

مدل چانه‌زنی برای تخمین کارایی شبکه چندمرحله‌ای با تخصیص هزینه ثابت و کاربردهای آن

کیوان مرادی پور*، ساناز اسدی رحمتی**، الهام عبدالی⁺

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۸/۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۹/۱۰

چکیده

هدف این مقاله ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری است که ساختار شبکه‌ای چندمرحله‌ای دارند. بدین منظور، مدل بازی چانه‌زنی برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری با ساختار شبکه‌ای چندمرحله‌ای معرفی و توسعه داده شده است. در این مقاله، هر مرحله تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به صورت یک بازیکن بازی در نظر گرفته می‌شود. براین اساس، هزینه ثابت اختصاص‌یافته بین تمام مراحل تقسیم می‌شود به طوری که برای بهترین مرحله، بهترین تخصیص صورت گیرد. با ایده‌ای جدیدتر، مرحله میانی در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سه مرحله‌ای به عنوان بازیکن مشترک در بازی چانه‌زنی در نظر گرفته می‌شود؛ به طوری که این مرحله نقش مهمی در به حداکثر رساندن امتیاز کارایی شبکه ایفا می‌کند. در نهایت، رویکرد جایگزینی برای تخصیص هزینه ثابت مشترک در شبکه چندمرحله‌ای براساس بازی چانه‌زنی ارائه و پیشنهاد می‌شود.

طبقه‌بندی JEL: C710, C780.

واژگان کلیدی: تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، بازی چانه‌زنی، هزینه ثابت، شبکه چندمرحله‌ای.

* استادیار، گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران (نویسنده مسئول)، پست الکترونیکی:

kayvan.mrp@gmail.com

** دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران، پست الکترونیکی:

s.asadirahmati@gmail.com

⁺ مدرس گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران، پست الکترونیکی:

eliabdali@yahoo.com

۱. مقدمه

اخیراً، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای (NDEA)^۱ برای ارزیابی ساختار داخلی مجموعه‌های تولیدی توسعه یافته است؛ به گونه‌ای که عملکرد سیستم به طور مطلوب‌تر و بهتر مورد سنجش قرار گیرد. ساختارهای شبکه‌ای به صورت سری، موازی و ترکیبی معرفی و گسترش یافته‌اند (کائو، ۲۰۱۷؛ چن، لی، وانگ و هوانگ، ۲۰۱۸؛ لیم و ژو، ۲۰۱۹) و (کائو و لیو، ۲۰۱۹). این تحقیقات نشان می‌دهند مدل NDEA علاوه بر احتساب امتیاز عملکرد کل سیستم، امتیاز کارایی را نیز برای هر مرحله به طور جداگانه ارائه می‌دهد.

در شبکه‌های دومارحله‌ای، یک مرحله میانی و معیار مشترک بین دو مرحله وجود دارد که در مدل‌های اخیر بازی چانه‌زنی از روش‌های استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)^۲ برای ارزیابی کارایی هر مرحله به طور جداگانه استفاده می‌شود (عمرانی، قاری‌زاده بیرق و شفیع‌ی کلیری، ۲۰۱۵؛ تاوانا، دمقانی، ارتجا، محمودی و حافظ‌الکتب، ۲۰۱۸؛ عبدالی و فلاح‌نژاد، ۲۰۲۰؛ چو، وو، چو و ژانگ، ۲۰۲۰) و (ونگ، وی، ژانگ و وانگ، ۲۰۲۰).

تخصیص هزینه‌های ثابت بین واحدهای تصمیم‌گیری تحت نظارت مدیران بسیار مهم است. تاکنون بسیاری از مطالعات بر این مسئله مهم در سیستم‌های تک‌مرحله‌ای در تحلیل پوششی داده‌ها اشاره کرده‌اند که این مطالعات ساختار داخلی سیستم‌ها را نادیده می‌گیرند. اما در برنامه واقعی قابل مشاهده، هم در سازمان‌های خصوصی و هم در سازمان‌های دولتی، می‌توان سیستم‌هایی را مشاهده کرد که دارای ساختار چندمرحله‌ای هستند.

با در نظر گرفتن موضوع تخصیص هزینه ثابت در بازی چانه‌زنی، مدلی برای ارزیابی کارایی سیستم‌های چندمرحله‌ای توسعه داده می‌شود. در این راستا، با در نظر گرفتن رابطه مشارکتی بین واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMUها)^۳ به مسائل تخصیص هزینه ثابت NDEA چندمرحله‌ای پرداخته می‌شود. برای ارائه تخصیص هزینه ثابت بین مراحل در سیستم شبکه چندمرحله‌ای در بازی چانه‌زنی، روش یکتایی برای به حداکثر رساندن امتیازهای عملکرد سیستم بعد از تخصیص هزینه ثابت بین مراحل در نظر گرفته می‌شود.

^۱ Network Data Envelopment Analysis

^۲ Data Envelopment Analysis

^۳ Decision Making Unit

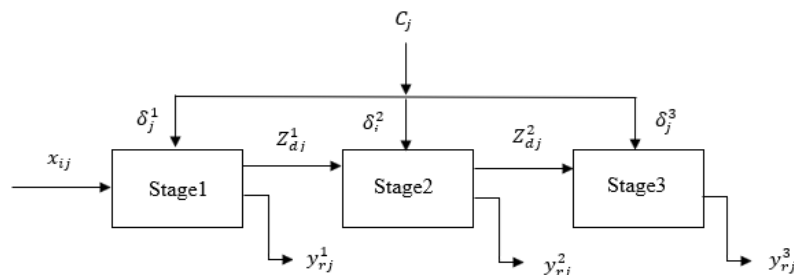
در این مقاله، روش جدیدی برای مرحله میانی در DEA شبکه‌ای سه مرحله‌ای به عنوان بازیکن مشترک در مدل بازی چانه‌زنی در نظر گرفته می‌شود؛ به طوری که این مرحله میانی نقش قابل ملاحظه‌ای در به حداکثر رساندن امتیاز عملکرد بازی مشارکتی ایفا کند. بدین ترتیب، این مقاله رویکرد جایگزینی برای تخصیص هزینه ثابت مشترک بر اساس شبکه چندمرحله‌ای در مدل بازی چانه‌زنی پیشنهاد می‌کند.

ساختار مقاله به این صورت است که در بخش دوم تخصیص هزینه ثابتی براساس مدل NDEA چندمرحله‌ای ارائه می‌شود؛ در بخش سوم، مدل بازی چانه‌زنی برای برآورد کارایی NDEA چندمرحله‌ای با تخصیص هزینه ثابت بیان می‌شود. در بخش چهارم، یک مثال کاربردی مطرح می‌شود و در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادها ارائه می‌گردد.

۲. مروری بر مطالعات

۱ تخصیص هزینه ثابت براساس مدل DEA شبکه‌ای چندمرحله‌ای

طبق (۱) فرض می‌کنیم n واحد تصمیم‌گیری داریم و هر واحد تصمیم‌گیری DMU_j ، $(j=1, \dots, n)$ ساختار شبکه‌ای سه مرحله‌ای دارد که این سه مرحله در سیستم شبکه‌ای به صورت سری به هم متصل شده‌اند. بر اساس شکل (۱) هزینه ثابتی وجود دارد که به تناسب بین سه مرحله تقسیم می‌شود. می‌توان گفت که مقادیری مانند δ_j^1 ، δ_j^2 و δ_j^3 از هزینه ثابت به ترتیب، به مراحل اول، دوم و سوم اختصاص داده می‌شوند، بنابراین: $\delta_j^1 + \delta_j^2 + \delta_j^3 = 1$.



شکل ۱. ساختار شبکه سه مرحله‌ای

هر DMU_j ($j = 1, \dots, n$) شامل I ورودی در مرحله اول است که با x_{ij} ($i = 1, \dots, I$) مشخص می‌شود. همچنین مقدار $1_j \leq \delta_j^1 \leq u_j$ از تخصیص هزینه ثابت به عنوان ورودی‌های اضافی $\delta_j^1 c_j^1$ است. R و D خروجی‌های این مرحله هستند که به ترتیب با y_{ij}^1 ($r = 1, \dots, R$) و z_{dj}^1 ($d = 1, \dots, D$) مشخص می‌شوند، سپس خروجی‌های DMU_j ($j = 1, \dots, n$) دارای D ورودی به صورت $1_j \leq \delta_j^2 \leq u_j$ و z_{dj}^1 ($d = 1, \dots, D$) از تخصیص هزینه ثابت به عنوان ورودی‌های اضافی $\delta_j^2 c_j^2$ دارد و خروجی‌های R و D در این مرحله به ترتیب با y_{ij}^2 ($r = 1, \dots, R$) و z_{dj}^2 ($d = 1, \dots, D$) مشخص می‌شوند. در مرحله سوم، هر DMU_j ($j = 1, \dots, n$) دارای D ورودی به صورت z_{dj}^2 ($d = 1, \dots, D$) است و $1_j \leq \delta_j^3 \leq u_j$ از تخصیص هزینه ثابت به عنوان ورودی‌های اضافی $\delta_j^3 c_j^3$ هستند و خروجی‌های R این مرحله با y_{ij}^3 ($r = 1, \dots, R$) مشخص می‌شوند و داریم $c_j^1 + c_j^2 + c_j^3 = C_j$. براساس مدل بازده به مقیاس ثابت (CRS)^۱ که توسط چارلز کوپر و رودز (۱۹۷۸) پیشنهاد شده، امتیازهای کارایی برای هر مرحله در سیستم شبکه‌ای به شرح زیر هستند:

$$\begin{aligned}
 e_2 = \max & \frac{\sum_{d=1}^D w_d^2 z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{ro}^2}{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{do}^1 + w_{d+1}^1 \delta_j^2 c_j^2} \\
 s.t. & \frac{\sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2}{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + w_{d+1}^1 \delta_j^2 c_j^2} \leq 1 \\
 & w_d^1 \cdot w_{d+1}^1 \cdot w_d^2 \cdot u_r^2 \geq \varepsilon \\
 & 1_j \leq \delta_j^2 \leq u_j \\
 & \sum_{j=1}^n c_j^2 \geq 0 \\
 & \delta_j^2 c_j^2 \geq 0
 \end{aligned} \tag{۱}$$

^۱ Constant Returns to Scale

$$e_3 = \max \frac{\sum_{r=1}^R u_r^3 y_{ro}^3}{\sum_{d=1}^D w_d^2 z_{do}^2 + w_{d+1}^2 \delta_j^3 c_j^3} \quad (2)$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^R u_r^3 y_{rj}^3}{\sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + w_{d+1}^2 \delta_j^3 c_j^3} \leq 1$$

$$w_d^2 \cdot w_{d+1}^2 \cdot u_r^2 \geq \varepsilon$$

$$l_j \leq \delta_j^3 \leq u_j \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j^3 \geq 0$$

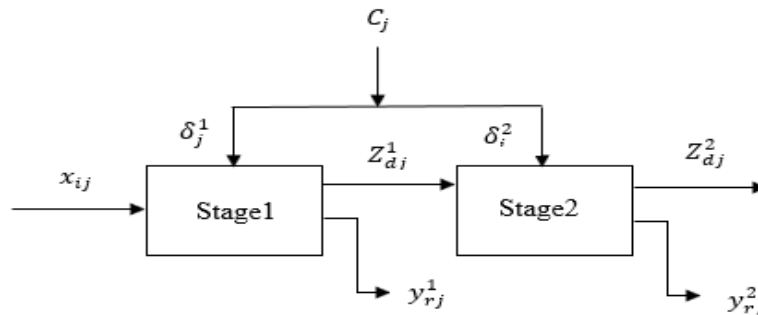
$$\delta_j^3 c_j^3 \geq 0$$

در روابط (۳-۱)، ε عدد بسیار کوچک و غیرارشمیدسی مثبت است و حد بالای وزن متغیرها در نظر گرفته شده است. از آنجا که هزینه ثابتی بین مراحل تقسیم می‌شود؛ یعنی $C_j = c_j^1 + c_j^2 + c_j^3$ آن را برای مراحل اول، دوم و سوم سیستم شبکه‌ای به ترتیب، به مقدار $l_j \leq \delta_j^1 \leq u_j$ ، $l_j \leq \delta_j^2 \leq u_j$ و $l_j \leq \delta_j^3 \leq u_j$ از هزینه ثابت به عنوان ورودی‌های اضافی $\delta_j^1 c_j^1$ ، $\delta_j^2 c_j^2$ و $\delta_j^3 c_j^3$ خواهیم داشت. از تساوی $\delta_j^1 + \delta_j^2 + \delta_j^3 = 1$ می‌توانیم حد بالا و پایین قطعی برای مقادیر δ_j^1 ، δ_j^2 و δ_j^3 را در نظر بگیریم. اکنون قصد داریم از ترفند جدیدی برای تبدیل این شبکه سه‌مرحله‌ای به شبکه‌ای دو مرحله‌ای استفاده کنیم. بدین منظور، براساس شکل (۱)، در گام اول، مراحل ۱ و ۲ را با هم به عنوان $e_{1,2}$ در نظر می‌گیریم و در گام دوم، مراحل ۲ و ۳ را به عنوان $e_{2,3}$ در نظر می‌گیریم تا امتیاز کارایی کل سامانه را برآورد کنیم.

زمانی که $e_{1,2}$ و $e_{2,3}$ را به عنوان کارایی مراحل اول و دوم و کارایی کلی NDEA دو مرحله‌ای جدید در نظر می‌گیریم، مرحله دوم نقش مهمی در به حداکثر رساندن امتیاز کارایی کل سیستم ایفا می‌کند. به‌طور مشابه، زمانی که عملکرد مراحل دوم و سوم را ادغام می‌کنیم، مرحله دوم دوباره نقش کلیدی در به حداکثر رساندن امتیاز عملکرد ایفا می‌کند. طبق شکل (۲)، فرض می‌کنیم که n واحد تصمیم‌گیری (DMU) داریم و هر DMU_j ، $(j = 1, \dots, n)$ ساختار

شبکه‌ای دومرحله‌ای (شکل ۲) دارد. دو مرحله در سیستم شبکه‌ای به صورت سری به هم متصل می‌شوند.

همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، هزینه ثابتی وجود دارد که به تناسب بین این دو مرحله تقسیم می‌شود. می‌توان گفت که مقادیری مانند δ_j^1 و δ_j^2 از هزینه ثابت به ترتیب به مراحل اول و دوم اختصاص داده می‌شوند و $\delta_j^1 + \delta_j^2 \geq 0$.



شکل ۲. ساختار شبکه دومرحله‌ای

طبق شکل (۲) ساختار شبکه دومرحله‌ای در نظر می‌گیریم که در آن هر DMU_j , ($j=1, \dots, n$) دارای I ورودی در مرحله اول است که با x_{ij} ($i=1, \dots, I$) مشخص می‌شوند. همچنین، به مقدار $l_j \leq \delta_j^1 \leq u_j$ از هزینه ثابت به عنوان ورودی‌های اضافی $\delta_j^1 C_j$ به آن تخصیص یافته است و تعداد R و D خروجی این مرحله هستند که به ترتیب با y_{rj}^1 ($r=1, \dots, R$) و z_{dj}^1 ($d=1, \dots, D$) مشخص می‌شوند. سپس، خروجی‌های z_{dj}^1 ($d=1, \dots, D$)، ورودی‌های مرحله دوم می‌شوند. به علاوه، در مرحله دوم، هر DMU_j , ($j=1, \dots, n$) دارای D ورودی به صورت z_{dj}^1 ($d=1, \dots, D$) و مقدار $l_j \leq \delta_j^2 \leq u_j$ از هزینه ثابت به عنوان ورودی‌های اضافی $\delta_j^2 C_j$ است که در آن R و D خروجی این مرحله به ترتیب با y_{rj}^2 ($r=1, \dots, R$) و z_{dj}^2 ($d=1, \dots, D$) مشخص می‌شوند. به طور واضح مشاهده می‌شود که نه تنها تمام هزینه‌های ثابت C_j بین

مراحل اول و دوم تقسیم می‌شوند، بلکه مقداری از آن نیز بین مراحل تقسیم می‌شوند و مابقی هزینه‌های ثابت C_j به مرحله سوم اختصاص داده می‌شوند. اکنون، می‌خواهیم امتیاز کارایی را به صورت $e_{1,2}$ جدا از کل سیستم، برای ساختار شبکه‌ای دومرحله‌ای فوق اندازه بگیریم. بدین منظور از روش (کائو، ۲۰۱۷) استفاده می‌کنیم. سپس طبق CRS، امتیاز کارایی را به صورت $e_{1,2} = w_1 e_1 + w_2 e_2$ در نظر می‌گیریم. در این رابطه w_1 و w_2 وزن‌های از پیش تعیین شده طبق روابط زیر هستند:

$$w_1 = \frac{\sum_{i=1}^I v_i x_{io} + v_{i+1} \delta_i^1 c_j^1}{\sum_{i=1}^I v_i x_{io} + v_{i+1} \delta_i^1 c_j^1 + \sum_{d=1}^D w_d z_{do}^1 + w_{d+1} \delta_i^2 c_j^2} \quad (4)$$

$$w_2 = \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{do}^1 + w_{d+1} \delta_i^2 c_j^2}{\sum_{i=1}^I v_i x_{io} + v_{i+1} \delta_i^1 c_j^1 + \sum_{d=1}^D w_d z_{do}^1 + w_{d+1} \delta_i^2 c_j^2}$$

با توجه به دو وزن w_1 و w_2 و طبق CRS، مدل زیر را برای محاسبه امتیاز کارایی

سیستم شبکه‌ای دومرحله‌ای متشکل از مراحل اول و دوم در شکل (۲) ارائه می‌دهیم:

$$e_{1,2} = \max \left(w_1 \times \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{do}^1 + \sum_{r=1}^R u_r y_{ro}^1}{\sum_{i=1}^I v_i x_{io} + v_{i+1} \delta_i^1 c_j^1} + w_2 \times \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{ro}^2}{\sum_{d=1}^D w_d z_{do}^1 + w_{d+1} \delta_i^2 c_j^2} \right)$$

s.t.

$$e_1 \leq \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^1 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^1}{\sum_{i=1}^I v_i x_{ij} + v_{i+1} \delta_j^1 c_j^1} \leq 1$$

$$e_2 \leq \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^2}{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^1 + w_{d+1} \delta_j^2 c_j^2} \leq 1 \quad (5)$$

$$w_d^1 w_d^2 w_{d+1}^1 u_r^1 u_r^2 v_i v_{i+1} \geq \varepsilon$$

$$l_j \leq \delta_j^1 \delta_j^2 \leq u_j$$

$$\sum_{j=1}^n c_j^1 + \sum_{j=1}^n c_j^2 \leq C_j \geq 0$$

$$\delta_j^1 c_j^1, \delta_j^2 c_j^2 \geq 0$$

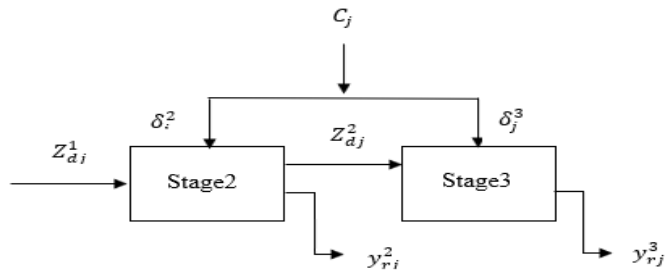
در مدل (۵)، $0 \leq e_1, e_2 \leq 1$ امتیازهای کارایی مراحل اول و دوم در شبکه دومرحله‌ای هستند که در شکل (۲) نشان داده شده‌اند. به طریق مشابه، استدلال می‌شود که امتیاز کارایی کل سیستم شبکه برابر با $0 \leq e_{1,2} \leq 1$ است. حال، حدود بالا و پایینی را برای مقادیر هزینه ثابت مانند $1_j \leq \delta_j^1, \delta_j^2 \leq u_j$ تعریف می‌کنیم. همچنین، $\sum_{j=1}^n c_j^1 + \sum_{j=1}^n c_j^2 \leq C_j \geq 0$ که در آن $\sum_{j=1}^n c_j^2$ و $\sum_{j=1}^n c_j^1$ مقادیر هزینه ثابتی هستند که به مراحل اول و دوم اختصاص می‌یابند. سپس، براساس CCR به مدل زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned}
 e_{1,2} = \max & \frac{\sum_{d=1}^D w_{dz}^1 z_{do}^1 + \sum_{d=1}^D w_{dz}^2 z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u_{ry}^1 y_{no}^1 + \sum_{r=1}^R u_{ry}^2 y_{no}^2}{\sum_{i=1}^I x_{io} + \sum_{d=1}^D w_{dz}^1 z_{do}^1 + v_{i+1} \delta_i^1 c_j^1 + w_{d+1}^1 \delta_i^2 c_j^2} \\
 \text{s.t. } e_1 \leq & \frac{\sum_{d=1}^D w_{dz}^1 z_{dj}^1 + \sum_{r=1}^R u_{ry}^1 y_{rj}^1}{\sum_{i=1}^I x_{ij} + v_{i+1} \delta_j^1 c_j^1} \leq 1 \\
 e_2 \leq & \frac{\sum_{d=1}^D w_{dz}^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_{ry}^2 y_{rj}^2}{\sum_{d=1}^D w_{dz}^1 z_{dj}^1 + w_{d+1}^1 \delta_j^2 c_j^2} \leq 1 \\
 & w_d^1 \cdot w_d^2 \cdot w_{d+1}^1 \cdot u_r^1 \cdot u_r^2 \cdot v_i \cdot v_{i+1} \geq \varepsilon \\
 & l_j \leq \delta_j^1 \cdot \delta_j^2 \leq u_j \\
 & \sum_{j=1}^n c_j^1 + \sum_{j=1}^n c_j^2 \leq C_j \geq 0 \\
 & \delta_j^1 \cdot c_j^1 \cdot \delta_j^2 \cdot c_j^2 \geq 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

فرض می‌شود که مقادیر $\delta_j^1 c_j^1$ و $\delta_j^2 c_j^2$ وزن مشترکی در مدل (۶) به صورت $v_{i+1} = w_{d+1}^1 = \sum_{g=1}^G f_g$ دارند؛ بنابراین، طبق CCR، مدل فوق به مدل (۷) تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned}
 e_{1,2} = \max & \frac{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{do}^1 + \sum_{d=1}^D w_d^2 z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^1 y_{ro}^1 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{ro}^2}{\sum_{i=1}^I v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D w_d^1 z_{do}^1 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2)} \\
 \text{s.t. } e_1 \leq & \frac{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{r=1}^R u_r^1 y_{rj}^1}{\sum_{i=1}^I v_i x_{ij} + \sum_{g=1}^G f_g \delta_j^1 c_j^1} \leq 1 \\
 e_2 \leq & \frac{\sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2}{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g \delta_j^2 c_j^2} \leq 1 \\
 & w_d^1 w_d^2 u_r^1 u_r^2 v_i f_g \geq \varepsilon \\
 & l_j \leq \delta_j^1, \delta_j^2 \leq u_j \\
 & \sum_{j=1}^n c_j^1 + \sum_{j=1}^n c_j^2 \leq C_j \geq 0 \\
 & \delta_j^1 c_j^1, \delta_j^2 c_j^2 \geq 0
 \end{aligned} \tag{V}$$

مشابه با روش فوق، مدل (V) را می‌توان برای اندازه‌گیری امتیاز کارایی سیستم شبکه‌ای دومرحله‌ای دیگری که شامل مراحل دوم و سوم است معرفی کنیم. همان‌طور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، مراحل دوم و سوم به‌عنوان مرحله دوم سیستم شبکه‌ای دومرحله‌ای جدید در نظر گرفته می‌شوند.



شکل ۳. ساختار شبکه دومرحله‌ای

با توجه به شکل (۳) توجه کنید که مرحله دوم مشابه مرحله اول است. هر $DMU_j, (j=1, \dots, n)$ دارای D ورودی به صورت $z_d^1 = (d=1, \dots, D)$ و $z_d^2 = (d=1, \dots, D)$ و $y_r^2 (r=1, \dots, R)$ خروجی‌های D و R در این مرحله به ترتیب با $y_r^2 (r=1, \dots, R)$ و $z_d^2 = (d=1, \dots, D)$ مشخص می‌شوند. همچنین، در مرحله سوم مشابه با مرحله دوم در شکل (۳) هر $DMU_j, (j=1, \dots, n)$ دارای D ورودی به صورت $z_d^2 = (d=1, \dots, D)$ و $z_d^3 = (d=1, \dots, D)$ و $y_r^3 (r=1, \dots, R)$ خروجی‌های D و R در این مرحله به ترتیب با $y_r^3 (r=1, \dots, R)$ و $z_d^3 = (d=1, \dots, D)$ مشخص می‌شوند. برای سنجش کارایی مرحله دوم و سوم در شکل (۳) مدل را به شرح زیر معرفی می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 e_{2,3} = \max & \frac{\sum_{d=1}^D w_d^2 z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{ro}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^3 y_{ro}^3}{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3)} \\
 \text{s.t. } e_2 \leq & \frac{\sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2}{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g \delta_i^2 c_j^2} \leq 1 \\
 e_3 \leq & \frac{\sum_{r=1}^R u_r^3 y_{ro}^3}{\sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g \delta_i^3 c_j^3} \leq 1 \quad (\lambda) \\
 & w_d^1 \cdot w_d^2 \cdot u_r^2 \cdot u_r^3 \cdot f_g \geq \varepsilon \\
 & l_j \leq \delta_j^2 \cdot \delta_j^3 \leq u_j \\
 & \sum_{j=1}^n c_j^2 + \sum_{j=1}^n c_j^3 \leq C_j \geq 0 \\
 & \delta_j^2 \cdot c_j^2 \cdot \delta_j^3 \cdot c_j^3 \geq 0
 \end{aligned}$$

مشابه با آنچه قبلاً در مدل (۸) ذکر شد، $0 \leq e_2, e_3 \leq 1$ امتیازهای کارایی مراحل دوم و سوم در DEA شبکه‌ای دومرحله‌ای جدید هستند که در شکل (۳) نشان داده شده است. علاوه بر این، داریم $0 \leq e_{2,3} \leq 1$. در اینجا حدود بالا و پایینی برای مقادیر هزینه ثابت مانند

همچنین می‌کنیم. $I_j \leq \delta_j^2, \delta_j^3 \leq u_j$ تعریف می‌کنیم. همچنین $\sum_{j=1}^n c_j^2 + \sum_{j=1}^n c_j^3 \leq C_j \geq 0$ که در آن $\sum_{j=1}^n c_j^2$ و

$\sum_{j=1}^n c_j^3$ مقادیر هزینه ثابتی هستند که به ترتیب به مراحل دوم و سوم به عنوان مراحل ۱ و ۲ در

DEA شبکه‌ای دو مرحله‌ای جدید اختصاص داده می‌شوند.

در بخش بعدی، براساس مفروضات فوق، می‌خواهیم مدل بازی چانه‌زنی را که در این مقاله برای DEA شبکه‌ای دو مرحله‌ای جدید معرفی کردیم ارائه دهیم. آنچه در اینجا مهم است وجود مرحله دوم در سیستم شبکه‌ای چندمرحله‌ای است. برای تبدیل این سیستم چندمرحله‌ای به مجموعه شبکه‌ای دو مرحله‌ای، از روش خاصی استفاده کردیم که در آن مرحله دوم به عنوان یک مرحله میانی بین سه مرحله در نظر گرفته شد.

– مدل بازی چانه‌زنی برای برآورد کارایی شبکه‌ای چندمرحله‌ای با تخصیص هزینه ثابت

در این بخش قصد داریم از تمام توضیحات بخش قبل استفاده کنیم تا مدل بازی چانه‌زنی را برای برآورد کارایی DEA شبکه‌ای چندمرحله‌ای با تخصیص هزینه ثابت ارائه دهیم. براساس مدل بازده به مقیاس ثابت (CRS) معرفی شده توسط (چارنز و همکاران، ۱۹۷۸) برای هر $DMU_j, (j=1, \dots, n)$ ، $e_j^{1,2}$ و $e_j^{2,3}$ را به ترتیب به عنوان امتیازهای کارایی مراحل اول و دوم در شبکه دو مرحله‌ای پیشنهادی در بخش قبل تعریف می‌کنیم.

$$e_j^{1,2} = \frac{\sum_{d=1}^D w_d^1 Z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d^2 Z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2}{\sum_{i=1}^I v_i X_{ij} + \sum_{d=1}^D w_d^1 Z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2)} \quad (9)$$

و

$$e_j^{2,3} = \frac{\sum_{d=1}^D w_d^2 Z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^3 y_{rj}^3}{\sum_{d=1}^D w_d^1 Z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d^2 Z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3)} \quad (10)$$

در اینجا، کارایی سراسری کل سیستم دو مرحله‌ای را به صورت $E = e_j^{1,2} + e_j^{2,3}$ تعریف می‌کنیم. به علاوه، $e_j^{1,2} \leq 1$ و $e_j^{2,3} \leq 1$ را به عنوان کارایی مراحل اول و دوم در شبکه

دومرحله‌ای جدید در نظر می‌گیریم. می‌توان گفت که کل سیستم دومرحله‌ای کاراست اگر و تنها اگر $e_j^{1,2} = e_j^{2,3} = 1$ باشد. در ادامه، سیستم دومرحله‌ای جدید را به عنوان مدل بازی همکارانه در نظر می‌گیریم که در آن دو مرحله به صورت دو بازیکن بازی تلقی می‌شوند. سپس، به طور مختصر رویکرد بازی چانه‌زنی نش را معرفی می‌کنیم.

فرض می‌کنیم که دو مرحله در ساختار شبکه‌ای می‌توانند به صورت دو بازیکن در نظریه بازی چانه‌زنی نش در نظر گرفته شوند. مجموعه شرکت‌کنندگان در بازی چانه‌زنی را به صورت $N = \{1, 2\}$ و مجموعه امکانپذیر $S \in R^2$ را به عنوان فضای نتایج در نظر می‌گیریم. سپس \bar{b} می‌تواند به عنوان نقطه شکست^۱ تعریف شود که عضوی از فضای نتایج است؛ بنابراین، مدل چانه‌زنی می‌تواند به صورت سه‌تایی (N, S, \bar{b}) مشخص شود که شامل شرکت‌کنندگان، مجموعه امکانپذیر و نقطه شکست است. در اینجا، تابع F به شکل $F = (N, S, \bar{b})$ را به عنوان حل بازی چانه‌زنی به کار می‌بریم. جواب بازی چانه‌زنی باید در چهار مشخصه کارایی پاراتو، پایداری نسبت به تبدیل آفین، مستقل از گزینه‌های غیر مرتبط و تقارن صدق کند.

اکنون DMU با حداقل مطلوبیت و امتیازهای کارایی سیستم شبکه‌ای جدید را به عنوان نقطه شکست در حضور تخصیص هزینه ثابت در نظر می‌گیریم. بدین منظور، فرض کنید اگر دو مرحله در سیستم با هم سروکار نداشته باشند، چه زمانی امتیاز کارایی شبکه بدترین خواهد بود. در چنین شرایطی، DMU با حداقل مطلوبیت را معرفی می‌کنیم که در آن

$$\left(\sum_{i=1}^I v_i x_{ij}, \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}, \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2) \right)$$

است که حداکثر مقدار ورودی‌ها و هزینه ثابت را مصرف می‌کند؛ در حالی که در مرحله اول حداقل میزان از اندازه‌گیری متوسط را تولید می‌کند. به‌طور مشابه، رابطه

$$\left(\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}, \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}, \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3) \right)$$

دوم است که مقدار حداکثر ورودی‌ها، هزینه ثابت و اندازه‌گیری‌های متوسط را استفاده می‌کند؛ در حالی که در مرحله دوم حداقل میزان خروجی‌ها را تولید می‌کند. در ادامه، به دلیل اینکه دو DMU با مطلوبیت حداقلی فوق، بدترین امتیاز کارایی را در میان DMUهای موجود دارند،

¹ Breakdown

امتیازهای کارایی را با فرض بازگشت ثابت به مقیاس (CRS) در هر دو DMUهای با مطلوبیت حداقل در مرحله اول و دوم به ترتیب به صورت $e_{min}^{1,2}$ و $e_{min}^{2,3}$ تعریف می‌کنیم؛ که ما $e_{min}^{1,2}$ و $e_{min}^{2,3}$ را به عنوان نقطه شکست در مدل بازی چانه‌زنی با تخصیص هزینه ثابت در نظر می‌گیریم؛ بنابراین، همان‌طور که در اشکال (۲) نشان داده شده است و براساس دو، لیانگ، چن، کوک و ژو (۲۰۱۱) است، تمام توضیحات بخش قبل را در نظر می‌گیریم و به علاوه، مفروضات فوق را اتخاذ کرده و مدل چانه‌زنی زیر را برای NDEA دومرحله‌ای جدید با هزینه تخصیص ثابت به شرح زیر ارائه می‌دهیم:

$$\begin{aligned}
 E = \max & \left(\frac{\sum_{d=1}^D w_{d,do}^1 z_{do}^1 + \sum_{d=1}^D w_{d,do}^2 z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u_{r,no}^1 y_{no}^1 + \sum_{r=1}^R u_{r,no}^2 y_{no}^2}{\sum_{i=1}^I v_{i,io} x_{io} + \sum_{d=1}^D w_{d,do}^1 z_{do}^1 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2)} - e_{min}^{1,2} \right) \\
 & \cdot \left(\frac{\sum_{d=1}^D w_{d,do}^2 z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u_{r,no}^2 y_{no}^2 + \sum_{r=1}^R u_{r,no}^3 y_{no}^3}{\sum_{d=1}^D w_{d,do}^1 z_{do}^1 + \sum_{d=1}^D w_{d,do}^2 z_{do}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3)} - e_{min}^{2,3} \right) \\
 \text{sto } e_{min}^{1,2} & \leq \frac{\sum_{d=1}^D w_{d,dj}^1 z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_{d,dj}^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_{r,yj}^1 y_{yj}^1 + \sum_{r=1}^R u_{r,yj}^2 y_{yj}^2}{\sum_{i=1}^I v_{i,ij} x_{ij} + \sum_{d=1}^D w_{d,dj}^1 z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2)} \leq 1 \\
 e_{min}^{2,3} & \leq \frac{\sum_{d=1}^D w_{d,dj}^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_{r,yj}^2 y_{yj}^2 + \sum_{r=1}^R u_{r,yj}^3 y_{yj}^3}{\sum_{d=1}^D w_{d,dj}^1 z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_{d,dj}^2 z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3)} \leq 1 \\
 e_{min}^1 & \leq \frac{\sum_{d=1}^D w_{d,dj}^1 z_{dj}^1 + \sum_{r=1}^R u_{r,yj}^1 y_{yj}^1}{\sum_{i=1}^I v_{i,ij} x_{ij} + \sum_{g=1}^G f_g \delta_i^1 c_j^1} \leq 1 \\
 e_{min}^2 & \leq \frac{\sum_{d=1}^D w_{d,dj}^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_{r,yj}^2 y_{yj}^2}{\sum_{d=1}^D w_{d,dj}^1 z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g \delta_i^2 c_j^2} \leq 1 \\
 e_{min}^3 & \leq \frac{\sum_{r=1}^R u_{r,yj}^3 y_{yj}^3}{\sum_{d=1}^D w_{d,dj}^2 z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g \delta_i^3 c_j^3} \leq 1 \\
 \sum_{j=1}^n c_j^1 + \sum_{j=1}^n c_j^2 & \leq C_j \geq 0 \quad \& \quad \sum_{j=1}^n c_j^2 + \sum_{j=1}^n c_j^3 \leq C_j \geq 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n c_j^1 + \sum_{j=1}^n c_j^2 + \sum_{j=1}^n c_j^3 = C_j \\
 l_j & \leq \delta_j^1, \delta_j^2, \delta_j^3 \leq u_j \quad \& \quad \delta_j^1 c_j^1, \delta_j^2 c_j^2, \delta_j^3 c_j^3 \geq 0 \\
 w_{d,do}^1, w_{d,do}^2, v_{i,io}, u_{r,no}^1, u_{r,no}^2, u_{r,no}^3, f_g & \geq \varepsilon
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

رابطه (۱۱) مدل بازی چانه‌زنی براساس فرض CRS است که در آن ε عدد بسیار کوچک و غیرارشمیدسی است. (N, S, \bar{b}) را به عنوان سه‌جزئی $(\{1, 2\}, S, \{e_{\min}^{1,2}, e_{\min}^{2,3}\})$ تعریف می‌کنیم که در آن $e_{\min}^{2,3}$ و $e_{\min}^{1,2}$ را به ترتیب به عنوان نقطه شکست و امتیازهای کارایی مرحله ۱ و مرحله ۲ در شبکه دو مرحله‌ای جدید تعریف می‌کنیم. هم‌چنین، e_{\min}^1 ، e_{\min}^2 و e_{\min}^3 امتیازهای مراحل ۱، ۲ و ۳ در شکل (۱) هستند. مجموعه امکانپذیر $S \in R^2$ محدب و فشرده است (دو و همکاران، ۲۰۱۱).

لم ۱. مدل بازی چانه‌زنی با تخصیص هزینه ثابت شدنی است اگر و تنها اگر مجموعه امکانپذیر $S \in R^2$ هم فشرده و هم محدب باشد. اثبات: براساس اثبات لم (۱) در دو و همکاران (۲۰۱۱)، از آنجا که مجموعه امکانپذیر $S \in R^2$ در فضای اقلیدسی محدود و بسته است، $S \in R^2$ فشرده است. در مرحله بعد اثبات خواهیم کرد که $S \in R^2$ محدب است. فرض می‌کنیم که:

$$(v'_{1'} \dots v'_{1'} u'_{1'} \dots u'_{R_1} u'_{1'} \dots u'_{R_2} u'_{1'} \dots u'_{R_3} \omega'_{1'} \dots \omega'_{D_1} \omega'_{1'} \dots \omega'_{D_2} f'_{1'} \dots f'_G) \in S$$

و

$$(v''_{1'} \dots v''_{1'} u''_{1'} \dots u''_{R_1} u''_{1'} \dots u''_{R_2} u''_{1'} \dots u''_{R_3} \omega''_{1'} \dots \omega''_{D_1} \omega''_{1'} \dots \omega''_{D_2} f''_{1'} \dots f''_G) \in S$$

برای هر $\lambda \in [0, 1]$ داریم:

$$\begin{aligned} 1) \lambda v'_i + (1-\lambda)v''_i &\geq 0 & , \quad i = 1, \dots, I \\ 2) \lambda u'_{r_1} + (1-\lambda)u''_{r_1} &\geq 0 & , \quad r_1 = 1, \dots, R_1 \\ 3) \lambda u'_{r_2} + (1-\lambda)u''_{r_2} &\geq 0 & , \quad r_2 = 1, \dots, R_2 \\ 3) \lambda u'_{r_3} + (1-\lambda)u''_{r_3} &\geq 0 & , \quad r_3 = 1, \dots, R_3 \\ 4) \lambda \omega'_{d_1} + (1-\lambda)\omega''_{d_1} &\geq 0 & , \quad d_1 = 1, \dots, D_1 \\ 4) \lambda \omega'_{d_2} + (1-\lambda)\omega''_{d_2} &\geq 0 & , \quad d_2 = 1, \dots, D_2 \\ 1) \lambda f'_g + (1-\lambda)f''_g &\geq 0 & , \quad g = 1, \dots, G \end{aligned}$$

چون؛

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} \geq 0 \\ \sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 \geq 0, \sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 \geq 0, \\ \sum_{r=1}^R u_r^1 y_{rj}^1 \geq 0, \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2 \geq 0, \sum_{r=1}^R u_r^3 y_{rj}^3 \geq 0 \\ \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2) \geq 0, \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3) \geq 0 \end{array} \right.$$

محدودیت‌های زیر در فضای $S \in R^2$ برای هر $DMU_j (j = 1, \dots, n)$ تعریف می‌شود:

$$1) \frac{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2}{\sum_{i=1}^I v_i x_{ij} + \sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2)} \geq e_j^{1,2}$$

and

$$2) \frac{\sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2}{\sum_{i=1}^I v_i x_{ij} + \sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2)} \leq 1$$

$$1) \Rightarrow \sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2 \geq e_j^{1,2} \times \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} + \sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2)$$

and

$$2) \Rightarrow \sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d^2 z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r=1}^R u_r^2 y_{rj}^2 \leq \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} + \sum_{d=1}^D w_d^1 z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2)$$

$$3) \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^3}{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3)} \geq e_j^{2,3}$$

and

$$4) \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^3}{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3)} \leq 1$$

$$3) \Rightarrow \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^3 \geq$$

$$e_j^{2,3} \times \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3)$$

and

$$4) \Rightarrow \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^2 + \sum_{r=1}^R u_r y_{rj}^3 \leq$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3)$$

در نتیجه؛

$$\begin{aligned} & \sum_{d=1}^D (\lambda \omega'_{d1} + (1-\lambda) \omega''_{d1}) z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D (\lambda \omega'_{d2} + (1-\lambda) \omega''_{d2}) z_{dj}^2 \\ & + \sum_{r=1}^R \lambda u'_{r1} + (1-\lambda) u''_{r1} y_{rj}^1 + \sum_{r=1}^R (\lambda u'_{r2} + (1-\lambda) u''_{r2}) y_{rj}^2 \\ & = \lambda \sum_{d=1}^D \omega'_{d1} z_{dj}^1 + (1-\lambda) \sum_{d=1}^D \omega''_{d1} z_{dj}^1 + \lambda \sum_{d=1}^D \omega'_{d2} z_{dj}^2 + (1-\lambda) \sum_{d=1}^D \omega''_{d2} z_{dj}^2 \\ & \lambda \sum_{r=1}^R u'_{r1} y_{rj}^1 + (1-\lambda) \sum_{r=1}^R u''_{r1} y_{rj}^1 + \lambda \sum_{r=1}^R u'_{r2} y_{rj}^2 + (1-\lambda) \sum_{r=1}^R u''_{r2} y_{rj}^2 \\ & \geq e_j^{1,2} \left(\begin{aligned} & \lambda \sum_{i=1}^I v'_i x_{ij} + (1-\lambda) \sum_{i=1}^I v''_i x_{ij} + \lambda \sum_{d=1}^D \omega'_{d1} z_{dj}^1 + (1-\lambda) \sum_{d=1}^D \omega''_{d1} z_{dj}^1 + \\ & \lambda \sum_{g=1}^G f'_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2) + (1-\lambda) \sum_{g=1}^G f''_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2) \end{aligned} \right) \\ & = e_j^{1,2} \left(\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I (\lambda v'_i + (1-\lambda) v''_i) x_{ij} + \sum_{d=1}^D (\lambda \omega'_{d1} + (1-\lambda) \omega''_{d1}) z_{dj}^1 \\ & + \sum_{g=1}^G (\lambda f'_g + (1-\lambda) f''_g) (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2) \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

همچنین موارد ۲، ۳ و ۴ به صورت فوق محاسبه می‌شوند. بنابراین خواهیم داشت:

$$\left(\begin{array}{l} \lambda v'_i + (1-\lambda)v''_i + \lambda u'_{r_1} + (1-\lambda)u''_{r_1} \\ + \lambda u'_{r_2} + (1-\lambda)u''_{r_2} + \lambda u'_{r_3} + (1-\lambda)u''_{r_3} \\ + \lambda \omega'_{d_1} + (1-\lambda)\omega''_{d_1} + \lambda \omega'_{d_2} + (1-\lambda)\omega''_{d_2} \\ + \lambda f'_g + (1-\lambda)f''_g \end{array} \right) \in S$$

که

$$(i = 1, \dots, I), (r_1 = 1, \dots, R_1), (r_2 = 1, \dots, R_2), (r_3 = 1, \dots, R_3), (d_1 = 1, \dots, D_1), (d_2 = 1, \dots, D_2), (g = 1, \dots, G)$$

یا به طور معادل

$$\lambda (v'_{1 \dots I} v'_{1 \dots I} u'_{R_1} u'_{R_2} u'_{R_3} \omega'_{D_1} \omega'_{D_2} f'_{1 \dots G}) + (1-\lambda) (v''_{1 \dots I} u''_{R_1} u''_{R_2} u''_{R_3} \omega''_{D_1} \omega''_{D_2} f''_{1 \dots G}) \in S.$$

در نتیجه S یک مجموعه محدب است، بنابراین مدل بازی چانه‌زنی با هزینه ثابت شدنی است. مدل چانه‌زنی ارائه‌شده در این مطالعه یک مدل کسری است. این مدل با استفاده از تبدیل‌های زیر به یک مدل غیرکسری تبدیل می‌شود:

$$t_1 = \left(\sum_{i=1}^I v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2) \right)^{-1}$$

$$t_2 = \left(\sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{d=1}^D w_d^2 z_{do}^2 + \sum_{g=1}^G f_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3) \right)^{-1}$$

$$t_1 v_i = v'_i, \quad t_1 w_d = w'_d, \quad t_1 w_d^2 = w''_d, \quad t_1 u_r = u'_r, \quad t_1 u_r^2 = u''_r$$

$$t_2 u_r^2 = u''_r, \quad t_2 u_r^3 = u'''_r, \quad t_2 w_d^2 = w''_d, \quad t_1 f_g = f'_g, \quad t_2 f_g = f''_g$$

با استفاده از تبدیل‌های فوق مدل (۱۱) به مدل زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned}
 E = \max & \left(\sum_{d=1}^D w'_d Z_{do}^1 + \sum_{d=1}^D w''_d Z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u'_r Y_{ro}^1 + \sum_{r=1}^R u''_r Y_{ro}^2 - e_{\min}^{1,2} \right) \\
 & \cdot \left(\sum_{d=1}^D w''_d Z_{do}^2 + \sum_{r=1}^R u''_r Y_{ro}^2 + \sum_{r=1}^R u'''_r Y_{ro}^3 - e_{\min}^{2,3} \right) \\
 \text{s.to} & \quad \sum_{i=1}^I v'_i X_{io} + \sum_{d=1}^D w'_d Z_{do}^1 + \sum_{g=1}^G f'_g (\delta_i^1 c_j^1 + \delta_i^2 c_j^2) = 1 \\
 & \quad \sum_{d=1}^D w''_d Z_{do}^1 + \sum_{d=1}^D w''_d Z_{do}^2 + \sum_{g=1}^G f''_g (\delta_i^2 c_j^2 + \delta_i^3 c_j^3) = 1 \\
 e_{\min}^{1,2} & \leq \sum_{d=1}^D w'_d Z_{dj}^1 + \sum_{d=1}^D w''_d Z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u'_r Y_{rj}^1 + \sum_{r=1}^R u''_r Y_{rj}^2 \leq 1 \\
 e_{\min}^{2,3} & \leq \sum_{d=1}^D w''_d Z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u''_r Y_{rj}^2 + \sum_{r=1}^R u'''_r Y_{rj}^3 \leq 1 \\
 e_{\min}^1 & \leq \sum_{d=1}^D w'_d Z_{dj}^1 + \sum_{r=1}^R u'_r Y_{rj}^1 \leq \sum_{i=1}^I v'_i X_{ij} + \sum_{g=1}^G f'_g \delta_j^1 c_j^1 \\
 e_{\min}^2 & \leq \sum_{d=1}^D w''_d Z_{dj}^2 + \sum_{r=1}^R u''_r Y_{rj}^2 \leq \sum_{d=1}^D w'_d Z_{dj}^1 + \sum_{g=1}^G f'_g \delta_j^2 c_j^2 \\
 e_{\min}^3 & \leq \sum_{r=1}^R u'''_r Y_{rj}^3 \leq \sum_{d=1}^D w''_d Z_{dj}^2 + \sum_{g=1}^G f''_g \delta_j^3 c_j^3 \\
 \sum_{j=1}^n c_j^1 + \sum_{j=1}^n c_j^2 & \leq C_j \geq 0 \quad \& \quad \sum_{j=1}^n c_j^2 + \sum_{j=1}^n c_j^3 \leq C_j \geq 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n c_j^1 + \sum_{j=1}^n c_j^2 + \sum_{j=1}^n c_j^3 = C_j \\
 I_j & \leq \delta_j^1 \delta_j^2 \delta_j^3 \leq u_j \quad \& \quad \delta_j^1 c_j^1 \delta_j^2 c_j^2 \delta_j^3 c_j^3 \geq 0 \\
 w'_d \cdot w''_d \cdot v'_i \cdot u'_r \cdot u''_r \cdot u'''_r \cdot f'_g & \geq \varepsilon
 \end{aligned} \tag{۱۲}$$

رابطه (۱۲) مدل بازی چانه‌زنی غیرکسری است. چنانچه بخواهیم آن را خطی کنیم باید از چندین متغیر صرف‌نظر شود. در واقع، باید برخی از متغیرهای تعریف شده در تابع هدف را به صورت پارامتر در نظر بگیریم تا مدل غیرخطی ارائه شده به مدل خطی تبدیل شود. برای مثال، اگر مقدار کارایی $e_{\min}^{1,2}$ را یک عدد ثابت در نظر بگیریم تابع هدف تا حدودی خطی می‌شود ولی نتایج حاصل از تغییر مدل بسیار پیچیده و نادقیق می‌شوند. در بخش بعدی قابلیت اجرای مدل جدید را با ارائه چند مثال کاربردی نشان می‌دهیم.

- مثال کاربردی

در این بخش کارایی مدل ارائه شده را با استفاده از یک مثال کاربردی نشان می‌دهیم. بدین منظور، از اطلاعات ۳۶ بیمارستان در ایران استفاده کرده‌ایم. با توجه به اینکه مدل ما از یک

سیستم شبکه‌ای سه‌مرحله‌ای حاصل شده است، هر بیمارستان را به‌عنوان یک سیستم شبکه‌ای سه‌مرحله‌ای در نظر می‌گیریم. در واقع، هر بیمارستان را به‌عنوان واحد تصمیم‌گیری با ساختار شبکه‌ای سه‌مرحله‌ای تلقی می‌کنیم. برای اجرای مدل، با توجه به اطلاعات مربوط به بیماران تصادفات جاده‌ای که برای معالجه به بیمارستان مراجعه نموده‌اند می‌خواهیم به بهترین روش ممکن آن را تحلیل کنیم. طبق شکل (۱) مراحل اول، دوم و سوم را به‌ترتیب به‌عنوان بخش‌های اورژانس، اتاق‌های عمل و واحدهای مراقبت ویژه در نظر می‌گیریم.

به‌طور کلی، تمام بیمارانی که در تصادفات جاده‌ای مجروح شده‌اند به بخش اورژانس توسط گروه پزشکی اورژانس منتقل می‌شوند، سپس بیماران سرپایی پس از یک درمان کوتاه ترخیص می‌شوند؛ اما بیماران مجروح که نیاز به جراحی دارند به اتاق عمل منتقل می‌شوند. آنها پس از عمل جراحی به بخش مراقبت‌های ویژه منتقل می‌شوند. گاه بیمارانی وجود دارند که پس از جراحی نیازی به بستری ندارند. در این مقاله، تمرکز بر تخصیص هزینه ثابت بین مراحل است. بودجه‌های مربوط به هر بیمارستان که شامل هزینه‌های خرید تجهیزات پزشکی، حقوق کارکنان بیمارستان و کارهای عمرانی بیمارستان و ... می‌شود. توجه داشته باشید که بودجه اختصاص داده شده به هر بخش وابسته به تصمیمات مدیر بیمارستان و الزامات بخش مرتبط است. طبق جداول ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ و ۱۱، اطلاعات مربوط به ۳۶ بیمارستان واقع در ۶ شهر ایران را با نام‌های A, B, C, D, E و F طبقه‌بندی کرده‌ایم. ۹ متغیر را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم.

v_i : تعداد بیماران ناشی از تصادفات جاده‌ای

w_d^1 : تعداد بیمارانی که نیاز به عمل جراحی دارند

w_d^2 : تعداد بیمارانی که تحت عمل جراحی قرار گرفته‌اند و به مراقبت‌های ویژه منتقل

می‌شوند

u_r^1 : تعداد بیماران تحت درمان سرپایی

u_r^2 : تعداد بیماران ترخیص‌شده پس از عمل

u_r^3 : تعداد بیماران ترخیص‌شده از بخش مراقبت‌های ویژه

δ_{iC}^1 : هزینه‌های مربوط به بخش اورژانس

$\delta_i^2 c_j^2$: هزینه‌های مربوط به بخش جراحی

$\delta_i^2 c_j^2$: هزینه‌های مربوط به بخش مراقبت‌های ویژه

مجموعه داده‌های مطالعه حاضر مربوط به سال ۱۳۹۹ است و عملکرد یک سال را برای هر بیمارستان نشان می‌دهد. داده‌ها با توجه به تصمیمات مدیران بیمارستان، بخش حسابداری و کنترل از پیش نرمال‌سازی می‌شوند. نتایج سنجش کارایی بیمارستان‌ها به طور کامل در جداول ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰ و ۱۲ آورده شده‌اند. سپس تعریف می‌کنیم:

e_{\min}^1 : امتیاز کارایی مرحله ۱ در شکل (۱)

e_{\min}^2 : امتیاز کارایی مرحله ۲ در شکل (۱)

e_{\min}^3 : امتیاز کارایی مرحله ۳ در شکل (۱)

$e_{\min}^{1,2}$: امتیاز کارایی مرحله ۱ در شبکه جدید دومرحله‌ای

$e_{\min}^{2,3}$: امتیاز کارایی مرحله ۲ در شبکه جدید دومرحله‌ای

E^* : امتیاز کارایی کل ساختار شبکه‌ای.

جدول ۱. داده‌های مربوط به عملکرد ۷ بیمارستان در شهر A (۱۳۹۹)

DMU	v_i	w_d^1	w_d^2	u_r^1	u_r^2	u_r^3	$\delta_i^1 c_j^1$	$\delta_i^2 c_j^2$	$\delta_i^3 c_j^3$
DMU01	۰/۲۵	۰/۳۲	۰/۱۱	۰/۳۱	۰/۲۰	۰/۴۱	۰/۳۶	۰/۳۴	۰/۲۹
DMU02	۰/۳۶	۰/۳۱	۰/۲۰	۰/۳۴	۰/۲۱	۰/۴۵	۰/۴۷	۰/۲۰	۰/۳۰
DMU03	۰/۱۴	۰/۲۱	۰/۱۲	۰/۰۹	۰/۲۳	۰/۵۱	۰/۵۴	۰/۳۰	۰/۱۷
DMU04	۰/۴۸	۰/۳۲	۰/۳۶	۰/۲۳	۰/۲۴	۰/۳۶	۰/۲۴	۰/۳۳	۰/۵۰
DMU05	۰/۵۴	۰/۴۵	۰/۵۰	۰/۳۸	۰/۱۸	۰/۳۷	۰/۴۴	۰/۲۵	۰/۲۴
DMU06	۰/۶۵	۰/۳۲	۰/۲۱	۰/۱۴	۰/۱۱	۰/۶۴	۰/۳۶	۰/۲۵	۰/۳۲
DMU07	۰/۳۲	۰/۱۴	۰/۱۰	۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۴۱	۰/۳۲	۰/۲۵	۰/۲۹

منبع: گردآوری محقق

جدول ۲. امتیاز کارایی ۷ بیمارستان در شهر A (۱۳۹۹)

DMU	e_{min}^1	e_{min}^2	e_{min}^3	$e_{min}^{1,2}$	$e_{min}^{2,3}$	E^*
DMU01	۰/۶۵۴۷	۰/۸۶۵۴	۰/۶۳۵۴	۰/۵۳۶۴	۰/۵۶۳۲	۰/۶۶۵۴
DMU02	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۹۸۷	۰/۷۵۶۲	۰/۵۸۷۹	۰/۸۴۵۲
DMU03	۰/۹۲۱۴	۰/۸۵۲۴	۰/۸۵۴۲	۰/۸۴۵۶	۰/۴۵۷۸	۰/۸۵۴۷
DMU04	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
DMU05	۰/۸۳۲۴	۰/۶۲۵۴	۰/۷۸۶۵	۰/۶۳۲۴	۱/۰۰۰	۰/۸۴۷۸
DMU06	۱/۰۰۰	۰/۹۹۹۴	۰/۹۹۸۷	۰/۸۹۹۹	۰/۸۹۷۸	۰/۹۵۸۴
DMU07	۰/۶۴۵۸	۰/۴۳۱۲	۰/۵۳۶۴	۰/۵۲۳۱	۰/۹۸۶۵	۰/۶۳۲۵

منبع: گردآوری محقق

جدول ۳. داده‌های مربوط به عملکرد ۶ بیمارستان در شهر B (۱۳۹۹)

DMU	v_i	w_d^1	w_d^2	u_r^1	u_r^2	u_r^3	$\delta_i^1 c_j^1$	$\delta_i^2 c_j^2$	$\delta_i^3 c_j^3$
DMU01	۰/۳۶	۰/۳۴	۰/۳۶	۰/۲۳	۰/۳۹	۰/۴۸	۰/۲۰	۰/۲۳	۰/۵۰
DMU02	۰/۴۸	۰/۲۳	۰/۴۸	۰/۲۴	۰/۴۳	۰/۳۴	۰/۴۶	۰/۲۴	۰/۳۴
DMU03	۰/۳۴	۰/۲۴	۰/۳۴	۰/۴۱	۰/۲۳	۰/۴۸	۰/۲۴	۰/۱۸	۰/۶۱
DMU04	۰/۵۰	۰/۶۲	۰/۴۸	۰/۶۸	۰/۲۴	۰/۳۴	۰/۲۰	۰/۳۰	۰/۵۰
DMU05	۰/۲۳	۰/۵۴	۰/۳۴	۰/۴۸	۰/۱۸	۰/۴۸	۰/۴۸	۰/۴۸	0/23
DMU06	۰/۲۴	۰/۱۲	۰/۴۱	۰/۳۴	۰/۳۶	۰/۳۴	۰/۳۴	۰/۳۴	۰/۲۴

منبع: گردآوری محقق

جدول ۴. امتیاز کارایی ۶ بیمارستان در شهر B (۱۳۹۹)

DMU	e_{min}^1	e_{min}^2	e_{min}^3	$e_{min}^{1,2}$	$e_{min}^{2,3}$	E^*
DMU01	۰/۶۴۵۸	۰/۸۶۵۴	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۷۴۸	۰/۸۳۵۴
DMU02	۰/۷۴۵۸	۰/۸۵۴۷	۰/۶۳۵۴	۰/۷۴۵۸	۰/۶۳۵۴	۰/۷۵۲۴
DMU03	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۵۲۴	۱/۰۰۰	۰/۶۵۲۴	۰/۹۸۶۵
DMU04	۰/۸۶۵۷	۰/۸۷۴۵	۰/۹۸۶۵	۰/۸۶۵۷	۰/۹۸۶۵	۰/۸۹۲۶
DMU05	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
DMU06	۰/۶۴۷۸	۰/۵۷۸۷	۰/۶۵۲۴	۰/۶۴۷۸	۰/۶۳۲۵	۰/۶۹۸۷

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۵. داده‌های مربوط به عملکرد ۹ بیمارستان در شهر C (۱۳۹۹)

DMU	V_i	W_d^1	W_d^2	u_r^1	u_r^2	u_r^3	$\delta_i^1 C_j^1$	$\delta_i^2 C_j^2$	$\delta_i^3 C_j^3$
DMU01	۰/۴۱	۰/۲۴	۰/۴۸	۰/۴۱	۰/۶۳	۰/۳۹	۰/۳۶	۰/۲۵	۰/۲۳
DMU02	۰/۶۶	۰/۲۴	۰/۳۴	۰/۲۳	۰/۳۴	۰/۳۴	۰/۴۱	۰/۳۰	۰/۲۴
DMU03	۰/۲۱	۰/۳۶	۰/۴۸	۰/۲۴	۰/۳۹	۰/۳۶	۰/۲۵	۰/۳۳	۰/۴۱
DMU04	۰/۶۵	۰/۴۱	۰/۲۵	۰/۱۸	۰/۳۸	۰/۲۰	۰/۵۲	۰/۳۶	۰/۱۸
DMU05	۰/۴۰	۰/۴۸	۰/۵۲	۰/۱۷	۰/۲۴	۰/۳۴	۰/۲۳	۰/۴۸	۰/۲۰
DMU06	۰/۵۲	۰/۳۴	۰/۶۷	۰/۳۷	۰/۲۵	۰/۴۵	۰/۲۴	۰/۳۴	۰/۴۰
DMU07	۰/۴۱	۰/۲۴	۰/۶۸	۰/۲۹	۰/۲۳	۰/۴۸	۰/۱۸	۰/۴۸	۰/۱۵
DMU08	۰/۴۸	۰/۱۸	۰/۴۸	۰/۲۸	۰/۲۴	۰/۲۵	۰/۳۶	۰/۳۴	۰/۱۶
DMU09	۰/۳۴	۰/۲۳	۰/۳۴	۰/۳۶	۰/۳۹	۰/۱۴	۰/۴۱	۰/۴۸	۰/۰۸

منبع: گردآوری محقق

جدول ۶. امتیاز کارایی ۹ بیمارستان در شهر C (۱۳۹۹)

DMU	e_{min}^1	e_{min}^2	e_{min}^3	$e_{min}^{1,2}$	$e_{min}^{2,3}$	E^*
DMU01	۰/۸۹۹۹	۰/۸۶۵۴	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۷۴۸	۰/۹۵۸۷
DMU02	۰/۵۲۳۱	۰/۸۵۴۷	۰/۸۹۹۹	۰/۷۴۵۸	۰/۸۶۵۴	۰/۷۵۲۴
DMU03	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
DMU04	۰/۸۶۵۷	۰/۸۷۴۵	۰/۶۷۴۸	۰/۸۶۵۷	۰/۴۵۲۶	۰/۷۵۲۶
DMU05	۰/۸۹۷۶	۰/۳۲۵۵	۰/۶۳۵۴	۰/۸۹۷۶	۰/۶۳۲۵	۰/۶۹۲۵
DMU06	۷۵۶۸	۰/۷۹۹۹	۰/۴۵۲۶	۰/۴۵۲۶	۱/۰۰۰	۰/۶۳۵۸
DMU07	۰/۹۶۸۵	۰/۵۲۳۱	۰/۶۳۲۵	۰/۶۳۲۵	۰/۹۶۸۵	۰/۸۲۳۱
DMU08	۰/۸۶۵۴	۰/۶۷۴۸	۰/۶۵۲۴	۰/۷۴۵۸	۰/۸۶۵۴	۰/۷۵۲۶
DMU09	۰/۷۸۹۵	۰/۵۴۸۷	۰/۹۸۶۵	۰/۶۴۷۸	۰/۶۳۲۵	۰/۷۰۲۵

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۷. داده‌های مربوط به عملکرد ۵ بیمارستان در شهر D (۱۳۹۹)

DMU	v_i	w_d^1	w_d^2	u_r^1	u_r^2	u_r^3	δ_{icj}^1	δ_{icj}^2	δ_{icj}^3
DMU01	۰/۳۶	۰/۲۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۹	۰/۴۸	۰/۳۵	۰/۳۵	۰/۳۰
DMU02	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲۹	۰/۲۳	۰/۳۷	۰/۳۴	۰/۲۳	۰/۲۴	۰/۴۸
DMU03	۰/۲۴	۰/۴۸	۰/۲۸	۰/۲۷	۰/۲۹	۰/۴۸	۰/۲۴	۰/۳۰	۰/۳۴
DMU04	۰/۱۸	۰/۳۴	۰/۴۸	۰/۱۸	۰/۲۳	۰/۳۴	۰/۴۸	۰/۴۸	۰/۴۸
DMU05	۰/۲۸	۰/۲۹	۰/۳۴	۰/۴۵	۰/۲۵	۰/۳۴	۰/۳۴	۰/۳۴	۰/۳۰

منبع: گردآوری محقق

جدول ۸. امتیاز کارایی ۵ بیمارستان در شهر D (۱۳۹۹)

DMU	e_{min}^1	e_{min}^2	e_{min}^3	$e_{min}^{1,2}$	$e_{min}^{2,3}$	E^*
DMU01	۰/۸۵۰۶	۰/۸۳۷۰	۰/۸۷۴۸	۰/۵۳۶۰	۰/۸۴۸۷	۰/۷۵۰۶
DMU02	۰/۷۹۲۰	۰/۹۸۳۴	۰/۸۶۵۴	۱/۰۰۰	۰/۶۴۶۱	۰/۸۹۲۰
DMU03	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
DMU04	۰/۸۳۶۴	۰/۶۸۳۳	۰/۸۵۰۶	۰/۵۳۶۴	۰/۸۰۴۵	۰/۷۸۸۵
DMU05	۱/۰۰۰	۰/۵۸۲۱	۰/۷۹۲۰	۰/۷۵۶۲	۰/۹۱۲۸	۰/۸۵۶۹

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۹. داده‌های مربوط به عملکرد ۵ بیمارستان در شهر E (۱۳۹۹)

DMU	v_i	w_d^1	w_d^2	u_r^1	u_r^2	u_r^3	δ_{icj}^1	δ_{icj}^2	δ_{icj}^3
DMU01	۰/۳۲	۰/۶۳		۰/۶۴	۰/۱۱	۰/۳۶	۰/۶۱	۰/۳۲	۰/۳۰
DMU02	۰/۵۴	۰/۴۱		۰/۴۱	۰/۳۶	۰/۴۱	۰/۱۲	۰/۳۲	۰/۶۱
DMU03	۰/۶۵	۰/۵۲		۰/۶۵	۰/۲۵	۰/۵۲	۰/۲۵	۰/۲۳	۰/۴۸
DMU04	۰/۵۲	۰/۲۵		۰/۵۲	۰/۴۱	۰/۱۴	۰/۳۰	۰/۶۱	۰/۲۷
DMU05	۰/۳۶	۰/۳۶		۰/۳۶	۰/۳۳	۰/۲۵	۰/۳۱	۰/۴۱	۰/۲۶

منبع: گردآوری محقق

جدول ۱۰. امتیاز کارایی ۵ بیمارستان در شهر E (۱۳۹۹)

DMU	e_{min}^1	e_{min}^2	e_{min}^3	$e_{min}^{1,2}$	$e_{min}^{2,3}$	E^*
DMU01	۰/۷۶۲۷	۰/۸۵۵۸	۰/۸۴۸۷	۰/۸۵۰۶	۰/۵۳۶۴	۰/۸۳۷۰
DMU02	۰/۸۵۵۸	۰/۹۹۵۳	۰/۶۴۶۱	۰/۷۹۲۰	۱/۰۰۰	۰/۸۸۳۴
DMU03	۰/۹۹۵۳	۰/۵۴۲۸	۰/۵۹۹۶	۰/۶۲۸۲	۰/۸۴۸۷	۰/۷۶۰۸
DMU04	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
DMU05	۰/۶۰۴۹	۱/۰۰۰	۰/۹۱۲۸	۰/۷۵۶۹	۰/۵۹۹۶	۰/۷۸۲۱

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۱۱. داده‌های مربوط به عملکرد ۴ بیمارستان در شهر F (۱۳۹۹)

DMU	V_i	W_d^1	W_d^2	u_r^1	u_r^2	u_r^3	$\delta_i^1 c_j^1$	$\delta_i^2 c_j^2$	$\delta_i^3 c_j^3$
DMU01	۰/۶۵	۰/۳۲	۰/۳۶	۰/۲۳	۰/۲۵	۰/۶۵	۰/۱۴	۰/۳۶	۰/۵۰
DMU02	۰/۸۴	۰/۶۱	۰/۴۱	۰/۲۴	۰/۳۶	۰/۶۵	۰/۳۶	۰/۲۰	۰/۳۴
DMU03	۰/۴۵	۰/۴۱	۰/۱۸	۰/۱۸	۰/۵۴	۰/۳۲	۰/۲۳	۰/۲۵	۰/۶۱
DMU04	۰/۶۴	۰/۲۵	۰/۲۱	۰/۳۶	۰/۲۱	۰/۳۲	۰/۲۴	۰/۲۶	۰/۶۵

منبع: گردآوری محقق

جدول ۱۲. امتیاز کارایی ۴ بیمارستان در شهر F (۱۳۹۹)

DMU	e_{min}^1	e_{min}^2	e_{min}^3	$e_{min}^{1,2}$	$e_{min}^{2,3}$	E^*
DMU01	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
DMU02	۰/۲۸۱۹	۰/۸۶۵۴	۰/۸۶۵۴	۱/۰۰۰	۰/۸۵۵۸	۰/۷۸۳۴
DMU03	۰/۷۴۱۶	۰/۶۲۸۲	۱/۰۰۰	۰/۷۳۷۷	۰/۹۹۵۳	۰/۸۶۰۸
DMU04	۰/۵۱۲۳	۰/۵۸۸۵	۰/۴۵۲۶	۰/۲۸۱۹	۰/۵۴۲۸	۰/۴۳۶۴

منبع: یافته‌های پژوهش

با توجه به داده‌های مفروض در مقاله، نتایج را با استفاده از نرم‌افزار GAMS به دست آورده و در جدول‌های ۲، ۴، ۶ و ... درج نموده‌ایم. با توجه به جدول (۱) که اطلاعات مربوط به ۷ بیمارستان در شهر A است نتایج مندرج در جدول (۲) حاصل شده‌اند. در جدول (۱)

اطلاعات مربوط به تعداد بیماران هر بخش و هزینه‌های محتمل و اختصاص داده شده در بخش‌های گوناگون بیمارستان نمایش داده شده است. در این مقاله داده‌ها به صورت نرمال شده هستند. در جدول (۲) کارایی مراحل ۱، ۲، ۳ و ۴ و ۱ و ۲ همین طور مراحل ۲ و ۳ و نهایتاً کارایی کل سیستم را محاسبه کرده‌ایم. همان‌طوری که در جدول دیده می‌شود فقط DMU04 دارای نمره کارایی یک است این امر مستلزم کارا بودن سایر مراحل و مراحل ترکیبی (۲ و ۱) و (۳ و ۲) است. در این قسمت ملاحظه می‌شود که کارایی تمامی مراحل برابر با یک است و این باعث می‌شود کارایی کل سیستم برابر با یک شود. اما در سایر DMUها این شرط برقرار نیست؛ زیرا کارایی بعضی از زیر DMUها کارایی سیستم را تضمین نمی‌کند؛ مانند واحد ۲ و ۷ که هیچ‌یک از مراحل کارا نیستند و مراحل ترکیبی نیز موفق به کسب نمره کارایی یک نمی‌شوند؛ بنابراین، نمره کارایی کل سیستم همواره کوچک‌تر یا مساوی برخی دیگر از نمرات کارایی مراحل موجود در آن واحد تصمیم‌گیرنده می‌شود.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، برای ارزیابی کارایی DMUهایی که ساختار شبکه چندمرحله‌ای در DEA دارند از نظریه بازی چانه‌زنی استفاده می‌شود. در مطالعات NDEA هر مرحله از شبکه به‌طور جداگانه و بدون در نظر گرفتن رابطه همکاری بین مرحله‌ها برای به‌دست آوردن کارایی کل سیستم در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله با در نظر گرفتن هر مرحله به عنوان بازیکن یک بازی همکارانه، مراحل با چانه‌زنی و تعامل با یکدیگر به بهترین کارایی کل سیستم می‌رسند. از مزایای مدل بازی چانه‌زنی NDEA ارائه شده، تقسیم هزینه ثابت بین مراحل جهت بهترین تخصیص هزینه ثابت به بهترین مرحله است. مرحله میانی در مدل NDEA یک بازیکن مشترک بین مراحل در مدل بازی چانه‌زنی است. به‌طوری که این مرحله میانی نقش بسزایی در به حداکثر رساندن امتیاز عملکرد بازی مشارکتی دارد. بنابراین، این مقاله یک رویکرد جایگزین برای تخصیص هزینه ثابت مشترک مبتنی بر شبکه چندمرحله‌ای در مدل بازی چانه‌زنی پیشنهاد می‌کند. در نهایت، مثال‌های کاربردی، کاربرد مدل را نشان می‌دهند.

منابع

- Abdali, E. and Fallahnejad, R. (2020). A bargaining game model for measuring efficiency of two-stage network DEA with non-discretionary inputs. *International Journal of Computer Mathematics: Computer Systems Theory*. 48-59.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*. 429-444.
- Chen. L., Lai. F., Wang. Y. M., Huang. Y., Wu. F. M., (2018). A *two-stage network data envelopment analysis* approach for measuring and decomposing environmental efficiency, *Computer & industrial Engineering*. 388-403.
- Chu. J. F., wu. J., Chu. C. and Zhang. T. (2020). DEA-based fixed cost allocation in two-stage systems: Leader-follower and satisfaction degree bargaining game approaches. *Omega*.
- Du, J., Liang, L., Chen, Y., Cook, W, D., Zhu, J. (2011). A bargaining game model for measuring performance of two-stage network structures. *European Journal of Operational Research*. 390-397.
- Kao, C., (2017). Efficiency measurement and frontier projection identification for general two-stage system in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*. Page 679-689.
- Kao. C., Liu. S. T., (2019). Cross efficiency measurement and decomposition in two basic network systems, *Omega*. 70-79.
- Lim. S., Zhu. J., (2019). Primal-dual correspondence and frontier projections in *two-stage network* DEA models, *Omega*. 236-248.
- Omrani. H., Gharizadeh Beiragh. R. and Shafiei Kaleibari. S. (2015). Performance assessment of Iranian electricity distribution companies by an integrated cooperative game data envelopment analysis principal component analysis approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 617-625.
- Tavana. M., Damghani. K. K., Arteaga. J. S., Mahmoudi. R. and Hafezalkotob.A. (2018). Efficiency decomposition and measurement in two-stage fuzzy DEA models using a bargaining game approach. *Computers & Industrial Engineering*. 394-408.
- Wang. Q., Wei. K.K., Zhang. Y. and Wang. X. (2020). Data Envelopment Analysis Method Based on a Common Set of Normalized Weights Using Bargaining Game Thought. *Computers & Industrial Engineering*.