Journal of Advances in Finance and Investment
Volume 4, Issue 2 , 2023
pp. 31-56.
Paper type: Research paper

Optimal hedging of quantitative risk based on Markov regime change in coin futures contract

Sayyed Mohammad Reza Davoodi[1], Marzieh Karami Chamgordani[2], Sayyed AmirReza Hashemi[3]

Received: 01/01/2023 Accepted: 04/04/2023

Extended Abstract

Introduction

The stock market is one of the ways of financing for companies and one of the methods of earning money for investors. The risk caused by price fluctuations and how to deal with it is one of the concerns of activists and economic and financial theorists. In addition to disrupting the possibility of accurate business planning, unpredictable price fluctuations also include adverse welfare effects. The risk hedging strategy includes a secondary investment whose price moves mainly in the opposite direction of the primary investment (HongXing *et al.*, 2023). This inverse price movement of two assets makes the investor expect less risk, while the expected profit is also reduced to achieve this goal (Naeimzadeh *et al.*, 2023). The risk coverage ratio is a concept related to the hedged portfolio that defines the ratio between two assets.

So far, there have been many quantifications of the concept of risk, among which criteria such as standard deviation or half standard deviation can be mentioned. The last two measures will be successful when the return distribution closely follows a normal distribution. Meanwhile, the results of many researches have shown that there is a significant difference between the return distribution of financial assets from the normal distribution in kurtosis and skewness. Therefore, the need to use other metrics and other possible distributions in modeling is justified. Value at risk and value at conditional risk are among them (Samavi *et al.*, 2022). In these estimates, probability distributions have a special place. Therefore, in the current research, the role of probability distributions in calculating these two risk measures and the optimal risk coverage ratio for the

1. Department of Management, Dehaghan Branch, Islamic Azad University, Dehaghan, Iran. (Corresponding Author). smrdavoodi@ut.ac.ir
2. Department of Finance, Yazd University, Yazd, Iran.
3. Department of Management, Dehaghan Branch, Islamic Azad University, Dehaghan, Iran.

How to cite this paper: Davoodi, S. M. R., Marzieh Karami Chamgordani, M., Hashemi, S. A. (2023). Optimal hedging of quantitative risk based on Markov regime change in coin futures contract. *Advances in Finance and Investment, 4*(2), 31-56. [In Persian]

https://doi.org/10.30495/afi.2023.1966058.1152

cash gold coin and future coin portfolio is investigated based on the quantile regression model based on the Markov regime change.

Literature Review

The risk hedging is a type of investment that reduces the risk of profit and loss of the investment portfolio. In professional terms, the risk hedging strategy includes a secondary investment whose price moves mainly in the opposite direction of the primary investment (Wang *et al.*, 2019). Investors can still reduce their investment risk by entering two markets, where price fluctuations in the target markets often move in opposite directions.

The optimal ratio of risk coverage is the number of accrual positions in the futures market that is required to cover the risk of a certain number of buy or sell positions in the cash market. There are two classical methods in calculating the optimal ratio of risk coverage. One is the slope resulting from the regression of the cash return on the future return of the base asset, and the other is calculated through the covariance matrix of the residuals of the vector regression model. Normal or least square regression will not be valid enough to estimate the relationship between the independent variable and the response variable in the presence of outlier data or if the assumption of normality of the data is not met (Rakpho *et al.*, 2018). On the other hand, least squares regression only examines the relationship between the auxiliary variables and the response mean, while in many cases the goal is to find the relationship between the auxiliary variables and other parts of the distribution, especially the end quantiles of the distribution. In this research, according to the advantages of quantile regression, the optimal risk coverage ratio is developed with the quantile regression approach based on Markov regime change. Changing the Markov regime makes the coefficients of the model depend on two or more states, which can correspond to market conditions such as periods of growth, stagnation or decline. In the present research, two modes are adopted for the quantile regression model, which are considered to be proportional to low and high volatility. Here too, the slope resulting from the quantile regression is chosen as the optimal ratio of risk coverage despite the change of the Markov regime, which of course depends on the selected quantile. In the present research, two modes are adopted for the quantile regression model, which are considered to be proportional to low and high volatility. Here too, the slope resulting from the quantile regression is chosen as the optimal ratio of risk coverage despite the change of the Markov regime, which of course depends on the selected quantile. In the present research, two modes are adopted for the quantile regression model, which are considered to be proportional to low and high volatility. Here too, the slope resulting from the quantile regression is chosen as the optimal ratio of risk coverage despite the change of the Markov regime, which of course depends on the selected quantile.

Research Methodology

In the following, the research model, optimal quantitative risk hedging by changing the Markov regime, is discussed.

Let S_t represent the price of gold coin in the cash market and F_t represents its price in the coin futures market. Based on this, $\Delta s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$ represents the logarithmic yield of cash assets and $\Delta f_t = \ln(F_t) - \ln(F_{t-1})$ represents the logarithmic yield of future assets. If the risk coverage ratio is considered equal to H, the yield of the hedged portfolio will be calculated as (7).

$$R_{H_t} = \Delta s_t - H\Delta f_t \quad (7)$$

Based on this, if $\mathrm{Cov}(\Delta s_t . \Delta f_t)$ represents the covariance of two cash and future assets, the optimal risk coverage ratio based on the minimum variance criterion is equal to equation (8).

$$H_{MV} = \frac{\mathrm{Cov}(\Delta s_t . \Delta f_t)}{\mathrm{Var}(\Delta f_t)} \quad (8)$$

It is also possible to calculate the optimal ratio of risk coverage based on the approximation of the regression relationship (9).

$$\Delta s_t = \alpha + \beta \Delta f_t + \zeta_t \quad (9)$$

Here, the slope of the regression relationship is the same as the optimal ratio of risk coverage. If the future and cash returns are not the same, it is better to use the error correction relation (10).

$$\Delta s_t = \alpha + \beta \Delta f_t + y u_{t-1} + \sum_{i-1}^{m} \varphi_{s_i} \Delta s_{t-i} + \sum_{j-1}^{m} \varphi_{f_j} \Delta f_{t-j} + \zeta_t \quad (10)$$

Where μ_t is the residual of the regression relationship in $\ln(s_t) = \alpha + \beta \ln(f_t) + u_t$. In general, the minimization model number (11) is used to calculate the optimal ratio of risk coverage.

$$[\hat{\alpha} . \hat{\beta}] = \mathrm{argmin} \sum [\Delta s_t - \mu_t(\Delta f_t ; \alpha . \beta)] \quad (11)$$

where the meaning of μ_t conditional mathematical hope is the dependent variable (cash price) to the dependent variable (future price).equation (12).

$$\mu_t(\Delta f_t ; \alpha . \beta) = E(\Delta s_t | \Delta f_t) = \alpha + \beta \Delta f_t S \quad (12)$$

By defining the conditional quantile, the basis for defining the optimal ratio of risk coverage based on the quantile regression in the form of $[\hat{\alpha}_{M_t}(\tau) . \hat{\beta}_{M_t}(\tau)] = \mathrm{argmin} \sum_{t-1}^{T} \left(\rho_\tau \left(\Delta s_t - \alpha_{M_t}(\tau) - \beta_{M_t}(\tau) \Delta f \right) \right) M_t = 0.1$ is provided.

$\beta(\tau)$is called the optimal ratio of risk coverage at the level of τ quotient. In practice, equation 14 is used to calculate the optimal quantitative risk coverage ratio.

$$[\hat{\alpha}_{M_t}(\tau) . \hat{\beta}_{M_t}(\tau)] = \mathrm{argmin} \sum_{t-1}^{T} \left(\rho_\tau \left(\Delta s_t - \alpha_{M_t}(\tau) - \beta_{M_t}(\tau) \Delta f \right) \right) M_t = 0.1 \quad (14)$$

After introducing the optimal quantitative risk coverage ratio, the Markov regime change model will be introduced. Suppose that in the simple regression relation

$y_t = \alpha_{M_t} + \beta_{M_t} x_t + \zeta_t \quad \zeta_t : N(0.\sigma_{M_t}^2) M_t = 0.1,$ represents the state variable in the Markov regime change model. In this case, depending on which of the two states we are in, the regression linear form changes. equation16.

$$\begin{array}{ll} y_t = \alpha_0 + \beta_0 x_t + \zeta_t & \zeta_t : N(0.\sigma_0^2) \quad \text{if} \quad M_t = 0 \\ y_t = \alpha_1 + \beta_1 x_t + \zeta_t & \zeta_t : N(0.\sigma_1^2) \quad \text{if} \quad M_t = 1 \end{array} \tag{16}$$

Therefore, the research model is obtained by placing the state-dependent face of the quantitative model of risk hedging. Based on this, the optimal state-dependent risk hedging ratios are obtained based on equation 17.

$$[\hat{\alpha}_{M_t}(\tau).\hat{\beta}_{M_t}(\tau)] = \text{argmin} \sum_{t-1}^{T} \left(\rho_\tau(\Delta s_t - \alpha_{M_t}(\tau) - \beta_{M_t}(\tau)\Delta f)\right) M_t = 0.1 \tag{17}$$

In the last relation, four unknowns $\alpha_0.\alpha_1.\beta_0.\beta_1$ are calculated for each quotient. Therefore, for every two quantiles, the optimal ratio of risk coverage is calculated. In the current research, the set of quantiles under investigation is in the form of $\tau \in \{0.05; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 0.95\}$. Also, the two state variables used in case of regime change are low and high volatility states in the case of cash assets (which are supposed to be hedged). The time window technique is used to determine in which state we are in a day. For this purpose, a time window of specific length n is considered. In each day, the average is calculated first with the help of the yield obtained in cash assets and n-1 data before that. Then the average obtained from the yield of that low day and the second power of the obtained number is used as daily fluctuation. Days were set in one or low volatility status when their fluctuation value is lower than the average of the set of fluctuations, and days were set in two or high volatility status when their fluctuation value is greater than the average of the set of fluctuations. Particle aggregation algorithm is also used for optimization. To evaluate the performance of risk hedging in different quantiles and situations, the mean square error criterion is used as an estimate for risk, and the risk of hedged and unhedged portfolios is compared to determine how much the hedged portfolio has improved the risk.

Results

To check the optimal ratio of risk coverage with the help of quantile regression model based on regime change, 5 coin future contracts from January 2013 to January 2017 were used. The five selected coin futures have no cross-day trading points. Investigations show that the average daily yield of two assets is equal to 0.001 with the accuracy of three digits. Risk based on standard deviation for future assets is equal to 0.013 and for cash assets is equal to 0.017. The difference between the maximum and minimum yield indicates extreme fluctuations in the research period. Jarak's statistic is calculated based on the skewness and kurtosis of the data, and considering that the probability value of this statistic is below 0.05 for all stocks, the data does not follow the normal distribution at the confidence level of 0.95.

In order to estimate the optimal ratio of risk coverage based on the approach of minimum variance in the combined market (low volatility and high volatility), the

significance of the research variables was first examined with the help of the Dickey-Fuller test. Based on the estimation of the regression relationship, the slope or the optimal ratio of risk coverage based on the variance minimization approach is equal to 0.5517, which is also a significant coefficient. This article shows that 0.5517 sales positions should be created for each cash purchase position in the future asset. The mean square error in the hedged basket based on the optimal ratio of least squares was also calculated as 0.000237, which is compared to the mean square error of the unhedged basket. The coverage, which is equal to 0.000288, shows a decrease of 0.2125.

Two low and high volatility modes are used to specify the status of the cash asset i.e. gold coin every trading day. For this purpose, a time window of 14 working days was used and according to the data available in each time window, the average was first calculated and then the second power of the daily data difference was extracted from the average as a fluctuation. Values below the average were classified as values belonging to zero (low fluctuation) and values above the median as one (high fluctuation). For optimization, the cumulative particle algorithm with 100 particles and 1000 repetitions was used.

Discussion

The results of this research, in addition to the development of literature related to risk hedging, will help all stakeholders and users to evaluate the level of attention to the issue of risk hedging. The slope resulting from the quantile regression is chosen as the optimal risk coverage ratio despite the change of the Markov regime, which of course depends on the selected quantile, and two modes are adopted for the quantile regression model, which are considered to be proportional to low and high volatility. In the current research, the sum of the quantiles is investigated, and the two state variables used in case of regime change are low and high volatility states in the case of cash assets (which are supposed to be hedged). The time window technique is used to determine where we are in a day. Particle aggregation algorithm is also used for optimization. To evaluate the performance of risk hedging in different quantiles and situations, the mean square error criterion is used as an estimate for risk, and the risk of hedged and unhedged portfolios is compared to determine how much the hedged portfolio has improved the risk.

Conflict of Interest

The author (s) of this article declared no conflict of interest regarding the authorship or publication of this article.

Keywords: Hedging ratio, Future contract, Quantile regression, Switching Markov.

JEL Classification: B26, C58, G23, G32.

پیشرفت‌های مالی و سرمایه‌گذاری
سال چهارم، تابستان ۱۴۰۲- شماره ۲
صفحات ۵۶-۳۱
نوع مقاله: پژوهشی

پوشش بهینه ریسک چندکی مبتنی بر تغییر رژیم مارکوف در قرارداد آتی سکه

سید محمدرضا داودی[۱]، مرضیه کرمی چمگردانی[۲]، سید امیررضا هاشمی[۳]

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۱۵

چکیده

هدف: یکی از مهم‌ترین نقش‌های بازار آتی‌ها، فراهم‌کردن ابزاری برای پوشش ریسک است. استراتژی بهینه برای پوشش ریسک از طریق تخمین نسبت پوشش ریسک، مشخص می‌شود. محاسبه نسبت پوشش ریسک و همچنین میزان اثربخشی پوشش به‌تصریح درست رابطه بین قیمت آتی‌ها و قیمت نقطه‌ای بستگی دارد. ازاین‌رو، هدف پژوهش حاضر، برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک در چندک‌های مختلف در دو حالت کم نوسان و پر نوسان با استفاده از مدل رگرسیون چندکی مبتنی بر تغییر رژیم مارکوف می‌باشد..

روش‌شناسی پژوهش: شیب حاصل از رگرسیون چندکی باوجود تغییر رژیم مارکوف، به‌عنوان نسبت بهینه پوشش ریسک انتخاب می‌شود که البته به چندک انتخابی وابسته است و دو حالت برای مدل رگرسیون چندکی اتخاذ می‌شود که متناسب با نوسان کم‌وزیاد در نظر گرفته‌شده است.

یافته‌ها: نتایج پژوهش بر روی ۵ قرارداد آتی سکه در بازه ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۷ نشان می‌دهد که در سه بازار معمولی (ترکیبی)، کم نوسان و پرنوسان، پوشش ریسک توانسته است ریسک را به میزان حداقل ۲۰ درصد کاهش دهد. در بازار پر نوسان نسبت بهینه پوشش ریسک در تمام چندک‌ها حداقل به میزان ۲۳ درصد کاهش نوسان (با معیار میانگین مربعات خطا) داشته است و چندک ۰/۹۵ بهترین عملکرد را از لحاظ بیشترین کاهش نوسان و کمترین نسبت پوشش ریسک دارد. در بازار کم نوسان نسبت بهینه پوشش ریسک در تمام چندک‌ها حداقل به میزان ۵۸ درصد کاهش نوسان داشته است و چندک ۰/۰۵ بهترین عملکرد را از لحاظ بیشترین کاهش نوسان و کمترین نسبت پوشش ریسک دارد. در بازار ترکیبی نیز نسبت بهینه پوشش ریسک به میزان ۲۱ درصد کاهش نوسان داشته است.

اصالت / ارزش‌افزوده علمی: نتایج این پژوهش علاوه بر توسعه ادبیات مربوط پوشش ریسک به تمام ذی‌نفعان و استفاده‌کنندگان کمک می‌کند تا میزان توجه به موضوع پوشش ریسک را مورد ارزیابی قرار دهند.

واژه‌های کلیدی: تغییر رژیم مارکوف، رگرسیون چندکی، قرارداد آتی، نسبت بهینه پوشش ریسک.
طبقه‌بندی موضوعی: B26, C58, G23, G32.

۱. گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران. (نویسنده مسئول). smrdavoodi@ut.ac.ir
۲. گروه مالی، دانشگاه یزد، یزد، ایران.
۳. گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران.

استناد: داودی، سیدمحمدرضا؛ کرمی چمگردانی، مرضیه؛ هاشمی، سید امیر رضا. (۱۴۰۲). پوشش بهینه ریسک چندکی مبتنی بر تغییر رژیم مارکوف در قرارداد آتی سکه. *پیشرفت‌های مالی و سرمایه‌گذاری*، ۴(۲). ۵۶-۳۱.

https://doi.org/10.30495/afi.2023.1966058.1152

۱- مقدمه

بازار سهام یکی از راه‌های تأمین مالی برای شرکت‌ها و یکی از روش‌های کسب درآمد برای سرمایه‌گذاران می‌باشد. تجربه‌های اخیر در کشور نشان داده است که سرمایه‌گذاری‌های بدون ریسک همچون سپرده‌گذاری بانکی و سرمایه‌گذاری در اوراق‌قرضه نتوانسته‌اند دارایی سرمایه‌گذاران را در برابر تورم حفظ کنند. این در حالی است که بازار سهام دارای عملکرد مناسبی بوده است. در این بازار در ازای تحمل ریسک به سرمایه‌گذاران پاداش داده می‌شود.

ریسک ناشی از نوسان قیمت‌ها و نحوه مقابله با آن یکی از دغدغه‌های فعالان و نظریه‌پردازان اقتصادی و مالی است. نوسان‌های پیش‌بینی‌نشده قیمت‌ها علاوه بر اینکه امکان برنامه‌ریزی دقیق کسب و کار را مختل می‌نماید، دربردارنده آثار رفاهی نامطلوبی نیز می‌باشند. استراتژی پوشش ریسک، شامل یک سرمایه‌گذاری ثانویه می‌باشد که قیمت آن، به‌صورت عمده در جهت عکس سرمایه‌گذاری اولیه حرکت می‌کند (HongXing *et al.*, 2023). این حرکت معکوس قیمتی دو دارایی باعث می‌شود تا سرمایه‌گذار انتظار ریسک کمتری را داشته باشد، ضمن اینکه برای نیل به این هدف سود انتظاری نیز کاهش می‌یابد (Naeimzadeh *et al.*, 2023). نسبت پوشش ریسک مفهومی در ارتباط با سبد پوشش‌دار می‌باشد که نسبت بین دو دارایی را مشخص می‌کند.

تا کنون کمی‌سازی‌های زیادی از مفهوم ریسک صورت‌گرفته که از آن جمله می‌توان به معیارهایی چون انحراف معیار استاندارد یا نیم انحراف معیار اشاره کرد. دو سنجه اخیر زمانی موفق عمل خواهند کرد که توزیع بازده تا حد زیادی از توزیع نرمال پیروی کند. این در حالی است که نتایج تحقیقات زیادی نشان داده است که بین توزیع بازده دارایی‌های مالی از توزیع نرمال در کشیدگی و چولگی اختلاف معناداری وجود دارد؛ بنابراین لزوم استفاده از سنجه‌های دیگر و توزیع‌های احتمالی دیگر در مدل‌سازی توجیه پیدا می‌کند. ارزش در معرض ریسک[1] و ارزش در معرض ریسک شرطی[2] از آن جمله‌اند (Samavi *et al.*, 2022). در این برآوردها، توزیع‌های احتمالی دارای جایگاه ویژه‌ای هستند؛ بنابراین در پژوهش حاضر به بررسی نقش توزیع‌های احتمالی در محاسبه این دو سنجه ریسک و نسبت بهینه پوشش ریسک برای سبد سکه طلای نقد و سکه آتی بر اساس مدل رگرسیون چندکی مبتنی بر تغییر رژیم مارکوف پرداخته می‌شود.

1. Value at risk (VaR)
2. Conditional value at risk (CvaR)

۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

پوشش ریسک[1]، به‌گونه‌ای از سرمایه‌گذاری گفته می‌شود که باعث کاهش ریسک سود و زیان سبد سرمایه‌گذاری می‌شود. در شرایط عادی، پوشش ریسک می‌تواند از ابزارهای مالی گوناگونی مانند برگه سهام، پیمان‌های آتی[2]، قراردادهای سوآپ[3] و اختیار معامله[4]، همچنین گونه‌های مختلف از ابزارهای مشتقه، قراردادهای آتی و معاملات فرابورس تشکیل شود. در شرایط حرفه‌ای، استراتژی پوشش ریسک، شامل یک سرمایه‌گذاری ثانویه می‌باشد که قیمت آن، به‌صورت عمده در جهت عکس سرمایه‌گذاری اولیه حرکت می‌کند (Wang *et al.*, 2019). برای مثال سرمایه‌گذار می‌تواند، با تنظیم قرارداد آتی، سهام خود را به قیمتی مشخص در آینده به فروش رساند. در این صورت نوسانات بازار، تأثیری بر قیمت سهام خریداری‌شده، نخواهد داشت و سرمایه‌گذار این سهام را در زمان آتی، با قیمتی مشخص، به فروش خواهد رساند. سرمایه‌گذار همچنان می‌تواند با ورود به دو بازار که افت‌وخیز قیمت‌ها در بازارهای موردنظر، اغلب در جهت عکس یکدیگر حرکت می‌کنند، ریسک سرمایه‌گذاری خود را کاهش دهد. برای مثال سرمایه‌گذار می‌تواند از یک سو با خرید ارز، (برای نمونه؛ دلار آمریکا) در بازار فارکس و از سوی دیگر، خریداری فلزات گران‌بها، (برای نمونه؛ طلا) ریسک سرمایه‌گذاری خود را کاهش دهد. (به طور تاریخی، همواره قیمت دلار آمریکا و طلا، در جهت عکس یکدیگر حرکت کرده‌اند). در پژوهش حاضر دو بازار مورد بررسی شامل سکه طلای نقدی و سکه طلای آتی می‌باشد.

طلا در اقتصاد ایران همواره از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده است. اقتصاد ایران دوره‌هایی از تورم شدید و افسارگسیخته را پشت سر گذاشته و سرمایه‌گذاران به‌خوبی دریافته‌اند که یکی از پناهگاه‌های امن در مقابل تورم و نوسانات اقتصادی، سرمایه‌گذاری در بازار طلا می‌باشد. این دارایی تحت عوامل مختلف دچار نوسان می‌شود که از آن جمله می‌توان به سیاست‌های بانک مرکزی، قیمت دلار، تغییرات قیمت انس جهانی، سیاست‌های عمده چین و آمریکا و... اشاره کرد (Eskandari *et al.*, 2016). هدف پژوهش حاضر، پوشش ریسک طلای نقد (سکه طلا) به کمک قرارداد آتی سکه می‌باشد.

در یک قرارداد آتی بر روی یک دارایی مشخص، دو طرف معامله یعنی خریدار و فروشنده دارای دیدگاه متفاوتی می‌باشند. خریدار قرارداد انتظار رشد قیمت در دارایی پایه را دارد و بالعکس فروشنده، ریزش قیمت دارایی پایه را پیش‌بینی کرده است؛ بنابراین خریدار از رشد قیمت و فروشنده از کاهش قیمت دارایی پایه سود می‌برند. ازاین‌رو یک خریدار دارایی پایه در بازار نقدی می‌تواند به‌منظور کاهش

1. Hedging
2. Future Contract
3. Swap
4. Options

نوسانات قیمت دارایی پایه، در بازار آتی اقدام به فروش دارایی پایه کند و اصطلاحاً یک سبد پوشش‌دار از دارایی پایه و قرارداد آتی ایجاد کند. حال سؤال اینجاست که به‌ازای یک موقعیت خرید در بازار نقدی، چه تعداد موقعیت فروش در بازار آتی اتخاذ کند. این مسئله تحت عنوان نسبت بهینه پوشش ریسک شناخته می‌شود (Aleali *et al.*, 2021).

اولین استراتژی که در زمینه پوشش ریسک به نظر می‌آید این است که سرمایه‌گذار به تعداد موقعیت‌های خرید در بازار نقدی، موقعیت فروش در بازار آتی ایجاد کند. اما لزوماً چنین استراتژی یک استراتژی بهینه نمی‌باشد. این استراتژی موسوم به پوشش ریسک ساده[1] می‌باشد. مطالعات متعدد نشان می‌دهند چنین سیاستی برای پوشش ریسک لزوماً کارآمد نیست؛ زیرا استراتژی پوشش ریسک ساده نسبت پوشش ریسک را برابر یک در نظر می‌گیرد که در تمام شرایط بهینه نیست (Lien *et al.*, 2021). نسبت بهینه پوشش ریسک عبارت است از تعداد موقعیت‌های تعهدی در بازار قراردادهای آتی که برای پوشش ریسک تعداد معینی از موقعیت‌های خرید یا فروش بازار نقدی مورد نیاز می‌باشد. به عبارت دیگر، نسبت بهینه پوشش ریسک تعیین‌کننده تعداد قراردادهای آتی است که فرد می‌بایست برای مقابله با نوسان قیمت‌ها نگهداری نماید. چنانچه نسبت بهینه پوشش ریسک که به روش‌های مختلف قابل تعیین است متفاوت از یک باشد فردی که از استراتژی پوشش ریسک ساده برای مقابله با نوسان قیمت‌ها بهره گرفته است، ریسک خود را بیش از حد یا کمتر از حد پوشش داده است. بنابراین، برای یک سیاست پوشش ریسک کارآمد لازم است سرمایه‌گذار نسبت بهینه پوشش ریسک خود را تعیین نماید (Blomvall and Hagenbjörk, 2022).

دو روش کلاسیک در محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک وجود دارد. یکی شیب حاصل از رگرسیون بازده نقدی بر روی بازده آتی دارایی پایه می‌باشد و دیگری از طریق ماتریس کوواریانس باقی‌مانده‌های مدل خودرگرسیون برداری محاسبه می‌شود. رگرسیون معمولی یا حداقل مربعات در صورت وجود داده‌های پرت یا برقرار نبودن فرض نرمال بودن داده‌ها، برای تخمین ارتباط بین متغیر مستقل و متغیر پاسخ اعتبار کافی نخواهد داشت (Rakpho *et al.*, 2018). از طرفی رگرسیون حداقل مربعات تنها ارتباط بین متغیرهای کمکی و میانگین پاسخ را بررسی می‌کند، درحالی که در بسیاری موارد هدف پیدا کردن ارتباط بین متغیرهای کمکی با سایر بخش‌های توزیع به‌ویژه چندک‌های انتهایی توزیع می‌باشد. در پژوهش حاضر باتوجه‌به مزایای رگرسیون چندکی، نسبت بهینه پوشش ریسک با رویکرد رگرسیون چندکی بر پایه تغییر رژیم مارکوف توسعه می‌یابد. تغییر رژیم مارکوف، ضرایب مدل را به دو یا چند حالت وابسته می‌کند که این حالات می‌تواند متناظر با شرایط بازار مانند دوره‌های رشد،

1. Simple hedge ratio

رکود یا نزول باشد. در پژوهش حاضر دو حالت برای مدل رگرسیون چندکی اتخاذ می‌شود که متناسب با نوسان کم‌وزیاد در نظر گرفته‌شده است. در اینجا نیز شیب حاصل از رگرسیون چندکی با وجود تغییر رژیم مارکوف، به‌عنوان نسبت بهینه پوشش ریسک انتخاب می‌شود که البته به چندک انتخابی وابسته است.

قشقایی و همکاران (Qashqai *et al.*, 2023) در مقاله‌ای به بررسی عملکرد استراتژی تجاری معکوس تحت معیارهای ریسک پرداختند. روش این پژوهش توصیفی از نوع همبستگی و جامعه آماری شامل کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی ۱۳۹۲ تا ۱۳۹۹ بود که با استفاده از روش نمونه‌گیری حذفی سیستماتیک تعداد ۱۱۸ شرکت به‌عنوان نمونه انتخاب شدند. در این تحقیق سود معکوس به‌عنوان متغیر وابسته و ریسک سیستماتیک، ریسک نقدینگی، ریسک اعتباری و اهرم مالی به‌عنوان متغیرهای توضیحی در نظر گرفته شد.

یافته‌ها نشان داد که ریسک سیستماتیک بر سود معکوس در تمامی دوره‌های تشکیل و نگهداری پرتفوی اثر مثبت دارد. ریسک نقدینگی تأثیر معناداری بر سود معکوس ندارد. ریسک اعتباری و اهرم مالی تأثیر مثبتی بر سود معکوس دارند. همچنین تأثیر ریسک سیستماتیک، ریسک اعتباری و اهرم مالی بر سود معکوس در دوره ۲۴ماهه بیش از دوره ۱۲ و ۳۶ماهه است.

آل علی و همکاران (Aleali *et al.*, 2021) به محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک کالاهای انرژی به روش حداقل واریانس و با استفاده از روش‌های اقتصادسنجی پرداختند. سپس کارایی نتایج مدل‌های مورد مطالعه با یکدیگر مقایسه شده است و از مقایسه کارایی مدل‌های مختلف نتیجه گرفتند که مدل‌های کاپولا کاراترین روش برای پوشش ریسک می‌باشند. ابونوری و تور (Abounoori and Tour, 2019) در پژوهشی به منظور بررسی نسبت پوشش ریسک، وزن بهینه دارایی و همچنین سرریز تلاطم میان بازار سهام ایران، آمریکا، ترکیه و امارات، مدل گارچ چندمتغیره را برآورد کردند. نتایج نشان می‌دهد که نسبت پوشش ریسک و وزن بهینه دارایی میان بازار سهام کشورهای مورد مطالعه و ایران اندک است. سیف الدینی و رهنمای رودپشتی (Seifoddini and Rahnamay Roodposhti, 2019) نشان دادند که رابطه بین بازده سهام و بازده سکه تابع رژیم‌های خاصی نیست بلکه طلای داخلی به‌عنوان نوعی پوشش ریسک ضعیف در برابر تغییرات بازده بورس اوراق بهادار تهران بشمار می‌رود. امجدی و همکاران (Amjadi *et al.*, 2017) به کمک قرارداد آتی به‌عنوان یکی از ابزارهای مهم پوشش ریسک به مدیریت ریسک قیمت پرداختند و باتوجه‌به نتایج به دست آمده، توسعه بورس کالاهای کشاورزی به‌خصوص قراردادهای آتی می‌تواند دغدغه کشاورزان در زمینه ریسک را به حداقل رساند. اسکندری و همکاران (Eskandari *et al.*, 2016)، امکان پوشش ریسک با استفاده از تمام سررسیدها

با داده‌های هفتگی را مورد بررسی قراردادند. نتایج نشان‌دهنده این است هر سه سناریو دارای توانایی کاهش ریسک هستند. در آزمون‌های درون‌نمونه‌ای سناریوی اول با مدل خود رگرسیون برداری و در آزمون‌های برون‌نمونه‌ای سناریوی دوم با مدل تارچ دارای بالاترین کارایی هستند.

لین و همکاران (Lien *et al.*, 2021) در پژوهشی یک روش جدید پوشش ریسک چندکی را با ترکیب مدل پوشش ریسک چندکی معمولی با مدل‌های تغییر حالت دو حالته مارکوف معرفی کردند. نتیجه پژوهش با استفاده از داده‌های روزانه از ۱۶ بازارهای آتی نشان‌می‌دهد که نسبت پوشش ریسک بهینه معمولی دارای شکل یو معکوس می‌باشد اما هنگامی که به حالت‌های با نوسان زیاد و کم توجه شود، نسبت‌های پوشش چندکی نتایج متفاوتی را در مقایسه با مدل‌های معمولی نشان می‌دهند. ونگ و همکاران (Wang *et al.*, 2019) برای پوشش ریسک بهینه در بازار آتی نفت خام، درمجموع از ده مدل اقتصادسنجی محبوب شامل سه مدل ایستا و هفت مدل پویا در بازه ۲۰۰۰ تا ۲۰۲۰ استفاده کردند. نتایج نشان‌می‌دهد که هیچ یک از مدل‌های نمی‌تواند از تمام رقبای داخل یا خارج از نمونه برای همه قراردادهای آتی بهتر عمل کند. آلن و همکاران (Allen *et al.*, 2018) به تجزیه و تحلیل روابط همجمعی بین کالاهای کشاورزی ، اتانول، نفت خام و قیمت‌های آتی پرداختند. با استفاده از مدل تصحیح خطا با تغییردهنده مارکوف و تجزیه و تحلیل پاسخ ضربه ، تجزیه و تحلیل می‌شود و تأیید می‌کند که این بازارها دارای ارتباطات قابل توجهی هستند که بسته به اینکه در رژیم‌های کم نوسان هستند یا زیاد ، متفاوت است. لین و همکاران (Lien *et al.*, 2015) رویکردهای حداقل واریانس[1] و پوشش ریسک چندکی را برای سه کالای مرتبط با انرژی شامل نفت خام ، نفت گرمایش و گاز طبیعی برآورد کردند. نتایج نشان‌می‌دهد که سرانجام برای افق‌های پوششی طولانی‌تر، نسبت‌های کمی چندکی به نسبت حداقل واریانس همگرا می‌شوند. راکفو و همکاران (Rakpho *et al.*, 2018) یک مدل رگرسیون چندکی تغییر رژیم مارکوف را پیشنهاد دادند که مقدار چندک را به‌عنوان یک پارامتر ناشناخته در نظر می‌گیرد و آن را به همراه سایر ضرایب رگرسیون به‌صورت هم‌زمان برآورد می‌کند. نتایج نشان‌می‌دهد که روش حداکثر درستنمایی کارآمد است زیرا پارامترهای برآورد شده به مقادیر واقعی خود نزدیک هستند. بیلی و مایرز (Baillie and Myers, 1991) برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک یک مدل گارچ دومتغیره ارائه کردند. در این مدل نسبت بهینه پوشش ریسک وابسته به زمان بوده و طی زمان تغییر می‌یابد و در نتیجه برای یک دوره زمانی معین به جای یک عدد ثابت یک سری زمانی از نسبت‌های بهینه پوشش ریسک وجود خواهد داشت.آن‌ها نشان دادند که مدل پویای دومتغیره روی

1. Minimum Variance

داده‌های برون نمونه‌ای نسبت به مدل‌های غیرپویا دارای ریسک کمتری می‌باشد. بنابراین پژوهش حاضر به دنبال پاسخگویی به دو سؤال زیر می‌باشد.

۱- چگونه می‌توان به کمک مدل رگرسیون چندکی مبتنی بر تغییر رژیم مارکوف به برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک در بازار آتی سکه اقدام کرد؟

۲- رفتار و عملکرد نسبت بهینه پوشش ریسک در چندک‌های مختلف و دو حالت نوسان کم‌وزیاد چگونه است؟

۳- روش‌شناسی پژوهش

فرض کنید Y یک متغیر تصادفی باشد. برای $0 < \tau < 1$، q_τ، τ^{th} چندک Y تعریف می‌شود (رابطه ۱):

$$p(Y < q_\tau)^3\tau \ \ and\ p(Y^3 q_\tau)^3 1-\tau \qquad \text{رابطه (۱)}$$

ازاین‌رو درصورتی‌که Y متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی تجمعی F باشد، آنگاه $q_\tau = F^{-1}(\tau)$. در رگرسیون خطی معمولی، امید ریاضی شرطی متغیر وابسته بر حسب متغیر مستقل به‌صورت یک خط توصیف می‌شود. با الهام از این نکته، در مبحث رگرسیون خطی چندکی، تمرکز بر چندک شرطی متغیر وابسته بر حسب متغیرهای مستقل می‌باشد. به عبارتی در فرم ساده و تک‌متغیره داریم (رابطه ۲):

$$q_\tau(y|x) = \alpha(\tau) + x\beta(\tau) \qquad \text{رابطه (۲)}$$

در رگرسیون معمولی، تنها تمرکز بر روی امید ریاضی می‌باشد در حالی که رگرسیون چندکی با چندک‌های مختلف متغیر وابسته درگیر می‌شود. برای محاسبه ضرایب رگرسیونی در رگرسیون چندکی ابتدا تابع چندک معرفی می‌گردد که به‌صورت $\rho_\tau(u) = u(\tau - 1\{u < 0\})$ می‌باشد: که 1 تابع نشانگر می‌باشد. می‌توان نشان داد که چندک τ ام بر حسب تابع چندک و بر اساس کمینه‌سازی (رابطه ۳) محاسبه می‌شود.

$$q_\tau = \text{argmin}\, E\big(\rho_\tau(Y-u)\big) \qquad \text{رابطه (۳)}$$

بنابراین، پارامترهای مجهول رگرسیون چندکی جواب‌های بهینه مسئله کمینه‌سازی (رابطه ۴) می‌باشند:

$$\min_{\alpha_\tau.\beta_\tau} = E\big(\rho_\tau(Y-\alpha(\tau)-\beta(\tau)x)\big) \qquad \text{رابطه (۴)}$$

یا در عمل برای محاسبه باید رابطه (۵) بهینه گردد.

$$\min_{\alpha_\tau.\beta_\tau} \sum_{T=1}^{T} \rho_\tau \left((y_t - \alpha(\tau) - \beta(\tau)x_t)\right)$$ رابطه (۵)

خصوصاً برای میانه یعنی $\tau = 0.5$ تقریب این دو پارامتر از مینیمم‌سازی مجموع قدرمطلق خطاها یا LAD[1] محاسبه می‌باشد (رابطه ۶):

$$\min_{\alpha_\tau.\beta_\tau} \sum_{T=1}^{T} |y_t - \alpha(\tau) - \beta(\tau)x_t|$$ رابطه (۶)

پس از معرفی رگرسیون چندکی، در ادامه به مدل پژوهش یعنی پوشش ریسک چندکی بهینه با تغییر رژیم مارکوف پرداخته می‌شود. فرض کنید S_t نشان‌دهنده قیمت سکه طلا در بازار نقدی و F_t نشان‌دهنده قیمت آن در بازار قرارداد آتی سکه باشد. براین‌اساس $\Delta s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$ نشان‌دهنده بازده لگاریتمی دارایی نقدی و $\Delta f_t = \ln(F_t) - \ln(F_{t-1})$ نشان‌دهنده بازده لگاریتمی دارایی آتی می‌باشد. درصورتی‌که نسبت پوشش ریسک برابر H در نظر گرفته شود، بازده سبد پوشش‌دار به‌صورت (رابطه ۷) محاسبه خواهد شد.

$$R_{H_t} = \Delta s_t - H\Delta f_t$$ رابطه (۷)

براین‌اساس درصورتی‌که $\mathrm{Cov}(\Delta s_t.\Delta f_t)$ نشان‌دهنده کوواریانس دو دارایی نقد و آتی باشد، نسبت بهینه پوشش ریسک بر اساس معیار کمینه واریانس برابر با رابطه (۸) می‌باشد:

$$H_{MV} = \frac{\mathrm{Cov}(\Delta s_t.\Delta f_t)}{\mathrm{Var}(\Delta f_t)}$$ رابطه (۸)

همچنین می‌توان نسبت بهینه پوشش ریسک را بر اساس تقریب رابطه رگرسیونی (رابطه ۹) محاسبه کرد.

$$\Delta s_t = \alpha + \beta\Delta f_t + \zeta_t$$ رابطه (۹)

در اینجا شیب رابطه رگرسیونی همان نسبت بهینه پوشش ریسک می‌باشد. درصورتی‌که بازده آتی و نقدی، مانا نباشند، بهتر است از رابطه تصحیح خطای (رابطه ۱۰) استفاده شود.

$$\Delta s_t = \alpha + \beta\Delta f_t + yu_{t-1} + \sum_{i-1}^{m} \varphi_{s_i} \Delta s_{t-i} + \sum_{j-1}^{m} \varphi_{f_j} \Delta f_{t-j} + \zeta_t$$ رابطه (۱۰)

که در آن u_t باقی‌مانده رابطه رگرسیونی در رابطه $\ln(s_t) = \alpha + \beta \ln(f_t) + u_t$ می‌باشد. درمجموع برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک از مدل کمینه‌سازی (رابطه ۱۱) استفاده می‌شود.

$$[\hat{\alpha}.\hat{\beta}] = \mathrm{argmin} \sum [\Delta s_t - \mu_t(\Delta f_t; \alpha.\beta)]$$ رابطه (۱۱)

1. Least absolute deviation

که در آن، منظور از μ_t، امید ریاضی شرطی متغیر وابسته یعنی قیمت نقد به متغیر وابسته یعنی قیمت آتی می‌باشد یعنی:

$$\mu_t(\Delta f_t; \alpha.\beta) = E(\Delta s_t|\Delta f_t) = \alpha + \beta \Delta f_t S \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

با تعریف چندک شرطی، زمینه برای تعریف نسبت بهینه پوشش ریسک بر اساس رگرسیون چندکی به‌صورت رابطه (۱۳) فراهم می‌آید.

$$[\hat{\alpha}_{M_t}(\tau).\hat{\beta}_{M_t}(\tau)] = \text{argmin} \sum_{t-1}^{T} \left(\rho_\tau(\Delta s_t - \alpha_{M_t}(\tau) - \beta_{M_t}(\tau)\Delta f)\right) M_t \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$\beta(\tau)$ را نسبت بهینه پوشش ریسک در سطح چندک τ می‌نامند. در عمل برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک چندکی از رابطه (۱۴) استفاده می‌شود

$$[\hat{\alpha}_{M_t}(\tau).\hat{\beta}_{M_t}(\tau)] = \text{argmin} \sum_{t-1}^{T} \left(\rho_\tau(\Delta s_t - \alpha_{M_t}(\tau) - \beta_{M_t}(\tau)\Delta f)\right) M_t \quad \text{رابطه (۱۴)}$$
$$= 0.1$$

پس از معرفی نسبت بهینه پوشش ریسک چندکی در ادامه به معرفی مدل تغییر رژیم مارکوف پرداخته می‌شود. فرض کنید در رابطه رگرسیونی ساده:

$$y_t = \alpha_{M_t} + \beta_{M_t} x_t + \zeta_t \qquad \zeta_t : N(0.\sigma^2_{M_t}) M_t = 0.1 \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

$M_t = 0.1$ نشان‌دهنده متغیر حالت در مدل تغییر رژیم مارکوف باشد. در این حالت، بسته به اینکه در کدام‌یک از دو حالت قرار داشته باشیم، فرم خطی رگرسیون عوض می‌شود. به عبارتی:

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha_0 + \beta_0 x_t + \zeta_t \qquad \zeta_t : N(0.\sigma_0^2) \quad \text{if} \quad M_t = 0 \\ y_t &= \alpha_1 + \beta_1 x_t + \zeta_t \qquad \zeta_t : N(0.\sigma_1^2) \quad \text{if} \quad M_t = 1 \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

ازاین‌رو مدل پژوهش از قراردادن صورت وابسته به حالت مدل چندکی پوشش ریسک به دست می‌آید. براین‌اساس نسبت‌های بهینه پوشش ریسک وابسته به حالت بر اساس رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود.

$$[\hat{\alpha}_{M_t}(\tau).\hat{\beta}_{M_t}(\tau)] = \text{argmin} \sum_{t-1}^{T} \left(\rho_\tau(\Delta s_t - \alpha_{M_t}(\tau) - \beta_{M_t}(\tau)\Delta f)\right) M_t \quad \text{رابطه (۱۷)}$$
$$= 0.1$$

در رابطه اخیر چهار مجهول $\alpha_0.\alpha_1.\beta_0.\beta_1$ برای هر چندک محاسبه می‌گردد. ازاین‌رو برای هر چندک دو مقدار نسبت بهینه پوشش ریسک محاسبه می‌شود.

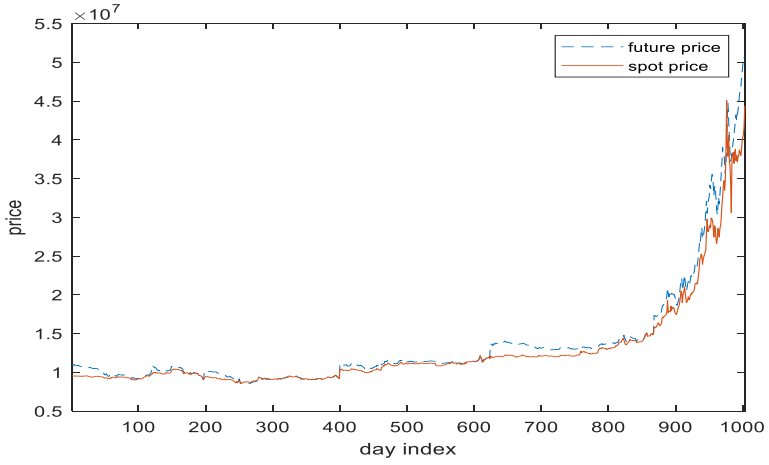
در پژوهش حاضر مجموعه چندک‌های مورد بررسی به‌صورت $\tau \in \{0.05; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 0.95\}$ می‌باشد. همچنین دو متغیر حالت مورداستفاده در صورت تغییر رژیم، حالت‌های نوسان کم‌وزیاد در مورد دارایی نقدی (که قرار است مورد

پوشش ریسک قرار گیرد) می‌باشد. برای مشخص‌کردن اینکه در یک روز در کدام وضعیت قرار داریم از تکنیک پنجره زمانی استفاده می‌شود. برای این منظور یک پنجره زمانی به طول مشخص n در نظر گرفته می‌شود. در هر روز ابتدا به کمک بازده حاصل شده در دارایی نقد و $n-1$ داده قبل از آن میانگین محاسبه می‌شود. سپس میانگین حاصل شده از بازده آن روز کم و توان دوم عدد حاصل شده به‌عنوان نوسان روزانه مورداستفاده قرار می‌گیرد. روزهایی در وضعیت یک یا نوسان کم قراردادند که مقدار نوسان آن‌ها کمتر از میانگین مجموعه نوسان‌ها باشد و روزهایی در وضعیت دو یا نوسان زیاد قراردادند که مقدار نوسان آن‌ها بزرگ‌تر از میانگین مجموعه نوسان‌ها باشد. برای بهینه‌سازی نیز از الگوریتم تجمعی ذرات استفاده می‌شود. برای ارزیابی عملکرد پوشش ریسک در چندک‌ها و حالات مختلف از معیار میانگین مربعات خطا به‌عنوان برآوردی برای ریسک استفاده می‌شود و ریسک سبد پوشش‌دار و بدون پوشش مقایسه می‌گردد تا مشخص شود که سبد پوشش‌دار به چه میزان ریسک را بهبود بخشیده است.

٤- تجزیه‌وتحلیل داده‌ها

برای بررسی نسبت بهینه پوشش ریسک به کمک مدل رگرسیون چندکی مبتنی بر تغییر رژیم، از ۵ قرارداد آتی سکه از دی‌ماه سال ۱۳۹۳ الی دی‌ماه ۱۳۹۷ استفاده گردید.

پنج قرارداد آتی سکه انتخاب شده دارای هیچ نقطه تلاقی روز معاملاتی نمی‌باشند. مجموع روزهای معاملاتی حاصل از ترکیب داده‌های ۵ قرارداد، ۱۰۰۳ روز معاملاتی می‌باشد. نمودار قیمت نقد و آتی سکه در شکل (۱) ارائه‌شده است.



شکل (۱) قیمت نقد و آتی سکه

Figure (1) cash and future price of coins

آمار توصیفی مربوط به بازده روزانه سکه طلای نقد و آتی جدول (۱) ارائه‌شده است.

جدول (۱) آمار توصیفی

Table (1) Descriptive statistics

شاخص آماری	بازده روزانه طلای آتی	بازده روزانه طلای نقد
میانگین	۰/۰۰۱۰۴۱	۰/۰۰۱۴۶
میانه	۰/۰۰۰۱۸۴	۰/۰۰۰۳۶۹
بیشینه	۰/۱۰۱۴۴۵	۰/۲۳۰۳۹۲
کمینه	−۰/۰۴۹۹۵	−۰/۱۳۴۳۴
انحراف معیار استاندارد	۰/۰۱۲۷۱۴	۰/۰۱۶۹۲۵
چولگی	۰/۸۸۵۲۷	۰/۰۸۰۹۹۳
کشیدگی	۱۰/۶۸۴۳	۵۵/۶۴۹۳۳
آماره جارک برا	۷۹۰/۲۵۸۵	۹/۱۱۶۸۴۵
مقدار احتمال	۰	۰

بر اساس اطلاعات جدول (۱)، میانگین بازده روزانه دو دارایی بادقت سه رقم برابر ۰/۰۰۱ می‌باشد. ریسک بر اساس انحراف معیار برای دارایی آتی برابر ۰/۰۱۳ و برای دارایی نقد برابر ۰/۰۱۷ می‌باشد. تفاوت بیشینه بازده و کمینه حاکی از نوسانان شدید در دوره پژوهش دارد. آماره جارک برا بر اساس چولگی و کشیدگی داده‌ها محاسبه می‌شود و باتوجه‌به اینکه مقدار احتمال این آماره برای تمام سهام زیر ۰/۰۵ می‌باشد، داده‌ها از توزیع نرمال در سطح اطمینان ۰/۹۵ پیروی نمی‌کنند.

در ابتدا به برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک بر اساس رویکرد حداقل واریانس در بازار ترکیبی (کم نوسان و پرنوسان) پرداخته می‌شود. برای این منظور به برآورد رابطه رگرسیونی $\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta f_t + \zeta_t$ اقدام گردید که در آن ΔS_t بازده دارایی نقد و Δf_t بازده دارایی آتی می‌باشد. برای این منظور، ابتدا به بررسی مانایی متغیرهای تحقیق به کمک آزمون دیکی فولر پرداخته شد که نتیجه آزمون در جدول (۲) ارائه‌شده است.

جدول (۲) مانایی متغیرهای تحقیق

Table (2)Stationary of research variable

متغیر	آماره دیکی فولر	مقدار احتمال
بازده آتی	−۲۱/۱۴۱۳۴	۰
بازده نقد	−۸/۵۱۲۴۰۲	۰

باتوجه‌به اینکه مقدار احتمال زیر ۰/۰۵ می‌باشد، دو متغیر مانا می‌باشند و نیازی به مانا سازی یا بررسی رابطه هم جمعی نمی‌باشد و با مشکل رگرسیون کاذب در تقریب رابطه رگرسیونی مواجه نمی‌شویم. نتیجه تقریب رگرسیونی در جدول (۳) ارائه‌شده است.

جدول (۳) برآورد پوشش ریسک به روش حداقل واریانس

Table (3) estimation of hedging by minimum variance method

متغیر	ضریب	انحراف معیار استاندارد	آماره t	مقدار احتمال
C	۰/۰۰۰۸۸۶	۰/۰۰۰۴۸۹	۱/۸۱۰۴۳۷	۰/۰۷۰۵
بازده آتی	۰/۵۵۱۷۳۰	۰/۰۳۸۳۸۷	۱۴/۳۷۲۹۹	۰/۰۰۰۰

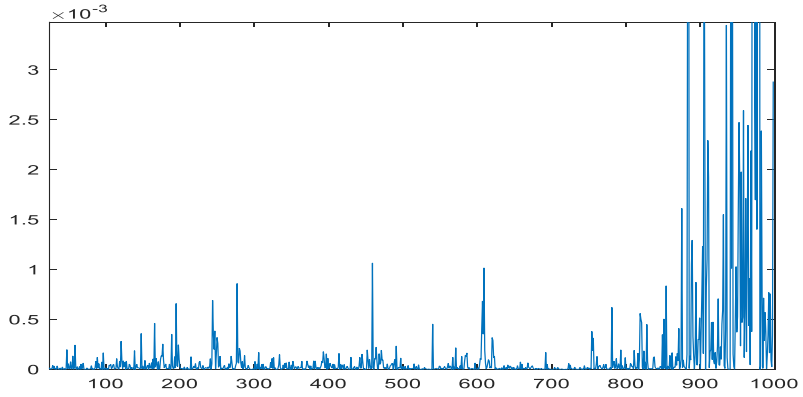
بر اساس برآورد رابطه رگرسیونی، شیب یا همان نسبت بهینه پوشش ریسک بر اساس رویکرد کمینه‌سازی واریانس برابر ۰/۵۵۱۷ می‌باشد که یک ضریب معنادار نیز می‌باشد. این مطلب نشان می‌دهد که به‌ازای هر موقعیت نقد خرید باید ۰/۵۵۱۷ موقعیت فروش در دارایی آتی ایجاد شود. میانگین مربعات خطا در سبد پوشش‌دار بر اساس نسبت بهینه حداقل مربعات نیز برابر ۰/۰۰۰۲۳۷ محاسبه گردید که نسبت به میانگین مربعات خطای سبد بدون پوشش که برابر ۰/۰۰۰۲۸۸ می‌باشد، ۰/۲۱۲۵ کاهش را نشان می‌دهد.

در ادامه، نسبت بهینه پوشش ریسک در دو حالت بازار کم نوسان و پر نوسان (نسبت به تغییرات بازده دارایی نقد) و در یازده چندک محاسبه می‌شود.

چندک‌هایی که برای نسبت بهینه پوشش ریسک مورداستفاده قرار خواهند گرفت عبارت‌اند از:

$$\tau \in \{0.05; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 0.95\}$$

برای مشخص‌سازی اینکه هر روز معاملاتی برای دارایی نقد یعنی سکه طلا در کدام حالت قرار دارد از دو حالت نوسان کم‌وزیاد استفاده می‌شود. برای این منظور از یک پنجره زمانی به طول ۱۴ روز کاری استفاده گردید و باتوجه‌به داده‌های موجود در هر پنجره زمانی، ابتدا میانگین محاسبه و سپس توان دوم تفاضل داده روزانه از میانگین به‌عنوان نوسان استخراج گردید که نتایج در شکل (۲) ارائه‌شده است.



شکل (۲) نوسان استخراج شده برای بازده طلای نقد

Figure (2) extracted volatility for cash gold returns

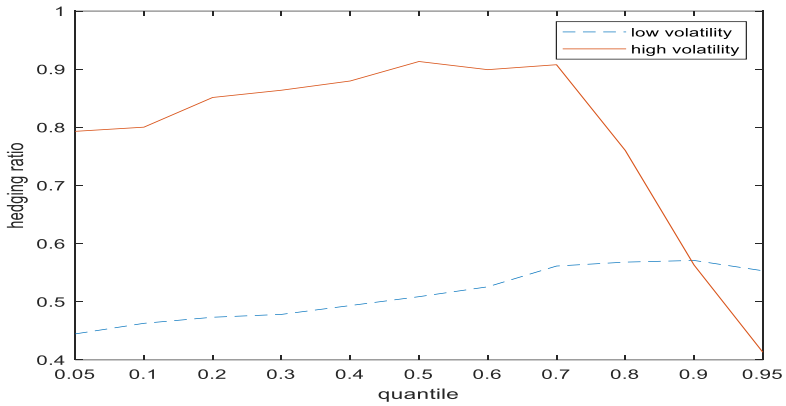
مقادیر زیر میانگین به‌عنوان مقادیر متعلق به حالت صفر (نوسان کم) و مقادیر بالای میانه به‌عنوان حالت یک (نوسان بالا) طبقه‌بندی گردید. سپس براین‌اساس بهینه‌سازی رابطه (۱۷) نسبت‌های بهینه پوشش ریسک وابسته به حالت و چندک مطابق جدول (۴) استخراج گردید. برای بهینه‌سازی از الگوریتم تجمعی ذرات با ۱۰۰ ذره و ۱۰۰۰ تکرار استفاده گردید.

جدول (۴) نسبت بهینه پوشش ریسک در چندک‌های یازده‌گانه و حالات کم نوسان و پر نوسان

Table (4) optimal ratio of hedging in eleven quantiles and low volatility and high volatility states

چندک	نسبت بهینه پوشش ریسک در نوسان کم	نسبت بهینه پوشش ریسک در نوسان بالا
۰/۰۰۵۰	۰/۴۴۴۴۶۷۷	۰/۷۹۳۱۱۶
۰/۱۰۰۰	۰/۴۶۲۸۹۷	۰/۸۰۰۲۷۷
۰/۲۰۰۰	۰/۴۷۳۳۶۷	۰/۸۵۱۳۷۹
۰/۳۰۰۰	۰/۴۷۸۲۶۶	۰/۸۶۳۸۴۴
۰/۴۰۰۰	۰/۴۹۳۴۴	۰/۸۷۹۷۳۴
۰/۵۰۰۰	۰/۵۰۸۵۰۳	۰/۹۱۳۲۶۳
۰/۶۰۰۰	۰/۵۲۵۷۰۶	۰/۸۹۹۲۱۱
۰/۷۰۰۰	۰/۵۶۱۴۱۷	۰/۹۰۵۷۳۸
۰/۸۰۰۰	۰/۵۶۸۱۶۵	۰/۷۶۰۲۶۶
۰/۹۰۰۰	۰/۵۷۰۲۷۵	۰/۵۶۳۲۰۴
۰/۹۵۰۰	۰/۵۵۲۴۰۷	۰/۴۱۳۱۸۷

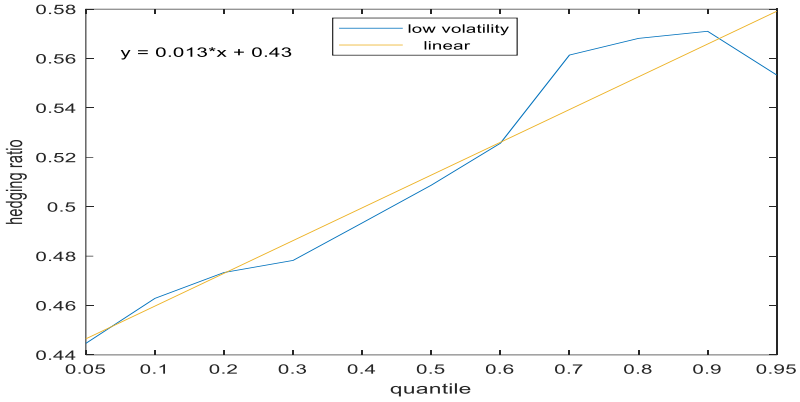
در شکل (۳) نسبت‌های بهینه پوشش ریسک در حالات دوگانه و چندک‌های یازده‌گانه به‌صورت توأم رسم شده است.



شکل (۳) نسبت بهینه پوشش ریسک برای حالت نوسان کم‌وزیاد در چندک‌های مختلف

Figure (3) optimal ratio of hedging for low and high volatility mode in different quantiles

بر اساس شکل (۳)، نسبت بهینه پوشش ریسک در بازار پر نوسان به‌غیراز چندک پایانی یعنی ۰/۹۵، از نسبت بهینه پوشش ریسک در بازار کم نوسان بیشتر است. نمودار مربوط به نسبت بهینه پوشش ریسک در حالت نوسان کم و یازده چندک در شکل (۴) ارائه‌شده است.



شکل (۴) نسبت بهینه پوشش ریسک برای حالت نوسان کم در چندک‌های مختلف

Figure (4) The optimal ratio of hedging for low volatility mode in different quantiles

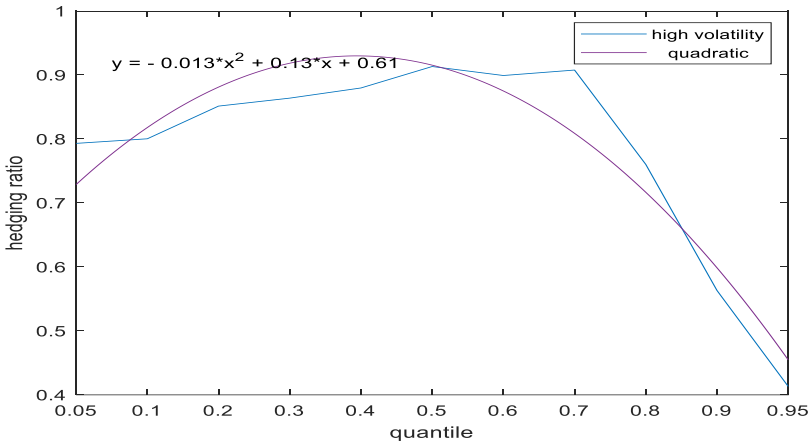
همان‌طور که در شکل (۴) دیده می‌شود، شکل نسبت بهینه پوشش ریسک در حالت کم نوسان نسبت به چندک‌ها دارای یک فرم درجه اول می‌باشد و بر همین اساس یک شکل خطی بر اساس کمینه‌سازی مربعات خطا به آن نسبت‌داده‌شده است. کمترین مقدار نسبت پوشش ریسک برای چندک ۰/۰۵ می‌باشد که نسبت بهینه برابر ۰/۴۴ می‌باشد. بیشترین نسبت بهینه پوشش ریسک نیز برای چندک ۰/۹۰ یا همان میانه و برابر ۰/۵۷ می‌باشد. در ادامه، در هر چندک نسبت به محاسبه میانگین مربعات خطای پرتفوی پوشش‌دار به‌عنوان معیاری از عملکرد نسبت بهینه پوشش ریسک اقدام گردید که نتیجه در جدول (۵) ارائه‌شده است. میانگین مربعات خطا در حالت کم نوسان برای پرتفوی بدون پوشش برابر ۰/۰۰۰۰۳۶ می‌باشد.

بر اساس جدول (۵)، کمترین مقدار خطا مربوط به چندک ۰/۰۵ می‌باشد. در این چندک درصد کاهش میانگین مربعات خطا نسبت به سبد بدون پوشش برابر ۶۵/۲۵ ٪ می‌باشد. درمجموع در چندک ۰/۰۵ کمترین نسبت پوشش ریسک و بهترین کاهش ریسک را نسبت به سبد بدون پوشش شاهد هستیم. شکل مربوط به نسبت بهینه پوشش ریسک در حالت نوسان زیاد و یازده چندک در شکل (۵) ارائه‌شده است. همان‌طور که دیده می‌شود دارای یک فرم درجه دوم می‌باشد و بر همین اساس یک شکل سهمی بر اساس کمینه‌سازی مربعات خطا به آن نسبت‌داده‌شده است.

جدول (۵) میانگین مربعات خطا برای سبد پوشش‌دار در حالت نوسان کم

Table (5) mean square error for hedged basket in low volatility mode

چندک	میانگین مربعات خطا	درصد کاهش ریسک نسبت به پرتفوی بدون پوشش
۰/۰۰۵۰	۰/۰۰۰۰۲۲	٪۲۵/۶۵
۰/۱۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۲	٪۲۰/۶۵
۰/۲۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۲	٪۶۵/۰۱۹
۰/۳۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۲	٪۶۴/۹
۰/۴۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۲	٪۳۴/۶۴
۰/۵۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۲	٪۵۵/۶۳
۰/۶۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۲	٪۶۲/۴۰
۰/۷۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۳	٪۵۹/۱۰
۰/۸۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۳	٪۵۸/۳۶
۰/۹۰۰۰	۰/۰۰۰۰۲۳	٪۵۸/۰۳
۰/۹۵۰۰	۰/۰۰۰۰۲۳	٪۵۹/۹۵



شکل (۵) نسبت بهینه پوشش ریسک برای حالت نوسان زیاد در چندک‌های مختلف

Figure (5) optimal ratio of hedging for high volatility in different quantiles

بر اساس شکل (۵)، کمترین مقدار نسبت پوشش ریسک برای چندک ۰/۹۵ یا همان می‌باشد که نسبت بهینه برابر ۰/۴۱ می‌باشد. بیشترین نسبت بهینه پوشش ریسک نیز برای چندک ۰/۹۵ و برابر ۰/۶۶ می‌باشد. در هر چندک نسبت به محاسبه میانگین مربعات خطای پرتفوی پوشش‌دار به‌عنوان

معیاری از عملکرد نسبت بهینه پوشش ریسک اقدام گردید که نتیجه در جدول (۶) ارائه‌شده است. میانگین مربعات خطا در حالت کم نوسان برای پرتفوی بدون پوشش برابر ۰/۰۰۲۶ می‌باشد.

جدول (۶) میانگین مربعات خطا برای سبد پوشش‌دار در حالت نوسان زیاد

Table (6) mean squared error for hedged basket in high volatility mode

چندک	میانگین مربعات خطا	درصد کاهش نسبت به پرتفوی بدون پوشش
۰/۰۰۵۰	۰/۰۰۲۲۱۶	٪۲۶/۳۷
۰/۱۰۰۰	۰/۰۰۲۲۱۸	٪۲۶/۲۳
۰/۲۰۰۰	۰/۰۰۲۲۳۹	٪۲۵/۰۶
۰/۳۰۰۰	۰/۰۰۲۲۴۵	٪۲۴/۷۴
۰/۴۰۰۰	۰/۰۰۲۲۵۳	٪۲۴/۳۰
۰/۵۰۰۰	۰/۰۰۲۲۷۱	٪۲۳/۳۰
۰/۶۰۰۰	۰/۰۰۲۲۶۳	٪۲۳/۷۳
۰/۷۰۰۰	۰/۰۰۲۲۶۸	٪۲۳/۴۷
۰/۸۰۰۰	۰/۰۰۲۲۰۶	٪۲۶/۹۴
۰/۹۰۰۰	۰/۰۰۲۲۳۲	٪۲۵/۴۵

بر اساس جدول (۶)، کمترین مقدار خطا مربوط به چندک ۰/۹۵ می‌باشد که میانگین مربعات سبد بدون پوشش با مقدار را به‌اندازه، ۰/۲۷۷۹۶ کاهش می‌دهد. درمجموع در چندک ۰/۹۵ کمترین نسبت پوشش ریسک و بهترین کاهش ریسک را نسبت به سبد بدون پوشش شاهد هستیم.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در رویکرد حداقل واریانس، بر اساس برآورد رابطه رگرسیونی، شیب یا همان نسبت بهینه پوشش ریسک بر اساس رویکرد کمینه‌سازی واریانس برابر ۰/۵۵۱۷ می‌باشد که یک ضریب معنادار نیز می‌باشد. این مطلب نشان می‌دهد که به‌ازای هر موقعیت نقد خرید باید ۰/۵۵۱۷ موقعیت فروش در دارایی آتی ایجاد شود. میانگین مربعات خطا در سبد پوشش‌دار بر اساس نسبت بهینه حداقل مربعات نیز برابر ۰/۰۰۰۲۳۷ محاسبه گردید که نسبت به میانگین مربعات خطای سبد بدون پوشش که برابر ۰/۰۰۰۲۸۸ می‌باشد، ۰/۲۱۲۵ کاهش را نشان می‌دهد. نسبت بهینه پوشش ریسک در بازار پر نوسان به‌غیراز چندک پایانی یعنی ۰/۹۵، از نسبت بهینه پوشش ریسک در بازار کم نوسان بیشتر است. شکل نسبت بهینه پوشش ریسک در حالت کم نوسان نسبت به چندک‌ها دارای یک فرم درجه اول می‌باشد و بر همین

اساس یک شکل خطی بر اساس کمینه‌سازی مربعات خطا به آن نسبت‌داده‌شده است. کمترین مقدار نسبت پوشش ریسک برای چندک ۰/۰۵ می‌باشد که نسبت بهینه برابر ۰/۴۴ می‌باشد. بیشترین نسبت بهینه پوشش ریسک نیز برای چندک ۰/۹۰ یا همان میانه و برابر ۰/۵۷ می‌باشد. در بازار کم نوسان، کمترین مقدار خطا مربوط به چندک ۰/۰۵ می‌باشد. در این چندک درصد کاهش میانگین مربعات خطا نسبت به سبد بدون پوشش برابر ۶۵/۲۵ درصد می‌باشد. درمجموع در چندک ۰/۰۵ کمترین نسبت پوشش ریسک و بهترین کاهش ریسک را نسبت به سبد بدون پوشش شاهد هستیم. در بازار پر نوسان، کمترین مقدار نسبت پوشش ریسک برای چندک ۰/۹۵ یا همان می‌باشد که نسبت بهینه برابر ۰/۴۱ می‌باشد. بیشترین نسبت بهینه پوشش ریسک نیز برای چندک ۰/۹۵ و برابر ۰/۶۶ می‌باشد. کمترین مقدار خطا مربوط به چندک ۰/۹۵ می‌باشد که میانگین مربعات سبد بدون پوشش با مقدار را به‌اندازه، ۰/۲۷۷۹۶ کاهش می‌دهد. درمجموع در چندک ۰/۹۵ کمترین نسبت پوشش ریسک و بهترین کاهش ریسک را نسبت به سبد بدون پوشش شاهد هستیم.

جدول (۷) مقایسه پژوهش‌های مرتبط با موضوع مورد بررسی

Table (7) Comparison of researches related to the subject under investigation

نویسندگان	موضوع	نتیجه
قشقایی و همکاران (Qashqai *et al.*, 2023)	بررسی عملکرد استراتژی معکوس تحت معیارهای ریسک	تأثیر مثبت ریسک اعتباری و اهرم مالی بر سود معکوس
آل علی و همکاران (Aleali *et al.*, 2021)	محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک	مدل‌های کاپولا کاراترین روش برای پوشش ریسک
ابونوری و تور (Abounoori and Tour, 2019)	بررسی نسبت پوشش ریسک	نسبت پوشش ریسک و وزن بهینه دارایی میان بازار سهام کشورهای موردمطالعه و ایران اندک است
امجدی و همکاران (Amjadi *et al.*, 2017)	بررسی مدیریت ریسک	توسعه بورس کالا می‌تواند ریسک معاملات کالا را به حداقل برساند
اسکندری و همکاران (Eskandari *et al.*, 2016)	بررسی پوشش ریسک با استفاده از داده‌های هفتگی و سناریوهای خودرگرسیونی و مدل تاچ	کاهش ریسک با استفاده از کلیه سناریوهای تحت بررسی
لین و همکاران (Lien *et al.*, 2021)	پوشش ریسک چندکی با ترکیب مدل دوحالته مارکوف	پوشش ریسک با استفاده از دو مدل موردنظر نتایج متفاوتی داشته است

ونگ و همکاران (Wang *et al.*, 2019)	پوشش ریسک بهینه در بازار آتی نفت خام	هیچ‌یک از مدل‌های پویا و ایستا نمی‌توانند برای همه قراردادهای آتی بهینه عمل کنند
لین و همکاران (Lien *et al.*, 2015)	برآورد رویکردهای حداقل واریانس و پوشش ریسک چنکی برای سه کالای مرتبط	برای افق‌های پوششی طولانی‌تر نسبت‌های کمی چندکی به نسبت حداقل واریانس همگرا می‌شوند
بیلی و مایرز (Baillie and Myers, 1991)	محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک با استفاده از مدل گارچ دومتغیره	مدل پویای دومتغیره نسبت به مدل‌های غیرپویا دررابطه‌با داده‌های برون نمونه‌ای دارای ریسک کمتری می‌باشد

بررسی تحقیقات انجام شده دررابطه‌با موضوع مورد بررسی نشان می‌دهد که تمامی این پژوهش‌ها به دنبال یافتن مدل‌های بهینه مؤثر بر پوشش ریسک و کاهش ریسک معاملات در زمینه‌های مختلف بوده‌اند که در جدول (۷) مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

نتایج این پژوهش علاوه بر توسعه ادبیات مربوط به پوشش ریسک به تمام ذی‌نفعان و استفاده‌کنندگان کمک می‌کند تا میزان توجه به موضوع پوشش ریسک را مورد ارزیابی قرار دهند. شیب حاصل از رگرسیون چندکی با وجود تغییر رژیم مارکوف، به‌عنوان نسبت بهینه پوشش ریسک انتخاب می‌شود که البته به چندک انتخابی وابسته است و دو حالت برای مدل رگرسیون چندکی اتخاذ می‌شود که متناسب با نوسان کم‌وزیاد در نظر گرفته شده است. در پژوهش حاضر مجموع چندک‌ها مورد بررسی می‌باشند، همچنین دو متغیر حالت مورداستفاده در صورت تغییر رژیم، حالت‌های نوسان کم‌وزیاد در مورد دارایی نقدی (که قرار است مورد پوشش ریسک قرار گیرد) می‌باشد. برای مشخص‌کردن اینکه در یک روز در کدام وضعیت قرار داریم از تکنیک پنجره زمانی استفاده می‌شود. برای بهینه‌سازی نیز از الگوریتم تجمعی ذرات استفاده می‌شود. برای ارزیابی عملکرد پوشش ریسک در چندک‌ها و حالات مختلف از معیار میانگین مربعات خطا به‌عنوان برآوردی برای ریسک استفاده می‌شود و ریسک سبد پوشش‌دار و بدون پوشش مقایسه می‌گردد تا مشخص شود که سبد پوشش‌دار به چه میزان ریسک را بهبود بخشیده است.

بر اساس یافته‌های پژوهش، پیشنهادهای زیر ارائه می‌گردد.

۱- برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک در بازار پرنوسان، رگرسیون چندکی در چندک ۰/۹۵ مورد ارزیابی قرار گیرد. در پژوهش حاضر کمترین مقدار خطا مربوط به چندک ۰/۹۵ می‌باشد که میانگین مربعات سبد بدون پوشش با مقدار را به‌اندازه، ۰/۲۷۷۹۶ کاهش می‌دهد. درمجموع

در چندک ۰/۹۵ کمترین نسبت پوشش ریسک و بهترین کاهش ریسک را نسبت به سبد بدون پوشش شاهد هستیم.

۲- برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک در بازار کم نوسان، رگرسیون چندکی در چندک ۰/۰۵ مورد ارزیابی قرار گیرد. در پژوهش حاضر کمترین مقدار خطا مربوط به چندک ۰/۰۵ می‌باشد. در این چندک درصد کاهش میانگین مربعات خطا نسبت به سبد بدون پوشش برابر ۶۵/۲۵ درصد می‌باشد. درمجموع در چندک ۰/۰۵ کمترین نسبت پوشش ریسک و بهترین کاهش ریسک را نسبت به سبد بدون پوشش شاهد هستیم.

٦- تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع در این پژوهش وجود ندارد.

۷- منابع

Abounoori, E., & Tour, M. (2019). Estimation of Risk Hedge Ratio, Optimal Weight and Volatility Spillover Effects in the Stock Market of Iran, USA, Turkey, and UAE. *Iranian Journal of Economic Research, 24* (81), 135-156. [In Persian]

Aleali, S., Emamverdi, G., Abounoori, A. A., & Ghiasvand, A. (2021). Estimating the optimal hedge ratio of energy commodities. *The Journal of Economic Policy, 12*(24), 369-400. [In Persian]

Allen, D. E., Chang, C., McAleer, M., & Singh, A. K. (2018). A cointegration analysis of agricultural, energy and bio-fuel spot, and futures prices. *Applied Economics, 50* (7), 804-823.

Amjadi, A., Hosseini Yekani, S. A., & Ahmadi Kaliji, S. (2017). The Role of Agricultural Commodity Exchange on Hedging (Case Study: Selected Agricultural Product). *Agricultural Economics and Development, 25* (2), 1-17.

Baillie, R. T., & Myers, R. J. (1991). Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge. *Journal of Applied Econometrics, 6* (2), 109-124.

Blomvall, J., & Hagenbjörk, J. (2022). Reducing transaction costs for interest rate risk hedging with stochastic programming. *European Journal of Operational Research, 302* (3), 1282-1293.

Eskandari, H., Anvary Rostamy, A. A., & Husseinzadeh Kashan, A. (2016). Risk hedging by use of Hybrid future contracts index (Case: Iran financial market). *Financial Engineering and Portfolio Management, 7* (28), 55-72. [In Persian]

HongXing, Y., Naveed, H. M., Memon, B. A., Ali, S., Haris, M., Akhtar, M., & Mohsin, M. (2023). Connectedness between currency risk hedging and firm value: A deep neural network-based evaluation. *Computational Economics,* 1-40.

Lien, D., Shrestha, K., & Wu, J. (2015). Quantile estimation of optimal hedge ratio. *Journal of Futures Markets, 36* (2), 194-214.

Lien, D., Wang, Z., & Yu, X. (2021). Optimal quantile hedging under Markov regime switching. *Empirical Economics, 60*, 2177-2201.

Naeimzadeh, A., Mousavim S., Neshat, N. (2023). Assessing the role of the Gold and US dollar as a safe haven and risk hedge of the Iran stock market during Covid-19 pandemic and earlier. *Financial and Economic Policy Quarterly, 10* (40), 133-154. [In Persian]

Qashqai, E., Salehi, A. K., & mahmoodirad, A. (2023). Investigating the contrarian trading strategy performance in the Tehran stock exchange based on the firm's risk criteria. *Advances in Finance and Investment, 4* (1), 115-140. [In Persian]

Rakpho, P., Yamaka, W., & Sriboonchitta, S. (2018). Which quantile is the most informative? Markov switching quantile model with unknown quantile level. *Journal of Physics: Conference Series, 1053*, 012121.

Samavi, M. E., Nikoomaram, H., Madanchi Zaj, M., & Yaghoobnezhad, A. (2022). Dynamic GAS Based Modeling for Predicting and Assessing the Value at Risk of Tehran Stock Exchange Index and Bitcoin. *Advances in Finance and Investment, 3* (7), 95-120. [In Persian]

Seifoddini, J., & Rahnamay Roodposhti, F. (2019). Gold as a Safe Haven for Tehran Stock Exchange: A Regime Switching Approach. *Financial Knowledge of Securities Analysis, 11* (40), 147-160. [In Persian]

Wang, Y., Geng, Q., & Meng, F. (2019). Futures hedging in crude oil markets: A comparison between minimum-variance and minimum-risk frameworks. *Energy, 181*, 815–826.

COPYRIGHTS
© 2023 by the authors. Published by Islamic Azad University, Esfarayen Branch. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).