه خود روی ارزیابی طرح مسئله ریاضی دانش‌آموزان، سه معیاری که بطور مشترک قابل بکارگیری برای بیشترین تکالیف طرح مسئله هستند، را شناسایی کردند. این معیارها عبارتند از: کمی بودن، اصل و دست اول بودن و پیچیدگی. پیچیدگی مسئله می‌تواند از منظرهای مختلف بررسی شود. سیلور و کای (۲۰۰۵) چهار وجه از پیچیدگی مسئله را شناسایی کردند. پیچیدگی روابط ریاضی در مسئله، دشواری مسئله، پیچیدگی زبانی و پیچیدگی ریاضی نشان داده شده است. پیچیدگی مسئله اشاره دارد به تقاضاهای شناختی مسئله که می‌تواند در سه سطح پیچیدگی کم، متوسط، یا بالا طبقه‌بندی شود. هر سطحی از پیچیدگی شامل دانستن و انجام دادن ریاضیات مانند استدلال، عمل کردن به رویه‌ها، درک مفاهیم یا حل مسئله می‌شود. سطح پیچیدگی یک توصیف از نیازهای یک مسئله را شکل می‌دهد. مسئله‌هایی که در سطح پایین پیچیدگی طبقه‌بندی شده‌اند، ممکن است نیاز باشد فقط دانش‌آموز یک ویژگی را به یاد آورد. در سطح متوسط پیچیدگی، ممکن است نیاز

- 
1. replacement
  2. addition
  3. modification
  4. contextualizing
  5. turning the problem around or reversing
  6. change of viewpoint
  7. situational

باشد دانش‌آموز بین دو ویژگی ارتباط ایجاد کند. در سطح بالای پیچیدگی، ممکن است نیاز باشد یک دانش‌آموز فرضیات ساخته شده در یک مدل ریاضی را تجزیه و تحلیل کند.

### ارزشیابی تکوینی

برطبق نظریه‌های جدید آموزشی معلم نه تنها در پایان دوره آموزشی بلکه در سراسر فرایند آموزش با آزمون‌های مکرر و مستمر خویش میزان یادگیری و پیشرفت دانش‌آموزان را ارزشیابی می‌کند. این کار به معلم کمک خواهد کرد تا هم از چگونگی توفیق یادگیرندگان در فرآیند آموزش و هم از نقاط قوت و ضعف فعالیت‌های آموزشی خود آگاهی حاصل کند. در ارزشیابی تکوینی، در پایان هر واحد درسی، یک آزمون دقیق و مختصر که حاوی هدف‌های آموزشی آن واحد است اجرا می‌شود و براساس نتایج حاصل معلوم می‌شود که یادگیرندگان کدام یک از هدف‌های آموزشی را یاد گرفته‌اند و در یادگیری کدام یک از هدف‌های آموزشی ناموفق مانده‌اند تا معلم پیش از پرداختن به واحد درسی بعدی به رفع نواقص یادگیری دانش‌آموزان در واحد فعلی بپردازد. ضمناً معلم با مراجعه به نتایج این آزمون‌ها از مشکلات روش آموزشی خود نیز مطلع می‌شود و پیش از آغاز آموزش واحد بعدی به رفع آن مشکلات اقدام می‌کند.

### طرح مسئله ابزاری برای ارزشیابی تکوینی

در استفاده از سنجش تکوینی باید به دو نکته مهم توجه کرد: اول اینکه معلم و دانش‌آموز باید بدانند عملکرد آنها می‌تواند بهبود یابد، دوم اینکه ابزارهای لازم برای درک آن چه معلم و شاگرد برای عملکرد خوب نیاز دارند، باید در اختیار آنها باشد. باچر<sup>۱</sup> و همکاران (۱۹۹۴) می‌گویند سنجش باید با برنامه درسی هماهنگ باشد و اطلاعات لازم برای بهبود یادگیری را در اختیار معلم و دانش‌آموز قرار دهد. سنجش تکوینی باید نمایانگر اهداف یادگیری، دقیق و سازگار با برنامه درسی باشد. لوری<sup>۲</sup> (۱۹۹۹) بیان می‌کند وضعیت‌های طرح مسئله به کودکان کمک می‌کند که بر محتوای برنامه درسی و نوع فعالیت یادگیری ارائه شده تا حدودی کنترل داشته باشند. به علاوه فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان در این زمینه انجام می‌دهند، می‌تواند باعث ایجاد یک بینش در معلمان نسبت به نگرش‌ها و باورهای دانش‌آموزان به ریاضی شود. همچنین کیلدر و سزن<sup>۳</sup> (۲۰۱۱) بر این باورند که طرح مسئله می‌تواند بد فهمی‌ها، پیش‌داوری‌ها و کاستی‌های مربوط به محتوا را در زمان کوتاه‌تر و با شیوه‌ای بهتر تجزیه و تحلیل کند. در این مورد کیل پاتریک (۱۹۸۷) هم ابراز کرده که طرح مسئله یکی از ملزومات مهم حل مسئله است و نباید فقط به عنوان یک هدف دیده شود، بلکه باید به آن به عنوان ابزاری برای آموزش نگریست. شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM، ۲۰۰۰، ص ۱۷)، بیان می‌دارد که معلم باید طرح مسئله را پرورش و توسعه دهد.

### روش پژوهش

انجام پژوهش پیش‌رو نیازمند اجرای یک طرح میدانی چند ماهه در کلاس‌های پایه نهم بود، که زمان نسبتاً زیادی از وقت کلاس را به خود اختصاص می‌داد. از طرفی دسترسی به معلمانی که بتوانند این طرح را با جزئیات مورد نظر در کلاس‌های خود همزمان و همسان با پژوهشگر اجرا کنند، تقریباً غیر عملی به نظر می‌رسید. همچنین با توجه به هدف پژوهش که بررسی فرایند طرح مسئله به عنوان ابزار ارزشیابی است، به منظور پیدا کردن بینش مهمی از فهم ریاضی دانش‌آموزان و

---

1. Bachor  
2. Lowrie  
3. Cildir & Sezen

بدست آوردن بصیرت بهتری نسبت به ادراکات و دانش ریاضی آنها، پژوهشگر دو کلاس از کلاس‌های پایه نهم خود را انتخاب کرد. ابتدا نحوه طرح مسئله با توجه به موقعیت‌های طرح مسئله طبق چارچوب استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) و همچنین سطوح مختلف مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹)، به دانش‌آموزان آموزش داده شد. سپس از آزمون‌های محقق ساخته برای گردآوری اطلاعات استفاده شد. لذا روش پژوهش برای رسیدن به هدف مورد نظر، روش آزمایشی، نیمه تجربی انتخاب شد. جامعه پژوهش مورد نظر شامل کلیه دانش‌آموزان پایه نهم دوره متوسطه اول منطقه ۵ شهر تهران در سال تحصیلی ۹۵-۱۳۹۴ بود که از نمونه در دسترس شامل ۶۴ نفر دانش‌آموز پایه نهم مدرسه نمونه دولتی استفاده شد.

### ابزار جمع‌آوری داده‌ها

پژوهشگر برای اینکه در آزمودنی‌ها آمادگی بیشتر برای طرح مسئله ایجاد کند، قبل از شروع اجرای طرح که ۱۲ جلسه به طول انجامید، ضمن آشنا نمودن دانش‌آموزان با سه موقعیت طرح مسئله شامل موقعیت ساختار یافته، نیمه ساختار یافته و آزاد طبق دسته بندی استویانوا و الرتن (۱۹۹۶)، با ارائه مثال‌هایی از آنها خواسته شد به ترتیب برای طرح مسئله در موقعیت ساختار یافته و نیمه ساختار یافته در ذیل هر یک از آیتم‌هایی که در مدل ویسترو - یو (۲۰۰۹) ارائه شده بود، مسائل جدیدی طرح کنند. یعنی تکنیک‌های تغییر یک مسئله و تولید مسئله‌های جدید شامل: تغییر اعداد، اسامی، متغیر، مجهول و همچنین تغییر اعمال به منظور از بین بردن یا اضافه کردن شرط‌های جدید در مسئله موجود و یا حتی تغییر بافت یا زمینه مسئله موجود آموزش داده شد. برای بررسی عملکرد طرح مسئله دانش‌آموزان به منظور بررسی و ارزیابی درک آنها از مفاهیم ریاضی از ۴ آزمون محقق ساخته به عنوان ارزشیابی تکوینی استفاده شد. در هر آزمون از سه موقعیت ساختار یافته، نیمه ساختار یافته و آزاد طبق طبقه بندی استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) دو یا سه موقعیت در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفت و از آنها خواسته شد تا مطابق با موقعیت، مسائلی طرح کرده، سپس آن را حل کنند. اعتبار روایی محتوایی آزمون‌ها توسط اساتید آموزش ریاضی و نیز چند تن از دبیران ریاضی متوسطه اول مورد بررسی و تأیید قرار گرفت. برای بررسی پایایی سؤالات آزمون‌ها از روش بازآزمایی استفاده شد که ضریب آلفای کرونباخ بدست آمده برای قابلیت اعتماد آزمون‌ها در این پژوهش ۰/۷۴ بود که با توجه به حجم کم گروه نمونه مقدار قابل قبولی به نظر می‌رسد.

### روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

برای بررسی و تجزیه و تحلیل مسئله‌های طرح شده‌ی دانش‌آموزان، از چارچوب‌های یپ بان هار و پای هات (۲۰۰۸)، برای بررسی ساختار مسئله‌ها در موقعیت آزاد و ابعاد دانش بکاررفته در طرح آنها استفاده شد، از مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹) برای بررسی مسئله‌ها در موقعیت ساختار یافته، همچنین بررسی پیچیدگی ریاضی مسئله‌های طرح شده طبق مطالعه کای و سیلور (۲۰۰۵) در دو موقعیت آزاد و ساختار یافته نیز انجام پذیرفت. و از چارچوب‌های محقق ساخته برای بررسی مسئله‌ها در هر سه موقعیت استفاده شد. این چارچوب‌ها، پس از مشاهده پاسخ‌های دانش‌آموزان و راه‌حل‌های آنها و همچنین مطالعه چارچوب‌های موجود در این زمینه طراحی شدند و در نهایت تحلیل‌ها به صورت کیفی توصیف شدند.

### یافته‌های پژوهش

در بررسی فرایند طرح مسئله دانش‌آموزان به عنوان ابزار ارزشیابی ابتدا طیف مسئله‌های طرح شده، بررسی شد. در بررسی ساختار مسئله‌های طرح شده مطابق با مدل یپ بان هار و پای هات (۲۰۰۸) مطابق جدول (۱) در موقعیت آزاد استویانوا معلوم شد، ساختار مسئله‌هایی که دانش‌آموزان طرح کرده‌اند تقریباً هفتاد درصد مسئله‌ها با گزاره مستقیم، که فقط به یک موضوع ریاضی اشاره می‌کند طرح شده است و یک‌پنجم دانش‌آموزان از ترکیب موضوعات مختلف ریاضی در طرح مسئله

استفاده کردند. این نتایج با نتیجه مطالعه یپ بان هار و پای هات (۲۰۰۸) که حدود نیمی از دانش‌آموزان آنها به طرح مسئله با گزاره مستقیم پرداخته‌اند نزدیک است. در واقع نتایج نشان داد دانش‌آموزان با استفاده از یک موضوع درسی بهتر توانسته‌اند به طرح مسئله بپردازند. یکی از دلایل این عملکرد دانش‌آموزان را شاید بتوان اشاره به تمرینات مشابهی که در کتاب درسی و یا کتاب‌های کمک درسی موجود است، دانست. یا هنگامی که معلمان در سؤالات ارزشیابی کلاسی خود از دانش‌آموزان تنها به یک موضوع از یک فصل کتاب درسی اکتفا می‌کنند، دانست. همچنین در حدود ۵ درصد از مسئله‌های طرح شده تناقض‌هایی در ساختار مسئله‌ها ملاحظه گردید. مشاهدات معلم حاکی از آن است تناقض‌هایی که در پاسخ‌های دانش‌آموزان دیده شده است، بیشتر به موضوع احتمال که به طور مثال در پرتاب ۳۰ بار سکه، احتمال رو شدن در پرتاب ۳۱ ام خواسته شده است و همچنین تناقض‌هایی در توصیف اشکال هندسی، مانند کره که در طرح مسئله، جای آن دایره، و یا در مسئله‌ای قاعده استوانه به شکل مربع در نظر گرفته شده است و تناقض‌هایی مربوط به تبدیل واحدهای سطح یا حجم می‌شود که دانش‌آموزان نتوانسته‌اند واحدها را به درستی به هم تبدیل کنند. لذا از آنجا که عمده این تناقض‌ها به مفاهیم مربوط به کتاب‌های درسی پایه‌های گذشته می‌باشد، نشان می‌دهد درصد کمی از دانش‌آموزان هنوز درک عمیقی از مفاهیمی مانند احتمال تجربی، توصیف شکل‌های هندسی و تبدیل واحدها ندارند.

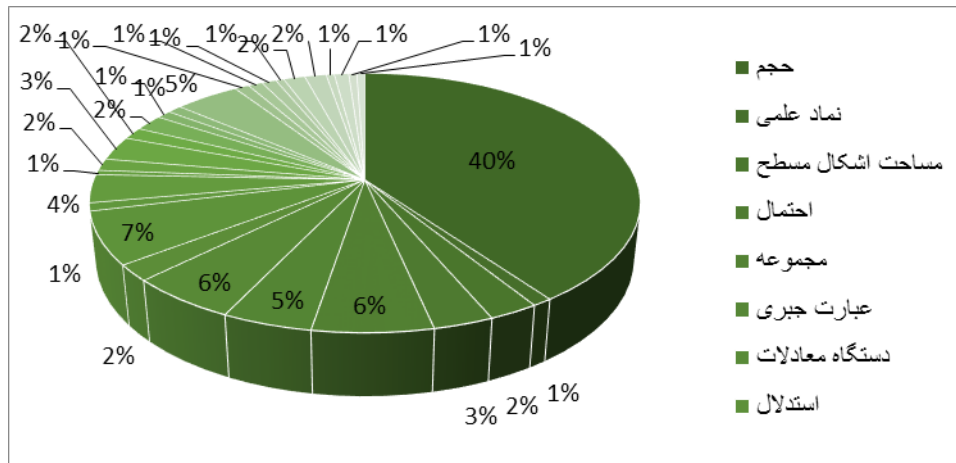
جدول ۱. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان بر اساس ساختار مسائل در موقعیت آزاد، طبق مدل یپ بان هار و

#### پای هات (۲۰۰۸)

ساختار مسائل	فراوانی	درصد فراوانی
مسائل با گزاره مستقیم	۱۳۰	۷۳/۸۶٪
مسائل با ترکیب موضوعات مختلف	۳۷	۲۱/۰۲٪
مسائل با اعمال شرایط اضافی	۱	۰/۵۷٪
مسائل ناسازگار	۸	۴/۵۵٪
جمع	۱۷۶	۱۰۰

بررسی نتایج ابعاد دانش بکار رفته در طرح مسئله‌ها مطابق نمودار (۱) نشان داد دانش‌آموزان بیشترین موضوعی که در طرح مسئله به کار برده‌اند موضوع "حجم" است که حدود چهار درصد دانش‌آموزان با این موضوع، مسئله طرح کرده‌اند و پراکندگی در هر موضوع دیگر به کار رفته در طرح مسائل کمتر از ده درصد می‌باشد، مشاهدات معلم حاکی از آن است که دانش‌آموزان از این مفهوم به خوبی در طرح مسئله‌های کلامی و متناسب با زندگی روزمره استفاده کرده‌اند و می‌توان یکی از دلایل عملکرد دانش‌آموزان در این قسمت را مربوط به فعالیت‌های کتاب درسی دانست که در آموزش مفهوم حجم با استدلال شهودی و عملی و همچنین مسئله‌هایی از جهان پیرامون دانش‌آموزان در بیان این مفهوم استفاده شده است و دانش‌آموزان نیز با راهنمایی معلم به انجام این فعالیت عملی برای درک بهتر مفهوم پرداخته‌اند.

نمودار ۱. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان بر اساس ابعاد دانش به مسئله‌های طرح شده در موقعیت آزاد

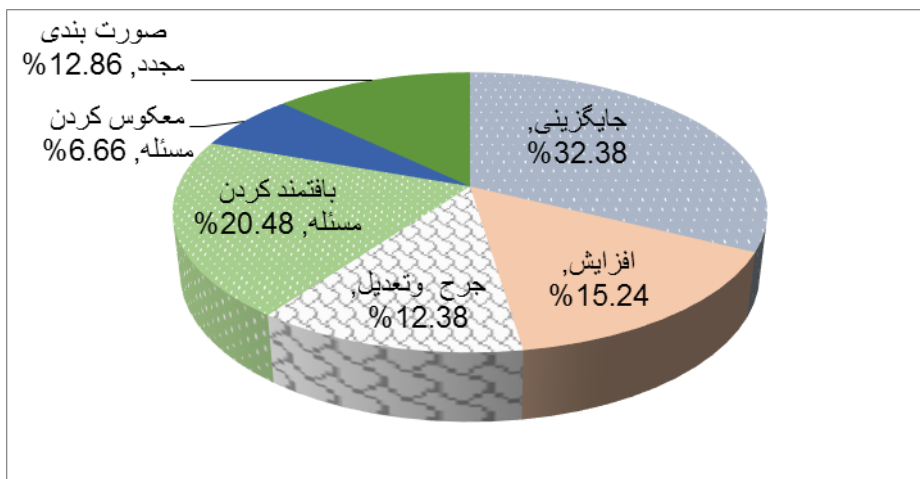


بررسی وضعیت طرح مسئله دانش‌آموزان در موقعیت ساختار یافته استویانوا بر اساس مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹) مطابق نمودار (۲)، نشان داد که دانش‌آموزان مسئله‌ها را در دسته‌های مختلف این مدل طرح کرده‌اند، ولی تقریباً یک‌سوم پاسخ‌های دانش‌آموزان مربوط به سطح جایگزینی که ابتدایی‌ترین سطح مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹) است، می‌باشد، در واقع این دسته از دانش‌آموزان در طرح مسئله‌های ساختاریافته به تغییر اعداد و اسامی اکتفا کرده‌اند. در مقایسه نتیجه این قسمت از پژوهش با پژوهش نادری (۱۳۹۳) که به بررسی توانایی طرح مسئله ریاضی دانش‌آموزان پایه هفتم پرداخته بود، نتایج نشان داد هشتاد درصد دانش‌آموزان نادری در سطح جایگزینی و بیست درصد آنها در سایر سطوح مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹) مسئله طرح کردند. یعنی پراکندگی پاسخ در سطوح دیگر دانش‌آموزان نادری تنها بیست درصد بوده است. طبق مشاهدات پژوهشگر مقایسه نتایج این دو پژوهش نشان می‌دهد آموزش‌ها و فعالیت‌های طرح مسئله قبل از برگزاری آزمون‌ها توسط معلم، تاثیر مثبتی بر توانایی طرح مسئله دانش‌آموزان در طرح انواع دیگر مسئله‌ها داشته است. مطابق با نتایج مطالعه اسکندری (۱۳۹۲) که در نتیجه مطالعه خود نشان داد "مهارت طرح مسئله دانش‌آموزان، مانند سایر مهارت‌ها، قابلیت رشد و شکوفایی دارد و با ایجاد فرصت‌های مناسب برای تجربه طرح مسئله ریاضی برای دانش‌آموزان و بیان استراتژی‌های موجود، می‌توان باعث پرورش این مهارت شد." در اینصورت دانش‌آموزان در طرح مسئله‌ها انعطاف پذیری بیشتری از خود نشان می‌دهند، لذا می‌توان در موقعیت‌های ارزشیابی، دسترسی بیشتری به تفکرات و درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی پیدا کرد.

نمودار ۲. پراکندگی پاسخ‌های درست دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت ساختار یافته با توجه به

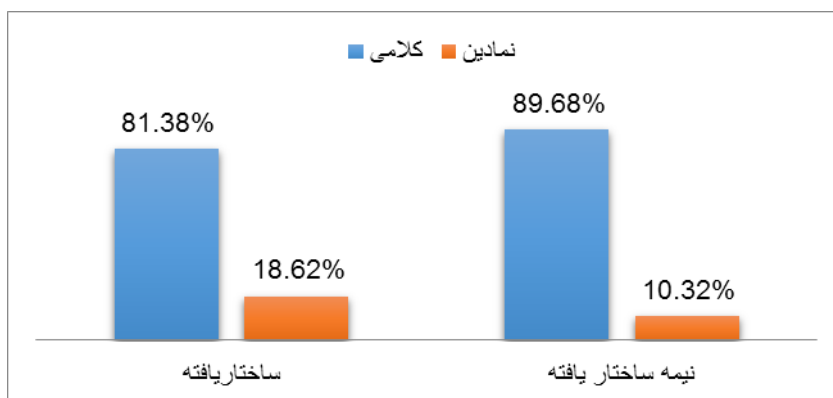
مدل ویسترو-یو (۲۰۰۹)





همچنین در بررسی طیف پاسخ‌ها به سؤالات در دو موقعیت ساختار یافته و نیمه ساختار یافته، مطابق نمودار (۳) ملاحظه شد، بیش از ۸۰ درصد پاسخ به سؤالات در هر دو موقعیت ساختار یافته و نیمه ساختار یافته استویانوا و الرتن (۱۹۹۶)، به صورت کلامی بوده است. و در بررسی سؤالات، پژوهشگر مشاهده کرد بیشترین پاسخ‌های کلامی مربوط به سؤالاتی می‌باشد که در هر دو موقعیت ساختار یافته و نیمه ساختار یافته، یک موقعیت داستانی دارند و در کمتر از ۲۰ درصد پاسخ‌ها در هر دو موقعیت مسئله‌ها به صورت نمادین طرح شدند.

### نمودار ۳. پراکندگی پاسخ دانش‌آموزان به سؤالات با موقعیت ساختار یافته و نیمه ساختار یافته از نظر کلامی و نمادین



الگوهای احتمالی ملاحظه شده در موقعیت آزاد در مسئله‌های طرح شده دانش‌آموزان مطابق جدول (۲) نشان داده شده است. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت آزاد را با توجه به قابل حل بودن و غیر قابل حل بودن مسئله‌ها مطابق نمودار (۴) می‌باشد. بررسی مسئله‌های غیر قابل حل مشخص کرد که این مسئله‌ها یا جمله-بندی مشخصی نداشتند و یا مفروضات مهم در این مسئله‌ها بیان نشده بودند و همچنین در طرح آنها عبارت جبری پیچیده‌ی زیادی استفاده شده بود. حدود ۸۹ درصد مسئله‌های طرح شده، قابل حل بودند. البته در بین این سؤالات ۷۷ درصد با راه حل درست وجود داشت، لذا بررسی پاسخ‌ها نشان می‌دهد در آن دسته از مسئله‌های طرح شده توسط دانش-

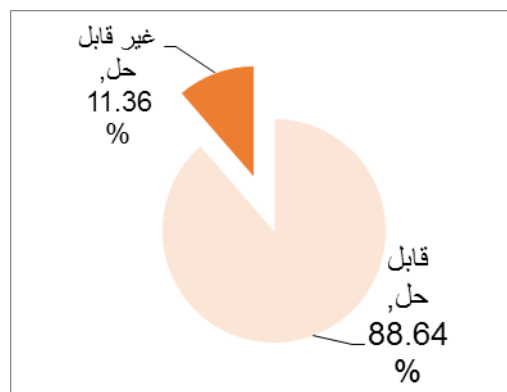
آموزان که قابل حل بوده و آنها توانسته‌اند راه حل درست نیز ارائه دهند، معلوم شد دانش‌آموزان از دانش مربوط به موضوعات ارائه شده در این مسئله‌ها برخوردار بودند، اما حدود ۵ درصد مسئله‌های قابل حل با راه حل نادرست دیده شدند که راه حل‌های نادرست دانش‌آموزان به مفاهیمی چون حل معادلات یک مجهولی، درک اتحادها، گویا کردن کسرها، استفاده از محیط قاعده به جای مساحت قاعده در فرمول حجم هرم، عدم درک محاط شدن جسمی درون جسم دیگر (مانند مسئله‌ای که هرمی درون استوانه محاط شده است ولی ارتفاعشان متفاوت می‌باشد) مربوط می‌شدند.

**جدول ۲. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت آزاد با توجه به چارچوب شماره (۱) محقق ساخته**

درصد فراوانی	فراوانی	نوع پاسخ	فراوانی
۷۶/۷۱٪	۱۳۵	راه حل درست است	با راه حل قابل حل
۵/۱۱٪	۹	راه حل نادرست است	
۶/۸۲٪	۱۲	بدون راه حل	
۶/۲۵٪	۱۱	ساختار مسئله اشتباه است	غیر قابل حل
۵/۱۱٪	۹	داده و اطلاعات مسئله کافی نیست	
۱۰۰	۱۷۶	مجموع	

نمودار ۴. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت آزاد با توجه به قابل حل بودن و

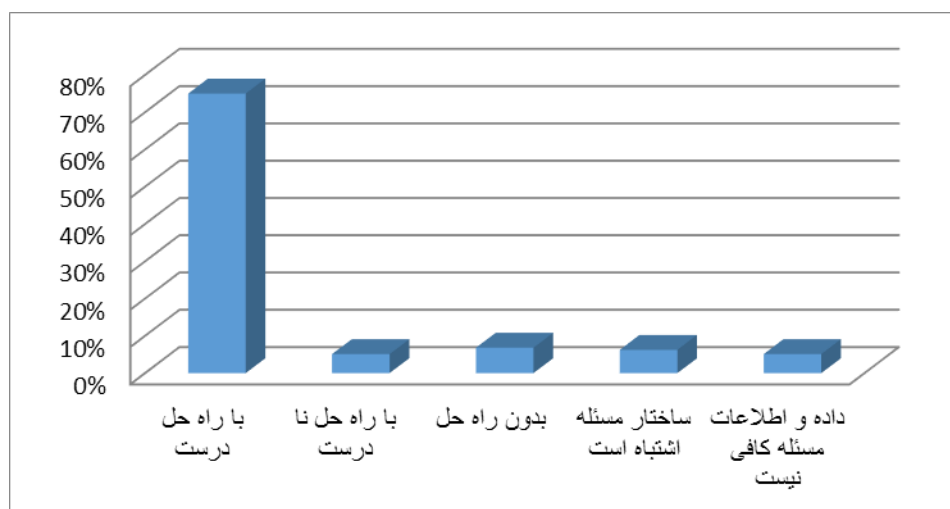
**غیر قابل حل بودن مسئله‌ها**



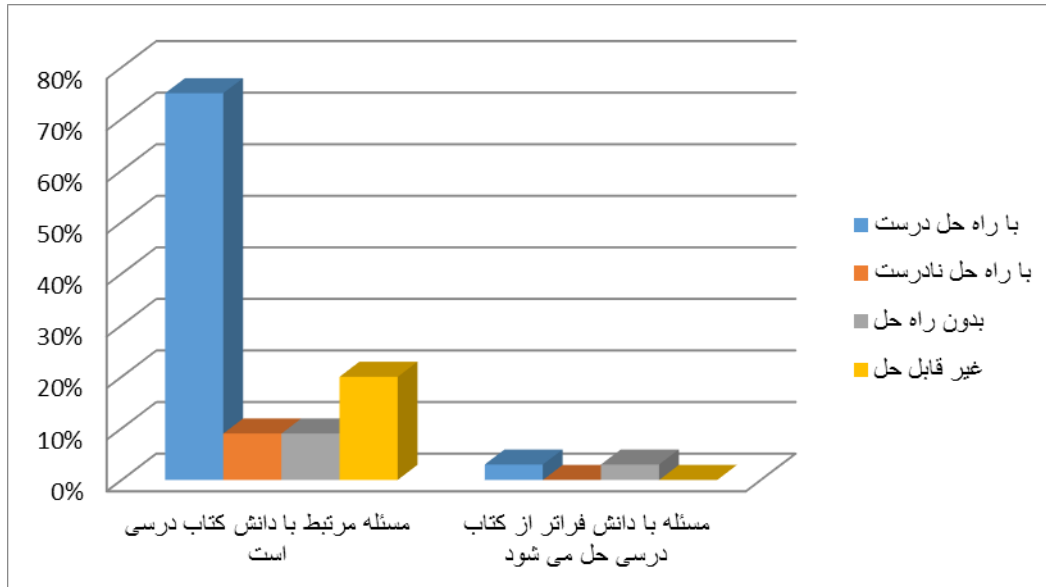
اما در بررسی دیگری روی همین داده‌ها، مشاهدات و یافته‌های پژوهش در نمودار (۵) نشان داد، حدود ۹۷ درصد مسئله‌های طرح شده در موقعیت آزاد استویانوا مرتبط با مفاهیم کتاب درسی بود. حتی درصد کمی از دانش‌آموزان

مفاهیمی از درس علوم در طرح مسئله‌های ریاضی به کار برده بودند. همچنین ۷۵ درصد، در واقع بیشترین درصد پاسخ‌ها، به مسئله‌هایی با راه حل درست، اختصاص یافته بود و با توجه به نمودار (۶)، حدود ۳ درصد دانش‌آموزان مسئله‌هایی با دانش فراتر از کتاب درسی طرح نموده بودند در حالیکه نیمی از این تعداد، دارای راه حل درست بود، به طور مثال در یکی از مسئله‌های طرح شده، با داشتن مختصات دو نقطه و بکار بردن فرمول، فاصله دو نقطه در صفحه را بدست آورده بودند، و نیمی دیگر از مسئله‌های طرح شده بدون راه حل ارائه شده بود، مانند مسئله‌ای که برای حل آن نیاز به کاربرد لگاریتم یا مسئله‌ای دیگر که حل آن نیاز به کاربرد رابطه تالس بود. مشاهدات محقق حاکی از آن است که دانش‌آموزان از دانش و مفاهیمی که در فرصت‌ها و کلاس‌های غیر مدرسه‌ای آموخته‌اند در طرح مسئله‌ها با موقعیت آزاد به کار برده‌اند. ولی چون تمرکز کمتری روی این مفاهیم داشته‌اند، یا فقط به حفظ طوطی وار و حل رویه‌ای سؤالات مربوط به این مفاهیم بسنده کرده‌اند و یا اینکه بعد از طرح مسئله، آن را بدون حل رها کرده‌اند.

#### نمودار ۵. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت آزاد



نمودار ۶. پراکندگی پاسخ دانش‌آموزان به سؤالات در موقعیت آزاد بر اساس مرتبط بودن یا مرتبط نبودن با مفاهیم کتاب درسی با توجه به نوع حل



همچنین در بررسی الگوهای احتمالی ملاحظه شده در موقعیت ساختار یافته در مسئله‌های طرح شده دانش-آموزان، این الگو مطابق جدول (۳) نشان داده شده است.

جدول ۳. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت ساختار یافته

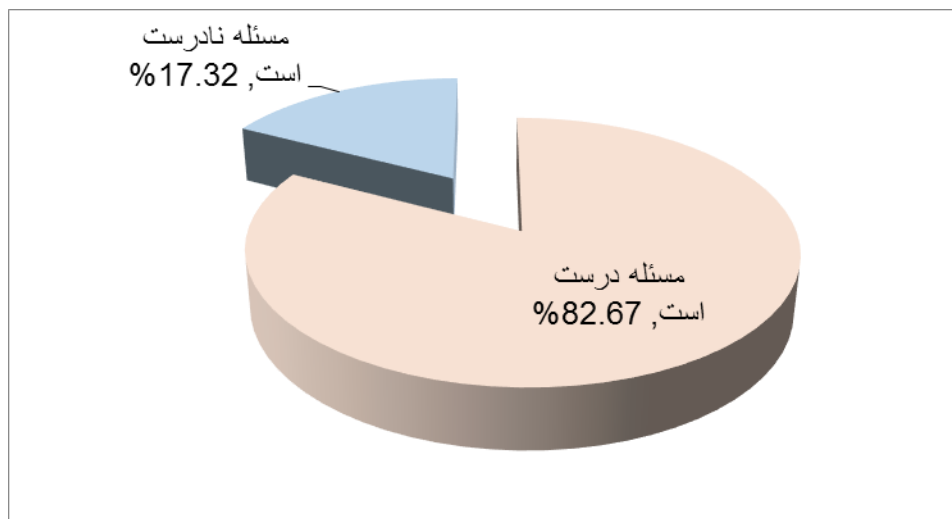
درصد فراوانی	فراوانی	نوع پاسخ	
۶۶/۵٪	۱۶۹	راه حل درست است	
		راه حل نادرست است	
		مسئله دارای شرایط اضافی، بی استفاده در حل است	با راه حل
		مسئله با دانش فراتر از سطح کتاب حل شده است	
۳/۵۴٪	۹	بدون راه حل	
۲/۱۸٪	۷	ساختار مسئله اشتباه است	
		داده و اطلاعات مسئله کافی نیست	
		عدم درک موقعیت و طرح مسئله‌ای دیگر	
		درک موقعیت، عدم تطابق با خواسته محقق	

۱۰۰	۲۵۴	جمع
-----	-----	-----

نمودار (۷)، نشان می‌دهد حدود ۸۳ درصد از مسئله‌های طرح شده در موقعیت ساختار یافته استویانوا، درست و حدود ۱۷ درصد مسئله‌های طرح شده نادرست بودند. از میان ۱۷ درصد مسئله‌ها که نادرست هستند حدود ۶ درصد از کل مسئله‌ها دارای داده و اطلاعات کافی در حل نبودند و ۳ درصد مسئله‌ها دارای ساختار اشتباه بود، مانند مسئله‌ای که نیمکره‌ای داخل مخروط واقع شده است بطوریکه قطر قاعده مخروط با قطر کره برابر است، اما در داده‌های مسئله برای آنها مقادیر مختلفی در نظر گرفته شده است و در کمتر از ۱۰ درصد مسئله‌ها، موقعیت سؤال داده شده توسط دانش‌آموزان درک شده است اما مطابق با خواسته محقق نبوده است و یا موقعیت سؤال داده شده توسط دانش‌آموزان درک نشده و مسئله دیگری طرح شده است.

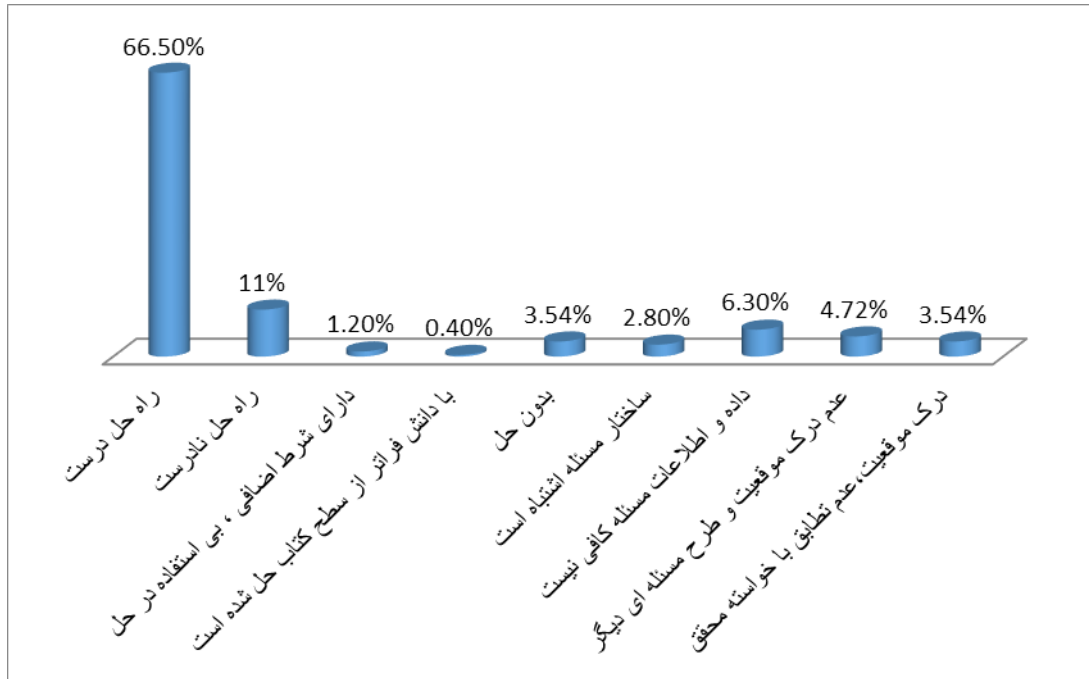
نمودار ۷. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت ساختار یافته با توجه به درست و

#### نادرست بودن مسئله‌ها



با توجه به نمودار (۸)، بررسی‌ها نشان می‌دهد در مسئله‌هایی که درست طرح شده‌اند حدود ۶۷ درصد مسئله‌ها دارای راه حل درست بوده و حدود ۱۱ درصد مسئله‌های درست، دارای راه حل نادرست هستند از جمله راه حل‌های نادرست مربوط به مسئله‌ای است که در حل مسئله، مولد مخروط به جای ارتفاعش در نظر گرفته شده است. در مسئله دیگری مخرج با جمله‌ای در جمع جبری صورت ساده شده است یا اشتباهاتی از قبیل ساده کردن اعداد توان‌دار، بکار بردن فرمول‌های محاسبه سطح و حجم می‌باشد و کمتر از ۵ درصد مسئله‌های درست طرح شده یا دارای شرط اضافی بی‌استفاده در حل یا با دانش فراتر از سطح کتاب حل شده‌اند و یا بدون حل می‌باشند.

نمودار ۸. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت ساختار یافته



در بررسی درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی با بررسی طیف پیچیدگی سؤالات طرح شده در موقعیت آزاد و ساختاریافته، معلوم شد بیش از نیمی از پاسخ‌ها در سطح پایین قرار دارند اگر چه بسیاری از این مسئله‌ها به نظر می‌رسد تا حدودی پیچیده باشد اما نیاز به مهارت‌های ریاضی کمتری برای حل مسئله دارند و دانش‌آموزان در طرح بعضی از این مسئله‌ها ایده از کتاب درسی یا حتی کتاب‌های کمک درسی گرفته‌اند. حدود ۲۰ درصد مسئله‌ها در هر دو موقعیت، مسئله‌هایی هستند که در سطح پیچیدگی متوسط قرار داشتند، مشاهدات پژوهشگر حاکی از آن است، مسئله‌های این دسته، نه تنها مسئله‌هایی با زمینه دنیای واقعی با مفهیمی از ریاضیات دارا می‌باشد، بلکه دانش‌آموزان سعی کرده‌اند از اطلاعات فعلی خود بهره برده و دیدگاه واقع بینانه درباره جهان پیرامون خود در طرح مسئله‌ها داشته باشند. همچنین آنها از مفاهیم درس‌های دیگر مانند درس علوم در طرح مسئله‌ی خود استفاده نمودند. لذا این دانش‌آموزان زمان بیشتری برای تکمیل تکالیفشان صرف نمودند. در پاسخ‌های دانش‌آموزان به مسئله‌های طرح شده، که حدود ۴ درصد در هر دو موقعیت است، آن دسته از مسئله‌هایی که در سطح بالای پیچیدگی دسته‌بندی شدند، دانش‌آدراکی دقیق و یک مجموعه گسترده از مهارت‌های ریاضی دانش‌آموزان را نشان می‌دهد، در واقع در طرح و حل این نوع مسئله‌ها دانش‌آموزان نیاز به استدلال انتزاعی، قضاوت‌ها و تجزیه و تحلیل دارند. معلم همچنین مشاهده کرد که دانش‌آموزانی که مسئله‌هایی با این کیفیت طرح کردند، یک وضعیت نسبتاً مثبتی به سمت حل مسئله دارند. به طور کلی بسیاری از دانش‌آموزان با توانایی بالا قادر به طرح مسئله‌هایی هستند که درجه سختی و تازگی آنها فراتر از مسئله‌هایی که در کتاب درسی وجود دارد می‌باشد.

**جدول ۴. درصد فراوانی سطوح پیچیدگی ریاضی در پاسخ‌های دانش‌آموزان به مسئله‌های قابل حل موقعیت**

**آزاد و مسئله‌های درست طرح شده در موقعیت ساختاریافته**

سطح پیچیدگی	درصد فراوانی	درصد فراوانی
	(موقعیت آزاد)	(موقعیت ساختار یافته)

پایین	٪۷۹	٪۷۳
متوسط	٪۱۸	٪۲۳
بالا	٪۳	٪۴

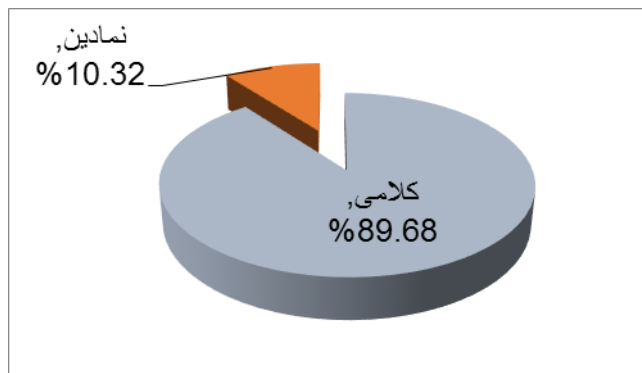
در بررسی درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی، مطابق جدول (۵)، حدود ۹۰ درصد دانش‌آموزان در موقعیت نیمه ساختار یافته مسئله‌های کلامی و حدود ۱۰ درصد دانش‌آموزان مسئله‌های نمادین ریاضی طرح کرده‌اند.

#### جدول ۵. پراکندگی پاسخ دانش‌آموزان به سؤالات در موقعیت نیمه ساختار یافته

درصد فراوانی	فراوانی	نوع پاسخ		
		درست	مطابق با دنیای واقعی	
٪۵۳/۳۶	۱۱۹	درست	مطابق با دنیای واقعی	کلامی
٪۲۴/۶۶	۵۵	غیر واقعی	غیر واقعی	
٪۱۱/۶۶	۲۶	نادرست		
٪۸/۵۲	۱۹	درست		نمادین
٪۱/۸	۴	نادرست		
۱۰۰	۲۲۳	جمع		

در نمودار (۹)، همانطور که معلوم است نیمی از دانش‌آموزان مسئله‌های کلامی درست و مطابق با دنیای پیرامون خود طرح کرده‌اند و مشاهدات معلم حاکی از آن است که این تعداد از دانش‌آموزان در طرح مسئله‌ها مهارت‌ها و دانش‌های رسمی ریاضی را در موقعیت‌های واقعی زندگی خود به کار برده‌اند و این نشان داد آنها به درک عمیق مفاهیم دست یافته‌اند. اما در نیمی دیگر از دانش‌آموزان حدود ۲۵ درصد کل دانش‌آموزان مسئله‌های کلامی درست و غیر واقعی طرح کردند و حدود ۱۲ درصد کل دانش‌آموزان نیز مسئله‌های کلامی نادرست طرح کرده‌اند. در بررسی مسئله‌های کلامی نادرست دانش‌آموزان، پژوهشگر مشاهده کرد بعضی از دانش‌آموزان در مسئله‌های طرح شده پیرامون معادله خطها، به رابطه بین X و Y پی نبرده‌اند. در بعضی دیگر از این نوع مسئله‌ها داده و اطلاعات مسئله کافی نیست و این موضوع می‌تواند عدم درک درست دانش‌آموزان را از مفاهیم آموخته شده نشان دهد. تقریباً ۸/۵ درصد دانش‌آموزان مسئله‌های نمادین درست که از مفاهیم مجرد ریاضی می‌باشد طرح کرده و حدود ۲ درصد دانش‌آموزان مسئله‌های نمادین نادرست طرح کردند. از جمله مسئله‌هایی که نمادین نادرست بودند مسئله‌ای در معادله خط بود که دانش‌آموز معادله‌ای برای خط گذرنده از مبدا مختصات نوشته بود که این خط از مبدا مختصات عبور نمی‌کرد.

## نمودار ۹. پراکندگی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات آزمون‌ها در موقعیت نیمه ساختار یافته با توجه به کلامی و نمادین بودن مسئله‌ها



### بحث و نتیجه گیری

کالم (۱۹۹۴) اشاره می‌کند که بسیاری از دانش‌آموزان فاقد فرصت برای تدوین مسائل هستند، با این حال، او معتقد بود که دانش‌آموزان می‌توانند یک مسئله را بنویسند در صورتی که مفاهیم ریاضی را عمیقاً درک کنند. در بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات و راه‌حل‌های آنها به مسئله‌های طرح شده، مشاهده شد که درصد بیشتری از دانش‌آموزان پس از پایان هر فصل از کتاب درسی، قادرند مسئله‌هایی با توجه به موضوع همان فصل طرح کنند اما قادر به ترکیب موضوعات از فصل‌های مختلف نیستند. و این عدم درک آنها را در ترکیب موضوعات مختلف ریاضی را نشان می‌دهد. لذا برنامه‌ریزان کتاب‌های درسی و معلمین باید به این مهم توجه داشته باشند و شایسته است برای پیوند دادن مفاهیم مختلف ریاضی، مسئله‌هایی با ترکیب موضوعات مختلف در برنامه درسی مدرسه‌ای گنجانده شود. همچنین مشاهدات پژوهشگر در بررسی مسئله‌ها حاکی از آن است که دانش‌آموزانی که مسئله‌هایشان دارای ساختار اشتباه بوده، یا با ساختار درست، دارای راه حل اشتباه است، هنوز درک درستی از مفهوم بکار رفته در مسئله را ندارند لذا می‌توان نتیجه گرفت، جای دادن فرایندهای طرح مسئله در فرصت‌های ارزشیابی پتانسیل خوبی برای استخراج بدفهمی‌های دانش‌آموزان از مفاهیم موجود در ذهن آنها می‌باشد.

از نظر دی کورت<sup>۱</sup> به نقل از افشین منش (۱۳۹۱)، مسائل کلامی بخش مهمی از برنامه درسی ریاضی مدارس است که با هدف کاربرد مهارت‌ها و دانش‌های رسمی ریاضی در موقعیت‌های واقعی زندگی دان آموزان ارائه می‌شود. با توجه به رویکرد آموزش ریاضی در برنامه درسی جدید در ایران که آموزش ریاضی از طریق حل مسئله بوده و ارائه بیشتر فعالیت‌های کتاب درسی که در قالب مسئله‌های کلامی می‌باشد، و نتایج این پژوهش که بیش از هشتاد درصد پاسخ‌ها به سؤالات در دو موقعیت ساختار یافته و نیمه ساختار یافته به صورت کلامی بود، معلوم می‌شود رویکردهای جدید در برنامه درسی تاثیر مثبتی بر طرح مسئله‌های کلامی دانش‌آموزان گذاشته است.

علاوه بر این با توجه به اینکه نیمی از دانش‌آموزان مسئله‌های کلامی درست در موقعیت نیمه ساختار یافته و مطابق با دنیای واقعی طرح کرده‌اند، تکلیف طرح مسئله، موجب افزایش درک آنها از مطالب آموخته شده، نیز شده است زیرا دانش‌آموزان با بکارگیری مفاهیم آموخته شده در امور واقعی کاربرد هر الگوریتم و فرمول را چه در زمینه ریاضی و چه در زمینه علوم دیگر درک کرده‌اند. اما حدود ۲۵ درصد دانش‌آموزان مسئله‌های کلامی غیر واقعی طرح کرده‌اند. این نتیجه



نشان می‌دهد درک این تعداد از دانش‌آموزان از مفاهیم به کار رفته در این مسئله‌ها رویه‌ای است و مفهومی نیست. لذا برنامه آموزشی اصلاح شده تأکید بیشتری بر افزایش مسئولیت معلمان در قبال کیفیت تکالیفی که به دانش‌آموزان می‌دهند، دارد. تکالیف با کیفیت به دانش‌آموزان در داشتن تفکر روشن و توسعه درک عمیق و مفهومی از طریق روند تدوین مسئله، برقراری ارتباط، و استدلال کمک می‌کند (مت<sup>۱</sup>، ۲۰۰۰، نقل از پای جن لین). بیشتر شواهد نشان می‌دهد که اکثر سؤالات و مسائل بکار رفته توسط معلم‌ها بر درک حفظی و رویه‌ای متمرکز است تا بر استدلال ریاضی و درک مفهومی (وک<sup>۲</sup>، ۱۹۹۲؛ استین<sup>۳</sup> و اسمیت<sup>۴</sup> و هنینگسن<sup>۵</sup> و سیلور<sup>۶</sup>، ۱۹۹۳؛ استون سون<sup>۷</sup> و استیگلر<sup>۷</sup>، ۲۰۰۰). لذا معلمان باید در ارائه تکلیف، به دانش‌آموزان همسو با اهداف برنامه درسی، با در نظر گرفتن این مهم، در پیوند بین تجارب ریاضی دانش‌آموزان با دنیای واقعی این دانش‌آموزان تلاش کنند. با توجه به اینکه طرح مسئله به عنوان یک جزء مهم در ماهیت تفکر ریاضی شناخته شده است (کیل پاتریک، ۱۹۸۷)، اخیراً، تأکید زیادی بر فراهم کردن فرصت برای دانش‌آموزان به طرح مسئله در کلاس درس ریاضیات وجود دارد (انگلیسی و هالفورد، ۱۹۹۵؛ استویانوا، ۱۹۹۸). نتایج این پژوهش نیز نشان داد که فعالیت‌های طرح مسئله‌ی دانش‌آموزان در فرصت‌های ارزشیابی کلاسی به عنوان یک ابزار برای کشف کاستی‌ها در درک مفاهیم و همچنین بهبود توانایی حل مسئله و نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضیات، کاربرد دارد. با این وجود، چنین اصلاحاتی اول نیاز به ایجاد محیطی که در آن طرح مسئله یک فرایند طبیعی از یادگیری ریاضیات باشد دارد. دوم، لازم است معلمان، استراتژی‌هایی را برای کمک به دانش‌آموزان در طرح مسائل معنی‌دار و جذاب بیابند. بنابراین، نیاز به حمایت معلمانی است که فرصت‌هایی برای درگیر کردن دانش‌آموزان در فعالیت طرح مسئله ایجاد می‌کنند، همواره وجود دارد.

## کتابنامه

- اسکندری، م.، ۱۳۹۲، بررسی تاثیر پرورش مهارت های طرح مسئله ریاضی بر توانایی حل مسئله دانش آموزان مقطع راهنمایی، رساله ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.
- افشین منش، م.، ۱۳۹۱، بررسی تأثیر تدریس مبتنی بر رسم شکل بر مدل سازی جبری مسائل کلامی در دانش آموزان پسر سال دوم راهنمایی، پایان نامه ی کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران.
- پولیا، ج.، ۱۳۸۶، چگونه مسئله را حل کنیم، احمد آرام (مترجم)، چاپ هشتم، تهران: کیهان.
- پولیا، ج.، ۱۹۶۲، خلاقیت ریاضی، پرویز شهریار (مترجم)، چاپ هفتم (۱۳۸۲)، تهران: فاطمی.
- خوئینی، الف.، ۱۳۸۸، آنچه معلمان، دانش آموزان و اولیا باید بدانند ارزشیابی تکوینی چیست؟، تهران، انتشارات پیوند مردم نو، شماره ۷۶۶۸
- دلاور، ع.، ۱۳۹۳، روش پژوهش در روانشناسی و علوم تربیتی، ویرایش چهارم، چاپ چهل و دوم، تهران: نشر ویرایش.

---

1. Met  
2. Vacc  
3. Stein  
4. Smith  
5. Stevenson  
6. Stevenson  
7. Stigler

- رستگار، ط.، ۱۳۸۵، *آزمون مستمر ارزشیابی در تعلیم و تربیت*، تهران، نشریه رشد، شماره ۴ صفحه ۳۲.
- رستگار، ط.، ۱۳۸۰، *روشهای ارزشیابی علوم تجربی ابتدایی*، تهران، انتشارات منادی تربیت، صفحه ۱۳.
- سیف، ع.، ۱۳۷۹، *روانشناسی پرورشی : روانشناسی یادگیری و آموزش*، تهران، انتشارات آگاه، صفحات ۶۱۹-۶۱۸.
- سیف، ع.، *اندازه گیری و سنجش در علوم تربیتی*، شماره چاپ دوم، انتشارات دانشگاه پیام نور، ۱۳۷.
- شعبانی، ح.، *مهارت های آموزشی و پرورشی*، ۱۳۸۳، چاپ نوزدهم، تهران، انتشارات سمت.
- شعبانی، ح.، ۱۳۹۰، *مهارت های آموزشی: روش ها و فنون تدریس*، تهران: انتشارات سمت.
- غیبی، ت.، ۱۳۹۱، *بررسی فرایند طرح مسئله دانش آموزان ابتدایی*، رساله ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.
- کلاهدوز، ف.، ۱۳۹۰، *بررسی درک و فهم دانش آموزان سال دوم متوسطه از درک و فهم استدلال و اثبات ریاضی*، رساله ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.
- کدیور، پ.، ۱۳۹۰، *روانشناسی یادگیری*، تهران، انتشارات سمت.
- کیامنش، ع.، ۱۳۸۷، *روش های ارزشیابی آموزشی*، تهران، پیام نور.
- معینی، ت.، ۱۳۸۷، *بررسی تأثیر تغییرات کتاب درسی ریاضی و روش تدریس معلمان از لحاظ مفهومی و رویه ای بر عملکرد دانش آموزان پایه ی سوم راهنمایی بر اساس آزمون تیمز ۲۰۰۳*. رساله ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.
- مکینتاش، رابرت، و دنیس جرت، ترجمه ی زهرا گیلک و زهرا گوی، ۱۳۸۵، *رشد شماره ی ۸۶*.
- نادری، س.، ۱۳۹۳، *بررسی توانایی طرح مسئله ریاضی دانش آموزان پایه هفتم*، رساله ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.
- یپ بان هار، ۲۰۰۹، *طرح مسئله در مدارس ابتدایی سنگاپور*، ریحانی و کریمی کیا(مترجم)، *مجله رشد آموزش ریاضی*، ۳۰(۱۱۰)، ۲۰-۲۷.

- Anderson, R. S., & Puckett, J. B. (2003). Assessing students' problem-solving assignments. *New Directions for Teaching and Learning*, (95), 81-87. <http://dx.doi.org/10.1002/tl.117>.
- Aksu, M., 1997, *Student performance in dealing with fractions. The Journal of Educational Research*. 90(6): 375 – 380.
- Bachor, D., Anderson, J., Walsh, J., & Muir, W., 1994, *Classroom assessment and the relationship to representativeness, accuracy, and consistency. The Alberta Journal of Educational Research*, 50, pp:247-262.
- Barlow, A. T., 2006, The impacts of problem posing on elementary teachers' belief about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics*, 106, 64-73. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1949-8594.2006.tb18136.x>.
- Ban Har, Y. & Puay Huat, Ch ., 2008, Problem Posing Performance of Grade 9 Students in Singapore on an open-ended stimulus. *National Institute of Education, Nanyang Technological University*, (p. 36- 45), Singapore
- Berenson, S. B., & Carter, G. S. ,1995, Changing assessment practices in science and mathematics. *School Science and Mathematics*, 95(4), 182-186. <http://dx.doi.org/10.1111/j.19498594.1995.tb15759.x>
- Crespo, S., 2003, *Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. Educational Studies in Mathematics*, 52(3): 243-270.
- Crespo, S. Sinclair, N., 2008, *What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. Springer*, 11:395-415.
- Cohen, I. S., & Fowler, J. V., 1998, *Create assessments that do it all. Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(1), 44-47.
- Dewey, J., 1997, *Experience and education*. New York, NY: Simon & Schuster (Original work published in 1938).
- English, L., 1997a, Seventh-grade students problem posing from open-ended situations. Center for mathematics and Science Education Queensland University of Technology. MERGA 20 – Aotearoa.
- English, L., 1997b, The Development of fifth- grade childrens problem posing abilities. *Educational Studies in Mathematics* 34: 183-217.

- Gage, N. L., & Berliner, D. C., 1984,1988,1992, *Educational psychology (3rd, 4th, and 5th ed)*. Hopewell, N j: Houghton milflin.
- Gronlund, N. E., & linn, R.M., 1990, *Measurement and evaluation in teaching*. NewYork: Macmillan.
- Hatfield, M. M., Edwards, N. T., Bitter, G. G., & Morrow, J., 2003, *Mathematics methods for elementary and middle school teachers (4th ed.)*. New York, NY: John Wiley & Sons.
- Kilpatrick, J., 1987, Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* ., pp.123-147, Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kilpatrick, J., 1987, Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* ., pp.123-147, Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kulm, G.,1994, *Mathematics assessment: What works in the classroom*. San Francisco, CA: Jossey Bass Inc.
- Lin, P.J., 2005, Supporting teachers on designing problem-posing tasks as a tool of assessment to understand students' mathematical learning. February, 17-20. *International Conference of Reading and Writing In Science and Mathematics, Chang-Haw University*.
- Lowrie, T., 1999, Free Problem Posing: Year 3/4 students constructing problems for friends to solve, in Silver, E. A., 1994, On mathematical problem solving. *For the learning of Mathematics, Vol. 14(1)*, pp.19-28.
- National Council for Teachers of Mathematics., 1995, *Assessment standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics., 1991, *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics., 2000, *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics., 1989, *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ponte, j. , & Henriques, A., ۲۰۱۲, Problem posing based on investigation activities by university students. Springer .
- Romberg, T. A., & Wilson, L. D., 1995, Issues related to the development of an authentic assessment system for school mathematics. In T. A. Romberg (Ed.), *Reform in school mathematics and authentic assessment* (pp.19-37). Albany, New York: State University of New York.
- Schoenfeld, A. H., 1992, Learning to think mathematically: Problem-solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.334-370). New York: MacMillan.
- Shepard, L.A., 2003, Reconsidering Large-Scale Assessment to Heighten its Relevance to Learning. In J. M. Silver, E. A., 1994, *On mathematical problem posing. For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, E. A. & Cai, J., 2005, Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129-135.
3. Sriramen, B. & Yuan, X (2011). *An Exploratory study of relationships between students creativity and mathematical problem- posing abilities*.
  4. Stoyanova, E. & Ellerton, NF, 1996, A Framework for research into students problem posing in school mathematics. 518-525.
  5. Terwilliger, J., 1997, Semantics, psychometrics, and assessment reform: A close look at "authentic" assessments. *Educational Researcher*, 26(8), 24-27.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2009). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston, MA: Allyn & Bacon/Merill.
- Vistro-Yu, C., 2009, Using Innovation Techniques to Generate New Problems. In: In B. Kaur, Y. B. Har, M. Kapur (Eds.), *MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING* ., pp:185-207, Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- VonGlaserfeld, E., 1989, *Constructivism in education*. In T. Husen, & T. N. Postlethwaite (Eds.), *The International Encyclopaedia of Education* (supplementary vol., pp:162-163, Oxford: Pergamon.
- Watt, H., 2005, Attitudes to the use of alternative assessment methods in mathematics: A study with secondary mathematics teachers in Sydney, Australia. *Educational Studies in Mathematics*, 58(1), 21-44.
- White, B. Y., & Frederiksen, J. R., 1998, Inquiry, Modeling, and Metacognition: Making Science Accessible to All Students. *Cognition and Instruction*, 16(1), pp:113-118.
- Wiggins, G., 1990, The case for authentic assessment. Retrieved from ERIC database (ED328611).
- Woolfolk, Anita., 2001, *Educational Psychology*. Boston: Allyn & Bacon co press; pp:556-557.
- Yuan, X., & Sriraman, B., 2011, An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. In B. Sriraman, & K. H. Lee (Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics*., pp: 5-28, Rotterdam, The Netherlands: Sense.

## Examining the problem-posing process as an evaluation tool

### Abstract

Problem posing provides an opportunity to students for what they need to know and can create their mathematical knowledge, and allows teachers to observe patterns of understanding and learning mathematics of students, By challenging their thinking in problem-solving situations. Formative evaluation in classrooms is of great importance to find out how students learn to determine the strengths and weaknesses of their learning. Therefore, this study examines the process of problem posing as an evaluation tool. The statistical population of this research is all ninth-grade students in Tehran. In this study, 64 ninth-grade female students were selected as available samples. This study is practical in terms of purpose and semi-experimental in implementation. The tests were designed based on Stoyanova and Ellerton's (1996) framework. The examination of the questions was done according to the Wistro-U model (2009), the Yip Ban Har and Pai Hat model (2008), and the study of Silver and Kai (2005). Analysis of the tests was done quantitative-qualitative. Also, the face and content validity of the tests were confirmed by the professors of mathematics education, and Cronbach's alpha coefficient was 0.74. The results showed more than two-thirds of the students were not able to combine different subjects of mathematical concepts in the design of problems, and this result showed their lack of understanding in connecting the concepts. Also, according to the structure and solving of the issues proposed by the students, some misunderstandings the students were extracted from the mathematical concepts. Also, posing real verbal problems showed half of the students that the opportunities to pose problems have increased their understanding of the concepts. In unrealistic verbal problems, students' understanding of the concepts used in these problems is procedural and not conceptual.

**Keyword:** problem posing, problem solving, formative evaluation, ninth grade students