

## بهبودی بر شبکه های عصبی چند لایه انتشار برگشتی با به کارگیری نرخ یادگیری متغیر و تئوری اتوماتان و تعیین نرخ یادگیری بهینه

محمد رضا جعفریان

عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد ایلام  
Avishan\_sazeh@yahoo.com

علیرضا عباس زاده

عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد ایلام  
Hiva\_Reza@yahoo.com

### چکیده:

شبکه های عصبی چند لایه پیش خور از دیر باز به طور وسیعی مورد توجه محققان بوده است. این شبکه ها علی رغم موفقیت چشم گیر در برقراری ارتباط بین ورودی و خروجی، دارای چندین نقطه ضعف بوده اند. به عنوان مثال زمان آموزش این شبکه ها نسبتاً طولانی است و گاهی ممکن است این شبکه ها آموزش نبینند. دلیل طولانی بودن زمان آموزش را می توان به انتخاب نامناسب پارامترهای شبکه نسبت داد. روش به دست آوردن پارامترهای وزن و بایاس شبکه، استفاده از گرادیان تابع انرژی شبکه می باشد. همان طور که می دانیم تابع خطای شبکه دارای سطح ناهمواری بوده لذا شبکه در نقاط بهینه محلی متوقف شده و آموزش نمی بیند. برای جبران اشکال های وارد به الگوریتم بازگشتی، جهت بالا بردن سرعت آموزش از نرخ یادگیری متغیر تطبیقی و برای جلوگیری از به دام افتادن شبکه در نقاط بهینه محلی از روش الگوریتم اتوماتان استفاده می نماییم. با استفاده از این روش ها می توان نرخ یادگیری بهینه برای شبکه های مختلف به دست آورد.

### کلمات کلیدی:

شبکه های عصبی چند لایه، الگوریتم انتشار برگشتی، نرخ یادگیری متغیر، تئوری اتوماتان



یک *MLFN* از تعدادی واحدهای پردازنده اطلاعات تشکیل یافته که به هم متصل هستند اما نحوه اتصال آنها به گونه ای است که واحدها در لایه هایی قرار داده می شوند و در ضمن هیچ واحدی اطلاعات را به لایه های پیشین یا به لایه خود نمی فرستد. این ساختار ساده، کاربرد *MLFN* ها برای مهندسین آسان تر ساخته است.

ساختار این شبکه دارای آرایش استاتیکی بوده و نیز می توان از آن برای کنترل سیستمهای دینامیک استفاده کرد. برای این منظور لازم است تمام اطلاعاتی که دینامیک سیستم را شامل می شوند در هر لحظه به کنترل های عصبی با ساختار *MLFN* داده شود [۱]

### ۳- مدل نروني مک كالو - پیتس

مدل مک كالو و پیتس برای توضیح رفتار سلول های عصبی طبیعی (نرون) ارائه شد. این مدل در سال ۱۹۴۳ پیشنهاد شد و در برگیرنده اطلاعات اساسی و مهمی برای ساخت شبکه های عصبی بود. در شکل (۲) یک نرون پیشنهادی دیده می شود.

### ۱- مقدمه:

شبکه های عصبی از عناصر ساده عملیاتی تشکیل شده اند، این عناصر در پردازش اطلاعات در شبکه ذاتاً به صورت موازی عمل می کنند. روش کار این عناصر بر گرفته از سلول های عصبی بیولوژیکی می باشد. بطور طبیعی ارتباط های بین عناصر، وظیفه شبکه را تعیین می کنند.

با تنظیم ارتباط های بین عناصر ( وزن های ارتباطی و ترم های بایاس) می توان شبکه را در اجرای یک وظیفه خاص آموزش داد. بنابراین شبکه آموزش دیده در مقابل یک ورودی خاص، یک خروجی خاص را پاسخ می دهد. شبکه با مقایسه مقدار خروجی تولید شده (بر مبنای ورودی اعمال شده به آن) و مقدار خروجی واقعی، اقدام به تنظیم کردن پارامترهای خود می کند به طوریکه در هر بار تنظیم پاسخ شبکه به مقادیر واقعی نزدیک شود. البته این فرآیند در قالب یک روش یادگیری مناسب انجام می گیرد.

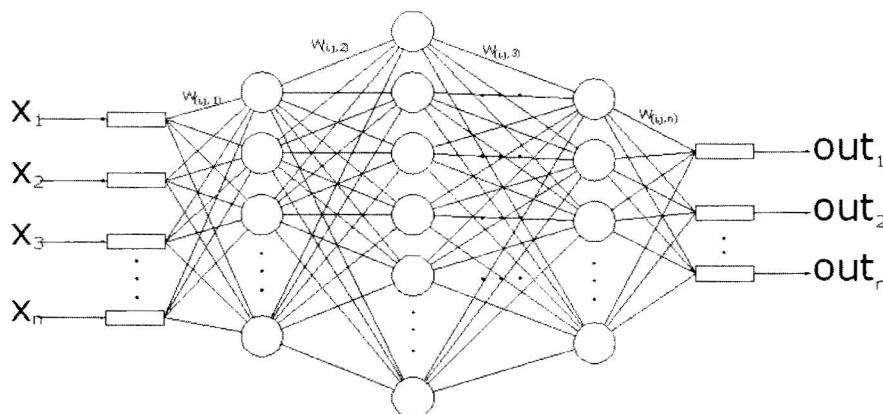
ویلیام جیمز در سال ۱۸۹۰ ایده های بسیار مهمی در باره روانشناسی و سازمان مغز آدمی، همچون فعالیت نرونی، وزن های اتصال و پردازش موازی ارائه داد.

در سال ۱۹۵۸، فرانک روزن بلات نخستین شبکه عصبی را شبیه سازی کرد و آن را پرسپترون نامید. انتشار برگشتی تاریخچه جالبی دارد. رامل هارت، هیبتون و ویلیامز در سال ۱۹۶۷ شرح مختصر و اوضحی از الگوریتم برگشتی را بیان داشتند. بعد از انتشار نتایج آنها معلوم شد که پارکر در سال ۱۹۸۲ کارهای رامل هارت را قبلاً پیش بینی کرده بود. کمی بعد از این معلوم شد که وریاس در سال ۱۹۷۴ این روش را بیان نموده است. در سال ۲۰۰۱ میبدی و بیگی الگوریتم مومتنم تطبیقی را ارائه نمودند.

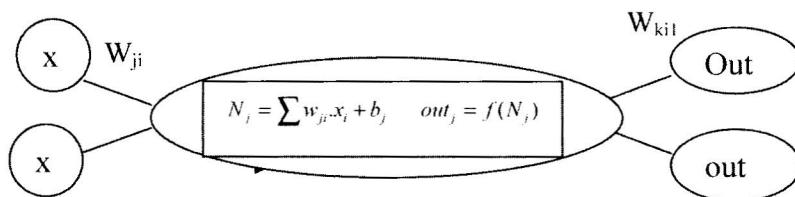
همانند سایر رشته های علوم و مهندسی، از شبکه عصبی در پروژه های مختلف مهندسی برق و عمران نیز بهره گیری شده است. به عنوان مثال: در مهندسی برق: پردازش سیگنالها، شناسایی دینامیک و مدل سازی و شناسایی عیوب در بویلهای و زنراتور پیش بینی میزان برق مصرفی و مورد نیاز کوتاه و متوسط و دراز مدت، برنامه ریزی، بهره برداری و نگهداری نیروگاهها. در مهندسی عمران: مدل سازی بتن، خاک، مواد پلاستیک و کنترل سازه ها در برابر بارهای زلزله و باد، بهینه سازی ساخت سیستم و پارامترهای ساختمان، تشخیص منابع آب، تهییه هیدروگراف واحد برای کنترل سیالابها و بسیاری موارد دیگر.

### ۲- شبکه عصبی چند لایه ای پیش خور:

شبکه های عصبی چند لایه ای پیش خور که به اختصار *MLFN* خوانده می شوند، از معمول ترین انواع شبکه های عصبی می باشند. همان طور که در شکل (۱) نمایش داده شده،

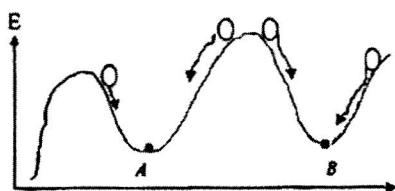


شکل(۱): شبکه عصبی پیش خور MLFN



شکل ۲: مدل نرونی مک کالوویتس

با بررسیتابع انرژی شبکه ها، در می یابیم که این تابع دارای حفره هایی است که می توانند به عنوان مکان ذخیره سازی الگوهای شبکه، مورد استفاده قرار گیرند. این حفره ها در واقع نقاط جذب هستند. در شکل (۲) نقاط جذب  $A, B$  مجذبهای مجازی ریاضی نقاط پایدار مجازی هستند و در شبکه ها نقاطی هستند که شبکه به آن همگرا می شود [۲].

شکل ۳: تابع انرژی شبکه با یک نرون که در آن  $A, B$  نقاط جذبند

توصیف هندسی مساله همگرایی را می توان مطابق شکل (۳) بدین صورت بیان نمود: نقطه ورودی که وضعیت اولیه بردار حالت شبکه را مشخص می کند، به سمت کوچکترین ناحیه ای که شامل یکی از حفره های جذب (نقطه پایدار مجازی) می باشد، نزدیک می شود و هنگامی که داخل محوطه قرار گرفت از هر طرف که حرکت کند نقطه جذب آن را به سمت خود می کشاند و نهایتاً نقطه ورودی جذب حفره می شود و در همانجا قرار خواهد گرفت، چراکه در هر جای دیگر در حول و در حوش آن نقطه دارای سطح شیب مثبت (جهت گیری به سمت بالا) خواهد بود.

هر نرون بوسیله اطلاعات وزن داری که ابتدا به صورت رند تعین می شوند، به نرونها دیگر متصل است و از طریق این اتصالات سیگنالهای را از آنها به عنوان ورودی دریافت می دارد و پس از انجام یکسری محاسبات ریاضی بر روی آنها نتیجه را بصورت خروجی به نرونها بعدی منتقل می سازد. همچنان که در شکل (۲) مشاهده می شود، برای نرون شماره  $j$  از خواهیم داشت:

(۱)

$$N_j = \sum_i^n W_{ji} X_i + b_j$$

(۲)

$$out_j = f(N_j) = \begin{cases} 1 & if \quad N_j \geq 0 \\ 0 & if \quad N_j < 0 \end{cases}$$

که در آن ورودیهای  $X$  در وزن اتصال مربوط به خود  $W_{ji}$  ضرب شده و با هم جمع می شوند و سپس یک مقدار انحراف (بایاس) که مقدار آن نیز تعین می شود، به آن افزوده می شود. نتیجه این عمل که  $N$  نامیده می شود به تابع  $f(N)$  که به نام تابع آستانه تحریک دوگانه خوانده می شود، وارد شده و مقدار  $out_j$  یعنی خروجی نرون شماره  $j$  محاسبه می شود. این خروجی خود ممکن است ورودی به نرونها دیگری باشد.



$$\frac{\partial a_k^{l+1}}{\partial a_j^l} = \frac{\partial f_k^{l+1}(net_k)}{\partial a_j^l}$$

$$\frac{\partial f_k^{l+1}}{\partial net_i^{l+1}} \times \frac{\partial net_i^{l+1}}{\partial a_j^l} \quad a_k^l = f_k^l$$

که در آن

$$net_k^{l+1} = \sum_{i=1}^{S_l} W_{ki}^l \times a_i^l + b_k^{l+1} \quad l=1,2,3,\dots,L$$

همانطور که قبلاً گفته شد تابع  $(x)$  آیک تابع غیر خطی پیوسته و مشتق پذیر است و در روابط مسیر برگشت، مشتق تابع مورد نیاز است. اگر از تابع زیگموید به عنوان تابع تحریک استفاده شود، می‌توان نوشت:

(8)

$$f(x) = c \cdot \frac{1}{1 + \exp(-k \cdot x)}$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = c \cdot k \cdot f(x) \cdot (1 - f(x))$$

$$f(x) = c \cdot \tanh(kx) = c \cdot \frac{1 - \exp(-2kx)}{1 + \exp(-2kx)}$$

در صورتی که از تابع تانژانت هیپربولیک به عنوان تابع تحریک استفاده شود، در این صورت داریم:

(9)

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = c \cdot k \cdot (1 - f(x)) \quad c = 1 \quad \& \quad k = 1$$

با توجه به رابطه (7) می‌توان نوشت:

(10)

$$\frac{\partial net_k^{l+1}}{\partial a_j^l} = W_{ij}^{l+1}$$

در نتیجه رابطه به صورت زیر در می‌آید:

(11)

$$\delta_j^l = \sum_{i=1}^{S_l} \delta_i^{l+1} \cdot f_k^{l+1} \cdot (1 - f_k^{l+1}) \cdot W_{ki}^{l+1} \quad l=1,2,\dots,L$$

حال با مشخص شدن تمام نوزنها، می‌توان حساسیت انرژی شبکه را نسبت به تعییر پارامترهای  $W_{ij}^l$  و  $b_i^l$  به دست آورد.

(12)

$$\begin{cases} \Delta W_{ij}^l = \frac{\partial E}{\partial W_{ij}^l} = \frac{\partial E}{\partial a_j^l} \cdot \frac{\partial a_j^l}{\partial W_{ij}^l} \\ \Delta b_i^l = \frac{\partial E}{\partial b_i^l} = \frac{\partial E}{\partial a_j^l} \cdot \frac{\partial a_j^l}{\partial b_i^l} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \Delta W_{ij}^l = \frac{\partial E}{\partial f_i^l} \cdot \frac{\partial f_i^l}{\partial W_{ij}^l} \cdot \delta_i^l \cdot \frac{\partial f_i^l}{\partial net_i^l} \cdot \frac{\partial net_i^l}{\partial W_{ij}^l} \\ \Delta b_i^l = \frac{\partial E}{\partial f_i^l} \cdot \frac{\partial f_i^l}{\partial b_i^l} \cdot \delta_i^l \cdot \frac{\partial f_i^l}{\partial net_i^l} \cdot \frac{\partial net_i^l}{\partial b_i^l} \end{cases}$$

در این قسمت روش آموزش پس انتشار خطای استاندارد ارائه می‌شود. برای این منظور ساختار شبکه  $n$  لایه در شکل(1) را در نظر می‌گیریم؛ این ساختار دارای  $1-n$  لایه پنهان 7 با  $S_1$  نرون در لایه پنهان اول و  $S_n$  نرون در لایه مخفی دوم و  $S_{n-1}$  نرون در لایه یکی به آخر و  $R$  ورودی و  $S_n$  خروجی می‌باشد. از نگارش زیر برای توضیح عملکرد شبکه استفاده شده است:

L: تعداد لایه های شبکه است ( بدون در نظر گرفتن لایه ورودی )

$S_i$ : تعداد نرون های لایه  $i$  ام

$net_i^l$ : کل اطلاعات وارد شده به  $i$  امین نرون، از لایه  $1$  ام

$a_i^l$ : خروجی  $j$  امین نرون از لایه  $1$  ام

$W_{ij}^l$ : وزن ارتباطی از  $j$  امین نرون لایه  $1$  ام به  $i$  امین نرون

لایه

$b_i^l$ : مقدار بایاس  $j$  امین نرون از لایه  $1$  ام

$f^l(*)$ : تابع تحریک  $k$  امین نرون های لایه  $L$  که در آن  $L=1,2,\dots,L$  می‌باشد.

با توجه به شرح بالا برای پارامترها، کل اطلاعات وارد شده به نرون  $j$  از لایه  $1$  برابر است با:

$$net_j^l = \sum_{i=1}^{S_l} W_{ij}^l \times a_i^{l-1} + b_j^l \quad (3)$$

خروجی نرون ورودی همان بدرار ورودی می‌باشد و خروجی نرون  $j$  از از لایه  $1$  ام برابر است با:

$$a_j^0 = P_j \quad a_j^l = f^l(net_j^l) \quad (4)$$

تابع معیار یا انرژی شبکه در الگوریتم پس انتشار خطای استاندارد توسط رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$E = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{S_i} (t_j^i - a_j^i)^2 \quad (5)$$

که در آن  $t_j^i$  پاسخ مورد نظر (واقعی) شبکه می‌باشد.

(6)

$$\delta_i^l = \frac{\partial E}{\partial d_i^l} = \frac{\partial E}{\partial a_j^l} \times \frac{\partial a_j^l}{\partial d_i^l} = r \times (t_j^i - a_j^i), \quad j=1,2,\dots,S_L$$

$$\bar{\delta}^L = \bar{T} - \bar{A}$$

برای لایه مخفی داریم:

$$\delta_j^l = \frac{\partial E}{\partial a_j^l} = \sum_{k=1}^{S_{l+1}} \frac{\partial E}{\partial a_k^{l+1}} \times \frac{\partial a_k^{l+1}}{\partial a_j^l} \quad (7)$$

$$\delta_j^l = \sum_{k=1}^{S_{l+1}} \delta_k^{l+1} \cdot \frac{\partial a_k^{l+1}}{\partial a_j^l}, \quad \delta_j^{l+1} = \frac{\partial E}{\partial a_k^{l+1}}$$

#### ۴- قانون عام دلتا:

پس از یافتن مشتق خطا نسبت به وزنهای شبکه عصبی، از روش تندترین کاهش شبیه<sup>۱</sup> جهت تغییر وزنهای برای کاهش خطای تخمین شبکه عصبی به فرم زیر استفاده می شود:

$$\Delta W_{ij} = -\alpha \frac{\partial E}{\partial W_{ij}} \quad (21)$$

$$W_{ij}^{new} = W_{ij}^{old} + \Delta W_{ij} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (22)$$

و  $\alpha$  عدد ثابتی است که نرخ یادگیری<sup>۲</sup> نامیده می شود. این تغییر در  $W_{ij}$  توسط رامل هارت و همکارانش ارائه شده است [۳] با توجه به کندی همگرایی روش، اگر نرخ یادگیری کوچک باشد همگرایی خیلی کند ولی اگر نرخ یادگیری بزرگ انتخاب شود شبکه حالت نوسانی خواهد داشت. جهت بهبود این روش یک مقدار اینرسی یا اندازه حرکت<sup>۳</sup> به شبکه افزوده می شود تا شبکه در جهت مناسب حرکت کند، در این صورت نمودها به قرار زیر تصحیح می شوند.

(۲۴)

$$\begin{aligned} \Delta W_{ij}^l(K) &= \beta \cdot \Delta W_{ij}^l(K-1) + \alpha \cdot \delta_i^{l+1}(k) \cdot a_i^l \\ \Delta b_i^l(K) &= \beta \cdot \Delta b_i^l(K-1) + \alpha \cdot \delta_i^{l+1}(k) \end{aligned}$$

که در آن  $\beta$  مونتمت نامیده می شود و رابطه بین مونتمت و نرخ یادگیری به قرار زیر است:

(۲۵)

$$\beta = \alpha(1-\alpha)$$

#### ۵- نرخ یادگیری متغیر (VLR) :

در الگوریتم استاندارد، نرخ یادگیری در طول آموزش ثابت نگه داشته می شود. عملکرد الگوریتم به انتخاب مناسب نرخ یادگیری خیلی حساس می باشد. اگر نرخ یادگیری خیلی بزرگ باشد سرعت یادگیری را بالا برده و لی در اثر موارد سبب نوسانی شدن (ناپایدار) شدن شبکه می گردد. اگر نرخ یادگیری کوچک انتخاب شود زمان زیادی طول می کشد تا الگوریتم همگرا شود. انتخاب نرخ یادگیری بهینه قبل از یادگیری عملی نبوده و در حقیقت نرخ یادگیری بهینه به هنگام پرسه آموزش همچنان که الگوریتم بر روی سطح خطا حرکت می کند دائم تغییر می کند [۲].

اگر به طریقی بتوان نرخ یادگیری را در هنگام پرسه آموزش متغیر در نظر گرفت عملکرد الگوریتم B.P. استاندارد را می توان بهبود

(۱۴)

$$f_i'(net_i^l) = a_i^l \quad \& \quad \frac{\partial E}{\partial f_i^l} = \delta_i^l \quad (15)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial a_i^l}{\partial W_{ij}^l} = f_i'(1-f_i^l) \cdot a_i^{l-1} = a_i^l(1-a_i^l) \cdot a_i^{l-1} \\ \frac{\partial a_i^l}{\partial b_i^l} = f_i'(1-f_i^l) = a_i^l(1-a_i^l) \end{cases}$$

بنابراین برای لایه آخر در حالت تابع زیگموید داریم:

(۱۶)

$$\begin{cases} \Delta W_{ij}^l = \delta_i^l \cdot a_i^l(1-a_i^l) \cdot a_i^{l-1} \\ \Delta b_i^l = \delta_i^l \cdot a_i^l(1-a_i^l) \\ i = 1, 2, \dots, S_l \\ j = 1, 2, \dots, S_{l-1} \end{cases}$$

حال با تغییر زیر:

(۱۷)

$$e = (t_j^l - d_j^l) \quad \& \quad \delta'^l = -ef'^l(net^l)$$

خواهیم داشت:

(۱۸)

$$\begin{cases} \Delta W_{ij}^l = \delta_i^{l+1} \cdot a_i^l \\ \Delta b_i^l = \delta_i^{l+1} \end{cases}$$

حال برای لایه های بعدی با استفاده از قانون مشتق زنجیری خواهیم داشت:

(۱۹)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial W_{ij}^{l-1}} &= -2(t_j^l - d_j^l)(-1) \cdot \frac{\partial a_i^l}{\partial W_{ij}^{l-1}} \\ &= -e \cdot f_i^{l-1}(net_i^{l-1}) \cdot \frac{\partial(a_i^l \times W_{ij}^l + b_i^l)}{\partial W_{ij}^{l-1}} \\ &= -e \cdot f_i^{l-1}(a_i^l \times W_{ij}^l + b_i^l) \cdot W_{ij}^l \cdot \frac{\partial a_i^l}{\partial W_{ij}^{l-1}} \\ &= -e \cdot f_i^{l-1}(a_i^l \times W_{ij}^l + b_i^l) \cdot W_{ij}^l \cdot f_i^{l-1}(a_i^{l-1} \times W_{ij}^{l-1} + b_i^{l-1}) \cdot a_i^l \end{aligned}$$

اگر تغییر متغیر را اعمال کنیم داریم:

(۲۰)

$$\begin{cases} \delta_i^{l-1} = \delta_i^l W_{ij}^l \cdot f_i^l(net_i^l) \\ \Delta W_{ij}^{l-1} = \delta_i^{l-1} \cdot a_i^l \quad i = 1, 2, \dots, L-1 \\ \Delta b_i^{l-1} = \delta_i^{l-1} \end{cases}$$

حال می توان پارامترهای شبکه را به طریق زیر تصحیح نمود:

(۲۰)

$$\begin{cases} W_{ij}^{new} = W_{ij}^{old} - \alpha \cdot \Delta W_{ij} \\ b_i^{new} = b_i^{old} - \alpha \cdot \Delta b_i \end{cases}$$

$$p = \{c_1, c_r, \dots, c_n\}$$

$$c_i = prob(\beta(k) = 1 | \alpha_i)$$

واین یعنی اینکه متناظر با  $\alpha_i$  است و محیط دارای پاسخ تصادفی است. مقادیر  $c_i$  ناعلوم هستند و عموماً در طول زمان یادگیری تعیین می شوند و به همین طریق می توان احتمال پاداش را تعریف کرد که یک اقدام پاسخی مطلوب از محیط را به همراه دارد و  $r = \beta$  را نمایندگی می کند. در این صورت توابع جریمه ثابت هستند و محیط را پایستار گویند. در غیر اینصورت ( $r = \beta$ ) محیط را غیر پایستار گویند. اتونماتنهای تصادفی را می توان به ساختار ثابت<sup>۱۹</sup> و ساختار متغیر<sup>۲۰</sup> تقسیم بندی کرد. در اتونماتان با ساختار ثابت (FSLA) توابع احتمال با زمان تغییر نمی یابند. لیکن در اتونماتان با ساختار متغیر (VSLA) توابع توزیع احتمالات در هر مرحله تنظیم می گردند. (بازمان تغییر می یابند). (۲۷)

$$P(k) = \{P_1(k), \dots, P_n(k)\}$$

$$P_i(k) = prob([\alpha_i(k) = \alpha_i])$$

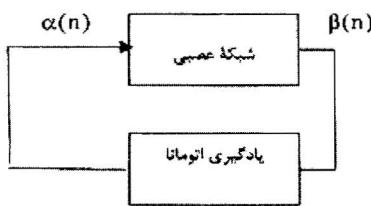
$$\sum_{i=1}^n P_i(k) = 1$$

قابل توجه که احتمال انتخاب اقدامها در ابتدا مساوی است.

## ۷- نقش اتونماتنهای یادگیر با ساختار متغیر در آموزش شبکه عصبی

در این قسمت روشهای مبتنی بر اتونماتنهای یادگیر برای تطبیق پارامترهای شبکه عصبی شرح داده می شود. در این روشها شبکه عصبی بعنوان محیط عمل می کند. نحوه عمل و اتصال شبکه عصبی و اتونماتان در شکل (۵) نشان داده شده است.

این الگوریتم را با اختصار به عنوان  $VSLA-\alpha(r)-\beta(n)$  نشان می دهند. عبارت  $VSLA$  نشان می دهد که از اتونماتان با ساختار متغیر استفاده شده است.



شکل ۵: نحوه اتصال اتونماتان یادگیر با شبکه عصبی

نرخ یادگیری و  $r$  تعداد اقدامها می باشد. ابتدا وزنهای شبکه عصبی و پارامترهای اتونماتان یادگیر عدد دهی اولیه می شوند. احتمال

بخشید. نرخ یادگیری تطبیقی سعی می کند که نرخ یادگیری را تأثیرگذار نشده است، افزایش دهد.

نرخ یادگیری تطبیقی نیاز به تغییراتی در الگوریتم  $B.P.$  استاندارد دارد. ابتدا خروجی و خطای شبکه محاسبه می شود. سپس خروجیها و خطای شبکه جدید محاسبه می شود. اگر خطای جدید از خطای قبلی ازیک نسبت از قبل تعیین شده<sup>۱۴</sup> بیشترشده، ازوزنها و بایاس های جدید صرفه زنی شود. علاوه بر این، نرخ یادگیری کاهش داده می شود. (معمولاً با ضرب کردن در ضریب  $lr-dec$ ).<sup>۱۵</sup> در غیر این صورت وزنهای جدید ثابت نگه داشته می شوند. اگر خطای جدید از خطای قبلی کمتر باشد، نرخ یادگیری افزایش داده می شود. (با ضرب در  $lr-inc$ ).<sup>۱۶</sup>

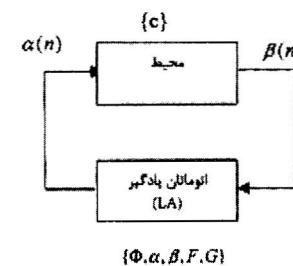
با این روش می توان نرخ یادگیری بهینه را به دست آورد. البته با این روش و با استفاده از تئوری اتونماتان که بعداً توضیح داده خواهد شد می توان نرخ یادگیری و ضرایب ذکر شده فوق الذکر را بهینه کرد.

## ۶- تئوری اتونماتان<sup>۱۷</sup> در شبکه عصبی:

هر سیستم فیزیکی یا بیولوژیکی یا هر دستگاهی که بتواند یک الگوریتم کنترلی تطبیقی را محقق کند، یک سیستم اتونماتان می باشد. این بدین معناست که سیستم بتواند ورودی های کنترلی را در هر لحظه زمانی با استفاده از اطلاعات موجود و استراتژی تطبیق خاص تولید نماید. اتونماتان یادگیر در محیطی تصادفی کار می کند و در چنین محیطی تعریف می شود. این محیط با سه تایی  $\alpha, p, \beta$  مدل می شود که با اتونماتان یادگیر تبادل اطلاعات می نماید [۴].

$$E \equiv \{\alpha, p, \beta\}$$

که در آن  $\alpha, p, \beta$  به ترتیب مجموعه ورودی ها، مجموعه خروجی ها، مجموعه احتمالات جریمه و احتمال حریمه برای ورودی خواهد بود.



شکل ۶: اتصال فیدبک اتونماتان با محیط

(۲۶)

$$\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$$

$$\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$$

14-Maximum Performance Increase

15-Learning Rate Decrease

16- Learning Rate Increase

17-Automata

حال برای یک اقدام از یک مولد اعداد تصادفی<sup>۳۳</sup> با توزیع یکنواخت که خروجی آن بین ۰ و ۱ است، استفاده می کنیم. نحوه انتخاب مطابق شکل و به صورت زیراست.

$\alpha_r$  انتخاب شده

$$\cdot \leq RN < P_r$$

$\alpha_r$  انتخاب شده

$$P_r \leq RN < P_r + P_r$$

$\alpha_r$  انتخاب شده

$$P_r + P_r \leq RN < P_r + P_r + P_r$$

$\alpha_n$  انتخاب شده

$$P_r + P_r + \dots + P_{n-1} \leq RN < P_r + P_r + \dots + P_n$$

نکته: احتمال انتخاب شدن اقدامهای با احتمال بیشتر، بیشتر است.

#### ۹- تنظیم اقدام های شبکه

در شبکه های با ساختار اتوماتان متغیر، بعد از دریافت پاسخ از محیط باید با توجه پاسخ (خوب یا بد) شبکه احتمال انتخاب اقدامهای بعدی تنظیم شوند. اگر پاسخ محیط به اتوماتان خوب باشد به اقدام مورد نظر جایزه داده و گرنه اقدام مربوطه جرمیه می شود. این جرمیه و تشویق اتوماتان با کاهش و افزایش احتمال اقدام مورد بررسی صورت می گیرد. نحوه انجام این کار برای پاسخ مطلوب به طریقه زیر است:

(۲۹)

$$p'_j(k) = p_j(k)$$

$$p_j(k) = p_j(k) * reward$$

$$RR = \frac{1 - p'_j(k)}{1 - p_j(k)}$$

$$p_j(i) = p_j(i) * RR \quad i \neq k$$

که در آن  $k$  اقدام مورد بررسی است. در صورت پاسخ نامناسب شبکه عصی ب اتوماتان احتمال انتخاب اقدامها به قرار زیر تنظیم می شوند:

(۳۰)

$$p'_j(k) = p_j(k)$$

$$p_j(k) = p_j(k) * reward$$

$$RR = \frac{1 - p'_j(k)}{1 - p_j(k)}$$

$$p_j(i) = p_j(i) * RR \quad i \neq k$$

به این ترتیب احتمال های اقدام های مربوطه تنظیم می شوند و بهترین اقدام و نرخ یادگیری بهینه به دست می آید.

اقدامهای مختلف را در لحظه شروع مساوی می گیریم. به طور تصادفی و به طریقی که بعداً توضیح داده می شود، یک اقدام از مجموعه اقدامها انتخاب می شود. لازم به ذکر است بین مجموعه اقدامها و مجموعه نرخ های یادگیری تناظر یک به یک وجود دارد. شبکه عصبی به ازای اقدام انتخاب شده به اندازه  $m$  بار الگوریتم انتشاربرگشته را اجرا می کند. حداقل مقدار خطای  $m$  تکرار حساب شده با حداقل تعداد خطای  $m$  بار قبلی مقایسه می شود. اگر نسبت حداقل خطای  $m$  تکرار فعلی به حداقل خطای  $m$  تکرار قبلی از یک ضریبی به نام نسبت خطای ماکریم<sup>۳۴</sup> بیشتر شد، شبکه عصبی یک پاسخ نامطلوب ( $\beta_{(n)} = 1$ ) برای اتوماتان می فرستد. در غیر اینصورت پاسخ شبکه عصبی به اتوماتان یک پاسخ مطلوب ( $\beta_{(n)} = 0$ ) خواهد بود. مقدار این ضریب ها در ساختار شبکه متغیر است و حدوداً مقدار ۰/۰۵ انتخاب می شوند. در صورتی که پاسخ شبکه عصبی به اتوماتان نامطلوب باشد، وزنها تغییر داده می شود. ولی اگر پاسخ مطلوب باشد، وزنها تغییر داده می شود. اتوماتان پس از دریافت پاسخ از محیط براساس الگوریتم یادگیری احتمالهای جدید اقدامها را حساب می کند. در تکرار بعدی براساس احتمالهای جدید اقدام دیگری انتخاب کرده و به شبکه عصبی اعمال می شود. همین روند به دفعات مشخص و یا تا زمانی که خطای از یک مقدار استاندار کمتر شود ادامه می یابد [۵].

#### ۸- نحوه انتخاب یک اقدام:

در ابتدا هر تکرار بایستی از مجموعه اقدامها با توجه به توزیع احتمال آنها یک اقدام انتخاب می شود. درینجا نحوه انجام این عمل توضیح داده می شود. برای سادگی فرض می شود اتوماتون دارای  $n$  اقدام بوده و احتمال آنها به ترتیب  $p_1, p_r, p_r, \dots, p_n$  می باشد. ابتدا از روی تابع توزیع احتمال (PDF)، تابع ایاشتگی<sup>۳۵</sup> ( $CDF$ ) را حساب می کنیم [۶]:

(۲۸)

$$CDF_i = \sum_{n=1}^i PDF(n) = \sum_{n=1}^i P_n$$

$$CDF_i = \begin{cases} 0 & \leq i < 1 \\ P_1 & 1 \leq i < 2 \\ P_1 + P_r & 2 \leq i < 3 \\ P_1 + P_r + P_r & 3 \leq i < 4 \\ . & . \\ P_1 + P_r + P_r + \dots + P_n & i \geq n \end{cases}$$

### ۱۰- پارامترهای شبکه عصبی B.P.

انتخاب پارامترهای شبکه عصبی در آموزش شبکه بسیار مهم است. مرحله آموزش شبکه پر زحمت ترین مرحله نگاشت شبکه می باشد. چه بسا انتخاب نامناسب پارامترها سبب همگرا نشدن شبکه می شود. از مهم ترین پارامترهای تاثیرگذار می توان به تعداد لایه و تعداد نرون های شبکه اشاره کرد. با توجه به تجربیاتی که حل مسائل به دست آمده می توان اظهار داشت که رابطه تعداد الگوها و نرونها شبکه رابطه زیر برقرار است:

$$S_1 \times S_r + S_r S_r + \dots S_{L-1} \times S_L + S_L + \dots + S_L \leq Q$$

or

$$\sum_{i=1}^{L-1} (S_i \times S_{i+1} + S_i) \leq Q$$

که در آن  $Q$  تعداد نمونه ها،  $S_i$  ها تعداد نرونها لایه  $i$  ام می باشند. این فرمول از قانون تعداد مجهولات کمتر از معادلات پیروی می کند. همچنین در مورد نرخ یادگیری تطبیقی می توان گفت هر چه شبکه گسترده تر باشد، نرخ یادگیری تطبیقی مقداری کمتری تطبیق داده می شود. دوره اتمانات را برای شبکه های پیچده باستی مقدادر بزرگتر نسبت به شبکه های با ساختار ساده تعریف کرد. مقدار مومتنم برای مسائل مختلف عموماً عدد  $0.9$  جواب خوبی می دهد.

### ۱۱- مثال های عددی:

حال به بررسی مثال های حل شده توسط برنامه می پردازیم:  
XOR - مساله ۱-۱۱

مرسوم است که قدرت شبکه های عصبی را توسط مثال معرفی XOR با یکدیگر مقایسه می کنند. بنابراین قدرت نرم افزار نوشته شده با شبکه های دیگر مقایسه می کنیم.

در واقع هدف تخمین تابعی است که بصورت مقدادر زیر تعریف می شود. هر سطر از مجموعه فوق در واقع یک بردار آموزشی مساله است. در این مثال بردارهای آموزشی بصورت گروهی انتخاب شده اند.

جدول (۶-۶): نمایش ورودی- خروجی مثال ۴

ورودی اول ( $x_1$ )	ورودی دوم ( $x_2$ )	خروجی ( $y$ )
۱	.	.
.	۱	.
.	.	۱
۱	۱	۱

عبارات  $E_p, E_r, F_n, R_e, \alpha, \beta, M$  به ترتیب بیانگر تعداد تکرار مورد نظر برای شبکه، خطای مطلوب شبکه، ضریب جرمیه

شبکه، ضریب جایزه، تعداد تکرارها برای اتمانات، ضریب مومتنم و نرخ یادگیری اولیه می باشد.

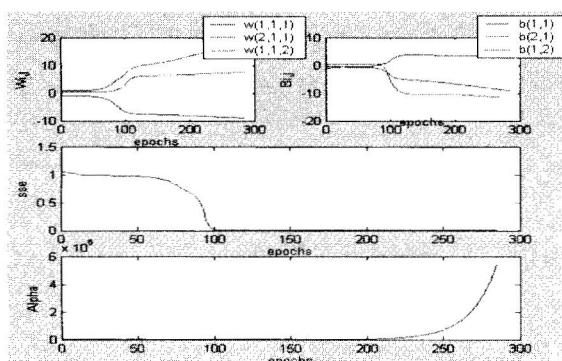
جدول (۶-۷): مقادیر اولیه پارامترهای شبکه

$E_p$	$E_r$	$F_n$	$R_e$	$M$	$\beta$	$\alpha$
۱۰۰۰	$1e^{-8}$	۰/۹	۱/۰۴	۴۰	۰/۷۹	۰/۳۵

بررسی شبکه های  $S_{2-3-1}S_{2-2-1}S_{2-4-1}S_{2-4-1}$  و مورد مطالعه قرار دادن دوره آموزش آن متوجه می شویم که شبکه  $S_{2-4-1}$  بهترین حالت همگرایی داشته است. این شبکه دارای توابع تحریک سیگموید در لایه های اول و تابع تحریک خطی در لایه خروجی می باشد.

در ادامه بررسی شبکه به بررسی نمودار شکل (۶) می پردازیم. این شکل نتایج خروجی از شبکه و تغییرات وزنهای و بایاس های شبکه را نشان می دهد. انتخاب وزنهای و بایاس های انتخابی بوده و برای شفافیت شکل از چند درآیه انتخابی وزنهای و بایاس های استفاده شده است.

مالحظه می شود که در این شکل مقادیر وزن و بایاس بعد از تعداد تکرارهای لازم به همگرایی خود دست یافته اند. چون این مثال نسبتاً برای شبکه ساده بود و همچنین دوره اتمانات این شبکه ۴۰ فرض شده بود در مقایسه با دوره آموزش عدد بزرگی است بدین دلیل نرخ یادگیری همواره در حال افزایش بوده و هرگز جرمیه نشده است پس دیاگرام نرخ یادگیری همواره افزاینده است و شبکه نرخ یادگیری بهینه را پیدا نکرده است.



شکل ۶: دیاگرام تغییرات وزن، بایاس، خطای نرخ آموزش

در ادامه بررسی این مثال، نتایج برنامه نوشته شده در این تحقیق با برنامه های دیگر که در مرجع [۴۰] نوشته شده، در جدول زیر آمده است.

با مقایسه نتایج فهمیده می شود که برنامه الگوریتم تطبیقی با اتمانات دارای قدرت بیشتری می باشد.

## ۱۱- تشخیص نقاط داخل و خارج دایره ای به شعاع واحد توسط شبکه عصبی

حال برای این مساله ۴۱ نمونه آموزشی که بردار ورودی آن دارای دو مولفه  $x, y$  و بردار خروجی آن بردار واحد است ایجاد شده است. بقیه اطلاعات شبکه مطابق با جدول نشان داده شده می باشد.

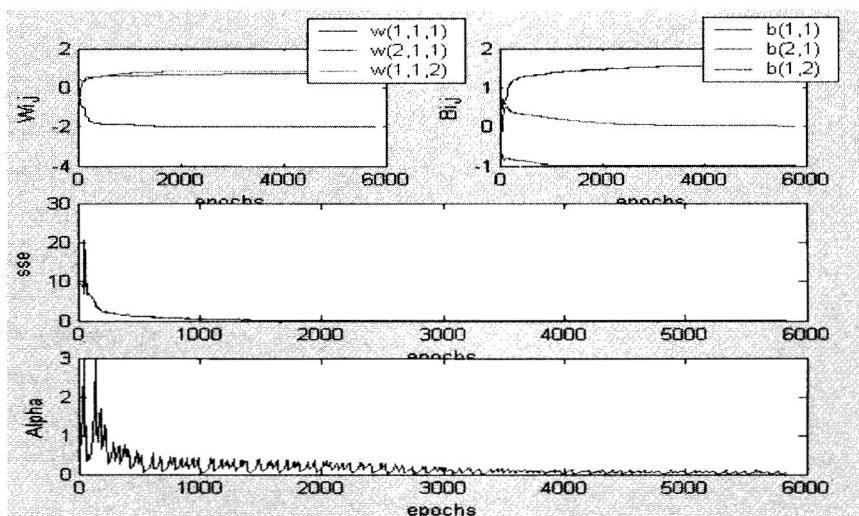
در این مثال هدف بررسی توانایی نرم افزار نوشته شده برای برآورز داده هایی با خاصیت کاملاً غیرخطی است. برای این منظور نقاط داخل دایره به شعاع واحد را با کد ۱ و نقاط خارج با کد ۰، کد گذاری شده است. نحوه ایجاد نمونه ها از طریق فرمول زیر بود.

(۳۱)

$$\text{if } \begin{cases} X_r + Y_r \leq 1 & \text{out} = 1 \\ X_r + Y_r > 1 & \text{out} = 0 \end{cases}$$

جدول(۹-۶): مقایسه نتایج خروجی الگوریتم های مختلف مشابه

خروجی الگوریتم تطبیقی با اتوماتان	WNN [6]	خروجی معمولی [6]	خروجی مطلوب	ورودی دوم ( $x_r$ )	ورودی اول ( $x_i$ )
۰/۰۰۰۱۴	-۰/۰۴۱	۰/۰۲	۰	۱	۰
۰/۹۹۹۸	۰/۹۶۹	۰/۹۱۱	۱	۰	۰
۰/۹۹۸۷	۰/۹۴۵	۰/۹۹	۱	۱	۱
۰/۰۰۰۲۱۹	-۰/۰۰۶	۰/۰۱۰	۰	۰	۱
تعداد دوره آموزش ۳۶۵	تعداد دوره آموزش ۳۳۴۶۸	تعداد دوره آموزش ۷۰۳۷۵			



شکل ۷: دیاگرام تغییرات وزن، بایاس، خطابونرخ آموزش شبکه ۶ لایه

جدول(۸-۶): مقادیر اولیه پارامترهای شبکه برای مثال ۴

$E_p$	$E_r$	$F_n$	$R_e$	$M$	$\beta$	$\alpha$
۱۰۰۰	۰/۰۱	۰/۹	۱/۰۴	۴۰	۰/۹	۰/۴۵

## مراجع:

- [۱] کریمی، هجیر، "مطالعه رابطه مشخصه های کف فلوتاسیون مس با عملکرد فلوتاسیون به کمک شبکه عصبی"- پایان نامه دکتری مهندسی شیمی- دانشگاه سیستان و بلوچستان- ۱۳۸۲-
- [۲] منهاج، محمد باقر. "مبانی شبکه های عصبی مصنوعی". مرکزنشردانشگاه صنعتی امیر کبیر، ۱۳۸۱،
- [3].Rumelhart,D.E,MC Clelland,J.L."Parallel Distributed Processing, Vol.1; Foundation. MIT Press. Combridge,MA
- [4].Mashhoofi,M.B.Menhaj,S.A.Motamed and M.R. Meibodi,"Adaptie VLRBP for MLP Networks Using LA" Submitted to Amir Kabir journal, Tehran-Iran(2000)
- [5].Beigy, and M.R. Meibodi, M.B.Menhaj,"Adaptive of Learning Rate in Back Propgation Algorithm Using Fixed Structure Learning Automata" pro. Of ICEE-98 [۶] قربانی، امین "بهینه سازی قابهای صفحه ای و فضایی با محدودیت فرکانس با استفاده از شبکه عصبی موجکها"-پایان نامه کارشناسی ارشد- دانشگاه سیستان و بلوچستان- ۱۳۸۲-
- [7] Beigy, and M.R. Meibodi, "A note on learning automata-based schemes for adapting of BP parameters"Neurocomputing

برای حل این مساله تعداد لایه ها را بعنوان متغیر در نظر گرفته شده و نتایج بدست آمده با هم مقایسه شده تا تأثیر تعداد لایه ها در شبکه عصبی برای این مثال بررسی شود. با بررسی شبکه های ۴,۵,۶ لایه در می یابیم که شبکه شش لایه بهترین برآنش بین ورودی و خروجی انجام می دهد. در این شبکه از ۶ لایه پنهان و یک لایه ورودی استفاده شده است. در لایه های ورودی تا خروجی شبکه از ۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸ نرون استفاده شده و با S<sub>2-۸-۴-۲-۱</sub> نمایش می دهیم.

این شبکه، در کلیه لایه ها، به جز لایه خروجی از توابع سیگموید و لایه خروجی ازتابع تحریک خطی به کار رفته شده است. این شبکه نسبت به شبکه های ذکر شده دارای دوره آموزش کمتر می باشد. همچنین با بیشتر این شبکه ها می توان گفت که نرخ یادگیری شبکه های با تعداد نرون و لایه های کمتر نسبت به دیگر شبکه ها دارای نوسانات بیشتر و مقادیر بیشتری به آن تطبیق داده می شد. در حالیکه برای شبکه های با لایه بیشتر، عکس این مطلب صادق است.

در ادامه بررسی شبکه ها برای مثال حاضر، شبکه بهینه را برای آموزش مجدد به کار گرفته شده و در عوض خطای مطلوب شبکه را کمتر انتخاب شد. هدف از این بررسی تعییرات وزنها و بایاس هاست. همانطور که در شکل (۷) دیده می شود نمودار وزن، بایاس، خطای و نرخ یادگیری در مقابل دوره آموزش رسم شده است.

با توجه به شکل (۷) ملاحظه می شود که وزنها و بایاس ها مقدار مطلوب خود را بعد از ۴۰۰۰ تکرار پیدا کرده و بعد از آن دیگر تعییرات محسوسی در آنها دیده نمی شود. همچنین با دقت بیشتر به خطای شبکه، ملاحظه می شود که عمل آموزش به خوبی انجام شده است و قسمت آخر شکل بیانگر تعییرات و تطبیق یادگیری در طول و دوره آموزش می باشد. ملاحظه می شود که در طول دوره آموزش هم نرخ یادگیری و هم اقدام مربوط به اتوماتان شبکه بهینه شده اند. اقدام بهینه مربوطه (۹۸/۰، ۱۰۲/۰، ۱۰۴/۰) می باشد.

بعد از آموزش شبکه مرحله بعدی امتحان شبکه می باشد. یعنی بینیم که شبکه برای هر ورودی، خروجی مطلوب را به ما می دهد یا نه. نتایج آزمون شبکه در جدول (۹-۶) آورده شده است. با بررسی جدول ملاحظه می گردد که شبکه به خوبی تربیت شده است.

جدول(۹-۶): مقایسه نتایج خروجی الگوریتم های با جواب حقیقی

وrodی (x)	ورودی دوم (y)	خروجی مطلوب	خروجی شبکه لایه ۵
۱	۰/۰۵	۰	۰/۰۲۵
۱	۱	۰	۰/۰۰۷۸
۰/۶۷۷	۰/۶۷۷	۱	۰/۹۰۸۶
۰/۵۲	۰/۵۲	۱	۰/۹۹۹۶

# **Improving multilayer back propagation neural networks by using variable learning rate and automata theory and determining optimum learning rate**

**Alireza abbaszadeh**

A faculty member of Islamic Azad university Ilam branch  
hiva\_reza@yahoo.com

**Mohammad Reza jaefarian**

A faculty member of Islamic Azad university Ilam branch  
Avishan\_sazeh@yahoo.com

## **Abstract:**

Multilayer Bach propagation neural networks have been considered by researchers. Despite their outstanding success in managing contact between input and output , they have had several drawbacks. For example the time needed for the training of these neural networks is long, and some times not to be teachable. The reason for this long time of teaching is due to the selection unsuitable network parameters. The method for obtaining the network parameters of bias and weight is using is using gradient network energy function. As we know, network error function is of a not flat level ,so the network is stopped at some optimum local points and we have no instruction at this points . To compensate for returned algorithm drawbacks, we use adaptive variable learning rate to enhance learning rate and in order to avoiding our network trapping in local points we used automata algorithm . By using this method it is possible to obtain improved learning rate for different net works .

## **Key words:**

Multilayer neural network, back propagation algorithm, Variable learning rate , Automata theory