فصلنامــه اقتصاد مالی
سال چهاردهم / شماره ۵۱ / تابستان ۱۳۹۹
صفحه ۱۴۷ تا ۱۷۱

بررسی عملکرد الگوریتم GRASP درانتخاب پرتفوی بهینه (با لحاظ محدودیت کاردینالیتی)

میثم امیری[۱]
محمدحسن ابراهیمی سروعلیا[۲]
هما هاشمی[۳]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۲۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۲۲

چکیده

در مساله بهینه سازی پرتفوی ، مدل مارکویتز همچنان به عنوان رویکرد غالب شناخته شده است اما چون محدودیت هایی که در دنیای واقعی نظیر محدودیت تعدادداراییهای سبد یا حداقل و حداکثر مقدار هریک از داراییها در این مدل درنظر گرفته نشده است، این مدل در حل مسائل دنیای واقعی بعضا ناتوان می باشد. به همین دلیل استفاده از الگوریتم های فراابتکاری با توجه به ویژگی های منعطفی که دارند میتوانند مفید واقع شوند.

در پژوهش پیش رو از الگوریتم فراابتکاری به نام جستجوی انطباق تصادفی حریصانه(GRASP) برای رفع مشکل بهینه سازی پرتفوی با محدودیت کاردینالیتی (CCPO) استفاده شده استکه به جهت تطابق بیشتر با دنیای واقعی ، دو مجموعه محدودیت شامل محدودیتهای کف و سقف و محدودیت کاردینالیتی به مدل مارکویتز اضافه شده است . بررسی نتایج حاصل از بهینه سازی پرتفوی با الگوریتم GRASPبا نتایج مدل مارکویتز بر روی ۱۹۹ شرکت طی دوره ۵ ساله (۱۳۹۱-۱۳۹۵) ، در بورس اوراق بهادار تهران نشان می دهد براساس معیار شارپ در هر پرتفوی ۵ ، ۱۵ و۳۰ شرکتی الگوریتم GRASP در بهینه سازی پرتفوی کاراتر از مدل مارکویتز عمل می کند.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم جستجوی انطباق تصادفی حریصانه (GRASP)، محدودیت کاردینالیتی، الگوریتم فراابتکاری، مدل مارکویتز.

طبقه بندی JEL: G11

۱- استادیار گروه مالی و بانکداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. (نویسنده مسول) Amiry82@yahoo.com
۲- استادیار گروه مالی و بانکداری ، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. ebrahimi.mohammad86@yahoo.com
۳- کارشناس ارشد گروه مالی و بانکداری ، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. hm_hashemi@yahoo.com

۱- مقدمه

بهینه سازی سبد سهام، به مفهوم انتخاب ترکیبی بهینه از داراییها است که میتواند درکنار بیشینه سازی نرخ بازده مورد انتظار، ریسک نرخ بازده را به طور همزمان کمینه کند (اوریاخیولوکاس ،۲۰۱۱)[1]. مارکویتز در سال ۱۹۵۲ ،با ارائه مدلی برای بهینه‌سازی سبد سهام ،نشان داد با تشکیل سبدی از داراییهای مالی، میتوان در سطح معینی از بازده ریسک را کاهش داد. به همین دلیل سرمایه گذاران تمایل دارند باشناخت و انتخاب ترکیب بهینهٔ داراییهای مالی در سبد سهام خود ، بازده مورد انتظارشان را بیشینه کنند و ریسک را به حداقل برسانند. اگرچه مدل مارکویتز برای نخستین بار در تلفیق بیشینه سازی نرخ بازده و کمینه کردن ریسک موفق بود اما در برخورد با محدودیتهای دنیای واقعی مانند تعداد داراییهای سبد یا حداقل و حداکثر مقدار هریک از داراییهای سبد (محدودیت کاردینال[2]) موفق نبود. تئوری پرتفوی مارکویتز، تنها راه‌حلی جهت تخصیص سرمایه ارائه میکند اما در بازارهای سرمایه که صدها نوع سرمایه مختلف با کیفیتهای متفاوت موجود میباشد و همچنین سرمایه‌گذاران با انبوهی از اطلاعات روبرو هستند و درنتیجه انتخاب برای آنها دشوار میباشد. دراین بین وقتی محدودیتهایی مثل حداکثر تعداد انواع داراییها در پرتفوی (محدودیت کاردینالیتی)، حدود بالا و پایین سرمایه گذاری مجاز سهم ها (محدودیت سقف و کف) و غیره مطرح میشوند فضای جستجو آنقدر گسترده میگردد که عملاً استفاده از مدلهای ریاضی ناممکن گشته، ازاین‌رو الگوریتمهای فرا ابتکاری مانند ژنتیک، شبکه‌های عصبی، مورچگان و غیره جایگاه ویژه‌ای مییابند (آرنهاوایبا[3] ، ۲۰۰۹).

در پژوهش پیش رو، از یک الگوریتم فراابتکاری به نام جستجوی انطباق تصادفی حریصانه (GRASP)، برای حل مساله بهینه سازی پرتفوی با محدودیت کاردینالیتی (ccpo)استفاده می شودکه به جهت تطابق بیشتر با دنیای واقعی ، دو مجموعه محدودیت شامل محدودیتهای کف و سقف و محدودیت کاردینالیتی به مدل مارکویتز اضافه خواهد شد. در نتیجه مدل به یک مدل بهینه سازی کودراتیک عدد صحیح مختلط تغییر می یابد تا بتواند محدودیتهای عنوان شده درمدل مارکویتز را برطرف کند همچنین در این مطالعه عملکرد این الگوریتم نسبت به مدل مارکویتز در انتخاب پرتفوی بهینه سنجیده و مرزکارای بدست آمده حاصل از الگوریتم GRASP با مرز کارای مدل مارکویتز مقایسه خواهد شد.

۲- ادبیات نظری پژوهش

۲-۱- الگوریتم فراابتکاری جستجوی انطباقی تصادفی حریصانه(GRASP)

در مقاله حاضر از یک روش حل برای رفع مشکل بهینه سازی پرتفوی با محدودیت کاردینالیتی[۴](ccpo) ، استفاده می شود ، که در آن یک الگوریتم فراابتکاری را بایک رویکرد حل دقیق ترکیب می کند. این روشپیشنهادی شامل دو سطح است : انتخاب سهم و تعیین مقدار سهم؛ در سطح انتخاب سهم یک رویه جستجوی انطباق تصادفی حریصانه [۵](GRASP)برای پیدا کردن سهم مطلوب به کارگرفته شده و چون GRASPیک الگوریتم سازنده است ، تمامی راه حلها از طریق این الگوریتم با درنظر گرفتن محدودیت کاردینالیتی ساخته می شوند ، بنابراین به یک رویه مشخص برای رفع محدودیت کاردینالیتی احتیاجی نیست. از وقتی که سهام انتخاب می شوند ، مساله به یک برنامه نویسی درجه دوم تبدیل می شود. GRASP محدودیتهای کاردینالیتی را با انتخاب از پیش تعیین شده تعدادی از سهام رفع می کند و برنامه نویسی درجه دوم محدودیتهای باقی مانده مساله را حل می کند و در نتیجه به رویه های بررسی محدودیت بیشتری احتیاج نیست. از طرف دیگر وقتی که مشکل به دو زیرشاخه تقسیم می شود ، کل بارمحاسباتی بروی الگوریتم به طور قابل توجهی کاهش می یابد.

۲-۱-۱- تاریخچه الگوریتمGRASP:

الگوریتمGRASP در اواخر سال ۱۹۸۷ میلادی نخستین بار توسط شوگان و هارت [۶] در انگلستان پیشنهاد و معرفی گردید و سپس در همان سال ۱۹۸۷ میلادی پژوهشگرانی چون فئو و رزنده از کشور برزیل این روش را برای مساله برنامه ریزی پوششی[۷] مورد پژوهش و استفاده قرار دادند. بعدها افراد دیگری چون ریبیرو، فرناندز ، گلاوور[۸] ودیگران روی این الگوریتم کار کردند و نتایج جالبی را با بکارگیری این روش برای حل مسائل بهینه سازی پیدا کردند. کاربرد روش GRASP برای مسائل بهینه سازی جهت یافتن جواب یا جوابهایی با کیفیت بالا همراه با استفاده از مسیر پیوستگی[۹]در طول بهینه سازی می باشد (آلویم و ریبریو، ۱۹۸۸)[۱۰] (آریبی و وانلی ۱۹۹۷،)[۱۱].

روش مسیر پیوستگی با کارایی مناسب از طریق مسیریابی کمک موثری در بهتر کردن کیفیت و بهبود جواب های پیدا شده در الگوریتم GRASP می کند. روش مسیر پیوستگی ابتدا توسط گلاور مطرح و معرفی گردید که بعدها ازاین روش در روش جستجوهایی چون جستجوی ممنوعه ، جستجوی محلی ، جستجوی پراکنده استفاده شد. الگوریتم GRASP به دلیل مرکب بودن از دو فاز ساده در مقایسه با سایر الگوریتمهای فراابتکاری همانند جستجوی ممنوعه بسیار ساده است. در الگوریتم GRASP تنها تنظیم یک پارامتر لازم است (آلویم ،۱۹۸۸).

۲-۱-۲- روند کارالگوریتم GRASP

GRASP ، الگوریتم فراابتکاری ساده ای است که ابتکارات سازنده و جستجوی محلی را ترکیب می کند. ساختار آن ، رویه ای تکراری شامل ۲ فاز است: ساخت راه حل و بهبود راه حل. در زمان اتمام رویه جستجو ، بهترین راه حل یافته شده برگردانده می‌شود. مکانیزم ساخت راه حل با دو جز اصلی مشخص می گردد. تابع ابتکاری سازنده پویا و تصادفی کردن. فرض کنیم که راه حل الگوریتم ، شامل زیرمجموعه ای از مجموعه عناصر(اجزای راه حل) است، راه حل با اضافه کردن مرحله به مرحله یک عنصر جدید در هر زمان، ساخته می شود. انتخاب عنصر بعدی با برداشتن تصادفی عنصر به صورت یکنواخت از لیست کاندیداها انجام می شود. عناصر براساس مقیاس ابتکاری، رتبه بندی شده اند که به آنها امتیازی می دهد که تابعی از مزیت درج این عنصر در راه حل جزئی فعلی است. لیست کاندیداها از α عنصر ساخته شده است. مقادیر ابتکاری در هر مرحله به‌روزرسانی می شوند پس امتیاز عناصر برحسب انتخابهای ممکن ، در طی فاز ساخت، تغییر می کند. این تابع ابتکاری ساختاری پویاست. برخلاف انواع ایستا که فقط یکبار در زمان شروع ساخت، به عناصر امتیازات را نسبت می دهد ؛ در مورد حالت پویا ، تابع ابتکاری درج ارزان ترین عنصر، می تواند به این صورت باشد که امتیاز هر عنصر بر اساس راه حل جزئی فعلی ارزیابی گردد. (بلوم و رولی ،۲۰۰۳).

۲-۱-۳ - شبه کد الگوریتم

الگوریتم GRASPیک روش فراابتکاری و چند مرحله ای برای حل مسائل ترکیبی بهینه سازی به فرم ساده مساله ذکر شده در زیر می باشد :

Minimize **F(x)**
Subject to
$x \in \mathbf{X}$

که در مساله بالا تابع F(x) یک تابع هدف برای مساله و مجموعه **X** جواب های محتمل (امکان پذیر) [۱۲] مساله می باشد. شبه کد کلی الگوریتم فراابتکاری GRASP به صورت زیر است :
معیار توقف در شبه کد GRASP به وسیله تعداد تکرار ها یعنی Max Interation معین می شود.
دو پارامتر ورودی الگوریتم : Max- Iterationکه تعیین کننده تعداد تکرار اجرای الگوریتم است و seedکه نمایانگر جواب‌های اولیه ورودی الگوریتم است.

```
procedure GRASP(Max_Iterations,Seed)
1    Read_Input();
2    for k = 1,... ,Max_Iterations do
3        Solution ← Greedy_Randomized_Construction(Seed);
4        Solution ← Local_Search(Solution);
5        Update_Solution(Solution,Best_Solution);
6    end;
7    return Best_Solution;
end GRASP.
```

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۲-۱-۳-۱- فاز ساخت الگوریتم:

فاز ساخت توسط اعضای داوطلب که توانایی ادغام با جواب های جزئی زیر ساخت را دارند شکل می گیرد. انتخاب عضو بعدی برای ترکیب به وسیله تابع ارزیابی که تابع ارزیاب حریصانه نامیده می شود ، تعیین می گردد. تابع ارزیاب حریصانه معمولا مقدار سود در مقدار تابع هدف را نشان می دهد.

ارزیابی کاندیداها به این ترتیب منجر به ایجاد یک لیست محدود از کاندیداها به نام RCL می‌شود، در واقع این لیست متشکل از بهترین کاندیداهایی است که افزوده شدن آن‌ها به مجموعه جواب، کمترین افزایش هزینه را در بردارد (وجه حریصانه [۱۳] الگوریتم).نکته دیگری در افزودن عناصر به مجموعه جواب باید مورد توجه قرار بگیرد این است که افزودن هر عنصر به مجموعه جواب، نباید امکان پذیر بودن آن را از بین ببرد. عناصری که مقادیر تابع حریصانه آن‌ها از یک حد معین بالاتر باشد در RCL قرار می‌گیرند. عناصر کاندیدای موجود در RCL برای افزوده شدن به مجموعه جواب به صورت تصادفی (وجه تصادفی[۱۴] الگوریتم) انتخاب می‌شوند. با انتخاب هر عنصر از RCL لیست مجدداً بروز می‌شود و مقادیر دوباره ارزیابی می‌شوند، چرا که با گذشت زمان و افزودن عناصر به مجموعه جواب مقدار تابع حریصانه تغییر خواهد کرد (وجه تطابقی[۱۵] الگوریتم). فاز ساخت از این الگوریتم با تهی شدن RCL پایان می یابد. جواب‌های حاصل از فاز ساخت لزوماً در یک همسایگی ساده ، بهینه نیستند. فاز جستجوی محلی به منظور بهبود نتایج فاز ساخت انجام می‌شود. هنگامی که دیگر جواب بهتری در همسایگی یافته نمی‌شود، این فاز پایان می‌یابد. همان‌طور که در شبه کد مشاهده می شود ، ورودی این فاز (Solution) ، خروجی فاز پیشین است(مائوریسیو و دیگران،۲۰۰۲) (اشرفی ،۸۶).

شبه کد فاز ساخت الگوریتم

```
procedure Greedy_Randomized_Construction(Seed)
1     Solution ← ∅;
2     Evaluate the incremental costs of the candidate elements;
3     while Solution is not a complete solution do
4           Build the restricted candidate list (RCL);
5           Select an element s from the RCL at random;
6           Solution ← Solution ∪ {s};
7           Reevaluate the incremental costs;
8     end;
9     return Solution;
end Greedy_Randomized_Construction.
```

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۲-۱-۳-۲- فاز جستجوی محلی الگوریتم

کارایی فاز جستجوی محلی به عوامل متعددی نظیر ساختار همسایگی، تکنیک جستجوی محلی، سرعت ارزیابی تابع هدف و جواب اولیه بستگی دارد. فاز ساخت جواب نقش مهمی در تولید ورودی این فاز دارد. جستجوی همسایگی ممکن است بر اساس استراتژی‌های بهترین بهبود یا اولین بهبود انجام شود. در صورت استفاده از استراتژی بهترین بهبود کلیه همسایگی‌ها، بررسی می‌شوند و جواب اولیه با بهترین آن‌ها جایگزین می‌شود.

در استراتژی اولین بهبود، جواب موجود با اولین جواب در همسایگی که بهتر باشد و تابع هدف را بهبود دهد، جایگزین می‌شود. تجربه نشان می‌دهد که در عمل، اغلب هر دو این استراتژی‌ها به جواب مشابه منجر می‌شوند(همان).

شبه کد فاز جستجوی محلی الگوریتمGRASP

```
procedure Local_Search(Solution)
1     while Solution is not locally optimal do
2           Find s′ ∈ N(Solution) with f(s′) < f(Solution);
3           Solution ← s′;
4     end;
5     return Solution;
end Local_Search.
```

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۲-۱-۳-۲- ایجاد لیست محدود کاندیداها (RCL)

یکی از ویژگی‌های برجسته این الگوریتم ، کاربرد آسان و تعداد کم پارامترهای تنظیمی است. همانطور که اشاره شد GRASP، ۲ پارامتر اصلی دارد: یکی مربوط به شرط خاتمه الگوریتم است و دیگری به کیفیت عناصر RCL برمی‌گردد.

شرط خاتمه در شبه کد اول با پارامتر Max- Iteration نشان داده شده است. هر چه مقدار این پارامتر بیشتر باشد، مدت زمان حصول جواب به صورت فعلی افزایش می‌یابد و در کنار آن بر کیفیت جواب‌ها نیز افزوده می‌شود.

در فاز ساخت جواب و برای ایجاد RCL، هزینه افزایشی مرتبط با قرار دادن یک عنصر مانند $e \in E$ در مجموعه جواب در حال تولید با نماد C (e)نشان داده می‌شود، در هر تکرار از $GRASP$، C^{min} و C^{max} به ترتیب کوچکترین و بزرگترین هزینه‌های افزایش‌اند. لیست RCL متشکل از عناصر $e \in E$ با بهترین (کمترین) هزینه‌های افزایش C (e)است. این لیست همچنین می‌تواند از طریق تعداد عناصر و یا کیفیت عناصر محدود شود.

در حالت اول لیست متشکل از P عنصر با بهترین مقادیر C (e) است و P یک پارامتر است. در اینجا RCLبا یک پارامتر آستانه $\alpha \in [0,1]$ مرتبط است. این لیست متشکل از تمامی عناصر شدنی است که می‌توانند بدون از بین بردن شدنی جواب، به مجموعه جواب در حال تولید افزوده شوند و در بازه تعریف نشده توسط پارامتر آستانه ،

به عنوان مثال $C(e) \in [C^{min}, C^{min} + \alpha(C^{max} - C^{min})]$ قرار گیرند.

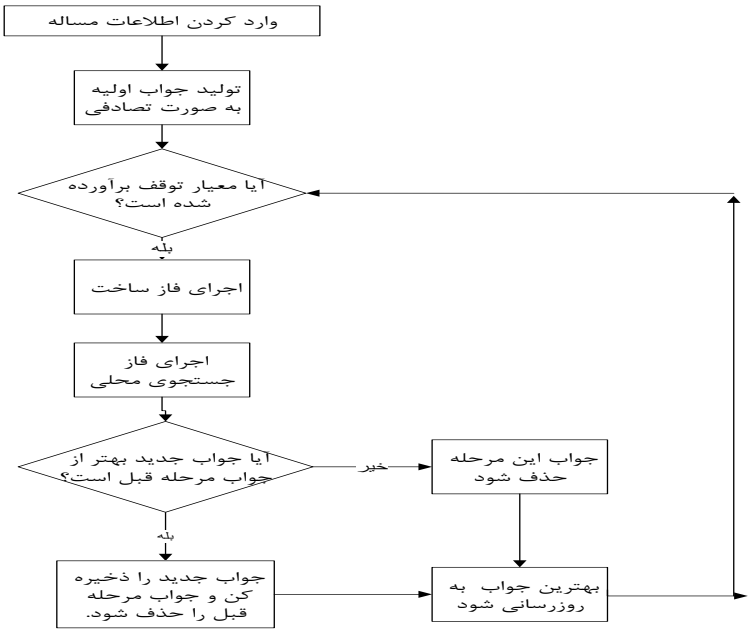
در حالتی که $\alpha = 0$ است، الگوریتم کاملاً حریصانه است و در حالت $\alpha = 1$ معادل تولید تصادفی است. در واقع این پارامتر میزان حریصانه بودن یا تصادفی بودن الگوریتم را کنترل می‌کند (مائوریسیو و دیگران،۲۰۰۲).

شبه کد بهبود یافته فاز ساخت

```
procedure Greedy_Randomized_Construction(α, Seed)
1     Solution ← ∅;
2     Initialize the candidate set: C ← E;
3     Evaluate the incremental cost c(e) for all e ∈ C;
4     while C ≠ ∅ do
5           c^min ← min{c(e) | e ∈ C};
6           c^max ← max{c(e) | e ∈ C};
7           RCL ← {e ∈ C | c(e) ≤ c^min + α(c^max − c^min)};
8           Select an element s from the RCL at random;
9           Solution ← Solution ∪ {s};
10          Update the candidate set C;
11          Reevaluate the incremental costs c(e) for all e ∈ C;
12    end;
13    return Solution;
end Greedy_Randomized_Construction.
```

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۲-۱-۳- فلوچارت الگوریتم GRASP:



منبع: یافته‌های پژوهشگر

۳- پیشینه پژوهش

در سال‌های اخیر تحقیقات متعددی در زمینه تشکیل سبد سهام در بازارهای بورس انجام گرفته است. در بیشتر مدل‌های ارائه شده معیارهای بازده و ریسک از مباحق مالی و روش‌های اندازه‌گیری و معیار بهینه‌سازی از مباحث برنامه‌ریزی برگرفته شده‌اند. در ادامه به بررسی نتایج برخی از مطالعات در حوزه بازارهای بین المللی و همینطور بازار بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازیم.

۳-۱- پژوهش های خارجی

در سال ۲۰۱۱ ژن ونگ [۱۶] و همکارانش در تحقیقی به عنوان " حل مساله بهینه سازی پرتفوی با استفاده از الگوریتم زنبور عسل مصنوعی" نشان دادند که الگوریتم کلونی زنبور عسل روشی مؤثر برای بهینه‌سازی انتخاب پرتفوی بهینه می‌باشد. آنها بدست آوردند که مرز کارایی که از این طریق بدست آوردند به خوبی ریسک را حداقل و بازده را حداکثر می نماید. در ابتدا از الگوریتم زنبور

عسل‌ها برای بهینه سازی شبکه‌های عصبی و بهینه‌سازی عددی توابع استفاده می‌شد و بعد از آن مرتباً نمونه‌های کارآمدتری از الگوریتم‌های بهینه‌سازی کلونی زنبور توسط محققان مختلف و به منظور حل مسائل گوناگون بهینه‌سازی پیشنهاد شده است.

در پژوهش دیگری با نام "انتخاب پرتفوی بر مبنای مارکویتز با محدودیت کاردینالیتی با استفاده از الگوریتم بهبود یافته بهینه سازی ازدحام ذرات" توسط دنگ لین[۱۷] در سال۲۰۱۲ انجام شد. او با استفاده ازالگوریتم PSO، یک الگوریتم جدیدی ابداع کرد و از آن برای حل مشکل CCPOاستفاده کرد.بدین صورت که ، افزایش کاوش در مراحل اولیه الگوریتم و بهبود سرعت همگرایی در مرحله جستجوی نهایی به الگوریتم PSO اضافه می شوند. در این پژوهش از داده های قیمتی هفتگی بر روی شاخصهای بورس هنگ کنگ (Hang Seng 31) ، آلمان(DAX 100) ، انگلستان FTSE)

(100 و(S&P 100) آمریکا و(Nikkie 225)ژاپن در فاصله سالهای ۱۹۹۲ تا ۱۹۹۷استفاده شده است. نتایج تحقیق نشان دهنده این مساله بود که الگوریتم پیشنهادی بهبود دهنده روش PSO ، مخصوصا در پرتفوی های سرمایه گذاری با ریسک کم ، جواب های مستحکم و موثری در مقایسه با خود الگوریتم PSO ارائه می دهد.

در سال ۲۰۱۳ ، با توجه به اینکه از الگوریتم های فراابتکاری زیادی برای بهینه سازی پرتفوی استفاده شده بود ، لوین و کو [۱۸]در مقاله ای یک الگوریتم ترکیبیجدیدی برای بهینه سازی پرتفوی معرفی و پیشنهاد کردند. آنها الگوریتم های یادگیری افزایشی و دیفرانسیل تکاملی را ترکیب کردند ، همچنین یک مدل میانگین – واریانس گسترده را همراه با اعمال محدودیت های دنیای واقعی شامل محدودیت کاردینالیتی و معاملاتی و محدودیت کف و سقف در نظر گرفتند. نتایج حاصل از الگوریتم ترکیبی نشان از توانایی و کارایی الگوریتم ترکیبی در حل مساله بهینه سازی پرتفوی با اعمال محدودیت های واقعی دارد.

" بهینه سازی پرتفوی با محدودیت کاردینالیتی با استفاده از جستجوی محلی برمبنای الگوریتم تهاجمی چند هدفه " که چن و لینو همکاران[۱۹] در سال ۲۰۱۷ در مقاله ای به حل مساله MVCCPO[۲۰] پرداختند. آنها از توسعه الگوریتمی که مبنایش تهاجمی چند هدفه بود و از جستجوی محلی و مرتب سازی غیرمغلوب استفاده می کرد ، بهره جستند و نتایج را با ۵ الگوریتم دیگر مقایسه کردند. این توسعه در حیطه عملگرها و رویه های بنیادین الگوریتم مثل محدودیتهای دامنه ای ، طرح جستجوی محلی ، استراتژیهای جایگزینی و رویکرد دورترین کاندید بود. نتایجتجربینشانداد کهالگوریتمپیشنهادیازدیگرالگوریتمهاییکه مورد مقایسه قرار گرفتند ،ازنظرکارایی و حساسیت بهینه تراست.

۳-۲- پژوهش های داخلی

در حوزه داخلی نیز پژوهش های زیاد و متنوعی درباره نحوه کارکرد الگوریتمهای فراابتکاری در سالهای اخیر انجام شده است و محققین تحقیقات خارجی را بومی سازی کرده و بر روی داده های بورس اوراق بهادار تهران پیاه سازی نموده اند که در ادامه به تعدادی از انها اشاره خواهیم نمود.

راهنمای رود پشتی و همکاران (۱۳۹۴) در پژوهشی با عنوان " بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی بر اساس مدل پایدار با بهینه سازی کلاسیک در پیش بینی ریسک و بازده پرتفوی" بهینه سازی پرتفوی با استفاده از بهینه سازی پایدار و تخمین ریسک بازده پرتفوی و مقایسه ریسک و بازده پیش بینی شده این مدل با ریسک و بازده پیش بینی شده در مدل کلاسیک پرداختند. در این پژوهش به بررسی ۱۱۵ پرتفوی ماهانه در طول ۱۰ سال پرداخته شده و ریسک و بازدهی هر پرتفوی بر اساس دو مدل بهینه سازی پایدار و کلاسیک تخمین زده شده و در مرحله بعد با استفاده از آزمون میانگین زوجی به بررسی وجود تفاوت معنادار بین ریسک و بازده پیش بینی شده در دو مدل ارائه شده ، پرداختند. نتایج پژوهش نشان می دهد که بازدهی و ریسک پرتفوی های تشکیل شده بر اساس وزن ارائه شده توسط هر یک از مدل ها نشان داد که در بورس اوراق بهادار ایران ، بازده واقعی در هر در روش تفاوت زیادی با هم ندارند ولی ریسک واقعی پرتفوی های بهینه شده با مدل پایدار کمتر از ریسک پرتفوی های بهینه شده با روش کلاسیک می باشد.

دارابی و همکاران(۱۳۹۵) در پژوهشی با عنوان " انتخاب پرتفوی بهینه سهام در شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران به روش ICDE " مدلی هوشمند جهت انتخاب بهینه سبد سهام با استفاده از الگوریتم تکاملی تفاضلی مقید بهبود یافته ، ارائه کردند. نمونه آماری این پژوهش ، داده های آماری ۱۰۲ شرکت بورس اوراق بهادار تهران در طی سالهای ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۲ می باشد. نتایج تحقیق نشان می دهد که مدل ارائه شده با در نظر گرفتن تعاملات بین ریسک و بازده مورد انتظار می تواند منجر به انتخاب سبد سهام بهینه گردد.

در پایان باید اشاره داشت علی رغم تمام مطالعات صورت گرفته در حوزه الگوریتمهای فراابتکاری اما پژوهشی در زمینه بهینه سازی پرتفوی بااستفاده از الگوریتم فراابتکاری GRASP تا زمان نگارش این تحقیق درایران مشاهده نشده استو به نظر می رسد که الگوریتم GRASP با توجه به ویژگیهای مثبتی که دارد بتواند نقاط ضعف مدل مارکویتز را در زمینه محدودیت کاردینالیتی و محدودیت سقف و کف به خوبی پوشش دهد.

۴- برآورد مدل

اطلاعات اولیه این تحقیق از شرکت های فعالدر بورس اوراق بهادار تهران جمع آوری شده است. نمونه آماری ، شرکتهای فعال بورس اوراق بهادارهستند که ویژگی حجم معاملاتی بالاتر در فاصله زمانی فروردین۹۱ تا فروردین۹۶ را دارا هستند. همچنین یکسری محدودیتها در انتخاب شرکتهای بورسی لحاظ کردیم که به قرار زیر است :

۱) شرکتهایی که سهام آنها ازسال ۹۰ و قبل ازآن دربورس مورد معامله بوده اند.
۲) شرکتهایی که حداقل ٪۵۰ روزهای معاملاتی در هر سال معامله شده باشند و اطلاعات موردنیاز آنها در دسترس باشد.
۳) حذف شرکتهای سرمایه گذاری، بانکها، لیزینگها و صندوقهای فعال دربورس که درحوزه معاملات مالی به علت دوباره شماری و ساختارسرمایه متفاوت هستند.
۴) حذف شرکتهایی که درطی دوره زمانی مورد بررسی میانگین بازدهی منفی دارند.

با اعمال شرایط مذکور از بین شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران ، تعداد ۱۹۹ شرکت به عنوان نمونه آماری این پژوهش انتخاب شد.

۴-۱- برآورد الگوریتمGRASP

مدل مارکویتز برای انتخاب سبد سهام، اقدام به یافتن یک مرز کارا می‌نماید. این مرز، منحنی پیوسته‌ای است که بهترین مبادله[۲۱] میان بازده و ریسک سبد سهام را نشان داده و به راحتی توسط برنامه‌ریزی درجه دو قابل حل است اما با توجه به محدودیت ها و مشکلات مدل مارکویتز در یافتن مرز کارای سرمایه گذاری، برای بهینه سازی این مسئله مهم و کلیدی، از یکی از الگوریتم های فراابتکاری به نام الگوریتم GRASP استفاده می شود.

۴-۱-۱- پارامترهای مختلف الگوریتم GRASP برای بهینه سازی پرتفوی

پارامتر های مسئله بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم GRASP به صورت زیر تنظیم می شود:

- **محدودیت تعداد سهام (K)**: به عنوان محدودیت مربوط به تعداد سهامی است که سرمایه-گذار مایل است در سبد سهام خود نگهداری نماید. در این تحقیق مقدار این پارامتر به ترتیب برابر با ۵، ۱۵ و ۳۰ قرار داده شده است.
- **ضریب ریسک گریزی (λ)**: همانگونه که قبلا نیز عنوان شد، جهت رهگیری مرز کارا از ضریب ریسک گریزی استفاده می‌گردد که مقدار آن در فاصله بین [۰و۱] قرار دارد. در این

مسئله به منظور ترسیم مرز کارا در هر تکرار، مقدار ضریب ریسک گریزی به اندازه ۰/۱ واحد تغییر می‌یابد. با این رقم در پایان ۱۱ نقطه از مرز کارا حاصل می‌شود که امکان مقایسه دقیق نقاط را فراهم می‌آورد.

- **حد پایین (ε_k) و حد بالا (δ_k) برای هر متغیر تصمیم:** در صورتی که قرار باشد در سهمی سرمایه‌گذاری شود می‌توان حداقل و حداکثر نسبت سرمایه‌گذاری در آن سهم را به مسئله تحقیق اضافه نمود. در این تحقیق برای تمامی دارایی‌های منتخب حداقل و حداکثر نسبت سرمایه‌گذاری به ترتیب برابر ۰/۰۰۰۱ و ۱ در نظر گرفته شده است.
- تعداد روش های جستجوی محلی، برابر ۴ روش در نظر گرفته شده است .هر یک از روش های جستجوی محلی پس از ۴ تکرار الگوریتم مجددا استفاده می شود. به عبارتی دیگر در تکرار ۱، ۵، ۹ و ... از روش جستجوی محلی ۱، در تکرار های ۲ ، ۶ ، ۱۰ و ... از جستجوی محلی ۲، در تکرای های ۳، ۷، ۱۱ و ... از جستجوی محلی ۳ و در تکرار های ۴، ۸، ۱۲ و .... از جستجوی محلی ۴ استفاده می شود.
- تعداد تکرار الگوریتم که به معنای شرط پایان الگوریتم می‌باشد، در این الگوریتم شرط پایان صرفاً بر اساس تعداد تکرارها و برابر با ۱۰۰ قرار داده شده است.

۴-۲- بهینه سازی سبد سهام با مدل ریاضی مارکویتز

بایستی توجه داشت که مدل میانگین- واریانس استاندارد مارکویتز بدون در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح برای تعداد سهام موجود در پرتفوی و محدودیت‌های حد بالا و پایین برای نسبت سرمایه‌گذاری، یک مساله بهینه‌سازی از کلاس مسائلقابلحل می‌باشد که برای حل آن الگوریتم‌های کارایی وجود دارد و لذا استفاده از روش های فراابتکاری در این گونه مسائل دارای توجیه نمی‌باشد.اما اضافه شدن محدودیت ها به این مسئله آن را وارد کلاس مسائل سخت[۲۲] می کند . در این شرایط است که الگوریتم های فراابتکاری می توانند کارایی خود را به خوبی نمایش دهند.

با توجه به این که در مدل مارکویتز لازم است تعداد دارایی ها (شرکت ها) بایستی محدود شود، لذا تعداد حالات برابر ۱۰۰ و ۱۵۰ تست شده است. در ادامه خروجی مدل مارکویتز در حالت ۱۰۰ و ۱۵۰ شرکتی ارائه می شود.

۴-۲-۱- خروجی مدل مارکویتز

مدل میانگین- واریانس استاندارد مارکویتز بدون در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح برای تعداد سهام موجود در پرتفوی و محدودیت‌های حد بالا و پایین برای نسبت سرمایه‌گذاری، یک

مساله بهینه‌سازی از کلاس مسائلقابلحل می‌باشد که برای حل آن الگوریتم‌های کارایی وجود دارد و لذا استفاده از روش های فراابتکاری در این گونه مسائل دارای توجیه نمی‌باشد.اما اضافه شدن محدودیت ها به این مسئله آن را وارد کلاس مسائل سخت می کند . در این شرایط است که الگوریتم های فراابتکاری می توانند کارایی خود را به خوبی نمایش دهند.

با توجه به این که در مدل مارکویتز لازم است تعداد دارایی ها (شرکت ها) بایستی محدود شود، لذا تعداد حالات برابر ۱۰۰ و ۱۵۰ تست شده است. در ادامه خروجی مدل مارکویتز در حالت ۱۰۰ و ۱۵۰ شرکتی ارائه می شود.

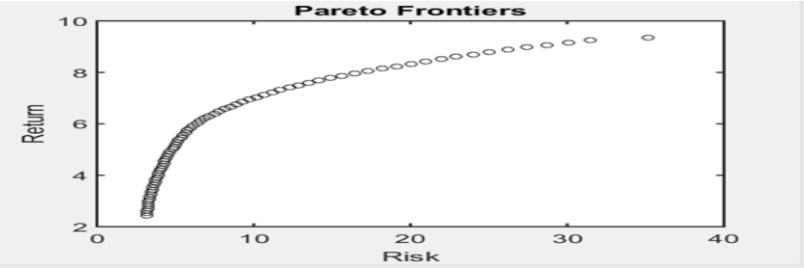
۴-۲-۱-۱- خروجی مدل مارکویتز در حالت ۱۰۰ دارایی

پس از اجرای مدل مارکویتز، ریسک و بازدهی های به دست آمده مشخص شده است. در جدول ۴-۱ تعدادی از نقاط پارتو بر حسب ضریب ریسک گریزی مدل مارکویتز، ارائه شده است. همچنین در شکل۴-۱ تمامی نقاط پارتو به دست آمده در مدل مارکویتز ارائه شده است.

جدول ۴-۱) نتایج بهینه سازی سبد سهام بر اساس مدل مارکویتز در حالت ۱

ضریب ریسک گریزی		1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
مارکویتز	بازدهی	2.4280	3.165	3.627	3.903	4.2726	4.8260	6.2094	6.6706	7.3162	7.3162	9.3452
	انحراف معیار	3.190	3.3879	3.6327	3.8160	4.0933	4.5955	6.8930	8.5005	11.699	11.699	35.121

منبع: یافته‌های پژوهشگر



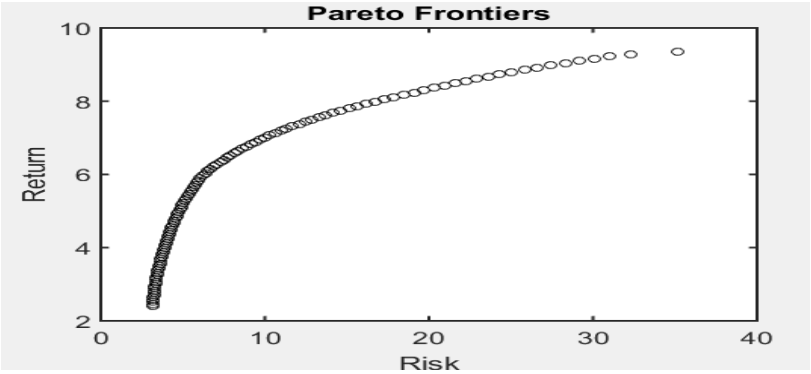
شکل ۴-۱) مرز کارای مدل مارکوئیز در حالت ۱۰۰ دارایی

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۴-۲-۱-۲- خروجی مدل مارکویتز در حالت ۱۵۰ دارایی :

به طریق مشابه، تعداد دارایی ها برابر ۱۵۰ شرکت در نظر گرفته شده و خروجی ها در جدول ۴-۲ و شکل ۴-۲ ارائه شده است.

شکل ۴-۲) مرز کارای مدل مارکویتز در حالت ۱۵۰ شرکتی



ضریب ریسک گریزی		1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
مارکویتز	بازدهی	2.3972	2.889	3.1966	3.3810	5.0412	6.7628	6.7628	7.4391	8.5459	9.3452	9.3452
	انحراف معیار	3.1902	3.2824	3.4014	3.4913	4.8312	8.8762	8.8762	12.476	22.274	35.121	35.121

جدول۴-۲) نتایج بهینه سازی سبد سهام بر اساس مدل مارکویتز در حالت ۱۵۰ شرکتی

منبع: یافته‌های پژوهشگر

جدول ۴-۳) سبد سهام مدل مارکویتز در حالت ۱۰ سهمی

ردیف	کد شرکت	نام	درصد سرمایه گذاری
1	9	دسینا	5.60%
2	146	پتایر	16.60%
3	125	مرقام	6.30%
4	188	خفنر	14.88%
5	54	کلوند	13.57%
6	99	دامین	3.45%

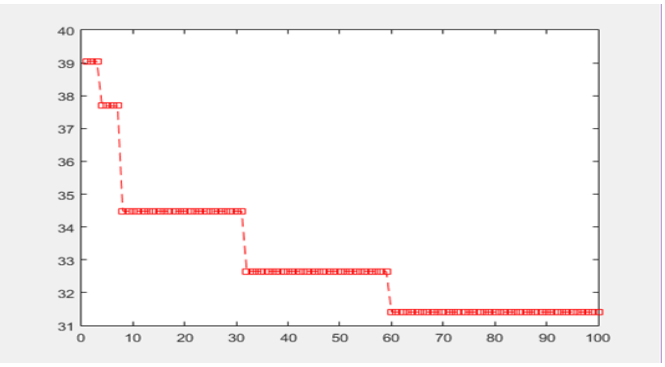
ردیف	کد شرکت	نام	درصد سرمایه گذاری
7	130	خپارس	10.00%
8	39	سغرب	12.43%
9	13	دتماد	3.77%
10	136	خزامیا	13.40%

منبع: یافته‌های پژوهشگر

به منظور درک بهتر خروجی مدل مارکویتز در جدول ۴-۴، لازم است متغیرهای تصمیم مدل مارکویتز مورد توجه قرار گیرد. در این مدل متغیر *Zi* بیانگر سرمایه گذاری یا عدم سرمایه گذاری بر روی سهام یک شرکت می باشد. در خروجی مدل مارکویتز این متغیر برای ۱۰ شرکت قید شده در جدول ۴-۴ مقدار گرفته است. به عبارتی در سبد سهام که از خروجی این مدل به دست می آید بایستی روی این شرکت ها سرمایه گذاری شود. از طرفی متغیر تصمیم دیگری به نام *xi* وجود دارد که بیانگر درصد سرمایه گذاری بر روی هر سهم می باشد. در خروجی مدل مارکوئیز مقدار این متغیر در ستون چهارم جدول ۴-۴ گزارش شده است. لازم به ذکر است درصد سرمایه گذاری روی سهام مختلف باید *۱۰۰* % باشد. سپس کل بازدهی سبد و کل ریسک سبد بر طبق فرمول مارکویتز یعنی تابع هدف مدل مارکویتز محاسبه می شود.با تشکیل سبد سهام فوق کل بازدهی معادل۳,۹۹٪ و ریسک سرمایه گذاری معادل ۸۸,۷۶ ٪ به دست آمده است.

۴-۳- نتایج الگوریتم فراابتکاریGRASP

همان گونه که اشاره شد در این مقاله با توجه به محدودیت ها و مشکلات مدل مارکویتز در یافتن مرز کارای سرمایه گذاری، برای بهینه سازی این مسئله مهم و کلیدی، از یکی از الگوریتم های فراابتکاری به نام الگوریتم GRASP استفاده می شود. این الگوریتم مطابق فلوچارت تشریح شده در بخش قبلی ، در محیط Matlabکدنویسی و اجرا شده است. مهمترین مزیت استفاده از این الگوریتم به جای مدل مارکویتز در آن است که امکان وارد کردن اطلاعات همه ۱۹۹ شرکت و انتخاب مرز کارای سرمایه گذاری بر اساس تحلیل همه اطلاعات موجود می باشد. به عنوان مثال پس از اجرای الگوریتم Grasp، با اندازه سبد سهام ۱۰ و نیز ضریب ریسک گریزی ۰,۵، خروجی به صورت زیر می باشد:



منبع: یافته‌های پژوهشگر

شکل فوق روند بهبود جواب به دست آمده در الگوریتم Graspدر طی تکرار های مختلف را نشان می دهد. محور افقی، شماره تکرار و محور عمودی، مقدار تابع هدف الگوریتم می باشد. همانطور که در شکل ۴-۳ مشاهده می شود، الگوریتم Graspدر طی تکرار های مختلف، سعی در بهبود جواب های به دست آوده می باشد. این روند تا تکرار ۶۰ ادامه یافته و از آن به بعد بهبودی در جواب ها حاصل نشده است. لذا همگرایی الگوریتم Graspبه سمت بهترین جواب ممکن به خوبی نشان داده می شود.

به عنوان نمونه در حالت ۱۰ سهمی، با ضریب ریسک گریزی ۰,۵ سبد سهام تشکیل شده به صورت جدول زیر می باشد.

سبد سهام الگوریتم Grasp در حالت ۱۰ سهمی

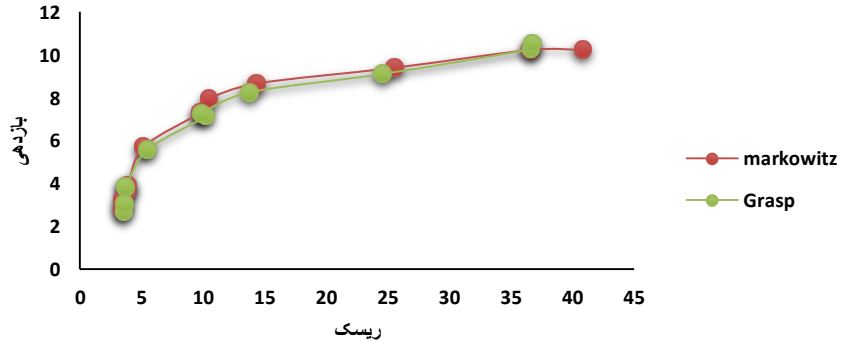
ردیف	کد شرکت	نام	درصد سرمایه گذاری
۱	18	شخارک	11.20%
۲	118	پسهند	12.80%
۳	69	سرود	14.50%
۴	82	بکاب	8.10%
۵	180	خاهن	3.90%
۶	98	شپارس	8.70%
۷	89	غپاک	13.60%
۸	152	وساخت	0.40%
۹	126	کساوه	17.00%
۱۰	110	فلوله	9.80%

منبع: یافته‌های پژوهشگر

با تشکیل این سبد سهام، کل بازدهی سبد معادل ۳,۲۲٪ و کل ریسک سبد معادل ۸۴,۳۴٪ به دست آمده است. مقایسه این مقادیر برای ریسک و بازدهی با معادل آن در مدل مارکویتز نشان می دهد که سبد سرمایه گذاری در الگوریتم Grasp بازدهی کمتری داشته است اما توانسته است سبدی ارائه کند که ریسک سرمایه گذاری کمتری (حدود ۴٪) نسبت به مدل مارکویتز داشته باشد.

۴-۴- مقایسه نتایج مدل مارکویتز و الگوریتم GRASP

در این پژوهش مانند بسیاری از پژوهش های دیگر جهت حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام مارکویتز با محدودیت مشخص بودن تعداد سهام موجود در سبد و معین بودن حداقل و حداکثر نسبت سرمایه‌گذاری، از یکی از انواع مختلف الگوریتم های فراابتکاری(Grasp) استفاده شده است. به این منظور با قرار دادن چهار محدودیت عدد صحیح برای مدل یعنی تعداد سهام برابر با ۵، ۱۵، ۳۰ مرز کارای سرمایه گذاری در شکلهای ۴-۴ الی ۴-۶ رسم گردیده است. در تمامی این موارد حد پایین نسبت سرمایه‌گذاری برابر ۰/۰۰۰۱ و حد بالای سرمایه‌گذاری برابر ۱ در نظر گرفته شده است. همانطور که مشخص است تأکید اصلی بر محدودیت عدد صحیح بودن تعداد سهام منتخب است. لازم به ذکر است در تمامی خروجی های مدل مارکویتز حالت ۱۵۰ شرکتی در نظر گرفته شده است.



شکل ۴-۴)مقایسه مرز کارای سرمایه گذاری در حالت ۵ سهمی

منبع: یافته‌های پژوهشگر

جدول ۴-۶) مقایسه نتایج مدل مارکویتز و الگوریتم Grasp در حالت ۵ سهمی

ضریب ریسک گریزی		1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
Markowitz	بازدهی	2.79	3.23	3.58	3.9	5.71	7.33	7.95	8.67	9.41	10.24	10.24
	انحراف معیار	3.39	3.43	3.83	3.9	5.15	9.78	10.47	14.32	25.57	36.62	40.88
Grasp	بازدهی	2.68	3.06	3.8	3.86	5.6	7.13	7.26	8.26	9.12	10.28	10.55
	انحراف معیار	3.57	3.61	3.7	3.69	5.51	10.22	9.84	13.74	24.58	36.63	36.74

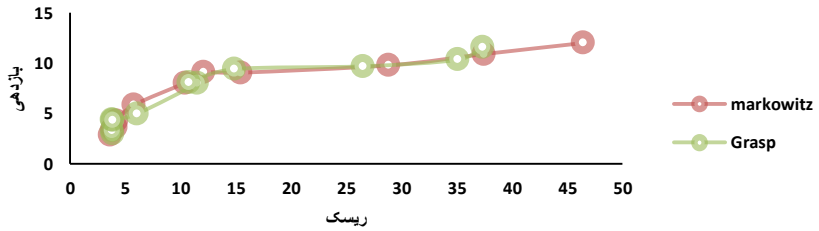
منبع: یافته‌های پژوهشگر

در جدول ۴-۶ برای هر یک از روش ها به ازای ضریب های ریسک گریزی مختلف مسئله بین ۰ تا ۱حل شده و ریسک و بازدهی به دست آمده گزارش شده است.در هر بار اجرا مقادیر بازدهی سبد سهام و ریسک سبد سهام مطابق فرمول کلی مارکویتز محاسبه می شود. روند تغییرات بازدهی در هر دو روش بدین صورت است که با افزایش ضریب ریسک گریزی میزان بازدهی و نیز میزان ریسک سبد بهینه کاهش پیدا کرده است.دلیل این امر آن است که با افزایش ضریب ریسک گریزی، تمرکز بیشتری بر روی ریسک می شود و تمرکز از روی بازدهی برداشته می شود. پس با افزایش ضریب ریسک گریزی، ریسک سبد کاهش پیدا می کند. از طرفی چون تمرکز از روی بازدهی برداشته می شود لذا بیشینه سازی بازدهی کمتر مورد توجه قرار گرفته و این امر منجر به کاهش بازدهی سبد می شود.

این در حالی است که ریسک روند مشابه دارد و با افزایش ضریب ریسک گریزی، ریسک سبد نیز کاهش پیدا می کند. به عبارت دیگر در سطوح بالا برای ضریب ریسک گریزی، سبد هایی معرفی می شود که از نظر ریسک ایده آل است ولی از نظر ریسک مناسب نیست. اما در سطوح پایین ضریب ریسک گریزی، سبد هایی معرفی می شود که از نظر بازدهی مناسب است اما ریسک سرمایه گذاری بالایی دارد.

همچنین می‌توان این مجموعه جواب های به دست آمده را در قالب شکل ۴- ۴ نمایش داد. به نمودارهای به دست آمده مرز کارای سرمایه گذاری گفته می شود همانطور که مشاهده می شود الگوریتمGrasp مرز کارای بسیار نزدیکی به مدل مارکویتز دارد که نشان از قدرت بالای این الگوریتم Grasp دارد.

به طریق مشابه همین روند برای حالت سبد سهام ۵ سهمی، ۱۰ سهمی و ۳۰ سهمی تکرار می شود.



شکل ۴- ۵) مقایسه مرز کارای سرمایه گذاری در حالت ۱۵ سهمی

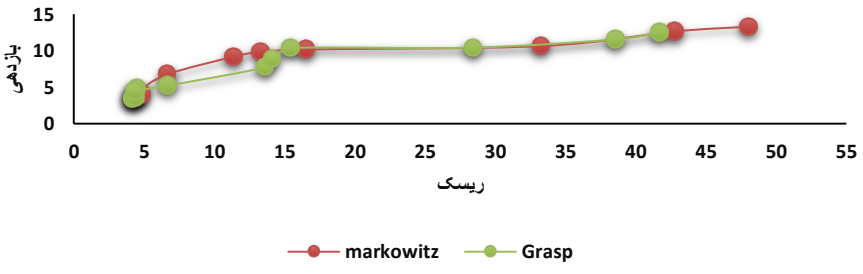
منبع: یافته‌های پژوهشگر

جدول ۴-۷) مقایسه نتایج مدل مارکویتز و الگوریتم Grasp در حالت ۱۵ سهمی

ضریب ریسک گریزی		1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
Markowitz	بازدهی	2.91	3.49	3.68	4.3	5.85	8.06	9.09	9.07	9.8	10.92	12.01
	انحراف معیار	3.63	3.85	4.16	4.2	5.75	10.39	12.06	15.44	28.85	37.48	46.41
Grasp	بازدهی	3.02	3.36	4.4	4.37	4.99	8.02	8.1	9.42	9.7	10.36	11.57
	انحراف معیار	3.86	3.81	3.8	3.88	6.05	11.5	10.77	14.84	26.49	35.1	37.33

منبع: یافته‌های پژوهشگر

درجدول ۴-۷ هم همانند جدول ۴-۶ ضریب ریسک گریزی به ازای حالتهای مختلف مدل مارکویتز و الگوریتم GRASP اجرا شده است.



شکل ۴-۶) مقایسه مرز کارای سرمایه گذاری در حالت ۳۰ سهمی

منبع: یافته‌های پژوهشگر

همانطور که در شکل ۴-۶ مشاهده می شود، به ازای حالات مختلف ضریب ریسک گریزی، مقدار ریسک سبد سهام و نیز بازدهی سبد سهام در یک نمودار مشخص شده است. داده های شکل ۴-۶ و همینطور شکل های مشابه از روی جدول ۴-۸ به دست می آید. در شکل ۴-۶ زمانی که ریسک سبد سهام پایین است، بازدهی هم پایین است و با افزایش ریسک سبد، بازدهی هم افزایش پیدا می کند. از طرفی زمانی که ضریب ریسک گریزی پایین باشد، ریسک سبد و نیز بازدهی سبد کوچکتر می باشد. لذا روند نمودار به ازای حالات مختلف ضریب ریسک گریزی می باشد، در شرایطی که ریسک سبد پایین است ضریب ریسک گریزی به ۱ نزدیک بوده است و زمانی که ریسک سبد بالا به دست آمده، ضریب ریسک گریزی نزدیک ۰ بوده است. از طرفی دیگر خروجی الگوریتم Grasp و نیز مدل مارکوئیز بسیار به هم نزدیک بوده و تنها در چند حالت نسبت به هم اختلاف دارند که این موضوع قدرت الگوریتم Grasp را در یافتن جواب های بهینه نشان می دهد.

جدول ۴-۸) مقایسه نتایج مدل مارکویتز و الگوریتم Grasp در حالت ۳۰ سهمی

ضریب ریسک گریزی		1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
Markowits	بازدهی	3.41	3.84	4	4.38	6.74	9.17	9.86	10.16	10.62	12.63	13.29
	انحراف معیار	4.19	4.22	4.79	4.56	6.63	11.37	13.3	16.51	33.27	42.79	48.05
Grasp	بازدهی	3.43	3.59	4.85	4.52	5.21	7.71	8.9	10.35	10.41	11.55	12.46
	انحراف معیار	4.12	4.39	4.5	4.3	6.68	13.61	14.1	15.43	28.44	38.62	41.68

منبع: یافته‌های پژوهشگر

پس از بررسی نتایج عددی مختلف، مشخص می شود که الگوریتم Grasp مرز کارای بسیار نزدیکی به مدل مارکوئیز دارد. از آنجایی که مدل مارکوئیز در محیط متلب به صورت دقیق بهینه سازی می شود، لذا نزدیکی نتایج الگوریتم Grasp به مدل مارکویتز، نشان از کارایی این الگوریتم فراابتکاری دارد. اما از آنجایی که این نزدیکی به صورت تقریبی و از روی نمودار و اعداد و ارقام قابل مشاهده می باشد، لازم است تا با یک تحلیل آماری، نزدیکی نتایج الگوریتم Grasp به مرز کارای بهینه مورد بررسی قرار گیرد. در همین راستا در ادامه به انجام تحلیل آماری در این زمینه پرداخته می شود.

۴-۵- تحلیل آماری نتایج

به منظور بررسی کارایی الگوریتم Grasp در حل مسئله بهینه سازی سبد سهام، از آزمون فرضیه استفاده می شود. جهت پیاده سازی آزمون فرض آماری ابتدا لازم است یک معیار جهت ارزیابی دو روش مورد استفاده قرار می گیرد. در این خصوص از معیار شارپ استفاده می شود.

جدول ۴-۹ معیار شارپ برای خروجی دو روش استفاده شده

اندازه سبد	ضریب ریسک گریزی	1.000	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.400	0.300	0.200	0.100	0.000
5	markowitz	0.823	0.942	0.935	1.000	1.109	0.749	0.759	0.605	0.368	0.280	0.250
	Grasp	0.751	0.848	1.027	1.046	1.016	0.698	0.738	0.601	0.371	0.281	0.287
15	markowitz	0.802	0.906	0.885	1.024	1.017	0.776	0.754	0.587	0.340	0.291	0.259
	Grasp	0.782	0.882	1.158	1.126	0.825	0.697	0.752	0.635	0.366	0.295	0.310
30	markowitz	0.814	0.910	0.835	0.961	1.017	0.807	0.741	0.615	0.319	0.295	0.277
	Grasp	0.833	0.818	1.078	1.051	0.780	0.566	0.631	0.671	0.366	0.299	0.299

منبع: یافته‌های پژوهشگر

برای انجام تحلیل آماری ابتدا نسبت شارپ برای تمامی حالات حل شده (سبد سهام ۵ ، ۱۵ و ۳۰ تایی و تمامی ضرایب ریسک گریزی) محاسبه شده است و خلاصه آن در جدول ۴-۹ ارائه شده است. سپس آزمون فرض آماری زیر با توجه به معیار شارپ تشکیل شده است.

H0: بر اساس نسبت شارپ، الگوریتم Grasp، کارایی مشابهی نسبت به مدل مارکویتز دارد.

H1: بر اساس نسبت شارپ الگوریتم Grasp، کارایی کمتری نسبت به مدل مارکویتز دارد.

به منظور بررسی این فرضیه، از آزمون T مستقل در محیط نرم افزار SPSS استفاده می شود. در ابتدا خروجی های مدل مارکویتز و نیز خروجی های الگوریتم Grasp به محیط SPSS وارد شده و سپس آزمونT مستقل اجرا شده است. نتیجه نهایی آن پس از اجرای آزمون T ، به صورت شکل زیر می باشد.

Group Statistics

	VAR00014	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00012	1	32	.6946	.28002	.04950
	2	28	.6499	.27467	.05191

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
VAR00012	Equal variances assumed	.189	.666	.624	58	.535	.04478	.07182	-.09898	.18855
	Equal variances not assumed			.624	57.221	.535	.04478	.07173	-.09884	.18840

شکل ۴-۸) خروجی آماری SPSS

منبع: یافته‌های پژوهشگر

با بررسی خروجی نرم افزار SPSS مشخص می شود که شاخص *Sig* برای این آزمون آماری برابر ۰,۵۳۵ به دست آمده و از آنجایی که از خطای تصمیم گیری (۰,۰۵) بیشتر است، فرض *H0* را تایید می کند. همچنین مشخص می شود که میانگین اختلافات بین نتایج الگوریتم Grasp و مدل مارکویتز حدود ۰,۰۴ به دست آمده است. همچنین در بازه اطمینان ۹۵ درصدی اختلاف بین این دو روش، عدد ۰ میتواند قرار بگیرد. این امر تایید کننده فرض*H0* می باشد.

با تایید آماری روش Grasp میتوان کارایی این روش را در تعیین مرز کارای تصمیم گیری به خوبی تایید نمود و این ابزار را یک ابزار مناسب برای تصمیم گیری در خصوص سبد سهام در شرایط و وضعیت های مختلف دانست.

۵- نتیجه گیری و پیشنهاد ها

در این پژوهش به بررسی کارایی الگوریتم GRASP در بهینه سازی پرتفوی پرداخته شد. به منظور بررسی قابلیت الگوریتم پیشنهادی جهت یافتن بهترین سبد سرمایه گذاری، خروجی آن با مدل مارکویتز مورد مقایسه قرار گرفت. بر این اساس سبد سهام در ابعاد کوچک (سبد ۵ تایی)، سبد سهام در ابعاد متوسط (سبد ۱۵ تایی) و سبد در ابعاد بزرگ (سبد ۵ تایی) مورد بررسی قرار گرفت. همچنین مرز کارای سرمایه گذاری برای این دو روش ترسیم شده و مقایسات انجام شدو بوسیله آزمونآماریتستکاراییالگوریتم GRASPانجامشدودر این خصوص از نسبت شارپ استفاده شد

و نتایج با مدل مارکویتز مقایسه شد نتایج حاصله نشان دهنده برتری الگوریتم GRASP در حل محدودیتها در مساله بهنه سازی پرتفوی و کارایی بهتر آن نسبت به مدل سنتی مارکویتز است.
در این پژوهش عملکرد الگوریتم GRASP برای بهینه سازی پرتفوی مورد بررسی قرار گرفت. محققانی که می خواهند در زمینه بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم های ابتکاری و فراابتکاری پژوهش انجام دهند ، می توانند از نتایج این مطالعه نیز استفاده کنند و یا با تغییراتی در الگوریتم GRASP کارایی آن را بالا ببرند. در ادامه پیشنهاداتی برای پژوهش های آینده مطرح می شود :

۱) برای قوی تر کردن الگوریتم GRASP و از بین بردن نقطه ضعفهایی مانند مستقل بودن تکرارهای اجرای الگوریتم و نداشتن سوابق جواب‌های حاصله در تکرارهای قبلی می توانیم از انواع تعمیم یافته الگوریتم GRASP مانند Reactive Grasp , Memory Base Grasp و یاGrasp Parallelاستفاده کنیم.
۲) همچنین می توانیم الگوریتمGraspرا با دیگر الگوریتمهای قدرتمند فراابتکاری مانند ژنتیک و یا الگوریتمهای حافظه دار مانند جستجوی ممنوعه ترکیب کنیم تا ضمن همپوشانی نقاط ضعف یکدیگر میزان توانایی الگوریتم ترکیبی جدید در مقایسه با هر کدام از الگوریتم ها به تنهایی سنجیده شود و همچنین سرعت بهینه سازی و دقت الگوریتم هم بالاتر برود.
۳) پیشنهاد می شود در پژوهش های آینده ، سایر محدودیت های موجود در بازار مانند حجم مبادلات ، هزینه مبادلات و ... هم در مساله بهینه سازی سبد سهام در نظر گرفته شود.
۴) علاوه بر دو عامل مهم ریسک و بازده سایر عوامل تاثیر گذار بر تصمیم گیری های فرد برای انتخاب پرتفوی مانند نقدینگی سهام را هم می توان لحاظ کرد تا نتایج واقعی تری مشاهده شود.

فهرست منابع

۱) افضل ، رهام ؛(۱۳۹۴) بهینه سازی سبد سهام بازارهای مالی با بکارگیری الگوریتم های کرم شبتاب و حرکت پرندگان کنفرانس بین المللی پژوهش های کاربردی در فناوری اطلاعات، کامپیوتر و مخابرات

۲) اشرفی ، مریم ؛ داوودپور، حمید (۱۳۸۶)زمانبندی جریان کارگاهی مختلط با زمان های آماده سازی وابسته به توالی با استفاده از الگوریتم GRASP ؛ دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی صنایع و سیستمهای مدیریت ،مهندسی صنایع

۳) ترابی ، سید احسان (۱۳۹۴) بهینه سازی به روش GRASP دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی شاهرود : پایان نامه کارشناسی ارشد

۴) دارابی رویا ؛ وقفی سید حسام، حبیب زاده سید جواد و آهنگری مهناز(۱۳۹۴) انتخاب پرتفوی بهینه سهام در شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران به روش ICDE، دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، سال نهم ، شماره سی ویکم.

۵) رهنمای رودپشتی فریدون ، نیکومرام هاشم ، اشلقی عباس، حسین زاده لطفی فرهاد و بیات مرضیه (۱۳۹۴) بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی براساس مدل پایدار با بهینه سازی کلاسیک در پیش بینی ریسک و بازده پرتفوی ، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره بیست ودوم.

6) Aranha, C.&Iba, H. (2009). The memtic Tree-based genetic algorithm and its application to portfolio optimization ,memtic computing,1(2),139-151.
7) BLUM,Roli (2003)Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison, https://www.iiia.csic.es/~christian.blum/downloads/blum_roli_2003.pdf
8) Chin Lwin ,RongQu ,2013, A hybrid algorithm for constrained portfolio selection problems, https://link.springer.com/article/10.1007/s10489-012-0411-7
9) Deng, G.-F., Lin, W.-T., & Lo, C. C. (2012). Markowitz-based portfolio selection withcardinality constraints using improved particle swarm optimization. Expert Systems with Applications, 39(4), 4558–4566.
10) MAURICIO G.C. RESENDE AND CELSO C. RIBEIRO, GREEDY RANDOMIZED ADAPTIVE SEARCH PROCEDURES, 2003 ,Handbook of Metaheuristics pp 219-249
11) Milan Tuba,and NebojsaBacanin (2014) Artificial Bee Colony Algorithm Hybridized with Firefly Algorithm for Cardinality Constrained Mean-Variance Portfolio Selection Problem, Appl. Math. Inf. Sci. 8, No. 6, 2831-2844
12) Nebojsa Bacanin, Milan Tuba, 2015, Fireworks algorithm applied to constrained portfolio optimization problem, http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7257031/references

13) PAOLA FESTA AND MAURICIO G. C. RESENDE(2009) EFFECTIVE APPLICATION OF GRASP , mauricio.resende.info/doc/sgrasp-eff-appl.pdf
14) Seyed Mohammad Seyedhosseini, Mohammad JavadEsfahani, Mehdi Ghaffari(2016) A novel hybrid algorithm based on a harmony search and artificial bee colony for solving a portfolio optimization problem using a mean-semi variance approach, https://link.springer.com/article/10.1007/s11771-016-3061-9
15) Woodside-Oriakhi, M., Lucas, C., & Beasley, J. E. (2011). Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier. European Journal of Operational Research, 213(3), 538–550.
16) Zhen Wang, YuelinGao, (2011). A balancing artificial bee colony algorithm for constrained optimization problems, ActaTechnica 62 No. 1A/2017, 371–380

یادداشت‌ها

[1] Oriakhi&Locas
[2] Cardinality Constraint
[3] Arenha&Eba
[4] cardinality constrained portfolio optimization
[5] a greedy randomized adaptive search procedure
[6] Shogan& Hart
[7] Covering Problem
[8] Ribeiro , Fernandez,Glover
[9] Path Relinking
[10] Alvim&Riberio , 1988
[11] Areibi&Vannelli , 1977
[12] Feasible Solution
[13] Greedy
[14] Randomize
[15] Adaptive
[16] Zhen wang
[17] Deng, Lin, and Lo, 2012
[18] Chin Lwin , RongQu
[19] Bili Chen , Yangbin Lin , WenhuaZeng , Hang Xu , Defu Zhang
[20] Markowitz mean-variance cardinality constrained portfolio optimization problem
[21] trade- off
[22] NP- hard