فصلنامــه اقتصاد مالی
دورهٔ ۱۹ / شمارهٔ ۲ (پیاپی ۷۱)/ تابستان ۱٤۰٤
صفحه ۱٦۳ تا ۱۸۷

بررسی ویژگی لیپتوکورتیک در مدل‌سازی قیمت‌گذاری استفان‌کو مبتنی روش کاهش واریانس – شبیه‌سازی مونت‌کارلو

کیانوش فتحی واجارگاه[1]
حسین اسلامی مفیدآبادی[2]

تاریخ دریافت: ۱٤۰٤/۰۱/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱٤۰٤/۰۳/۱۲

چکیده

ویژگی‌های نامتقارن لیپتوکورتیک[3] توزیع بازگشتی با چوله به یک سمت می‌باشد و دارای قله بلند و دم سنگین از توزیع نرمال است که به صورت تجربی مشاهده می‌شود. مدل بلک‌شولز از حرکت براونی به‌منظور قیمت‌گذاریِ اختیار معامله استفاده می‌کند، هرچند که داده‌های بازارهای مالی وجود پرش در قیمت‌ها، نوسان‌پذیری تصادفی و چولگی در مقایسه با توزیع نرمال نشان می‌دهند. به منظور بهبود عملکرد بلک شولز، می‌بایست پرش‌هایی در مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌ها وارد شوند. یکی از مسائل مورد پژوهش در دنیای مالی بحث قیمت‌گذاری و پوشش اختیار معامله است. به طوریکه در این پژوهش از مدل اندازه جهش‌های دارای توزیع نمایی دوتایی استفان کو[4] استفاده شده است. علاوه‌بر این، مدل استفان‌کو قادر به تولید ویژگی لیپتوکورتیک از توزیع بازگشتی و مشاهدات جهش ناگهانی در قیمت‌های اختیار معامله است. شبیه‌سازی مونت‌کارلو نیز یک ابزاری است که به طور گسترده برای قیمت‌گذاری اختیار معامله استفاده می‌شود. با این حال اثر آن به شدت وابسته به استفاده از روش‌های موفق کاهش واریانس است. در این مقاله از اختیار معامله مانع[5] استفاده شده است. همچنین، از روش متغیر کنترل کاهش واریانس استفاده شده است. بنابراین، در این پژوهش نقش تغییر مقادیر اختیار معامله مانع را بر اساس ویژگی لیپتوکورتیک در مدل بررسی شده است. از این رو، نتایج نشان داد که افزایش سطح اختیار معامله مانع باعث افزایش اختیار معامله می‌شود. همچنین، نتایج نشان داد که افزایش سطح اختیار معامله مانع تأثیر زیادی در کاهش واریانس دارد.

واژه‌های کلیدی: مدل کو، اختیار معامله مانع، شبیه‌سازی مونت‌کارلو، ویژگی لیپتوکورتیک..

طبقه بندی JEL: G12، G13، C6، C15، C17، C63، E37، E47، E47

۱ گروه آمار، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)k_fathi@iau-tnb.ac.ir
۲ گروه حسابداری و مدیریت، واحد شهریار، دانشگاه آزاد اسلامی، شهریار، ایران.,hossein.eslamimofidabadi@iau.ac.ir

1.leptokurtic
2.Stevens kou
3.Barrier

نوع مقاله: علمی پژوهشی
Eci@iauctb.ac.ir

۱- مقدمه

موضوع حافظه بلند در نوسانات بازده دارایی در چهار دهه گذشته توجه زیادی را در مبانی نظری مالی و اقتصادسنجی به خود جلب کرده است. از منظر تجربی، حافظه طولانی زمانی خود را نشان می‌دهد که تابع خود همبستگی نمونه سری زمانی[1] (ACF) خود همبستگی‌های قابل توجهی را در وقفه های طولانی نشان دهد. در حال حاضر یک واقعیت تلطیف شده کاملاً ثابت شده است که بازده مطلق (و تبدیل قدرت آنها) دارایی‌های مالی مختلف، همبستگی‌های سریالی مهم، مثبت و به آرامی را نشان می‌دهد، شبیه به فروپاشی هذلولی که توسط تابع خود همبستگی نمونه سری زمانی (ACF) فرآیندهای یکپارچه کسری ایجاد می‌شود (مراجعه کنید به، به عنوان مثال، تیلور[2]،۱۹۸۶، دینگ و همکاران[3]،۱۹۹۳، دینگ و گرنجر[4]، ۱۹۹۶). مطالعات متنوعی تلاش نموده‌اند تا توضیحات اقتصادی برای این واقعیت سبک‌بندی‌شده ارائه دهند و سازوکارهایی را نیز که چنین پایداری بالایی ایجاد می‌کنند، بررسی نمایند. این مبانی نظری به شدت بحث کرده است که آیا حافظه بلندمدت یک ویژگی ذاتی در فرآیند تولید بازده است یا یک مصنوع از تغییرات ساختاری نامکرر در واریانس غیر شرطی فرآیند تصادفی (یعنی غیر ایستا) است. مدل‌سازی مناسب سطح پایداری در نوسانات یک مسئله اقتصادی مهم است، زیرا پیامدهای مستقیمی بر قیمت دارایی‌ها و مشتقات دارد. در حالی‌که توانایی مدل‌های حافظه بلندمدت برای بهبود برازش درون نمونه توزیع بازده دارایی‌ها و پیش‌بینی‌های نوسانات خارج از نمونه هر دو به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته‌اند (آگوستینیاک و همکاران[5]،۲۰۲۵). در این رابطه آگوستینیاک و همکاران (۲۰۲۵)، با طرح این سوال که آیا حافظه بلندمدت یک ویژگی مرتبط برای قیمت‌گذاری اختیار معامله است نسبتاً ناشناخته باقی مانده است طی پژوهشی به ارایه چارچوب قیمت‌گذاری اختیارات معاملات کلی برای مدل‌های یکپارچه کسری وابسته در زمان گسسته پرداخته‌اند که شامل؛ فرآیندهای چند جزئی / کسری یکپارچه کسری (انتگرال چندجزئی) بوده و به رابطه‌های محاسباتی ارزش‌گذاری نیمه بسته را امکان‌پذیر می‌کند تا نشان دهد که گنجاندن پویایی نوسانات حافظه بلند مدت می‌تواند منجر به بهبود عملکرد قیمت‌گذاری در هر دو انتهای کوتاه و بلند طیف سررسید گردد (آگوستینیاک و همکاران،۲۰۲۵). همچنین، در سال‌های اخیر نیز مبانی نظری مربوط به تقریب نامتقارن قیمت‌های اختیار معامله و نوسانات ضمنی به‌سرعت رشد کرده‌اند. کاستی‌های مدل پرش انتشار در ریسک بازارهای بزرگ منجر به توسعه مدل‌های مختلف قیمت‌گذاری با پرش شده‌اند که در آن بازار بزرگ به‌عنوان ناپیوستگی در قیمت‌ها به‌صورت تابع زمان هستند. مدل با پرش یک نمایش واقعی‌تر از نوسانات قیمت را ارائه می‌دهد و انعطاف‌پذیری بیشتری در این مدل‌سازی وجود دارد. از زمانی که بلک‌شولز و مرتون در سال ۱۹۷۳ میلادی مدلی را تحت عنوان مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله با فرض کامل‌بودن بازار ارائه داده‌اند تا به امروز از جنبه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. مرتون در سال ۱۹۷۶ با اضافه کردن بخش پرش که بیانگر تغییرات ناگهانی قیمت سهام بنا به

[1] Time series's sample autocorrelation function (ACF)
[2] Taylor
[3] Ding et al.
[4] Ding & Granger
[5] Augustyniak et al.

دلایلی همچون تغییروتحول مدیریتی، اعتصاب کارمندان، تصمیمات دولتی است موجب بهبود این مدل شده است. مرتون با افزودن این بخش که از فرایند پواسن تبعیت می‌کرد باعث افزایش تعداد منابع تصادفی دخیل در قیمت سهام به دو منبع و در نتیجه منجر به قیمت‌گذاری اختیار معامله در شرایط ناکامل بودن بازار می‌شود. یکی دیگر از جنبه‌های مورد بررسی، حضور ریسک‌ها در قیمت‌گذاری و پوشش اختیار معامله است که می‌توان آن را به‌عنوان عامل مهمی در وجود پرش در نظر گرفت. اختیار معامله‌های مانع [1] یک نوع از قراردادهای اختیار معامله نامتعارف است که آن‌ها نسبتاً شبیه به انواع قراردادهای استاندارد اما با ویژگی‌های مهم اختیار معامله‌های مانع هستند. یک اختیار معامله مانع با یک قیمت ثابت است که در آن قرارداد فعال یا پایان‌یافته است. آن‌ها می‌توانند به سبک اروپایی یا امریکایی باشند هرچند که سبک آن‌ها معمولاً به سبک اروپایی می‌باشد. همچنین، می‌توانند به‌صورت خرید یا فروش باشند. اختیار معامله مانع یک نوع از قرارداد اختیار معامله‌ای است که به عایدی قرارداد اختیار معامله وابسته است که در آن اگر دارایی پایه به قیمت رسیده باشد یا بیش از قیمت تعیین شده باشد اختیار معامله ماتع می‌تواند حذفی [2] باشد به این معنی که می‌تواند بی‌ارزش به پایان برسد، اگر دارایی پایه بیش از قیمت تعیین شده باشد محدودکردن سود برای دارنده و محدودکردن زیان برای فروشنده را دارا خواهد بود. اختیار معامله مانع یک نوع اختیار معامله نامتعارف در نظر گرفته می‌شود؛ زیرا که آن‌ها دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به اختیار معامله‌های امریکایی یا اروپایی هستند. همچنین یک اختیار معامله از نوع مسیر وابسته در نظر گرفته می‌شوند به همین خاطر است که ارزش آن‌ها دارای نوسان است و به‌صورت تغییر ارزش دارایی اولیه در طول مدت اختیار معامله می‌باشد. به همین خاطر است که تغییر ارزش دارایی اولیه در طول مدت قرارداد اختیار معامله دارای نوسان است. ویژگی‌های نامتقارن لیپتوکورتیک توزیع بازگشتی چوله به سمت راست یا چپ دارند قله بلند و دم سنگین است سپس توزیع نرمال به‌صورت تجربی مشاهده می‌شود. این ویژگی زمانی اتفاق می‌افتد که شکل توزیع به اوج خود رسیده باشد. سپس، توزیع نرمال یا منحنی زنگوله‌ای می‌باشد. در چنین توزیعی تغییرات کوچک کنترل در توزیع نرمال رایج هستند؛ اما رویدادهای شدید؛ مانند حرکت زیاد قیمت به‌احتمال زیاد اتفاق می‌افتد و به طور بالقوه بسیار بزرگ‌تر از یک توزیع نرمال می‌باشد. از این رو، با توجه به موارد بیان شده در قسمت بالا، این پژوهش با هدف بررسی ویژگی لیپتوکورتیک در مدل‌سازی قیمت‌گذاری استفان‌کو مبتنی روش کاهش واریانس - شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام شده است.

۲-مبانی نظری و پیشینه تجربی پژوهش

در کسب‌وکار می‌توان از انواع راهبردهای قیمت‌گذاری در هنگام فروش یک محصول یا خدمات استفاده کرد. قیمت می‌تواند به طور کلی مجموعه‌ای برای به حداکثر رساندن سود برای هر واحد فروش و یا بازار باشد. می‌توان از آن برای دفاع از یک بازار موجود از افراد جدید، برای افزایش سهم بازار در بازار و یا برای ورود به یک بازار جدید مورد

1.Barrier
2.knok-out

استفاده قرار داد (گرگسون[1]،۲۰۱۲). در این رابطه پژوهش‌های تجربی متنوعی برای قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی انجام شده است. به طوریکه یکی از مهم‌ترین مدل‌های تجربی مدل بلک-شولز[2] است.

البته، پژوهش‌های تجربی زیادی برای اصلاح مدل بلک - شولز[3] بر اساس حرکت براونی و توزیع نرمال انجام شده است. به طوریکه عمده آن مطالعات تجربی انجام شده دو ویژگی تجربی برجسته زیر را نمایان ساخته‌اند که شامل: (۱) ویژگی‌های لپتوکورتیک نامتقارن[4]. به عبارت دیگر، توزیع بازده‌هایی به سمت چپ متمایل است و دارای یک قله (اوج) بالاتر و و دم‌های سنگین‌تری نسبت به توزیع نرمال هستند؛ (۲) لبخند نوسان[5](تلاطم). به طور مشخص، اگر مدل بلک- شولز صحیح باشد، باید نوسان ضمنی ثابت باشد؛ اما به طور گسترده‌ای شناخته شده است که منحنی نوسان ضمنی، مانند یک لبخند، یک منحنی محدب نسبت به قیمت اجرای اختتیار معامله دارد. برای گنجاندن ویژگی‌های نامتقارن و لپتوکرتیک در قیمت‌گذاری دارایی‌ها، مدل‌های متنوعی پیشنهاد شده است. این مدل‌ها به گونه‌ای طراحی شده‌اند که به توزیع‌های دارای دم‌های سنگین و اوج‌های تیز که در داده‌های مالی رایج است، توجه داشته باشند (کو و وانگ[6]،۲۰۰۴).

۲-۱- روش‌های کاهش واریانس

متغیرهای کنترل شده

فرض کنید می‌خواهیم E [g(X)] را که در آن $X = (X_1, \dots \dots, X_n)$است را برآورد کنیم. اما فرض کنید که به‌ازای یک تابع معلوم f متوسط مقدار f(X) معلوم است، به طور مثال اگر داشته باشیم:

E [f(X)] = μ

آنگاه برای هر عدد ثابت a می‌توانیم:

$$w = g(x) + a[f(x) - \mu] \qquad (۱)$$

را به‌عنوان یک برآوردگر$E[g(x)]$ به کار می‌بریم حال

$$var(w) = var[g(X)] + a^2 var[f(x)] + 2a cov[g(x), f(x)] \qquad (۲)$$

محاسبات ساده نشان می‌دهد که مقدار فوق حداقل می‌شود هرگاه:

$$a = \frac{-cov[f(x), g(x)]}{var[f(x)]} \qquad (۳)$$

و برای این مقدار از a:

$$var(w) = var[g(x)] - \frac{-cov[f(x), g(x)]}{var[f(x)]} \qquad (۴)$$

که موجب کاهش واریانس می‌شود (غلامی و میرترابی،۱۳۹۱).

[1] Gregson
[2] the Black-Scholes model
[3] the Black-Scholes model based on Brownian motion
[4] The asymmetric leptokurtic features
[5] The volatility smile.
[6]. Kou & Wang

۲-۲- اختیار معامله مانع[1]

هشت نوع از اختیار معامله‌ها وجود دارد که اختیار معامله‌های up(down) و out(in) نامیده می‌شوند. برای مثال، قیمت up and out خرید اختیار معامله داده می‌شود با؛

$$UOC = E[e^{-rT}(S(T) - K)^{+}1_{\{max\ 0\le t\le T\ S(t)\le B\}}]$$

که در آن $S(t) \le \mathrm{B}$

سطح اختیار معامله مانع می‌باشد (کو و وانگ[2]،۲۰۰۴).

۳-۲- پیشینه تجربی پژوهش

آگوستینیاک و همکاران[3](۲۰۲۵)، طی پژوهشی به موضوع یک چارچوب قیمت‌گذاری اختیارات معاملات کلی برای مدل‌های یکپارچه کسری وابسته پرداخته‌اند. در این پژوهش تأثیر ادغام کسری بر مدل‌سازی نوسانات و قیمت‌گذاری گزینه مورد بررسی قرار گرفته است. آن‌ها در این پژوهش یک چارچوب کلی قیمت‌گذاری زمان گسسته را بر اساس مدل‌های نوسانات چند جزئی وابسته پیشنهاد نموده‌اند که نمایش‌های آرچ[4] (∞) را می‌پذیرند. این نه تنها تنوع زیادی از مدل‌های قیمت‌گذاری گزینه را از مبانی نظری پژوهش موجود در خود جای می‌دهد، بلکه امکان معرفی مدل‌های جدید قیمت‌گذاری گارچ[5] با حافظه بلند کوواریانس-ایستا را نیز فراهم می‌کند. با استفاده از توصیف مجموع نامحدود تابع تولید تجمعی قیمت ثبت دارایی، عبارات نیمه صریح را برای ارزیابی مشتقات به سبک اروپایی تحت یک عامل تنزیل تصادفی وابسته به واریانس کلی استخراج نموده‌اند. علاوه بر این، آن‌ها یک تحلیل تجربی گسترده با استفاده از بازده و اختیارات معاملات استاندارد و پورز[6](۵۰۰) در دوره ۱۹۹۶-۲۰۱۹ انجام داده‌اند. به‌طورکلی، آن‌ها نشان داده‌اند هنگامی که محتوای اطلاعاتی از اختیارات معاملات در فرآیند تخمین پارامتر گنجانده می‌شود، گنجاندن پویایی کسری یکپارچه در نوسانات[7] برای بهبود عملکرد قیمت‌گذاری اختیارات معاملات خارج از نمونه سودمند است. بیش‌ترین پیشرفت‌ها در خطاهای ریشه میانگین مربعات نوسانات ضمنی برای اختیارات معاملاتی با سررسید بیشتر از یک سال رخ می‌دهد که در مقایسه با مدل‌های استاندارد حافظه کوتاه یک و دو جزئی[8] به ترتیب به ۲۸ و ۱۸ درصد می‌رسد.

گیلی و همکاران[9](۲۰۱۹)، طی پژوهشی به موضوع درجه‌بندی (کالیبراسیون) مدل‌های قیمت‌گذاری اختیارات معاملات پرداخته‌اند. آن‌ها نحوه درجه‌بندی (کالیبراسیون) سازی پارامترهای مدل های قیمت‌گذاری اختیارات معاملات را توضیح داده‌اند تا این مدل‌ها با قیمت های بازار مطابقت داشته باشند. آن‌ها با بلک- شولز موردی که

1.Option Barrier
2.Kou & Wang
3 Augustyniak et al.
4 ARCH
5 GARCH
6 S&P 500
7 Fractionally integrated dynamics in volatility
8 Standard one- and two-component short-memory models
9 Gilli et al.

در آن فقط به یک پارامتر نیاز بود را در خصوص مدل‌سازی (نوسانات ضمنی) مورد توجه قرار داده‌اند. سپس، مدل‌های دیگری که نیاز به تنظیم چندین پارامتر در مدل‌سازی مورد نیاز بود مورد استفاده قرار گرفته است. آن‌ها بیان نموده اند که برای چنین مدل‌هایی، کالیبراسیون اغلب منجر به مشکلات بهینه‌سازی می‌شود که با روش‌های استاندارد قابل حل نیستند، از این‌رو، آن‌ها از روش‌های اکتشافی (تکامل دیفرانسیل و بهینه‌سازی ازدحام ذرات) استفاده نموده‌اند. آن‌ها چندین نمونه را بررسی نموده‌اند که مانند مدل نوسانات تصادفی هستون یا مدل بیتس که شامل پرش‌ها است. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که چگونه می‌توان اختیارات معاملات را در این مدل‌ها با استفاده از تابع مشخصه قیمت‌گذاری نمود و چگونه پارامترهای مدل‌ها را با فنون اکتشافی درجه‌بندی (کالیبراسیونی) نمود. در طول مسیر مدلسازی، مقدمه‌ای کوتاه بر ادغام عددی ارائه و قوانین نیوتن کوتس و گاوس را توضیح نمونه محاسبات عددی آن نیز ارائه شده است.

کو و وانگ[1](۲۰۰۴)، طی پژوهشی به موضوع قیمت‌گذاری اختیارات معاملات تحت مدل کو با استفاده از مدل انتشار پرش دوگانه پرداخته‌اند. آن‌ها بیان نموده اند که قابلیت کشش‌پذیری تحلیلی یکی از چالش‌هایی است که بسیاری از مدل‌های جایگزین با آن مواجه هستند که سعی در تعمیم مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله بلک شولز برای ترکیب ویژگی‌های تجربی بیشتر دارند. هدف آنها از این پژوهش گسترش قابلیت کشش تحلیلی مدل بلک شولز به مدل‌های جایگزین با پرش بوده است. آن‌ها نشان داده‌اند که یک مدل انتشار پرش نمایی دوگانه می‌تواند به یک تقریب تحلیلی برای اختیارات معاملات آمریکایی افق محدود (با گسترش روش بارون-آدسی و ویلی) و راه‌حل‌های تحلیلی برای اختیارات معاملات رایج وابسته به مسیر (مانند نگاه به عقب، مانع، و دائمی اختیارات معاملات آمریکایی) منجر شود. مثال‌های عددی آن‌ها نشان می‌دهند که رابطه‌های ریاضی و محاسباتی (عددی) به راحتی قابل پیاده‌سازی هستند و دقیق هستند.

کونت و تانکوف[2](۲۰۰۴)، کتاب مدل‌سازی مالی با فرآیندهای پرشی یکی از منابع کلیدی در حوزه ریاضیات مالی و قیمت‌گذاری مشتقات مالی است. این کتاب چارچوب سنتی بلک-شولز را گسترش می‌دهد و مدل‌هایی را ارائه می‌دهد. به بیان دیگر، کتاب فوق از مهم‌ترین منابع برای درک مدل‌های پیشرفته در قیمت‌گذاری مشتقات مالی و مدیریت ریسک است. این مدل‌ها در بانکداری، سرمایه‌گذاری، معاملات الگوریتمی، و پوشش ریسک به‌طور گسترده استفاده می‌شوند.

کار و مدان[3](۱۹۹۹)، طی پژوهشی به موضوع ارزش‌گذاری اختیار معامله با استفاده از تبدیل فوریه سریع[4] (FFT) پرداخته‌اند. آن‌ها بیان نموده اند که در این پژوهش، یک الگوریتم تبدیل فوریه سریع برای ارزش‌گذاری آپشن‌های چنددارایی تحت عدم قطعیت ناشی از رکود اقتصادی ارائه شده است. محور اصلی این تحقیق، بررسی مسئله چندبعدی بودن در قیمت‌گذاری آپشن‌ها، هم در حالت محدود و هم در حالت نامحدود است. مفهوم رکود اقتصادی در مدل لحاظ شده است. دلیل اصلی گنجاندن نوسان‌پذیری ناشی از رکود اقتصادی، این واقعیت است

[1].Kou & Wang
[2] Cont & Tankov
[3] Carr and Madan
[4] Fast Fourier transform approach

که نوسانات بازار در دوران رکود اقتصادی به‌طور چشمگیری در مقایسه با دوران بدون رکود افزایش می‌یابد. کاربرد الگوریتم تبدیل فوریه سریع در قیمت‌گذاری آپشن‌های چنددارایی بررسی شده است. یک نتیجه جدید در قیمت‌گذاری آپشن‌ها حاصل شد که امکان ارائه قیمت‌های دقیق و کارآمد را هم در شرایط رکود و هم در شرایط بدون رکود فراهم می‌کند. نتایج عددی برای دارایی‌های سه‌بعدی ارائه شده است، که در آن، مدل بلک-شولز به‌عنوان معیاری برای مقایسه کارایی روش مورد استفاده قرار گرفته است.

مرتون[1] (۱۹۷۶)، طی پژوهشی به موضوع قیمت‌گذاری اختیار معامله زمانی که بازده سهام پایه ناپیوسته است، پرداخته‌اند. آن‌ها بیان نموده اند که اعتبار رابطه محاسباتی سنتی قیمت‌گذاری اختیار معامله بلک-اسکولز به توانایی سرمایه‌گذاران برای پیروی از یک راهبرد سبد پویا در سهام بستگی دارد که ساختار بازده نسبت به اختیار معامله مشابه تکرار می‌شود. فرض حیاتی مورد نیاز برای امکان پذیر بودن چنین راهبردی این است که پویایی بازده سهام را می‌توان با یک فرآیند تصادفی با یک مسیر نمونه پیوسته توصیف نمود. در این پژوهش، یک رابطه محاسباتی قیمت‌گذاری اختیار معامله برای حالت عمومی‌تر، یعنی زمانی که بازده سهام پایه[2] توسط ترکیبی از فرآیندهای پیوسته و پرش ایجاد می‌شود، مشتق می‌شود. رابطه محاسباتی مشتق شده دارای بسیاری از ویژگی‌های جذاب رابطه محاسباتی اصلی بلک شولز است، زیرا به ترجیحات سرمایه‌گذار یا آگاهی از بازده مورد انتظار سهام پایه بستگی ندارد. علاوه بر این، همان تحلیل اعمال شده در مورد اوراق اختیار معاملات به قیمت‌گذاری اوراق بدهی‌های شرکتی نیز قابل تعمیم است.

بلک-شولز[3] (۱۹۷۳)، طی پژوهشی به موضوع مدل‌سازی قیمت‌گذاری اختیار معامله و اوراق بدهی‌های شرکتی پرداخته‌اند. آن‌ها بیان نموده اند در صورتی که قیمت‌گذاری رابطه محاسباتی (آپشن‌ها) در بازار به‌درستی انجام شده باشد، نباید امکان کسب سود بدون خطر از طریق ایجاد پرتفویی از موقعیت‌های خرید و فروش در گزینه‌ها و سهام پایه آن‌ها وجود داشته باشد. با استفاده از این اصل، یک فرمول نظری برای ارزش‌گذاری گزینه‌ها استخراج می‌شود. از آنجائی‌که تقریباً تمام بدهی‌های شرکتی را می‌توان به‌عنوان ترکیبی از اختیار معاملات در نظر گرفت، این رابطه محاسباتی و تحلیل مرتبط با آن را می‌توان برای ارزش‌گذاری بدهی‌های شرکتی مانند سهام عادی، اوراق قرضه شرکتی و وارانت‌ها نیز به کار برد. به‌طور خاص، این رابطه محاسباتی می‌تواند برای محاسبه تخفیفی که باید برای یک اوراق قرضه شرکتی در نظر گرفته شود به دلیل احتمال نکول (ورشکستگی) مورد استفاده قرار گیرد.

ربیعی فرد و پورطاهری (۱۳۹۵)، طی پژوهشی به موضوع قیمت‌گذاری اختیارات آمریکایی تحت مدل کو با استفاده از روش مونت کارلو پرداخته‌اند. آن‌ها بیان نموده اند که قیمت‌گذاری اختیارات از مباحث اصلی در تجزیه و تحلیل مشتقات مالی است. اما، متأسفانه رابطه محاسباتی دقیقی برای محاسبه‌ی قیمت اختیار فروش آمریکایی وجود ندارد، ولی به کمک روش‌های عددی و محاسبات مبتنی بر تقریب می توان قیمت این اختیارات را تا حد رضایت بخشی محاسبه نمود. یکی از این روش های عددی، روش شبیه‌سازی مونت کارلو است. به دلیل اینکه

[1] Merton
[2] The underlying stock returns (USR)
[3] The Black & Scholes (B-S)

ارزش مشتقات از قیمت دارایی پایه مشتق شده است. بنابراین، در قیمت‌گذاری اختیارات دینامیک دارایی پایه از اهمیت بسیاری برخوردار است. از این‌رو، آن‌ها در این پژوهش ابتدا به بیان مدل کو و معرفی یکی از روش‌های مونت کارلو به نام روش رگرسیون پرداخته شده است. در ادامه، نیز قیمت اختیارات آمریکایی به عنوان یک دارایی پایه با پیروی از مدل استفان‌کو و با استفاده از روش رگرسیون نتایج به‌دست آمده است.

هوشمند نقابی و همکاران (۱۳۹۶) طی پژوهشی به موضوع تبیین مقایسه‌ای مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای کلاسیک و رفتاری در بازار سرمایه ایران پرداخته‌اند. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای کلاسیک در مقایسه با مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای رفتاری در بازار سرمایه ایران دارای قدرت تبیین بیشتری می‌باشد. این در حالی است که مدل استاندارد قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای(CAPM) ، دارای بیشترین قدرت تبیین (تقریباً ۶۶/۸۹ درصد)، و مدل تعمیم یابنده قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (X-CAPM)، نیز در بین مدل‌های رفتاری دارای کمترین قدرت تبیین (تقریباً 48/41درصد) برخوردار می باشند. سپس، در رتبه‌بندی دوم مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای کاهشی- نامطلوب-D) (CAPMدارای بیشترین قدرت تبیین (تقریباً ۶۱/۸۱ درصد)، و قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای رفتاری(BAP)، دارای کمترین قدرت تبیین (تقریباً ۴۳/۱۶ درصد) برخوردار می‌باشند. سپس، در رتبه‌بندی سوم مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای تعدیلی(A-CAPM) ، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای شرطی(I-CAPM) ، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای تجدیدنظر شده(R-CAPM) ، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای مصرفی(C-CAPM)، به ترتیب دارای بیشترین قدرت تبیین (تقریباً ۵۹/۴۹ درصد)، (تقریباً ۴۸/۶۴ درصد)، (تقریباً ۵۲/۱۰ درصد)، (تقریباً ۴۹/۹۴ درصد)، می‌باشند. همچنین، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای رفتاری(BAP)، در بین مدل‌هایی رفتاری دارای کمترین قدرت تبیین (تقریباً ۴۳/۱۶ درصد) برخوردار می باشند.

علیزاده و همکاران (۱۳۹۹)، طی پژوهشی به موضوع مقایسه تطبیقی الگوهای قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف در بازار سرمایه ایران با رویکرد تابع رگرسیون دو مرحله‌ای فاما و مکبث پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که خطای قیمت گذاری در مدل تعدیل شده با نقدشوندگی نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرفسنتی کمتر مشاهده می‌شود. شواهد این مطالعه بر اهمیت نقش نقدشوندگی در قیمت گذاری دارایی نیز تاکید می‌کند.

نوذر پور و کیقبادی (۱۴۰۰)، طی پژوهشی به موضوع مدل‌سازی قیمت‌گذاری توزیع اطلاعات بر مبنای محدودیت تأمین مالی، استراتژی تجاری و راهبری شرکتی با رویکرد معادلات ساختاری پرداخته‌اند. آن‌ها بیان نموده اند که جریان اطلاعات در محیط بازار، رفتار فعالان بازار را تحت تأثیر قرار می‌دهد. طبیعی است که افراد فعال در بازار، سهم متفاوتی از این گردش اطلاعات داشته باشند. به منظور بررسی موضوع مطالعه، پس از استخراج داده‌های مربوط به شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، از مدل رگرسیونی داده‌های ترکیبی برای آزمون فرضیه‌های تحقیق استفاده شده است. قیمت‌گذاری عدم تقارن اطلاعاتی، در شرایط محدودیت مالی بالا کاهش می‌یابد. همچنین، در سطوح راهبری شرکتی بالاتر، کمتر است از طرف دیگر قیمت‌گذاری عدم تقارن اطلاعاتی در سطوح با راهبرد جسورانه، بیشتر است. محدودیت مالی منجر به تفاوت در هزینه سرمایه بین

شرکت‌های دارای عدم تقارن اطلاعاتی بالا با شرکت‌های دارای عدم تقارن اطلاعاتی پایین می‌شود، راهبری شرکتی منجر به افزایش شفافیت اطلاعاتی و مخابره اخبار مساعد به بازار سرمایه شده و راهبرد جسورانه اختیارات بیشتری برای مدیران فراهم می‌کند، زیرا دنبال کردن استراتژی مبتنی بر بازار و نوآورانه نیازمند سرمایه‌گذاری در چندین فناوری جدید است تا موجب طراحی محصولات و اکتشاف بازارهای جدید شود.

بلگوریان و همکاران (۱۴۰۰)، طی پژوهشی به موضوع مقایسه عملکرد نظریه قیمت‌گذاری آربیتراژ مبتنی بر ریسک نامطلوب و مدل بتای پاداشی در پیش‌بینی بازده سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که طی دوره ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۷ در مورد سهام با ارزش بازار کوچکتر، نظریه قیمت‌گذاری آربیتراژ مبتنی بر ریسک نامطلوب عملکرد بهتری در پیش‌بینی بازده در بورس اوراق بهادار تهران نسبت به مدل بتای پاداشی از خودنشان می‌دهد.

نصیری و همکاران (۱۴۰۲)، طی پژوهشی به موضوع بررسی تجربی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز در معاملات اختیار خرید بورس اوراق بهادار تهران پرداخته‌اند. تایج پژوهش حاکی از آن است که قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز بالاتر از قیمت اختیارهای خرید قیمت‌گذاری شده است. ضمن آنکه مقدار درصد انحرافات و یو-تیل (U-theil) در اختیارهای خرید درسود (ITM) کمتر از اختیار های خرید درزیان (OTM) می‌باشد.

۳-روش شناسی پژوهش

به کارگیری ابزارهای نوین مالی و به طورخاص قراردادهای اختیار معامله به عنوان ابزاری برای مدیریت ریسک و ایجاد سودآوری، می تواند به رونق بورس و کاهش مشکلات بخش صنعت کمک کند. باوجود نوسانات قیمت دارایی‌ها و محصولات مالی، می‌توان گفت از بین انواع قراردادهای اختیار معامله، اختیار معامله می تواند نقش مؤثرتری در کاهش ریسک این قراردادها ایفا نماید. از این رو، با توجه به این موضوع، این پژوهش با هدف بررسی ویژگی لیپتوکورتیک در مدل‌سازی قیمت‌گذاری استفان‌کو مبتنی روش کاهش واریانس - شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام شده است. به طوری‌که در ادامه چارچوب نظری و تجربی برای تخمین (برآورد) مدل‌های تجربی پژوهش ارایه شده است.

۳-۱- معرفی مدل استفان‌کو

مدل شامل دو بخش مختلف است. بخش اول توسط حرکت براونی هندسی ادامه پیدا می‌کند و بخش دوم بخش پرش با لگاریتم اندازه پرش است که توزیع نمایی دوتایی و تکرار پرش‌ها توسط رویداد تازه از فرایند پواسن تعیین می‌شوند. سهمیه سهام با مشتقات جزئی معادله دیفرانسیل به‌صورت زیر توضیح داده شده است (کو[1]،۲۰۰۱؛کو و وانگ[2]،۲۰۰۴).

$$\frac{dS(t)}{dS(t-)} = \mu dt + \sigma dW(t) + d(\sum_{i=0}^{N(t)}(V_t - 1) \qquad (۵)$$

[1].Kou & Wang
[2].Kou

که در آن معادله بالا وجود دارد:

M : ضریب انباشتگی، σ : ضریب انتشار مقدار، W(t): حرکت براونی استاندارد می‌باشد،N(t): فرایند پواسن با پارامتر $\boldsymbol{\lambda}$ است. مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل با توزیع تصادفی نامنفی یکسان می‌باشد. بنابراین، $\{V_i\}$: دارای توزیع نمایی دوتایی نامتقارن است.

Y=log(V)

از این‌رو، چگالی از توزیع نمایی دوتایی توسط معادله زیر داده می‌شود:

$f_Y(y) = p\eta_1 e^{\eta_1 y} 1_{\{y\geq 0\}} + q\eta_2 e^{\eta_2 y} 1_{\{y<0\}}$

با شرط $\eta_1 > 1$ و $\eta_2 > 0$ و $p, q \geq 0, p + q = 1$ احتمال جهش رو به بالا و روبه پایین از قیمت سهام هستند؛ بنابراین از این راه نیز می‌توانیم بیان کنیم:

$$\log(V) = Y = \begin{cases} \zeta^+ & p \text{ با احتمال} \\ -\zeta^- & q \text{ با احتمال} \end{cases} \quad (۶)$$

که در آن ζ^+وζ^- متغیر تصادفی توزیع نمایی با مقدار مورد انتظار $\frac{1}{\eta_1}$و$\frac{1}{\eta_2}$ و هر دو باید به روش یکسان توزیع شوند.تمام متغیرهای تصادفی در معادله ۲ مستقل هستند و برای سادگی و به دست آمدن راه حل‌های تحلیلی برای قیمت اختیار معامله رانش و جهش ناگهانی ثابت فرض می‌شوند. بنابراین، حرکت براونی و فرآیندهای پرش یک بعدی تصور می‌شوند. همه این محدودیت‌ها می‌توانند به راحتی به منظور توسعه یک مدل کلی لغو شوند. اگر معادله دیفرانسیل ۲ توسط لم ایتو حل شود آنگاه پویایی قیمت سهام را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$S(t) = S(0)\exp\left\{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W(t)\right\}\prod_{i=1}^{N(t)} V_i \quad (۷)$$

که در آن معادله داریم:

(۸)

$$E[Y] = \frac{p}{\eta_1} - \frac{q}{\eta_2}, Var[Y] = pq\left(\frac{1}{\eta_1} - \frac{1}{\eta_2}\right)^2 + \left(\frac{p}{\eta_1} + \frac{q}{\eta_2}\right) \text{و} E(V) = E(e^Y) = q\frac{\eta_2}{\eta_2+1} + p\frac{\eta_1}{\eta_1-1}, \eta_1 > 1, \eta_2 > 0$$

$\eta_1 > 1$ ضروری است زیرا در غیر این صورت نمی تواند$E(V) < \infty$ و $E(S(t)) < \infty$ را تامین کند. با توجه به این فرض،میانگین پرش بیش از ۱۰۰٪ غیر ممکن است. توزیع نمایی دو تایی دارای دو ویژگی می‌باشد که برای مدل قابل توجه است. اولین ملاک از ویژگی‌های لیپتوکورتیک و دومین ویژگی فقدان حافظه می‌باشد (کو[1]،۲۰۰۱). اگر پویایی قیمت سهام از معادله ۴ به دست آید، معادله برای سبک اختیار معامله اروپایی به صورت زیر است (کو[2]،۲۰۰۱).

$$V_t = -\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS} - (r - \lambda\alpha)SV_S + (r+\lambda)V - \lambda\int_{\mathbb{R}^+} V(Sy,t) f_Y(y)dy \quad (۹)$$

1. Kou & Wang
2. Kou & Wang

۳-۲- راه تحلیلی برای اختیار معامله خرید مانع[1]

یکی از روش‌های کاهش واریانس (متغیرهای کنترل شده)، روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو بوده که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است.

(۱۰)

$$CPrice_{UOC}(T,S(0),K,B,\sigma,r,\lambda,p,\eta_1,\eta_2) = S(0)\psi(r+\tfrac{1}{2}\sigma^2-\lambda\zeta,\sigma,\tilde{\lambda},\tilde{p},\tilde{\eta}_1,\tilde{\eta}_2;\log\big(K/S(0)\big),\log(B/S(0)),T) - Ke^{-rT}.\psi(r-\tfrac{1}{2}\sigma^2-\lambda\zeta,\sigma,\lambda,p,\eta_1,\eta_2;\log\big(K/S(0)\big),\log(B/S(0)),T).$$

C: ضریب متغیر کنترل، T: زمان سررسید، B: سطح اختیار معامله مانع اشت. که در آن:

$$\tilde{\eta}_2=\eta_2+1, \tilde{p}=\frac{p}{1+\zeta}.\frac{\eta_1}{\eta_1-1}, \eta_1-1=\tilde{\eta}_1, \tilde{\lambda}=\lambda(\zeta+1)$$

و:

$$\zeta = E[V]-1 = \frac{p\eta_1}{\eta_1-1}+\frac{q\eta_2}{\eta_2+1}-1$$

و:

$$\psi\big(\mu,\sigma,\lambda,p,\eta_1,\eta_2;a,b,T\big): P[Z(T)\geq a, \max_{0\leq t\leq T} Z(t)\geq b]$$

که تحت P، $Z(t)$ دارای فرایند نمایی دوتایی پرش انتشار با ضریب تعیین μ و جهش ناگهانی σ و نرخ جهش $\boldsymbol{\lambda}$.

و:

$$Z(t)=\mu t+\sigma W(t)+\sum_{i=1}^{N(t)} Y_i$$

و Y دارای توزیع نمایی دوتایی با چگالی:

$$f_Y(y)=p\eta_1 e^{\eta_1 y}1_{\{y\geq 0\}}+q\eta_2 e^{\eta_2 y}1_{\{y<0\}}$$

متغیر کنترل (CV) مورد انتظار از اختیار معامله up and out Barrier توسط به‌کاربردن معادله بالا با سطح اختیار معامله $B_{CV}=Be^{\beta\sigma\sqrt{\Delta t}}$ به دست می‌آید.

(۱۱)

$$ECV_{UOC}\big((T,S(0),K,B,\sigma,r,\lambda,p,\eta_1,\eta_2)\big)=CPrice_{UOC}\left(T,S(0),K,Be^{\beta\sigma\sqrt{\Delta t}},\sigma,r,\lambda,p,\eta_1,\eta_2\right)$$

برای اختیار معامله مانع از روش کنترل متغیر (CV)[1] استفاده شده است.

$$UOC(M)=(S(T)-K)^+1_{\{M<B\}} \quad (۱۲)$$

M با بیشترین قیمت سهام تا زمان سررسید T مشخص می‌شود:

$$M=max_{0\leq i\leq d}S(t_i)\ , M=sup_{0\leq t\leq T}S(t)$$

d با تعداد نقاط کنترل در زمان t_i مشخص می شود و داریم $0=t_0<t_1<\cdots<t_d=T$

$$1_{\{sup_{0\leq t\leq T}S(t)<B_{CV}\}}=1_{\{sup_{0\leq t\leq T}logS(t)<\log B_{CV}\}}=\prod_{i=1}^{d}1_{\{\log M_i<\log B_{CV}\}} \quad (۱۳)$$

[1]. up and out Barrier call option (up and out)

1.Control Varite

که در آن معادله داریم:

$M_i = sup_{t_{i-1} \le u \le t_i} S(u)$

و

upward shifted barrier $B_{CV} = Be^{\beta\sigma\sqrt{\Delta t}}$

می‌باشد. استفاده از احتمال مارکوف از حرکت براونی و شرطی مستقل:

(۱۴)

$$E[(S(T)-K)^{+}1_{\{sup_{0\le t\le T}S(t)<B_{CV}\}}|S(0),S(t_1),\dots,S(T)]$$
$$=(S(T)-K)^{+}E\left[\prod_{i=1}^{d}1_{\{\log M_i<\log B_{CV}\}}\middle|S(0),S(t_1)\right),\dots S(T)]$$
$$=(S(T)-K)^{+}\prod_{i=1}^{d}E[1_{\{\log M_i<\log B_{CV}\}}|\log S(t_{i-1}),\log S(t_i)]$$
$$=(S(T)-K)^{+}\prod_{i=1}^{d}p_i$$

که در آن p_i به صورت زیر داده می‌شود

$$p_i = P(\log M_i < \log B|\log S(t_{i-1}),\log S(t_i))$$
$$= 1-\exp\left(-\frac{2(\log B_{CV}-\log S(t_{i-1}))^{+}(\log B_{CV}-\log S(t_i))^{+}}{\sigma^2\Delta t}\right) \qquad (۱۵)$$

در این مورد قیمت سهام فعلی کوچکتر از *shifted barrier* می‌باشد. اما بزرگ‌تر از اختیار معامله مانع اصلی است. بنابراین، فرمول داده شده در معادله۱۴را نمی‌توان مستقیما با امید ریاضی شرطی محاسبه کرد، به عنوان زمان توقف می‌تواند از زمان سر رسید کوچک‌تر باشد.

$$i^* = \min\{d, \min\{i \ge 0: B < S(t_i) < B_{CV}\}\}$$

شرط مورد انتظار از *CV* با توجه به اطلاعات بالا در زمان توقف i^* به صورت زیر داده می‌شود

(۱۶)

$$E[(S(T)-K)^{+}1_{\{sup_{0\le t\le T}S(t)<B_{CV}\}}|S(0),\dots,S(t_{i^*})]$$
$$E\left[(S(T)-K)^{+}1_{\{sup_{0\le u\le t_{i^*}}S(u)<B_{CV}\}}1_{\{sup_{t_{i^*}\le u\le T}}S(u)<B_{CV}\}\middle|S(0),\dots,S(t_{i^*})\right]$$
$$=\left(\prod_{i=1}^{i^*}p_i\right)E\left[(S(T)-K)^{+}1_{\{sup_{t_{i^*}\le u\le T}}S(u)<B_{CV}\}\middle|S(t_{i^*})\right]$$

که در آن p_i ها با معادله ۱۵ داده می‌شود. توجه کنید که زمانی که $i^* = d$ معادله۱۶ برابر با معادله ۱۴ است. به معنای دیگر، زمانی که$i^* < d$ ، در معادله ۱۶ قرارداد اختیار معامله مانع با قیمت سهام اولیه $S(t_{i^*})$ و سررسید $T - t_{i^*} = (d - i^*)\Delta t$ مورد انتظار است.

$$UOC = E[e^{rT}(S_t^{(i)}-K)^{+}1_{\{M<B_{CV}\}}] \qquad (۱۷)$$

۳-۳- ویژگی لیپتوکورتیک

با استفاده از:

$$S(t) = S(0)\exp\{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W(t)\}\prod_{i=1}^{N(t)} V_i$$

بازگشت فاصله زمانیΔt توسط رابطه محاسباتی زیر داده شده است:

(۱۸)

$$\frac{\Delta S(t)}{S(t)} = \frac{S(t+\Delta t)}{S(t)} - 1 = \exp\ \{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t + \sigma\big(W(t+\Delta t) - W(t)\big) + \sum_{i=N(t)+1}^{N(t+\Delta t)} Y_i\} - 1$$

که در آن جمع بیش از یک مجموعه تهی صفر در نظر گرفته می‌شود اگر فاصله زمانیΔt کوچک باشد، همانطور که در مورد مشاهدات روزانه،بازده می‌تواند تقریب در توزیع با نادیده گرفتن شرایط دستورات Δt و به کاربردن نمایی$e^x \approx 1 + x + x^2/2$، توسط فرمول زیر داده می‌شود:

$$\frac{\Delta S(t)}{S(t)} \approx \mu\Delta t + \sigma z\sqrt{\Delta t} + B.Y \qquad (۱۹)$$

که در آن B,Z نرمال استاندارد و متغیر تصادفی برنولی به ترتیب با $P(B=0) = 1 - \lambda\Delta t$ و Y توسط-۶ داده می‌شود. نقطه عددی اضافی ویژگی‌هایی از داشتن قله بلندتر و دم‌های سنگین‌تر را که بیان می‌کند اگر هم $\frac{1}{\eta_1}$ (انتظارات اندازه پرش یا $\boldsymbol{\lambda}$ نرخ پرش) افزایش پیدا کند را نشان می‌دهد.

از معادله ۱۹ داریم:

$$\log S_t - \log S_{t-1} = \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dW_t + B.Y \qquad (۲۰)$$

$$S_t = S_{t-1}exp((r - \sigma^2/2)\Delta t + \sigma Z\sqrt{\Delta t} + B.Y \qquad (۲۱)$$

که در ان z دارای متغیر نرمال تصادفی است. بنابراین قیمت گذاری در اختیار معامله‌های خرید اروپایی تحت مدل پرش نمایی دوتایی از یک متغیر تصادفی نرمال برای هر مسیر در هر دوره زمانی تولید می‌شود.

۴-۳- روش مونت کارلو

پرجاذبه‌ترین ویژگی که روش‌های مونت کارلو دارد این است که مبتنی بر نمونه‌گیری و نمادهای احتمالاتی است. در واقع اساس تقریب مونت‌کارلو همانند اعتبار برآوردگرهای گشتاوری تجربی است به این معنی که میانگین:

$$\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} h(x_i), \quad x_t \sim f(x) \qquad (۲۲)$$

وقتی T به بینهایت برود به امید ریاضی $E_f[h(x)]$ میل می‌کند. به علاوه ،دقت این تقریب عینا مانند دقت یک برآورد آماری است به این معنی که معمولا از مرتبه‌ی $O(\sqrt{T})$ است. بنابراین، به محض آنکه نمونه‌ی $x_1, \dots \dots, x_T$ از توزیع f تولید شود. همه‌ی ابزارهای استاندارد آماری، از جمله بوت استرپ(در صورتی که داده های بیشتری مورد نیاز باشد).روی آن قابل اعمال خواهند بود. تغییرپذیری یک آزمایش مونت‌کارلو بایستی مورد محاسبه قرار گیرد مخصوصا هنگامی که نتایج راجع به خروجی آن و ارزیابی‌هایی نسبت به تغییر پذیری دنباله‌ی تقریب‌ها ارائه می‌شود(کندال و همکاران،۲۰۰۷). اما سهولت تحلیل این روش‌ها و رجوع نظام‌مند به شهود آماری تا اندازه‌ای بیانگر این مطلب است که چرا روش‌های مونت کارلو بر سایر روش‌های عددی رجحان دارند. تعبیر انتگرال‌ها به عنوان امید ریاضی $E_f[h(x)]$ از یکتایی به دور است. بنابراین، رویکردهای متنوعی برای تقریب فوق ممکن است. محدوده‌ی انتخاب‌ها با راهبردهای نمونه‌گیری نقاط مهم در مونت کارلو (رابینشتاین[1]،۱۹۸۱) متناظر است که مبنای آن اتحاد

$$E_f[h(X)] = E_g[h(X)f(X)/g(X)]$$

است که در آن تکیه‌گاه چگالی gشامل تکیه گاهf است. با این وجود بعضی از انتخاب‌های g می‌توانند به طور وحشتناک منجر به عملکرد ضعیف برآوردهای مونت‌کارلو شوند. به این معنی که واریانس میانگین تجربی حاصله می‌تواند بینهایت باشد. خطری که ارزش برجسته کردن را دارد چون در حالیکه تاثیر بسزایی در کیفیت تقریب‌ها دارد اغلب نادیده گرفته می‌شود. از دیدگاه آماری به طور طبیعی روش‌هایی برای انتخاب تابع اهمیت g وجود دارد، که مبنای آن اطلاع فیشر و تقریب‌های تحلیلی همچون تقریب لاپلاس روی تابع درست نمایی (رو و همکاران[2]، ۲۰۰۸) و تنومندتر از آن جایگزینی توزیع نرمال با توزیع t می‌تواند باشد. حالت خاص عوامل بیز (رابرت و کلا[3]،۲۰۰۴).

$$B_{01}(x) = \int_\theta f(x|\theta)\pi_0(\theta)\,d\theta \,/ \int_\theta f(x|\theta)\pi_1(\theta)\,d\theta \qquad (۲۳)$$

که آزمون‌های بیزی و انتخاب مدل را به دست می‌دهند. و تقریب‌های آن‌ها به کلاسی از فنون نمونه‌گیری نقاط مهم با نام نمونه‌گیری بریج (چن و همکاران[4]،۲۰۰۰) منتهی می‌شود که در آن تابع اهمیت بهینه، آمیخته‌ای از توزیع‌های پسین هر دو مدل است (با این فرض که هردو فضای پارامتر را بتوان به یک θ نگاشت). در اینجا می‌خواهیم تاکید کنیم که تقریب دیگری از درست‌نمایی حاشیه‌ای که مبتنی بر میانگین هارمونیک (جلفند و دی[5]،۱۹۹۴؛ نیوتن و رافتری[6]،۱۹۹۴) و شبیه‌سازی‌های مستقیم از چگالی پسین است درمقالات مکررا مورد استفاده قرار گرفته است در حالی‌که اغلب آن‌ها مشکل واریانس نامتناهی (و در نتیجه بی ثباتی در محاسبات) را

---

[1] Rubinstein
[2] Rue et al.
[3] Robert and Casella
[4] Chen et al.
[5] Gelfand & Dey
[6] Newton and Raftery

به همراه دارند. تقریب بالقوه و کارای دیگری از عوامل بیز توسط بازنمایی چیب[1] (۱۹۹۵) براساس برآوردهای پارامتری توزیع پسین فراهم شده است (کو و وانگ[2]،۲۰۰۴).

۳-۴-۱- نرخ همگرایی از روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو

در حال حاضر نتایجی که در روش‌های مونت‌کارلو مورد استفاده قرار می‌گیرد و کمک به انتخاب تعداد مناسب از شبیه‌سازی N از روش‌های مونت‌کارلو را دارد، در شرایط مطلوب روی بازه اطمینان را قضاوت می‌کنیم.

قضیه (قانون قوی اعداد بزرگ) فرض کنید $(x_i, i \geq 1)$ دنباله هایی از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان به طوری که $E(|X_1| < +\infty$ باشد آنگاه داریم:

$$Lim \frac{1}{n}(X_1, \ldots.. X_N) = E(X_1) \qquad a.\text{s} \qquad (۲۴)$$

متغیر تصادفی x_1 احتیاج دارد انتگرال پذیر باشد. بنابراین، قانون قوی اعداد بزرگ زمانی که x_1 توزیع کوشی باشد و زمانی که چگالی آن$\frac{1}{\pi(1+x^2)}$ باشد عمل نمی‌کند.

نرخ همگرایی: در حال حاضر به دنبال برآورد خطا در معاله زیر انجام می‌شود:

$$\varepsilon_n = E(X) - \frac{1}{n}(x_1 + \cdots + x_n) \qquad (۲۵)$$

به طوری‌که همان قضیه حد مرکزی دقیقا توزیع مجانبی $\sqrt{N}\varepsilon_N$ می‌باشد.

قضیه حد مرکزی: فرض کنید $(x_i, i \geq 1)$ دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان باشند به طوری‌که $E(X_1^2) < +\infty$. فرض کنید σ^2 واریانس مشخص X_1 باشد که:

$$\sigma^2 = E(X_1^2) - E(X-1)^2 = E((X_1 - E(X_1))^2) \qquad (۲۶)$$

سپس $(\frac{\sqrt{n}}{\sigma}\varepsilon_n)$ همگرایی درتوزیع G است. به طوری‌که در آن G متغیر تصادفی گاوسی با میانگین ۰ و واریانس ۱ می باشد. از این قضیه این به دست می آید که همهء $c_1 < c_2$

$$\lim p\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}c_1 \leq \varepsilon_n \leq \frac{\sigma}{\sqrt{n}}c_2\right) = \int_{c_1}^{c_2} e^{\frac{-x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2\pi}} \qquad (۲۷)$$

در عمل تقریب به دست آمده برای nهای به اندازه کافی بزرگ از قانون ε_2 متغیرهای تصادفی گاووسی با میانگین صفر و میانگین $\frac{\sigma^2}{n}$ نقش ایفا می‌کند. توجه داشته باشید که کران خطا غیر ممکن است، تا زمانی که از هر متغیر تصادفی R(غیر تباهیده)حمایت کند. با اینحال نقش فاصله اطمینان را ایفا می‌کند. برای هر نمونه مشاهده می‌شود که:

$$P(|G| \leq 1.96) \cong 0.95$$

[1] Chib
[2].Kou & Wang

بنابراین با احتمال ۰.۹۵ برای nهای به اندازه کافی بزرگ داریم:

$$|\varepsilon_n| \leq 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

چگونه واریانس را برآورد کنیم: برآورد بسیار مهم از متغیرهای تصادفی، انحراف معیارσ است. به کاربردن نمونه های مشابه برای انجام دادن امید آسان است. فرض کنید xمتغیر تصادفی $(x_1, \ldots .. x_n)$، یک نمونه در امتداد xباشد مشخص می کنیم $\bar{x}_N$ توسط برآوردگر مونت کارلو از E(X)داده می‌شود با:

$$\bar{X}_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

برآورد استاندارد **برای** واریانس داده می‌شود با:

$$\bar{\sigma}_N^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x}_N)^2$$

$\bar{\sigma}_N^2$ اغلب واریانس **تجربی** نمونه نامیده می‌شود. توجه کنید $\bar{\sigma}_N^2$ می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\bar{\sigma}_N^2 = \frac{N}{N-1}(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i^2 - \bar{x}_N^2))$$

در این فرمول آخری، بدیهی است که $\bar{\sigma}_N^2, \bar{X}_N$ می‌تواند محاسبه شود و تنها در $\sum_{i=1}^{N} x_i^2, \sum_{i=1}^{N} x_i$ به کار می‌رود. علاوه بر این ،این اثبات می‌تواند زمانی که $E(X^2) < \infty$ $\lim_{N\to+\infty} \bar{\sigma}_N^2 = \sigma^2$ مطمعنا که $E(\bar{\sigma}_N^2) = \sigma^2$ باشد (برآوردگر نااریب است) منجر به(تقریب) فاصله اطمینان با جایگزینی σ با$\bar{\sigma}_n$ در بازه اطمینان استاندارد شود. با احتمال متعلق به فاصله اطمینان (تصادفی) نزدیک ۰.۹۵ داده می‌شود با

$$(\bar{x}_N - \frac{1.96\bar{\sigma}_N}{\sqrt{N}}, \bar{x}_N + \frac{1.96\bar{\sigma}_N}{\sqrt{N}})$$

پس محاسبات اضافی بسیار کمی وجود دارد، (تنها محاسبه $\bar{\sigma}_N$ روی نمونه در حال رسم را داریم). می‌توانیم یک برآورد از خطاهای انجام شده با تقریب $E(X)$ با $\bar{X}_N$ داشته باشیم. این احتمال در برآورد خطا با مقدار کوچک عددی داده می‌شود، که یکی از ویژگی‌های بسیار مفید در روش مونت کارلو است. در بعضی حالت‌ها قضیه حد مرکزی می‌تواند بهبود یابد (فتحی واجارگاه[1]،۲۰۱۳).

[1] Vajargah, K.F.

۴-یافته‌های پژوهش

در این بخش از پژوهش حاضر برای ارایه نتایج عددی از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای قیمت‌گذاری اختیار معامله خرید مانع[۱] توسط متغیرهای کنترل شده ویژگی لیپتوکورتیک استفان‌کو استفاده شده است. سطوح اختیار معامله مانع مختلف ($B=120,B=130,B=150$) و $\lambda = 0.7$, و $\sigma = 0.4, \sigma = 0.6$, $K=90$, و $r=0.1$ ، $= 0.75$ $p=0.45$,$d=5$, $T=1\eta_1$, $0.8 = \eta_2$, در نظر گرفته شده است.

جدول۱: $B=120$ و $\lambda = 0.7$

تابع واریانس (VAR)	تابع انحراف معیار (SD)	تابع ارزش مورد انتظار (Expected)	S_0	σ
۱۳۳,۱۶۶۹	۰.۲۱۸۴۲۰۶	۹.۶۰۵۷۲۶	۸۰	۰/۴
۱۳۳,۱۶۶۹	۰.۱۵۷۴۳۴۶	۶.۸۸۰۲۳	۱۰۰	
۱۳۳,۱۶۶۹	۰.۰۸۸۹۷۸۷۵	۴.۱۶۷۴۰۱	۱۲۰	
۱۴۰,۲۸۲۶	۰.۳۸۱۹۷۳۹	۲۳.۳۳۳۱	۸۰	۰/۶
۱۴۰,۲۸۲۶	۰.۲۴۰۳۱۳۵	۱۳.۷۲۳۵۹	۱۰۰	
۱۴۰,۲۸۲۶	۰	۰	۱۲۰	

منبع: یافته‌های پژوهشگران.

جدول۲: $B=130$ $\lambda = 0.7$

تابع واریانس (VAR)	تابع انحراف معیار (SD)	تابع ارزش مورد انتظار (Expected)	S_0	σ
۱۴۴,۱۲۶۴۱	۰.۲۴۲۵۵۳۱	۱۲.۶۳۲۹۵	۸۰	۰/۴
۱۴۴,۱۲۶۴۱	۰.۲۱۶۴۴۲۹	۹.۲۰۷۵۷۵	۱۰۰	
۱۴۴,۱۲۶۴۱	۰.۰۹۷۳۱۱۳۹	۴.۶۹۸۷۹۶	۱۲۰	
۱۵۱,۹۷۲۸	۰.۴۵۹۵۹۷۴	۳۰.۱۵۵۰۶	۸۰	۰/۶
۱۵۱,۹۷۲۸	۰.۳۲۹۲۲۷	۲۰.۸۶۳۹۸	۱۰۰	
۱۵۱,۹۷۲۸	۰.۱۴۳۰۹۶	۷.۸۵۳۹۷۸	۱۲۰	

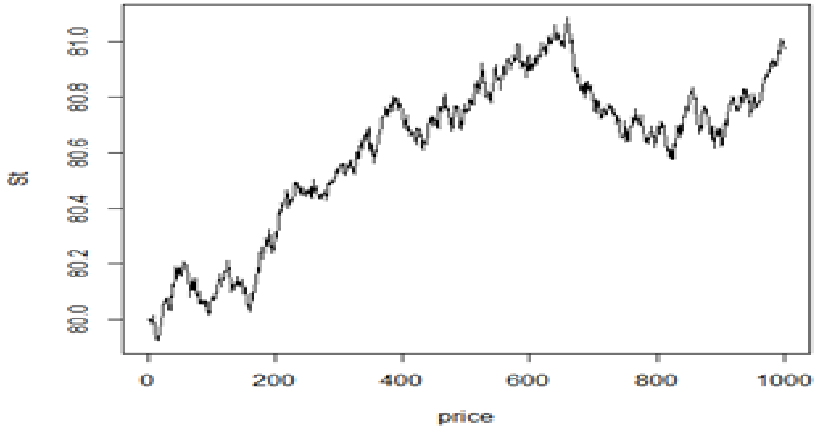
منبع: یافته‌های پژوهشگران.

جدول۳: $B=150$ $\lambda = 0.7$

تابع واریانس (VAR)	تابع انحراف معیار (SD)	تابع ارزش مورد انتظار (Expected)	S_0	σ
۱۶۶,۴۵۸۶	۰.۲۸۴۱۷۶۲	۲۱.۱۲۹۵۶	۸۰	۰/۴
۱۶۶,۴۵۸۶	۰.۳۱۵۵۳۹۷	۱۵.۸۱۹	۱۰۰	
۱۶۶,۴۵۸۶	۰.۲۴۳۳۷۹۵	۱۱.۰۳۳۸	۱۲۰	

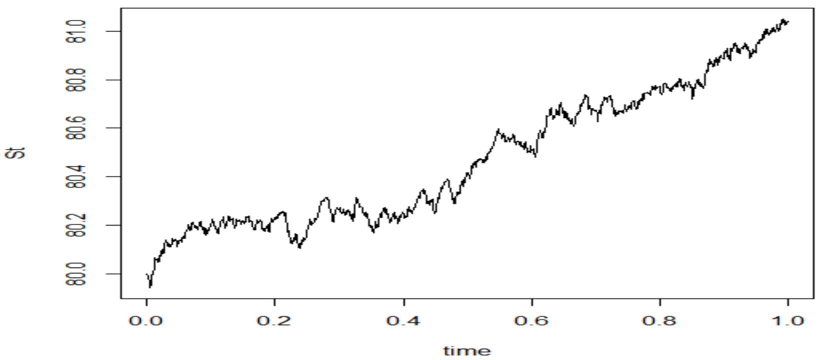
1. up and out call Barrier option

تابع واریانس (VAR)	تابع انحراف معیار (SD)	تابع ارزش مورد انتظار (Expected)	S_0	σ
۱۷۵,۳۵۳۲	۰.۵۸۰۲۷۰۴	۴۱.۶۸۹۴۷	۸۰	۰/۶
۱۷۵,۳۵۳۲	۰.۴۸۶۵۲۲۸	۳۵.۷۹۴۶۶	۱۰۰	
۱۷۵,۳۵۳۲	۰.۳۵۱۵۵۵۵	۲۳.۲۲۶۲۸	۱۲۰	



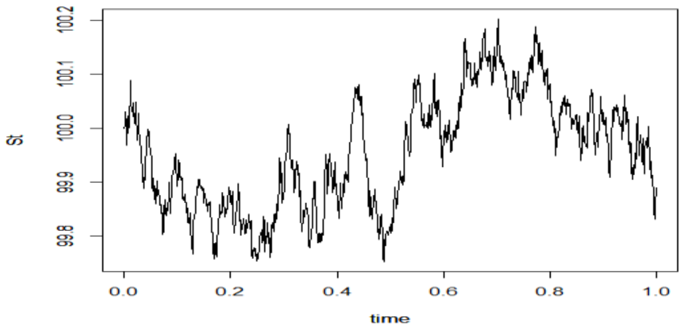
نمودار۱: مسیر قیمت برای $S_0 = 80$

منبع: یافته‌های پژوهشگران.



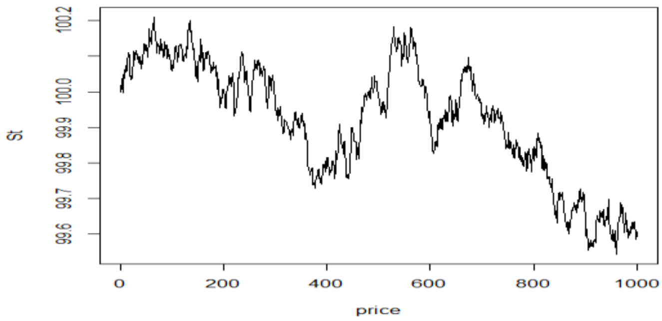
نمودار۲: $S_0 = 80$ در زمان سررسید $T=1$

منبع: یافته‌های پژوهشگران.



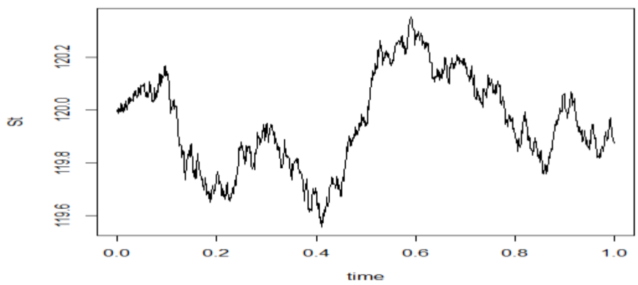
نمودار۳: $S_0 = 100$ در زمان سررسید *T=1*

منبع: یافته‌های پژوهشگران.



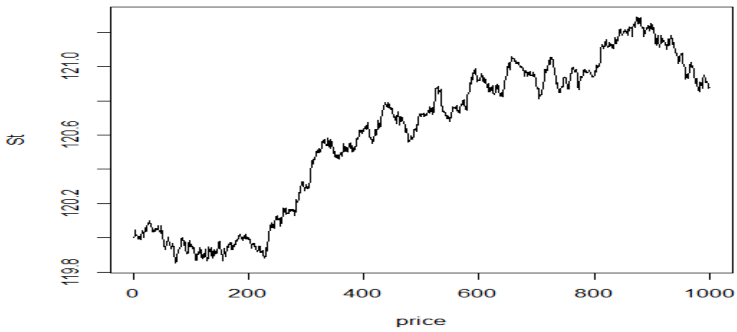
نمودار۴: مسیر قیمت برای S_0 =*100* در زمان سررسید *T=1*

منبع: یافته‌های پژوهشگران.



نمودار۵: $S_0 = 120$ در زمان سررسید *T=1*

منبع: یافته‌های پژوهشگران.



نمودار۶: مسیر قیمت برای $S_0 = 120$

منبع: یافته‌های پژوهشگران.

۵-نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی مونت کارلو یک ابزاری است که به طور گسترده برای قیمت گذاری اختیار معامله استفاده می شود. با این حال اثر آن به شدت وابسته به استفاده از روش‌های موفق کاهش واریانس است. هدف از این مطالعات ارائه شده در این پژوهش ارزیابی روش مونت کارلو در قیمت‌گذاری مدل کو می‌باشد. الگوریتم‌های کنترل متغیر برای اختیار معامله مانع گسسته توسعه داده شده است. اندیشه اصلی استفاده مداوم از نسخه‌های تحت نظارت اختیار معامله به عنوان متغیرهای کنترل خارجی بوده است. در واقع متغیرهای کنترل پیشنهاد شده همراه با هم، با یک عامل ضریب تصیح با حداکثر ضریب مداوم و برای اختیار معامله مانع استفاده می‌شود. روش مختلف که برای ارزیابی متغیرهای کنترل ارائه شده است که وابسته به شبیه سازی شرطی روی مسیرهای گسسته یا ارزیابی به صورت شرطی مورد انتظار می‌باشند. تمرکز این پژوهش نیز بر روی استخراج رابطه محاسباتی فرم بسته برای انتخاب اختیار معامله مانع اروپایی است که در بازارهای مالی مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این رو، نتایج نشان داد که با استفاده از خواص حرکت براونی در روند پل براونی قادر به دست آوردن احتمال ضریب انباشتگی توسط حرکت براونی با استفاده از فنون و اندیشه‌های کلیدی قیمت‌گذاری اختیار معامله است. از شبیه سازی مونت کارلو برای برآورد قیمت اختیار معامله های مانع استفاده شده است. به‌طوری‌که در آن از یک رویکرد بسیار سریع برای شبیه سازی خط سیر قیمت استفاده شده است. عملکرد شبیه‌سازی را برای طیف وسیعی از اختیار معامله‌های اختیار معامله که با فرمول قیمت‌ها مورد توافق هستند را پیدا می‌کنیم. علاوه بر این از روش کاهش واریانس برای متغیرهای ناهمسو برای بهبود متغیرهای اساسی برای براورد دقت مونت کارلو استفاده شده است. به عنوان یک نتیجه این مورد را که خطاها ی استاندارد کوچکتر هستند به رسمیت شناخته شده است. همچنین، قلمرو

ناشناخته‌ای از اختیار معامله مانع با عنوان بالا و خارج[1] اختیار معامله خرید مانع با $B_1 > B_2$ مورد توسعه قرار گرفته است که در اینجا از اختیار معامله حذفی[1]در زمان جزئی استفاده شده است. براین اساس، نتایج نشان داد که این اختیار معامله ها بسیار ارزان تر هستند در مقایسه با سایر اختیار معامله‌های معمول به دلیل حضور دو اختیارمعامله مانع محدود، بسیار ارزان تر هستند. برای زمان سررسید طولانی و جهش ناگهانی کم مقدار عامل کاهش واریانس بزرگتر به دست آمده است. همچنین، سطح اختیار معامله مانع تاثیر زیادی در عامل کاهش واریانس دارد. نتایج عددی نشان می‌دهد که به تازگی روش متغیر پیشنهادی برای کاهش واریانس موفقیت آمیز بوده است. علاوه‌براین، مشاهده شد که عامل کاهش واریانس بین ۱۲۰ تا ۱۸۰ می‌باشد. بنابراین، هدف عمده در خصوص مطالعات ارائه شده در این پژوهش به‌منظور توسعه روش‌های کاهش واریانس در اختیار معامله‌های اروپایی چند متغیره و اختیار معامله های مسیر های وابسته بوده است. در این پژوهش به شبیه سازی اختیار معامله مانع به کمک روش کاهش واریانس کنترل متغیر مونت‌کارلو در ویژگی لیپتوکورتیک مدل کو پرداخته شده است.

از این‌رو، پیشنهادا می‌شود که پژوهشگران در آینده نتایج حاصل را با سایر مدل ها نظیر بلک شولز و مرتون مورد مقایسه قرار دهند. همچنین، این محاسبات را برای انواع دیگر از اختیار معامله های مانع[2](مانند بالا و داخل) و (پایین و بیرون) و برای اختیار معامله های فروش به دست آوره شود و با نتایج حاصل مقایسه گردد.

فهرست منابع

بلگوریان، میثم؛ حاجی زاده، بابک؛ افشاری راد، مجید. (۱۴۰۰). مقایسه عملکرد نظریه قیمت‌گذاری آربیتراژ مبتنی بر ریسک نامطلوب و مدل بتای پاداشی در پیش‌بینی بازده سهام شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، *اقتصاد مالی، ۱۵* (۵۶)،۲۵-۵۸.

ربیعی فرد، لیلا، و پورطاهری، رضا. (۱۳۹۵). قیمت گذاری اختیارات آمریکایی تحت مدل کو با استفاده از روش مونت کارلو. همایش ریاضیات و علوم انسانی. https://sid.ir/paper/fa۸۸۳۸۲۱SID. /

سلامی، امیر بهداد. (۱۳۸۲). مروری بر روش شبیه سازی مونت کارلو. پژوهشنامه اقتصادی،۳(۸)،۱۱۷-۱۳۸. https://joer.atu.ac.ir/article_۳۴۵۷.html

علیزاده، صدیقه؛ شهیکی تاش؛ محمد نبی. روشن، رضا. (۱۳۹۹). مقایسه تطبیقی الگوهای قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف در بازار سرمایه ایران (رویکرد رگرسیون دو مرحله‌ای فاما و مکبث). *اقتصاد مالی،۱۴* (۵۰)، ۶۳-۹۰.

غلامی، غلامحسین؛ میترابی، آرش؛ (۱۳۹۱). روش‌های کاهش واریانس در روش مونت‌کارلو، سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها، بهمن۱۳۹۱، دانشگاه سمنان، ایران،(۳)، ۱-۱۴ . https://sid.ir/paper/503925/fa

[1]Up and out
1- Knock out
[2] Up and in& down and out

نصیری، کورش؛ عسکرزاده غلامرضا. (۱۴۰۲). بررسی تجربی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز در معاملات اختیار خرید بورس اوراق بهادار تهران، *اقتصاد مالی*،*۱۷* (۶۵)، 72–51.

نوذر پور، محمود؛ کیقبادی، امیررضا. (۱۴۰۰). مدل سازی قیمت‌گذاری توزیع اطلاعات بر مبنای محدودیت تأمین مالی، استراتژی تجاری و راهبری شرکتی با رویکرد معادلات ساختاری *پژوهش های حسابداری مالی و حسابرسی*،*۱۳* (۵۱)،۱۸۷-۲۱۴.

هوشمند نقابی، زهرا؛ وکیلی فرد، حمیدرضا؛ خلیلی عراقی، مریم؛ طالب نیا، قدرت اله. (۱۳۹۶). تبیین مقایسه‌ای مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای کلاسیک و رفتاری در بازار سرمایه ایران. *اقتصاد مالی*،*۱۱* (۴۱)، ۸۵-۱۲۲.

Abbaspour, M., Vajargah, K. F., & Azhdari, P. (2023). An efficient algorithm for pricing reinsurance contract under the regime-switching model. *Mathematics and Computers in Simulation*, *211*, 278-300. https://doi.org/10.1016/j.matcom.2023.04.018

Augustyniak, M., Badescu, A., Bégin, J. F., & Jayaraman, S. K. (2025). A general option pricing framework for affine fractionally integrated models. *Journal of Banking & Finance*, *171*, 107346. https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2024.107346

Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, *81*(3), 637–654. http://www.jstor.org/stable/1831029

Burger, P., & Kliaras, M. (2013). Jump diffusion models for option pricing vs. the black scholes model. *University of Applied Sciences bfi Vienna*, *81*, 1-73.

Carr, P., & Madan, D. B. (1999). Option pricing using the fast Fourier transform. *Journal of Computational Finance*, 2(4), 61-73.

Chen, M., Shao, Q. and Ibrahim, J. (2000). Monte Carlo Methods in Bayesian Computation. Springer-Verlag, New York.

Cont, R., & Tankov, P. (2004). "Financial Modelling with Jump Processes." *Chapman & Hall/CRC***.** https://doi.org/10.1201/9780203485217

Ding, Z., & Granger, C. W. (1996). Modeling volatility persistence of speculative returns: a new approach. *Journal of econometrics*, *73*(1), 185-215. https://doi.org/10.1016/0304-4076(95)01737-2

Ding, Z., Granger, C. W., & Engle, R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of empirical finance*, *1*(1), 83-106. https://doi.org/10.1016/0927-5398(93)90006-D

Fathi Vajargah, K., & Eslami Mofidabadi, H. (2022). Comparison of Stochastic Sampling and Application in Financial Mathematics: Evidence from the European-Asian Option Markets. *International Journal of Finance, Accounting and Economics Studies*, *3*(1),35-44. https://sanad.iau.ir/fa/Article/805217

Fathi Vajargah, K., Eslami Mofid Abadi, H., & Abbasi, E. (2021). Oil Price estimating Under Dynamic Economic Models Using Markov Chain Monte Carlo Simulation Approach. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, *6*(3), 631-651. https://doi.org/10.22034/amfa.2020.1902265.1446

Gelfand, A. E., & Dey, D. K. (1994). Bayesian model choice: asymptotics and exact calculations. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, *56*(3), 501-514.

Gilli, M., Maringer, D., Schumann, E., (2019). Chapter 17 - Calibrating option pricing models, Numerical Methods and Optimization in Finance (Second edition), 551-596. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815065-8.00029-7

Gregson, A. (2012). *Pricing strategies for small business*. Self-Counsel Press. ISBN 978-1-55180-979-3

Kamalzadeh, F., Farnoosh, R., & Fathi, K. (2020). A numerical method for pricing discrete double barrier option by Chebyshev polynomials. *Mathematical Sciences*, *14*, 91-96. https://doi.org/10.1007/s40096-020-00319-8

Kianoush, F., & Masoomehni, K. (2015). Application REML model and determining cut off of ICC by multi-level model based on Markov Chains simulation in health. *Indian Journal of Fundamental and Applied Life Sciences*, *5*, 1432-48.

Kou, S. G. (2002). "A jump-diffusion model for option pricing." *Management Science*, **48(8), 1086-1101.**

Kou, S. G., & Wang, H. (2004). Option pricing under a double exponential jump diffusion model. *Management science*, *50*(9), 1178-1192.

Mehrdoust, F., & Vajargah, K. F. (2012). A computational approach to financial option pricing using Quasi Monte Carlo methods via variance reduction techniques.Journal of Mathematical Finance, Vol.2 No.2(2012), Article ID:19218,4 pages DOI:10.4236/jmf.2012.22021

Mehrdoust, F., Fathi, K., & Rahimi, A. A. (2013). Numerical simulation for multi-asset derivatives pricing under black-scholes model. *Chiang Mai Journal of Science*, *40*, 725-735.

Mehrdoust, F., Fathi, K., & Rahimi, A. A. (2013). Numerical simulation for multi-asset derivatives pricing under black-scholes model. *Chiang Mai Journal of Science*, *40*, 725-735. http://it.science.cmu.ac.th/ejournal/

Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, **3(1-2), 125-144.**

Mottaghi Golshan, H., & Arjomandfar, A. (2023). Optimization of estimates and comparison of their efficiency under stochastic methods and its application in financial models. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, *4*(3), 935 - 949. https://doi.org/10.22034/amfa.2022.1943236.1664

Newton, M. and Raftery, A. (1994). Approximate Bayesian inference by the weighted likelihood bootstrap (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, *56*(1), 3-26. https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1994.tb01956.x

Robert, C. and Casella, G. (2004). Monte Carlo Sta-tistical Methods. 2nd ed. Springer-Verlag, New York.

Rubinstein, R.Y. (1981) Simulation and the Monte Carlo Method. John Wiley & Sons, New York, NY, 6-12. https://doi.org/10.1002/9780470316511

Rue, H., Martino, S., & Chopin, N. (2008). Approximate Bayesian inference for latent Gaussian models by using integrated nested Laplace approximations. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, *71*(2), 319-392.

Taylor, S. J. (2008). *Modelling financial time series*. world scientific. https://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=KQ5pDQAAQBAJ&oi

Vajargah, B. F., & Vajargah, K. F. (2005). Parallel Monte Carlo methods with compressed data for solving Linear systems. *International Journal of Applied Mathematics*, *17*(2), 127.

Vajargah, B. F., & Vajargah, K. F. (2006). Parallel Monte Carlo computations for solving SLAE with minimum communications. *Applied mathematics and computation*, *183*(1), 1-9. https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.02.058

Vajargah, B. F., & Vajargah, K. F. (2007). Monte Carlo method for finding the solution of Dirichlet partial differential equations. *Applied Mathematical Sciences*, *1*(10), 453-462.

Vajargah, K. F., Benis, S. G., & Golshan, H. M. (2021). Detection of the quality of vital signals by the Monte Carlo Markov Chain (MCMC) method and noise deleting. *Health Information Science and Systems*, *9*, 1-10. https://doi.org/10.1007/s13755-021-00157-5

Vajargah, K. F., Mehrdoust, F., & Kamalzadeh, F. (2012). Variance Estimation of Linear Regression Coefficients Using Markov Chain Monte Carlo Simulation. *International Journal of Nonlinear Science*, *13*(4), 396-400.

Vajargah, K. F., Mehrdoust, F., & Kamalzadeh, F. (2012). Variance estimation of linear regression coefficients using Markov chain Monte Carlo simulation. *Middle East Journal of Scientific Research*, *11*(9), 1317-1322. https://doi.org/10.5829/idosi.mejsr.2012.11.09.1537

Vajargah, K.F. (2013). Comparing ridge regression and principal components regression by monte carlo simulation basedon MSE. *J. Comput. Sci. Comput. Math*, *3*, 25-29.

Financial Economics
Vol. (19) Issue (71) June 2025

Abstract

Examining the Leptokurtic Property in Stephen Kou Pricing Modeling Based on Variance Reduction Method - Monte Carlo Simulation

Kianoush Fathi Vajargah1
Hossein Eslami Mofibadi2

Received: 2025/March/27 Accepted: 2025/June/02

Abstract
The asymmetric characteristics of the leptokurtic distribution are skewed to one side and have a tall peak and heavy tails compared to the normal distribution, as empirically observed. The Black-Scholes model utilizes Brownian motion for option pricing; however, data from financial markets exhibit jumps in prices, stochastic volatility, and skewness compared to the normal distribution. To improve the performance of Black-Scholes, jumps need to be incorporated into asset pricing models. One of the research issues in the financial world is the pricing and hedging of options. In this research, the model of jump sizes with a double-exponential distribution by Stephen Kou is employed. Additionally, the Stephen Kou model is capable of generating the leptokurtic characteristics of the return distribution and sudden jump observations in option prices. Monte Carlo simulation is also a widely used tool for option pricing. However, its effectiveness is heavily dependent on the use of successful variance reduction techniques. In this paper, barrier options are utilized. Furthermore, a control variate method is employed for variance reduction. Therefore, this research investigates the role of changing the amounts of barrier options based on the leptokurtic characteristics in the model. Consequently, the results indicate that increasing the level of barrier options leads to an increase in options prices. Additionally, the results show that raising the level of barrier options has a significant impact on reducing variance.
JEL Classification: G12, G13, C6, C15, C17, C63, E37, E47, E47.
Keywords: Kou Model, Barrier Option, Monte Carlo Simulation, Leptokurtic Property.

[1] Department of Statistics, NT.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran. (Responsible author) k_fathi@iau-tnb.ac.ir
[2] Department of Accounting and Management, Shahr.C., Islamic Azad University, Shahriar, Iran.hossein.eslamimofidabadi@iau.ac.ir,