



دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر
فصلنامه‌ی کاربرد شیمی در محیط زیست

سال شانزدهم، شماره‌ی ۶۰
زمستان ۱۴۰۳، صفحات ۸۵-۹۱

"مقاله پژوهشی"

استفاده از تابع گرین در مدل‌سازی ریاضی کاهش آلاینده‌ها در محیط‌زیست

عباسعلی شکری

گروه ریاضی، واحد اهر، دانشگاه آزاد اسلامی، اهر، ایران

* نویسنده مسئول مکاتبات: Email: shokrimath@yahoo.com

(دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۱۱/۲۲، پذیرش نهایی: ۱۴۰۳/۱۲/۱۴)

چکیده

پیش‌بینی انتقال، کاهش آلاینده‌ها و جلوگیری از آلودگی محیط‌زیست از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از جمله ابزارهای توانمند و قابل اعتماد برای بررسی انتشار و غلظت آلاینده‌ها، مدل‌های ریاضی در محیط‌زیست هستند. اغلب مدل‌های ریاضی حاکم بر پدیده انتقال آلاینده‌ها و کاهش آلودگی به صورت معادلات دیفرانسیل می‌باشند. یکی از موارد آلودگی محیط‌زیست، خطوط لوله‌های انتقال نفت و فرآورده‌های آن است که در صورت عدم مدیریت یا مدیریت ضعیف، آلاینده‌های ناشی از آن‌ها مشکلات جدی در رابطه با سلامت انسان و محیط زیست به وجود می‌آورند. مدل ریاضی مرتبط به خطوط لوله‌های انتقال نفت و مشتقات آن، یک معادله دیفرانسیل معمولی غیر خطی مرتبه دوم است. در این تحقیق، معادله مذکور را مورد بررسی قرار داده و جهت کاهش آلودگی محیط زیست، دوره‌های تناوب زمان تخلیه لوله‌ها را مورد بحث قرار می‌دهیم. برای این منظور، از روش تابع گرین که یک ابزار قدرتمند برای حل معادلات دیفرانسیل غیر خطی است استفاده می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: محیط‌زیست، آلاینده‌ها، معادله دیفرانسیل، تابع گرین

مقدمه

در چند دهه گذشته، به علت بروز آثار مخرب زیست محیطی، فشارهای زیادی از جانب دولت‌ها و گروه‌های مردم نهاد بر سازمان‌ها برای رعایت جوانب زیست محیطی وارد شده است. با حادث شدن بحران کمبود منابع طبیعی، از بین رفتن جنگل‌ها، کمبود آب و ... موضوع حفظ محیط زیست اهمیت زیادی پیدا کرده است.

از عمده‌ترین آلودگی‌ها که بیش‌ترین خسارت را به محیط زیست وارد می‌کنند عبارتند از: آلودگی نفتی، شیمیایی، حرارتی، مواد رادیو اکتیو و فیزیکی؛ که بایستی عوامل آلاینده‌ها شناسایی و تا حد امکان در جهت کاهش آلودگی گام برداشت (۱، ۲، ۳، ۱۲ و ۱۳).

رها شدن نفت و فرآورده‌های آن در محیط‌زیست، ادامه زندگی بسیاری از جان‌داران ساکن اکوسیستم‌های خشکی و آبی را تهدید و با آلوده‌سازی خاک و آب-های زیرزمینی، بهداشت انسانی را با خطر جدی روبرو می‌کند. همچنین با از بین بردن زیستگاه گونه‌های مفید، اثر منفی خود را بر اقتصاد بخش‌هایی چون کشاورزی و شیلات تحمیل می‌کند. آلاینده‌های نفتی یکی از جدی‌ترین معضلات زیست‌محیطی هستند که خاک و آب‌های سطحی و زیرزمینی را تحت تأثیر قرار می‌دهند. این آلاینده‌ها می‌توانند از منابع مختلفی مانند نشت نفت از تانکرها، فعالیت‌های صنعتی، حوادث نفتی، تخلیه غیرقانونی مواد نفتی و نقل و انتقال باشند. آلاینده‌های خاک و آب‌های زیرزمینی با مواد نفتی به ویژه در اطراف تاسیسات و صنایع مرتبط با پالایش و انتقال نفت حساسیت ویژه‌ای دارد؛ چرا که معمولاً از شروع آلودگی تا تشخیص آن مدت زمان طولانی می‌-

گذرد و در صورت بروز، درمان آن به زمان و هزینه-های اقتصادی چشم‌گیری نیاز دارد. با توجه به حجم بالای فعالیت‌های نفتی، آلاینده‌های نفتی و فرآورده-های آن همواره وجود دارند که نیازمند منشأیابی، پاک‌سازی، مدیریت و پایش گسترده می‌باشند. لذا یافتن روش‌های مؤثر برای جلوگیری از انتشار آلاینده‌های نفتی بسیار حائز اهمیت است.

حمل و نقل نفت خام و مشتقات آن به روش‌های مختلفی انجام می‌گیرد که از بین آن‌ها، بیش‌ترین مهم بر عهده لوله‌های انتقال است. از اینرو پروژه‌های خطوط لوله‌های انتقال نفت همواره از جمله پروژه-هایی با خطرپذیری زیاد از لحاظ زیست‌محیطی می‌باشد. این پروژه‌ها بدون شک دارای اثرات منفی و در برخی مواقع غیر قابل جبران زیست‌محیطی و به هم خوردن تعادل اکوسیستم هستند. با این حال، در بین پروژه‌های عظیم نفتی، خطوط نفتی برای انتقال نفت فرآورده‌های آن یکی از ایمن‌ترین روش‌ها به شمار می‌آیند که یکی از وجه‌های مؤثر کاربردی و اقتصادی برای انتقال مواد خطرناک و قابل اشتعال است. این خطوط می‌توانند هزاران کیلومتر در شهرها و جاده‌ها کشیده شوند و با توجه به اینکه حاوی موادی ارزشمند و در عین حال خطرناک و در فشار زیاد هستند، همواره بروز هرگونه مشکل یا اختلال در سلامت خطوط می‌تواند مشکل ساز و حتی خطر آفرین باشند. بر این اساس جنس و موادی که در ساخت این لوله‌ها به کار می‌روند بر اساس نوع مواد شیمیایی اهمیت ویژه‌ای دارند و علاوه بر آن، چیزی که بیش‌تر حائز اهمیت است روش استفاده از آن‌ها است؛ چرا که یکی از منشأ آلاینده‌های نفتی همین خطوط لوله‌ها هستند.

آلاینده‌ها کار چندان ساده‌ای نیست. زیرا فرآیندهای مؤثر در پدیده انتقال آلاینده‌ها دارای تنوع زیادی بوده و مؤلفه‌های فیزیکی مؤثر در این فرآیندها نیز متفاوت می‌باشند.

میلنز و پروچت روشی برای تشخیص منبع آلاینده‌ها در حالت غیرهمگن و چند بعدی ارائه دادند (۱۴). قانع و همکاران از روش احتمال برگشتی برای تشخیص منابع آلاینده‌ها با شرایط غیر یکنواخت و ماندگار استفاده کردند (۹). البادیا و همکاران روشی را برای یافتن مکان و تابع شدت یک منبع آلاینده ارائه کردند (۸). آن‌ها با استفاده از اندازه‌گیری غلظت در نقاط مختلف و همچنین دانستن زمان غیر فعال شدن منبع آلاینده‌ها، توانستند مکان و تابع شدت منبع آلاینده‌ها را شناسایی کنند.

فرآیند جابجایی، روش فیزیکی می‌باشد که در مورد چگونگی انتقال و توزیع مواد از نقطه‌ای به نقطه دیگر بیان می‌شود. این معادله به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial(vC)}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t}$$

معادله حاکم بر پدیده انتقال آلاینده‌ها، معادله جابه جایی-پراکندگی است که از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی می‌باشد. معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_i}{\partial t} = & -u \frac{\partial c_i}{\partial x} - v \frac{\partial c_i}{\partial y} - w \frac{\partial c_i}{\partial z} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial c_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial c_i}{\partial z} \right) \\ & + E_i(t, x, y, z) + (K_{1i} + K_{2i})c_i \end{aligned}$$

که در آن $c_i = c_i(t, x, y, z)$ غلظت گونه شیمیایی i ؛ و $u = u(t, x, y, z)$ ، $v = v(t, x, y, z)$ و

آگاهی از منشأ انتشار آلاینده‌های نفتی در فعالیت‌ها و صنایع مرتبط با نفت و زمان وقوع و نشر این آلاینده‌ها از مهم‌ترین مسائلی است که در مطالعات محیط زیستی به منظور مقابله با آلودگی‌های محیط‌های آبی و خاکی مورد توجه قرار می‌گیرند (۱۰، ۱۱، ۱۷). اکثر مطالعاتی که در این زمینه صورت گرفته است به بررسی میزان آلودگی نفتی و چگونگی توزیع آلودگی پرداخته است (۱۶ و ۱۵). با این وجود، مطالعات محدودی در ارتباط با منشأ آلودگی نفتی صورت گرفته است. یکی از این منشأها، زمان تخلیه نفت از خطوط لوله‌های انتقال است.

یکی از روش‌های نوین کنترل آلاینده‌ها، مدل سازی ریاضی می‌باشد (۷-۵). زیرا مدل‌های ریاضی از جمله ارزان‌ترین و کاربردی‌ترین ابزارهایی هستند که می‌توان به کمک آن‌ها راه‌حل‌هایی در جهت رفع مشکلات زیست محیطی ارائه داد. مدل ریاضی حاکم بر پدیده انتقال آلودگی، معادلات جابجایی-پراکندگی است که یک معادله دیفرانسیل می‌باشد و حل تحلیلی آن بسیار اهمیت دارد. در این مقاله، برای یافتن جواب‌های چنین معادلاتی به روش تحلیلی از تابع گرین استفاده می‌کنیم.

مبانی و روش تحقیق

مدل‌های پخش آلاینده‌های هوا و محیط‌زیست که با معادلات دیفرانسیل توصیف می‌شوند، در بیش‌تر موارد نیازمند استفاده از روش‌های حل عددی برای دستیابی به پاسخ مدل می‌باشند (۴). از آنجایی که معادلات دیفرانسیل و روش‌های حل عددی آن‌ها دارای تنوع و گستردگی زیادی هستند، انتخاب یک روش بهینه برای استفاده در حل مدل‌های پخش

که در آن x تغییرات موقعیت توپک را مشخص می کند. در این صورت نیروهای اثر کننده بر سیستم، یکی نیروی فشاری است که از یک کمپرسور تامین شده و آن را به جلو می راند ($P_0 A_p$)، و دیگری نیروی اصطکاکی است که مایع بر توپک اعمال کرده (F_f) و در برابر حرکت مقاومت می کند. با در نظر گرفتن معادله حرکت، برآیندهای نیروهای وارده بر سیستم برابر است با تغییرات مومنتم سیستم با زمان. بنابراین معادله حرکت برای سیستم فوق به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{1}{g} \frac{d}{dt} [\rho A_p (L-x)v] = P_0 A_p - K_f (L-x) v^2$$

با قرار دادن $v = \frac{dx}{dt}$ داریم

$$\frac{d}{dt} \left[(L-x) \frac{dx}{dt} \right] = \frac{P_0 g}{\rho} - \frac{K_f g}{\rho A_p} (L-x) \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

و لذا:

$$-\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + (L-x) \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{P_0 g}{\rho} - \frac{K_f g}{\rho A_p} (L-x) \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

با فرض $M = \frac{K_f g}{\rho A_p}$ و $N = \frac{P_0 g}{\rho}$ ، معادله دیفرانسیل تغییرات موقعیت توپک به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \left(M - \frac{1}{L-x} \right) \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{N}{L-x}$$

که یک معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه دوم غیر خطی است. برای حل تحلیلی این معادله باید تابع گرین $G(t,s)$ مربوط به آن را چنان به دست آوریم که در شرایط مسئله صدق کند. همچنین G در $t=s$ پیوسته باشد، و علاوه بر آن $\frac{\partial G}{\partial t}$ پرش یکه داشته باشد. یعنی:

$w = w(t, x, y, z)$ سرعت باد در امتداد جهت های ox ، oy و oz ؛ و $k_x = k_x(t, x, y, z)$ ، $k_y = k_y(t, x, y, z)$ و $k_z = k_z(t, x, y, z)$ ثابت های نفوذ؛ $k_{1i} = k_{1i}(t, x, y, z)$ و $k_{2i} = k_{2i}(t, x, y, z)$ ضرایب رسوبات خشک و مرطوب گونه شیمیایی i ؛ و E_i منبع انتشار گونه شیمیایی i در نقطه (x, y, z) و در زمان t هستند؛ که یک معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم می باشد. معادله جابه جایی-پراکندگی کلاسیک به منظور پیش بینی نحوه توزیع زمانی و مکانی غلظت ماده آلاینده است. به دلیل گستردگی و تنوع زیاد معادلات دیفرانسیل جزئی، محققین در بیش تر موارد آن ها را با روش های عددی حل کرده اند؛ و در برخی موارد نیز به منظور بهبود جواب ها، معادله را در فضای معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری مدل سازی نموده و حل کرده اند.

منبع آلاینده های مورد بحث در این تحقیق، خطوط لوله های انتقال نفت می باشند. خطوط لوله های انتقال نفت گاهی اوقات به نوبت بر انتقال چندین فرآورده های نفتی از یک نقطه به نقطه دیگر مورد استفاده قرار می گیرند. جهت کاهش آلودگی در انتهای هر نوبت انتقال، یک توپک که اندازه آن به نسبت اندازه لوله می باشد، در یک انتهای لوله قرار داده شده، و با فشار گاز خنثی ای به سمت انتهای دیگر لوله رانده می شود. این امر باعث پاک شدن خط لوله از مایعات باقی مانده در آن می گردد. فرض می کنیم توپک در مقایسه با مایع داخل لوله بدون وزن و اصطکاک بوده و مایع هم غیر قابل تراکم باشد. نیروی اصطکاکی که مایع بر توپ اعمال می کند متناسب با مجذور سرعت (v) توپک و طول (L) لوله حاوی مایع می باشد. در واقع:

$$F_f = K_f (L-x)^2$$

leachate on groundwater quality. Kharazmi Journal of Earth Sciences. Sep 10;9(1):227-59.

[3] Baderna, D., Caloni, F., Benfenati, E., 2019, Investigating landfill leachate toxicity in vitro: A review of cell models and endpoints. Environment international. Jan 1;122: 21-30.

[4] Barati Moghaddam, M., Mazaheri, M., Samani, M., 2015, Numerical Solution of Advection-Dispersion Equation with Temporal Conservation Zones in Case of Unsteady Flow in Irregular Sections. Journa of Science and Irrigation Engineering. 40(1): 99-117.

[5] Bari, R., Hansen, D., 2002, Application of gradually-varied flow algorithms to simulate buried streams. Journal of Hydraulic Research, 40(6), 673-683.

[6] Benson, D.A., Wheatcraft, S.W., Meerschaert, M., 2000, Application of a fractional advection dispersion equation. Water resources research, 36(6), 1403-1412.

[7] Deng, Z., Jung, H., 2009, Variable residence time-based model for solut transport in streams, Water resources research;45(3).

[8] El Badia, A., Ha-Duong, T., Hamdi, A., 2005, Identification of a point source in a linear advection-dispersion-reaction equation : Application to a pollution source problem , Inverse Problems;21(3), 1-17.

[9] Ghane, A., Mazaheri, M., Samani, M., 2016, Location and release time identification of pollution point source in river networks based on the Backward Probability Method, Environmental Management, Vol. 180, September; 164-171.

[10] Hamdi, A., Mahfoudhi, I., Rejaiba, A., 2015, Identification of time active limit with lower and upper bounds of total amount loaded by unknown sources in 2D transport equations, Engineering Mathematics; 97(1), 101-117.

[11] Holmes, N., Morawska, L., 2006, A Review of Dispersion Modelling and its application to the dispersion of particles: An overview of different dispersion models available, Atmospheric Environment; 40 (30), 5902-5928.

[12] Kim, S., Kavvas, M., 2006, Generalized Fick's law and fractional ADE for pollution transport in a river: Detailed derivation, Journal of Hydrologic Engineering;11(1), 80-83.

[13] Marion, A., Zaramella, M., Bottacin, A., 2008, Solute transport in rivers with multiple

$$\frac{\partial G}{\partial t}(t, t^-) - \frac{\partial G}{\partial t}(t, t^+) = 1$$

با حل معادله دیفرانسیل حاصل به کمک تابع گرین

به دست آمده، جواب‌های تحلیلی معادله به دست می-

آید، که با استفاده از آن‌ها تغییرات موقعیت توپک به

طور دقیق مشخص می‌شوند. لذا به کمک آن می‌توان

برآورد نمود چه زمانی برای تخلیه خطوط لوله‌های

نفت با ابعاد مشخص در جهت کاهش آلودگی و

کاهش خوردگی لوله‌ها مناسب است.

نتیجه‌گیری

هدف از تحقیق حاضر، یافتن معادله دیفرانسیل

مربوط به خطوط لوله‌های نفت و یافتن زمان مناسب

برای تخلیه لوله‌ها جهت کاهش آلودگی است. با توجه

به اینکه معادله دیفرانسیل مرتبط به خطوط لوله‌های

نفت از نوع معادله دیفرانسیل معمولی غیر خطی و

شامل تغییرات غلظت بر واحد زمان است و نیز به دلیل

تنوع فرآیندهای دخیل در پدیده انتقال آلاینده‌ها، امکان

تأمین تمامی نیازمندی‌های لازم برای حل این معادله

امری بسیار پیچیده است. در این مقاله برای حل معادله

مذکور، روش تابع گرین پیشنهاد شده است. مهم‌ترین

مزایای استفاده از روش تابع گرین این است که به

کمک آن می‌توان معادله را به روش تحلیلی حل کرد

و دوره‌های تناوب زمان تخلیه خطوط لوله‌های نفت

را به دست آورد و نتایج مدل ریاضی را بهبود بخشید.

منابع

[1] Afzali, S. H., Abedini, M.J., Monadjemi, P., 2009, Simulation of flow in porous media using coupled pressurized-free surface interconnected conduit network. Iran Water Resour. Res., 5(2), 18-29.

[2] Azari, T., Kadar-Ghale, MT., Kardel, F., 2023, Influence of the Babolsar landfill

storage zones: The STIR model, Water resources research;44(10).

[14] Milnes, E., Perrochet, P., 2007, Simultaneous identification of a single pollution point source location and contamination time under known flow field conditions, Advances in Water Resources;30(12), 2439-2446.

[15] Mohammadi, N., Benis, KZ., Shakerkhatibi, M., Fatehifar, E., Sarand, AB., Mahmoudian, A., Sheikholeslami, F., 2016, Forecasting Concentrations of Gaseous Air Pollutants Using Artificial Neural Networks in Tabriz, Journal of Civil and Environmental Engineering, 46 (2), 83-104.

[16] Parsaie, A., Haghiabi, A.H., 2017, Computational Modeling of pollution transmission in rivers Applied water science; 7(3), 1213-1222.

[17] Wang, Z., Liu, J., 2012, Identification of the pollution source from one-dimensional parabolic equation models;219(8), 3403-3413.

“Research article”**Using Green's function in mathematical modeling of pollutant reduction in the environment****Abbasali Shokri**

Department of Mathematics, Ahar Branch, Islamic Azad University, Ahar, Iran

*Corresponding author: shokrimath@yahoo.com

(Received: 10 February 2025, Accepted: 4 March 2025)

Abstract

Predicting the transfer and reduction of pollutants, and preventing environmental pollution is of particular importance. among the powerful and reliable tools for examining the release and concentration of pollutants are mathematical models in the environment. most mathematical models governing the phenomenon of pollutant transfer and pollution reduction are in the form of differential equations. one of the cases of environmental pollution is oil and product transportation pipelines, which, if not managed or poorly managed, cause serious problems in terms of human health and the environment. the mathematical model related to oil pipelines and its derivatives is a second-order nonlinear ordinary differential equation. in this article, we examine the aforementioned equation and discuss the periodicity of pipe emptying times in order to reduce environmental pollution. for this purpose, we use the Green's function method, which is a useful tool for solving nonlinear differential equations.

Conflict of interest: None declared.**Keywords:** Environment, Pollutants, Differential Equation, Green's Function