

یک روش مقاوم آشکارسازی لبه با دقت زیرپیکسل در حضور نویز

مسعود علی دوست^(۱) - منصور زینلی^(۲) - همایون مهدوی نسب^(۲)

(۱) کارشناس ارشد - دانشکده مهندسی برق، واحد نجفآباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجفآباد، اصفهان، ایران

(۲) استادیار - دانشکده مهندسی برق، واحد نجفآباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجفآباد، اصفهان، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۷/۱۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۵/۲۸

خلاصه: آشکارسازی لبه یکی از مهم‌ترین مسائل مطرح در پردازش تصویر و بینایی ماشین می‌باشد. لبه‌یابی یکی از فرآیندهای مرتبه پایین در پردازش تصاویر می‌باشد، به طوری که عملکرد فرآیندهای مرتبه بالاتر مانند تشخیص اشیاء، قطعه‌بندی و کدگذاری تصاویر مستقیماً به کارایی این پردازش سطح پایین وابسته است. برآورد پارامترهای لبه با استفاده از محاسبه بردار گرادیان معمولاً دقیق نیست. حفظ ساختار لبه یکی از بارزترین مسائلی است که باید در آشکارسازی، به ویژه آشکارسازی تصاویر نویزدار مورد توجه قرار گیرد. برای کاربردهای عملی که لبه‌های دقیق مورد نیاز است، آشکارسازی لبه در مقیاس زیرپیکسل انجام می‌شود. در این مقاله یک روش جدید آشکارساز لبه معرفی می‌شود که بر اساس شکل لبه و مدل به دست آمده از تأثیر پیکسل‌های مجاور و روابط مکانی پیکسل‌های تصویر، اقدام به لبه‌یابی می‌کند. یک روند ترمیم تکرار شونده بر اساس لبه‌یاب معرفی شده ارائه می‌شود و سپس عملکرد الگوریتم با شبیه‌سازی‌های انجام شده بررسی می‌گردد. هدف این روش افزایش دقت در شناسایی موقعیت زیرپیکسل، انحنای، جهت، و تغییرات شدت لبه در تصاویر نویزدار است.

کلمات کلیدی: پردازش تصویر، آشکارسازی لبه، دقت زیرپیکسل.

A Robust Edge Detection Method with Subpixel Accuracy in Presence of Noise

Masoud Alidoust⁽¹⁾ – Mansoor Zeinali⁽²⁾ – Homayoun Mahdavi-Nasab⁽²⁾

(1) MSc.- Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Esfahan, Iran

Masoud.Alidoust@gmail.com

(2) Assistant Professor - Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Esfahan, Iran

Mansoor.Zeinali@gmail.com

mahdavinasab@iaun.ac.ir

Edge detection is one of the most important issues in image processing and machine vision. Edge detection in image processing is a low order process, so that the performance of the higher order processes such as object identification, segmentation and coding of images is directly related to the efficiency of this process. The estimation of edge parameters with using gradient vector calculation is usually not accurate. Keeping the structure of edge is one of the most important problems in edge detection, especially in detecting noisy images. For practical applications that accurate edges are needed, subpixel edge detection is done. In this paper a new edge detection method based on edge figure and obtained model from neighboring pixels effect and spatial relation of image pixels is introduced. Then an iterative restoration process based on presented edge detector is suggested. The purpose of this method is to increase the accuracy in recognition of subpixel position, curvature, orientation and change in intensity in noisy images.

Index Term: Image processing, edge detection, subpixel accuracy.

نویسنده مسئول: منصور زینلی، دانشکده مهندسی برق، واحد نجفآباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجفآباد، اصفهان، ایران، Mansoor.Zeinali@gmail.com

۱- مقدمه

بی شک مهم ترین پارامتر در تصویر که درک آن بیشترین تأثیر را دارد لبه‌ها می‌باشند. در ساده ترین حالت، محل تغییرات در سطح روشنایی و نقاط ناپیوستگی تصویر که حداقل شامل چند پیکسل باشد را می‌توان لبه تعریف کرد [۱].

در حالت کلی لبه یک ویژگی محلی از تصویر نبوده و به ساختار تصویر در اطراف آن ناحیه نیز بستگی دارد. همچنین بر اساس تعریف لبه به عنوان محل تغییرات سطوح روشنایی، بازه این تغییرات نیز باید مورد توجه قرار گیرد تا در مورد وجود لبه و مکان دقیق آن تصمیم‌گیری شود. در این صورت با آشکارسازی لبه‌های یک تصویر، مکان تمام اشیاء برجسته و مات موجود در تصویر مشخص شده و خواص اساسی آن‌ها مانند سطح، محیط، ساختار شکلی، نوع و موقعیت اشیاء، تنها با پردازش نقاط محدودی از تصویر که لبه‌ها می‌باشند قابل اندازه‌گیری و تشخیص خواهد بود. در نتیجه استفاده از یک آشکارساز لبه دقیق، به افزایش نرخ بازشناسی ویژگی‌ها و قابلیت ناحیه‌بندی دقیق تصویر، به طور مستقیم کمک می‌کند [۲].

تاکنون روش‌های مختلفی برای لبه‌یابی معرفی و اجرا شده‌اند که می‌توان به دو گروه اصلی آشکارسازی لبه در مقیاس پیکسل و آشکارسازی لبه در مقیاس زیر پیکسل اشاره کرد [۳].

عملگرهایی مانند عملگر سوبل [۴]، عملگر پرویت [۵]، عملگر رابرتز [۶] و عملگر لاپلاسیان [۷] که بر اساس مشتق‌گیری از تصویر در مقیاس پیکسل کار می‌کنند، به دلیل تک مقیاس بودن عملگر، بهینه نبودن پاسخ خروجی و حساسیت زیاد به نویز کمتر استفاده می‌شوند. همچنین در این زمینه از عملگرهای بهینه مانند عملگر کنی [۸] و مار-هیلدرث [۹] نیز استفاده می‌شود. برای مثال در روش کنی که از پرکاربردترین روش‌های آشکارسازی در مقیاس پیکسل است، برای آشکارسازی لبه پله ایده‌آل، ابتدا تصویر ورودی با یک فیلتر گاوسی با انحراف معیار مشخص هموار شده و تصویر حاصل با مشتق گاوسی در دو جهت افقی و عمودی کانالو می‌شود. سپس، با توجه به اطلاعات اندازه و زاویه به دست آمده و استفاده از الگوریتم حذف نقاط غیرماکزیمم و آستانه‌گیری دو سطحی (هیستریزس) لبه‌ها آشکار می‌شوند. علی‌رغم قابلیت‌های زیاد روش کنی، نیاز آن به تنظیم یا تعیین پارامترهای ورودی از جمله مشکلات این روش است. چنانچه مقدار انحراف معیار مربوط به تابع گاوسی در ورودی بزرگ انتخاب شود، لبه‌های مربوط به ساختارهای ریز از بین می‌رود. در مقابل اگر مقدار آستانه کوچک انتخاب شود، اثر بیشتری از نویز به خروجی منتقل خواهد شد.

همان‌طور که بیان شد، کارایی روش‌هایی که در مقیاس پیکسل اجرا می‌شوند در حضور نویز حتی با انحراف معیار کم به شدت افت می‌کند. همچنین، تحلیل و آشکارسازی لبه در جهت‌های محدود افقی و عمودی صورت می‌گیرد. برای افزایش دقت، از آشکارسازی در مقیاس زیرپیکسل استفاده می‌شود. ایده اصلی این آشکارسازی، کلاس‌بندی

پیکسل‌هاست. با توجه به این کلاس‌بندی، به تجزیه زیرپیکسل‌های هر پیکسل پرداخته می‌شود. برای تحلیل و پردازش مؤلفه‌های پیکسل که زیرپیکسل خوانده می‌شوند، تاکنون روش‌های بسیاری ارائه شده است که بیشتر بر اساس ممان‌های آماری^۱، درون‌یابی^۲، و برازش منحنی^۳ استوار هستند.

در دهه هشتاد میلادی، طباطبایی و میشل برای رسیدن به پارامترهای لبه (موقعیت، جهت، پس‌زمینه و کنتراست) از ممان‌های سطح خاکستری استفاده کردند [۱۰]. در این روش، مدل لبه‌ها را پله ایده‌آل فرض کردند و اطلاعات مکانی پیکسل‌ها را در نظر نگرفتند. سپس، برای لبه‌های نامشخص ممان‌های مکانی [۱۱]، ممان‌های زرنیک [۱۲] و ممان‌های فوریه-ملین [۱۳] معرفی شدند. ممان‌های زرنیک و فوریه-ملین به دلیل استفاده از چند جمله‌ای‌های متعامد، دارای افزونگی نیستند. همچنین بیشتر برای تصاویر نویزی و محو شده مورد استفاده قرار می‌گیرند. در مرجع [۱۴] برای هموارسازی، ابتدا فیلتر گاوسی بر روی تصویر اصلی اجرا می‌شود. سپس، با اعمال ممان زرنیک موقعیت لبه‌ها مشخص می‌شود. اگرچه روش‌های مبتنی بر ممان در مقابل نویز مقاوم هستند ولی دقت مناسب برای آشکار کردن اشیاء کوچک را ندارند.

در روش مبتنی بر برازش منحنی [۱۵]، برای شناسایی محل لبه‌ها بر اساس مدل لبه، یک منحنی انتخاب می‌شود که مربع خطا برای نقاط داده را به حداقل برساند. این عمل را اصطلاحاً حداقل مربعات برازش منحنی می‌نامند. در این روش، بهترین مدل برازش شده بر مجموعه‌ای از داده‌ها مدلی است که در آن مجموع مربع باقی‌مانده‌ها کمینه باشد. منظور از باقی‌مانده‌ها، اختلاف بین داده مشاهده شده و مقداری است که از مدل به دست می‌آید. محققان مدل‌های مختلفی را برای تقریب برازش منحنی پیشنهاد کردند. در مرجع [۱۶] از تابع تانژانت هایپربولیک برای تقریب استفاده شده است. همچنین، استفاده از تابع انرژی محلی برای تقریب پارامترهای لبه پیشنهاد شده است [۱۷]. استفاده به تنهایی از برازش منحنی به دلیل پیچیدگی محاسبات و دقت پایین کمتر مورد نظر است. بنابراین، ترکیب برازش منحنی با عملگرهای سطح پیکسل نظیر کنی پیشنهاد شد [۱۸]. در این مرجع، ابتدا پیکسل‌های تصویر توسط برازش منحنی به سه کلاس مختلف تقسیم شده‌اند. سپس، با اعمال عملگر کنی موقعیت لبه‌ها آشکار می‌شود. در مرجع [۱۹] اسپلاین مکعبی برای برازش نقاط تصویر به همراه روش کنی پیشنهاد شده است.

در روش درون‌یابی [۲۰]، هدف بازیابی اطلاعات پیوسته لبه‌ها توسط مقدار نمونه‌های گسسته است. این نمونه‌ها می‌توانند بر پایه مشتق مرتبه اول و مشتق مرتبه دوم، توسط عملگرهایی مانند سوبل، کنی و لاپلاسیان به دست آیند. استیگر [۲۱] برای استخراج لبه‌ها و خطوط، از کانولوشن لبه پله با مشتق مرتبه اول تابع گاوسی استفاده کرد. ولی به دلیل استفاده از یک عملگر در شناسایی لبه‌ها و خطوط، تفکیک لبه و خط را دچار مشکل می‌کرد. از دیگر کارهایی که در این زمینه انجام

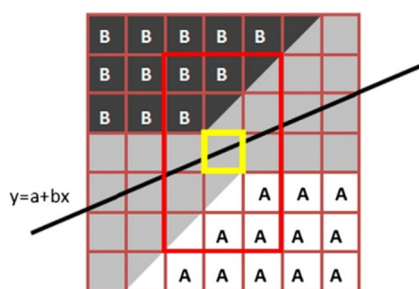
۲- روش پیشنهادی

در روش‌های کلاسیک آشکارسازی لبه (در مقیاس پیکسل) ارتباطی بین پیکسل‌ها برقرار نمی‌شود. در واقع عمل محلی‌سازی^۷ صورت نمی‌گیرد. همچنین برای آشکارسازی لبه‌ها باید آستانه‌گذاری به صورت دستی انجام شود. در حضور نویز این آستانه‌گذاری معمولاً با خطا همراه است. به این خاطر که به چندین سطح آستانه برای آشکارسازی نیاز داریم. همچنین، این روش‌ها فقط توانایی شناسایی اندازه (قدرت) لبه و جهت لبه را دارند.

در این بخش ابتدا لبه‌یابی بر اساس ارتباط و ساختار پیکسل‌های مجاور پیکسل‌های لبه برای تصاویر ایده‌آل (بدون نویز) ارائه می‌شود. سپس با الهام از آن، این روش برای آشکارسازی لبه در تصاویر نویزدار تعمیم داده می‌شود.

۲-۱- آشکارسازی لبه در تصاویر بدون نویز

با توجه به معادلات درجه یک و درجه دو، لبه‌ها با ساختار خطی را توسط معادله $y = a + bx$ و لبه‌های منحنی شکل را توسط معادله $y = a + bx + cx^2$ مدل می‌کنیم. الگوریتم پیشنهادی [۳۱] برای لبه‌های منحنی شکل معرفی می‌شود و نتیجه خواهیم گرفت که لبه‌های خطی حالت خاصی از ساختار منحنی شکل خواهند بود. شکل (۱) بیان می‌کند در حالت کلی، پیکسل‌های لبه، ناحیه تصویر را به دو قسمت با شدت روشنایی A و B تقسیم می‌کنند. برای در نظر گرفتن اطلاعات ساختاری، پنجره‌ای به اندازه $n \times n$ در همسایگی هر پیکسل لبه در نظر گرفته می‌شود. n فرد است. به این منظور یک پنجره 5×3 به مرکز پیکسل مورد نظر (زرد رنگ) در نظر می‌گیریم. شکل (۲) این ساختار را برای مدل‌های مختلف نشان می‌دهد.



شکل (۱): ناحیه‌ای از تصویر به همراه مقادیر مختلف شدت روشنایی [۳۱]
Fig. (1): An area of image with different level of intensity [31]

برای تحلیل تصویر $f(x,y)$ از نمونه‌های گسسته آن $F[x,y]$ که به صورت شبکه‌ای از پیکسل‌هاست، استفاده می‌شود. به منظور استفاده از عملگرهای دیفرانسیلی، تابع f مشتق‌پذیر و پیوسته فرض شده است. به دلیل اینکه لبه‌ها در نقاط ناپیوستگی تصویر ایجاد می‌شوند، می‌توان ارزش هر پیکسل لبه را توسط رابطه (۱) بیان کرد:

$$F(i, j) = B + \frac{A - B}{h^2} P_{i,j} \quad (1)$$

شده است، استفاده از عملگر کنی و سپس استفاده از درون‌یابی هرمیت می‌باشد [۲۲]. علاوه بر این، درون‌یابی اسپلاین [۲۳]، نظیر بی-اسپلاین و اسپلاین مکعبی نیز معرفی شد. استفاده از روش‌های مبتنی بر درون‌یابی و برازش منحنی دقت بالایی دارند ولی به دلیل پیچیدگی محاسبات از سرعت پردازش پایینی برخوردار هستند. همچنین، در پردازش تصاویر نویزدار با مشکل مواجه می‌شوند.

علاوه بر روش‌های مبتنی بر برازش منحنی، درون‌یابی و ممان که با دقت زیرپیکسل لبه‌یابی را انجام می‌دهند، انواع روش‌های مبتنی بر سیستم فازی - عصبی [۲۴]، استفاده از اتوماتای سلولی فازی [۲۵]، آشکارسازی فازی رقابتی [۲۶] و تبدیل موجک چند مقیاسی [۲۷] نیز پیشنهاد شده‌اند. علی‌رغم اینکه این روش‌ها کارایی قابل قبولی برای آشکارسازی لبه از خود نشان داده‌اند، ولی ضعف این روش‌ها این است که نقشه لبه به دست آمده در بیشتر موارد ضخیم است. نقاط لبه به دقت مکان‌یابی نمی‌شوند و به علاوه هزینه محاسباتی زیادی نیز دارند که استفاده از آن‌ها را در کاربردهای عملی با محدودیت مواجه می‌سازد. به طور خاص، روش‌هایی نیز برای حذف نویز تصاویر معرفی شدند. تعداد درخور توجهی از این روش‌ها بر مبنای فیلترهای آماری هستند. مشهورترین این فیلترها فیلتر استاندارد میانه است که با تغییر پیکسل مرکزی با میانه پیکسل‌های موجود در پنجره فیلتر سعی در حذف نویز از پیکسل مرکزی دارد [۲۸]. مزایای این روش ساده بودن، کم بودن محاسبات و داشتن کارایی قابل قبول در حذف نویز است. یکی از معایب آن تار شدن جزئیات تصویر حتی در محیط‌های با نویز کم و جابجایی جزئیات تصویر در حد چند پیکسل است.

برای رفع مشکل فیلتر استاندارد میانه، دو گونه دیگر از آن با عنوان فیلتر میانه وزن‌دار^۴ [۲۸] و فیلتر میانه مرکز وزن‌دار^۵ [۲۹] ارائه شده‌اند. این فیلترها قابلیت حفظ لبه‌ها و جزئیات تصویر را تا حدی دارند. این فیلترها، اپراتورهای ثابت مکانی هستند که صرفنظر از رفتار فیلتر تمایزی بین پیکسل‌های نویز و بدون نویز تصویر ورودی قایل نیستند.

علاوه بر فیلترهای مبتنی بر میانه، انواع مختلفی از فیلترهای میانگین و همچنین، فیلترهای غیر خطی انتشار ناهمسانگرد^۶ [۳۰] ارائه شدند. به علت عدم قطعیت پیکسل‌های یک تصویر آلوده به نویز، بیشتر روش‌های یاد شده کارایی قابل قبولی در حذف نویز تصاویر را ندارند و ممکن است برخی از پیکسل‌های نویزی را بدون فیلتر کردن رها کنند و با فیلتر کردن برخی پیکسل‌های سالم موجب تحریف تصویر خروجی شوند. در این مقاله پس از معرفی لبه‌یابی پیشنهادی در مقیاس زیرپیکسل، به مقایسه این روش با سه روش دیگر در این زمینه می‌پردازیم. نتایج شبیه‌سازی، از اجرای روش پیشنهادی در نرم‌افزار متلب نشان می‌دهد که در حضور نویز جزئیات و پارامترهای لبه با دقت بالایی آشکار می‌شوند.

$$c = \frac{S_L + S_R - 2S_M}{2(A - B)} \quad (10)$$

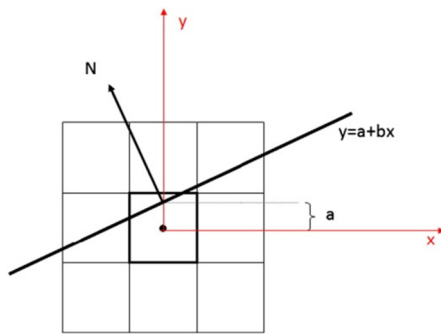
برای تخمین شدت A و B استفاده از میانگین سه پیکسل کناری پنجره در دو طرف لبه پیشنهاد می‌شود:

$$A = \frac{1}{3}(F_{i,j+2} + F_{i+1,j+2} + F_{i+1,j+1}) \quad (11)$$

$$B = \frac{1}{3}(F_{i-1,j-1} + F_{i-1,j-2} + F_{i,j-2}) \quad (12)$$

با به دست آمدن ضرایب معادله درجه دو می‌توان پارامترهای لبه را تخمین زد. به منظور تعیین موقعیت زیرپیکسل، فاصله عمودی از مرکز پیکسل تا لبه اندازه‌گیری می‌شود. با توجه به شکل (۳) داریم:

$$(0, a) \quad (13)$$



شکل (۳): پارامترهای لبه برای پیکسل انتخاب شده [۳۱]
Fig. (3): Edge parameters for specified pixel [31]

همچنین، بردار نرمال لبه توسط رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$N = \frac{A - B}{\sqrt{1 + b^2}} [b - 1] \quad (14)$$

اندازه بردار نرمال جهت تغییرات دقیق شدت را در دو طرف لبه نشان می‌دهد.

ضریب k که بیان‌کننده انحنای لبه است را می‌توان به وسیله ضرایب معادله منحنی یعنی b و c توسط رابطه (۱۵) به دست آورد:

$$K = \frac{2c}{(1 + b^2)^{3/2}} \quad (15)$$

اکنون به این نکته باید توجه کرد که ساختار خطی لبه حالت خاصی از ساختار منحنی شکل می‌باشد با این تفاوت که در ساختار خطی ضریب c صفر می‌باشد.

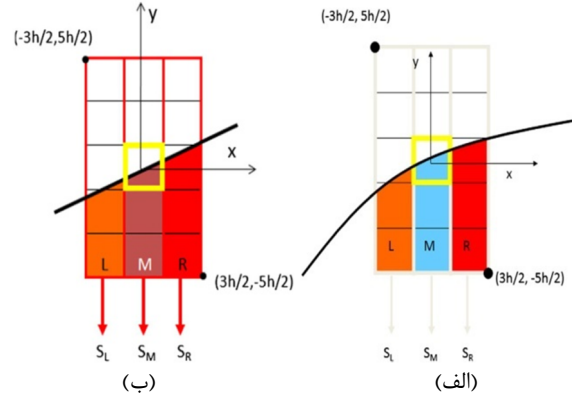
با مشخص شدن موقعیت زیرپیکسل لبه، انحنای لبه، شدت لبه و جهت لبه، تخمین دقیقی از لبه به دست می‌آید.

۲-۲- تعمیم روش پیشنهادی

روش ارائه شده برای حالاتی بیان شد که شیب لبه‌ها بین ۰ و ۱ باشد. در حالت کلی اگر شیب بین -۱ و ۱ باشد، تخمین A و B به این صورت تغییر خواهد کرد:

$$A = \frac{1}{3}(F_{i,j+2} + F_{i+m,j+2} + F_{i+m,j+1}) \quad (16)$$

h طول ضلع پیکسل و P_{ij} سطح داخلی پیکسل مورد نظر است. سپس، با توجه به ارزش هر پیکسل سه پارامتر S_L ، S_M و S_R را که به ترتیب مجموع مقادیر شدت پیکسل‌های ستون‌های سمت راست، وسط و چپ پیکسل مورد نظر است، را برای مدل (الف) محاسبه می‌کنیم:



شکل (۲): پنجره انتخابی به مرکز پیکسل مشخص شده برای محاسبه

پارامترهای لبه [۳۱]

Fig. (2): The selected window to center of specified pixel for computation of edge parameters [31]

$$S_L = \sum_{n=j-2}^{j+2} F_{i-1,n} = 5B + \frac{A - B}{h^2} L \quad (2)$$

$$S_M = \sum_{n=j-2}^{j+2} F_{i,n} = 5B + \frac{A - B}{h^2} M \quad (3)$$

$$S_R = \sum_{n=j-2}^{j+2} F_{i+1,n} = 5B + \frac{A - B}{h^2} R \quad (4)$$

که L ، M و R نشان‌دهنده سطح داخلی هر ستون، زیر منحنی لبه می‌باشند که به ترتیب توسط روابط (۵)، (۶) و (۷) تعیین می‌شوند:

$$L = \int_{-3h/2}^{-h/2} (a + bx + cx^2 + \frac{5h}{2}) dx \quad (5)$$

$$= ah - bh^2 + \frac{13}{12} ch^3 + \frac{5}{2} h^2$$

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} (a + bx + cx^2 + \frac{5h}{2}) dx \quad (6)$$

$$= ah + \frac{1}{12} ch^3 + \frac{5}{2} h^2$$

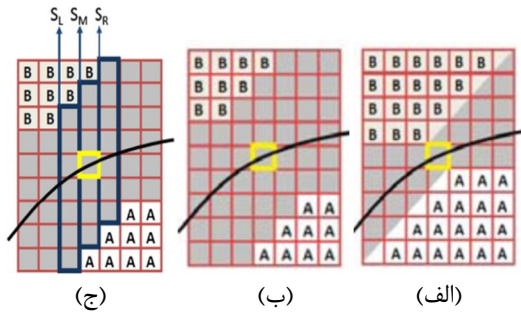
$$R = \int_{h/2}^{3h/2} (a + bx + cx^2 + \frac{5h}{2}) dx \quad (7)$$

$$= ah + bh^2 + \frac{13}{12} ch^3 + \frac{5}{2} h^2$$

پس از حل دستگاه معادله، ضرایب a و b برای $h=1$ به دست می‌آیند:

$$a = \frac{2S_M - 5(A + B)}{2(A - B)} - \frac{1}{12}c \quad (8)$$

$$b = \frac{S_R - S_L}{2(A - B)} \quad (9)$$



شکل (۴): تأثیر هموارسازی: (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر هموار شده، (ج) مجموع مقادیر شدت ستون‌ها [۳۱]

Fig. (4): Influence of smoothed: a) Original image, b) Smoothed image, c) Sum of columns intensity values [31]

۲-۴- خصوصیات لبه پس از هموارسازی

با توجه به ناحیه به وجود آمده در اثر نویز روند آشکارسازی روش قبل دچار تغییر می‌شود. در این بخش این روند برای تصاویر نویزی بررسی می‌شود. فرض شود که شیب لبه بین -1 و 1 باشد.

آنگاه: $|G_x(i, j)| < |G_y(i, j)|$ علامت شیب است که توسط رابطه (۲۵) تعیین می‌شود:

$$m = \begin{cases} 1 & \text{if } G_x(i, j) G_y(i, j) > 0 \\ -1 & \text{if } G_x(i, j) G_y(i, j) < 0 \end{cases} \quad (25)$$

فرض شود که S_L, S_M, S_R مجموع شدت پیکسل‌های ستون تصویر G باشند:

$$S_L = \sum_{k=0}^{3+m} G_{i-1, j+k} = (a_{00} + 2a_{01})(L_{-1} + A + B) \quad (26)$$

$$+ (a_{01} + 2a_{11})(L_{-2} + L_0 + 2(A + B))$$

$$S_M = \sum_{k=-3}^3 G_{i-1, j+k} = (a_{00} + 2a_{01})(M_0 + A + B) \quad (27)$$

$$+ (a_{01} + 2a_{11})(M_{-1} + M_1 + 2(A + B))$$

$$S_R = \sum_{k=-3-m}^{3-m} G_{i+1, j+k} = (a_{00} + 2a_{01})(R_1 + A + B) \quad (28)$$

$$+ (a_{01} + 2a_{11})(R_0 + R_2 + 2(A + B))$$

$$L_i = \sum_{k=-2+m}^{2+m} F_{i-1, j+k} = A \frac{Q_i}{h^2} + B(5 - \frac{Q_i}{h^2}) \quad (29)$$

$$\forall_i = \{-2, -1, 0\}$$

$$M_i = \sum_{k=-2}^2 F_{i, j+k} = A \frac{P_i}{h^2} + B(5 - \frac{P_i}{h^2}) \quad (30)$$

$$\forall_i = \{-1, 0, 1\}$$

$$R_i = \sum_{k=-2-m}^{2-m} F_{i+1, j+k} = A \frac{T_i}{h^2} + B(5 - \frac{T_i}{h^2}) \quad (31)$$

$$\forall_i = \{0, 1, 2\}$$

و:

$$B = \frac{1}{3}(F_{i-m, j-1} + F_{i-m, j-2} + F_{i, j-2}) \quad (17)$$

که:

$$m = \begin{cases} 1 & \text{if } f_x(i, j) f_y(i, j) > 0 \\ -1 & \text{if } f_x(i, j) f_y(i, j) < 0 \end{cases} \quad (18)$$

همچنین برای ضریب k ، اگر ناحیه شدت A داخل منحنی و شدت B خارج منحنی باشد، مقدار منحنی در تمام نقاط لبه منفی خواهد شد. در نتیجه در حالت کلی خواهیم داشت:

$$K = \frac{2cn}{(1 + b^2)^{3/2}} \quad (19)$$

که:

$$n = \begin{cases} 1 & \text{if } f_y(i, j) > 0 \\ -1 & \text{if } f_y(i, j) < 0 \end{cases} \quad (20)$$

اگر قدرمطلق مقدار لبه شیب از 1 بزرگتر باشد روابط بیان شده تفاوتی نمی‌کند. اما پنجره انتخابی جابه‌جا می‌شود (3×5 در عوض 5×3). همچنین، باید مجموع مقادیر شدت برای سطرها محاسبه شود. برای لبه‌های منحنی معادله به صورت $x = a + by + cy^2$ تعریف خواهد شد. سپس، مختصات موقعیت زیرپیکسل از مرکز پیکسل به صورت افقی اندازه‌گیری می‌شود:

$$(a, 0) \quad (21)$$

رابطه بردار نرمال بدون تغییر همان رابطه (۱۴) است، و تخمین A و B به صورت:

$$A = \frac{1}{3}(F_{i+2, j} + F_{i+2, j+m} + F_{i+1, j+m}) \quad (22)$$

$$B = \frac{1}{3}(F_{i-1, j-m} + F_{i-2, j-m} + F_{i-2, j}) \quad (23)$$

علامت m مانند حالت عمودی توسط رابطه (۱۸) تعیین می‌شود.

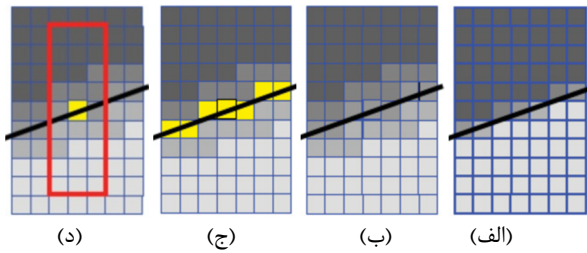
۲-۳- آشکارسازی لبه در تصاویر با شدت نویز پایین

در اثر محدودیت‌های زمانی و امکانات تصویربرداری، تصاویر به نویز آلوده می‌شوند. آثار مخرب نویز در تصویر به شکل‌های مختلفی نمایان می‌شود. نویز باعث ایجاد تغییر در مقادیر شدت تصویر خواهد شد. به این منظور برای کاهش خطا از کانالو تصویر با یک ماسک هموارساز (کرنل گاوسین) استفاده می‌شود.

$$K = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{01} & a_{11} \\ a_{01} & a_{00} & a_{01} \\ a_{11} & a_{01} & a_{11} \end{pmatrix} \quad (24)$$

که $a_{00} > a_{01} > a_{11} > 0$ و $a_{00} + 4a_{01} + 4a_{11} = 1$ است.

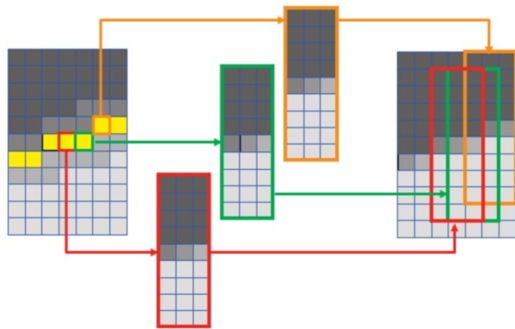
فرض شود G تصویری است که از کانالو تصویر اصلی F با ماسک هموارساز k به دست آید. هدف رسیدن به خصوصیات تصویر F با استفاده از مقادیر G می‌باشد. در شکل (۴) مشاهده می‌شود ناحیه بین A و B پس از هموارسازی بزرگ خواهد شد.



شکل (۵): الف) تصویر اصلی، ب) تصویر هموار شده، ج) پیکسل‌های لبه

آشکار شده، د) زیر تصویر ۹×۳ برای پیکسل لبه ۳۱

Fig. (5): a) Original image, b) Smoothed image, c) Edge pixels detected, d) 9*3 subimage for edge pixel[31]



شکل (۶) ترکیب زیر تصاویر برای ایجاد تصویر ترمیمی نهایی [۳۱]

Fig. (6): Subimage are combined to generate a complete restored image [31]

۲-۶- جزئیات پیاده‌سازی روش پیشنهادی

در فرآیند ترکیب اطلاعات زیر تصویرها باید به دو نکته توجه داشت:

- ۱- برای هر پیکسل لبه یک زیر تصویر در نظر گرفته می‌شود.
- ۲- شدت روشنایی تصویر نهایی برابر با جمع تجمعی^{۱۱} شدت روشنایی زیر تصویرهاست.

روش پیشنهادی بر اساس پیکسل‌های مجاور لبه و ارتباط آن با پیکسل‌های لبه بیان شد. اگر ابعاد زیر تصویرها کوچک انتخاب شود مثلاً از پنجره ۹×۱ استفاده شود، در واقع از پیکسل‌های مجاور لبه چشم‌پوشی کرده‌ایم. این مسئله در تصاویری که شدت نویز بالا است، تأثیر خواهد گذاشت. تصویر نهایی که پس از چندین تکرار به دست آید، دقت لازم را نسبت به حالتی که از پنجره ۹×۳ استفاده شود، ندارد. از طرف دیگر با بالا رفتن ابعاد پنجره نمی‌توان تخمین درستی از ویژگی‌های ساختاری تصویر نهایی پس از ترکیب زیر تصاویرها به دست آورد. مزیت این روش این است که پارامترهای لبه دچار تغییر نمی‌شوند، به این معنی که در هر بار تکرار، رابطه $F_n = F_0$ برقرار است. همچنین این روش در حضور نویزهای مختلف از دقت بالایی برخوردار است.

۳- آزمایش‌ها و نتایج

در مراجع [۳۲-۳۴] به ترتیب سه روش بر اساس ممان، درون‌یابی و برازش منحنی (حداقل مجذور خطای کمینه‌سازی) معرفی و اجرا شده‌اند. در این بخش از معیار میانگین مربع خطا^{۱۱}، ارزیابی کیفی، منحنی مشخصه عملکرد دریافت^{۱۲} (ROC) و منحنی دقت-

$$Q_i = \int_{(i-1/2)h}^{(i+1/2)h} (a + bx + cx^2 + \frac{5+2m}{2}h)dx \quad (32)$$

$$= ah + bih^2 + ch^3 \left(\frac{1}{12} + i^2 \right) + \frac{5+2m}{2}h^2$$

$$P_i = \int_{(i-1/2)h}^{(i+1/2)h} (a + bx + cx^2 + \frac{5}{2}h)dx \quad (33)$$

$$= ah + bih^2 + ch^3 \left(\frac{1}{12} + i^2 \right) + \frac{5}{2}h^2$$

$$T_i = \int_{(i-1/2)h}^{(i+1/2)h} (a + bx + cx^2 + \frac{5-2m}{2}h)dx \quad (34)$$

$$= ah + bih^2 + ch^3 \left(\frac{1}{12} + i^2 \right) + \frac{5-2m}{2}h^2$$

پس از حل دستگاه معادله، ضرایب a ، b و c برای $h=1$ به دست می‌آیند:

$$a = \frac{2S_M - 7(A+B)}{2(A-B)} - \frac{1+24a_{01}+48a_{11}}{12}c \quad (35)$$

$$b = m + \frac{S_R - S_L}{2(A-B)} \quad (36)$$

$$c = \frac{S_L + S_R - 2S_M}{2(A-B)} \quad (37)$$

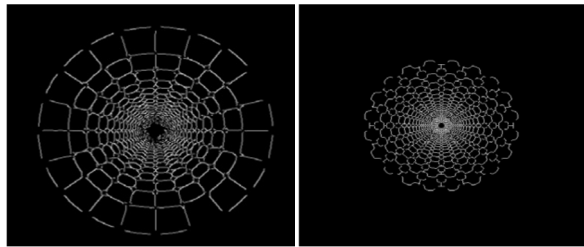
در ساختار خطی ضریب c صفر می‌باشد. در نهایت خصوصیات لبه در تصویر اصلی F توسط این ضرایب، بر اساس روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۹) به دست می‌آید. همچنین رابطه (۳۸) و (۳۹) برآوردی از شدت روشنایی در دو طرف لبه را بیان می‌کند:

$$A = \frac{1}{3}(G_{i,j+4} + G_{i+m,j+4} + G_{i+m,j+3}) \quad (38)$$

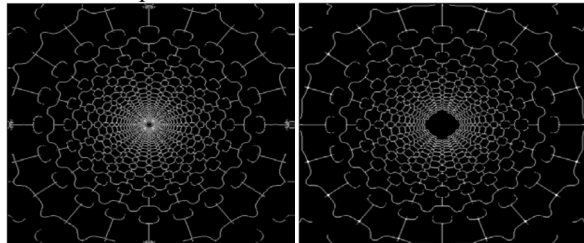
$$B = \frac{1}{3}(G_{i-m,j-3} + G_{i-m,j-4} + G_{i,j-4}) \quad (39)$$

۲-۵- فرآیند ترمیم تکرار شونده

اگر شدت نویز در تصاویر بالا باشد، تشخیص لبه با خطا همراه است. به این منظور در این بخش روشی برای کاهش خطا ارائه شده است. در این روش ابتدا تصویر اصلی F_0 توسط یک ماسک ۳×۳ هموار می‌شود. لبه‌یاب پیشنهادی بر روی تصویر هموار شده G اجرا می‌شود. سپس، برای هر پیکسل لبه یک زیر تصویر^۹ در نظر گرفته می‌شود. مرحله آخر ترکیب زیر تصاویرها و اجرای دوباره هموارسازی و به دست آوردن تصویر ترمیم شده نهایی F_1 می‌باشد. ساختار این روش در شکل‌های (۵) و (۶) مشاهده می‌شود.



روش ممان روش درون‌یابی
Interpolation Method Moment Method



روش پیشنهادی (یک تکرار) روش پیشنهادی (ده تکرار)

Proposed Method (1 It.) Proposed Method (10 It.)

شکل (۷): ارزیابی کیفی روش پیشنهادی برای آشکارسازی لبه در مقایسه با

روش‌های برازش منحنی، درون‌یابی و ممان

Fig. (7): Qualitative assessment of proposed method for edge detection compared with method of curve fitting, interpolation and mement

۳-۲- معیار میانگین مربع خطا

از تعریف معیار میانگین مربع خطا برای مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های دیگر استفاده شده است.

$$MSE = \frac{1}{RC} \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C (s[r, c] - y[r, c])^2 \quad (40)$$

$s[r, c]$ و $y[r, c]$ به ترتیب تصویر اصلی و تصویر بازیابی شده توسط روش پیشنهادی است. R و C ابعاد تصویر است. روند اجرا به گونه‌ای است که نویز سفید گوسی با چگالی مختلف به تصویر اضافه شده است و نتایج عددی حاصل از سه روش و روش پیشنهادی در جدول (۱) مورد ارزیابی قرار گرفته است.

مشاهده می‌شود روش پیشنهادی با ۱۰ مرتبه روند تکرار، خطای کم‌تری نسبت به دیگر روش‌ها دارد.

Table (1): Mean square error, resulting from the image retrieval

جدول (۱): میانگین مربع خطا، حاصل از بازیابی تصویر

چگالی نویز	٪۲۵	٪۵۰	٪۷۵
روش ممان	۲۹/۵۷	۴۸/۶۴	۷۸/۳۶
روش درون‌یابی	۳۸/۶۸	۵۳/۲۱	۸۶/۲۷
روش برازش منحنی	۴۱/۰۵	۵۵/۸۷	۹۰/۴۵
روش پیشنهادی با ۱ تکرار	۲۸/۵۴	۴۷/۱۲	۷۷/۳۹
روش پیشنهادی با ۱۰ تکرار	۱۷/۲۱	۳۱/۷۱	۶۶/۱۴

فراخوانی^{۱۳} (PR) برای تحلیل و مقایسه روش پیشنهادی با این سه روش برای تصاویر طبیعی و ساختگی استفاده شده است.

۳-۱- ارزیابی کیفی

با اعمال روش پیشنهادی برای آشکارسازی لبه روی تصاویر طبیعی و ساختگی، برتری این آشکارساز به طور کیفی مشخص می‌شود. شکل (۷) تصاویر اصلی و نقشه لبه آن‌ها با سه روش مبتنی بر ممان، درون‌یابی و برازش منحنی را نشان می‌دهد.



تصویر طبیعی روش برازش منحنی

Natural PicCurve Fitting Method



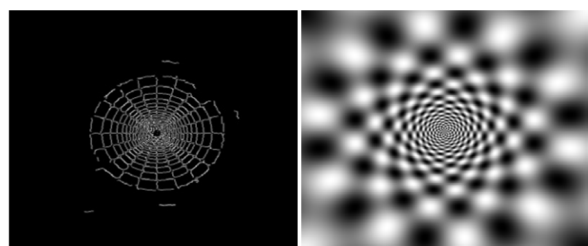
روش ممان روش درون‌یابی

Interpolation Method Moment Method



روش پیشنهادی (یک تکرار) روش پیشنهادی (ده تکرار)

Proposed Method (1 It.) Proposed Method (10 It.)



تصویر ساختگی روش برازش منحنی

Synthetic Image Curve Fitting Method

۳-۳- منحنی مشخصه عملکرد دریافت

اگر E_{GT} مجموعه پیکسل‌های لبه و B_{GT} مجموعه پیکسل‌های زمینه در نقشه لبه مرجع (گران-د-تروث) و E_D مجموعه پیکسل‌های لبه و B_D مجموعه پیکسل‌های زمینه در نقشه لبه آشکارساز باشد، می‌توان نرخ مثبت صحیح^{۱۴} (TPR) و نرخ مثبت اشتباه^{۱۵} (FPR) را از روابط (۴۱) و (۴۲) به دست آورد. با داشتن این دو مقدار، یک نقطه در نمودار نرخ مثبت صحیح بر حسب نرخ مثبت اشتباه به دست می‌آید.

$$TPR = \frac{\text{num}(E_{TP})}{\text{num}(E_{TP}) + \text{num}(E_{FN})} \quad (41)$$

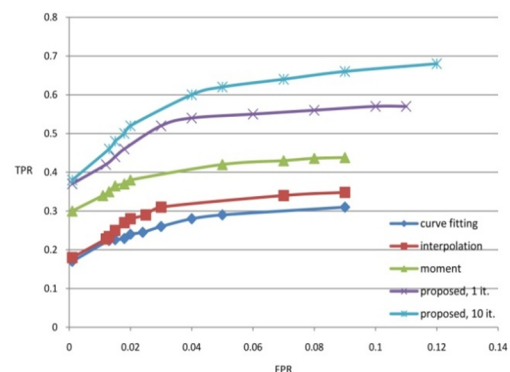
$$FPR = \frac{\text{num}(E_{FP})}{\text{num}(E_{FP}) + \text{num}(E_{TN})} \quad (42)$$

در این رابطه، $\text{num}(x)$ بیانگر تعداد عناصر مجموعه x است. همچنین، چهار پارامتر تصمیم‌گیری این‌چنین تعریف می‌شود: پیکسل لبه، به درستی پیکسل لبه تشخیص داده شود (TP). پیکسل زمینه، به اشتباه پیکسل لبه تشخیص داده شود (FP). پیکسل زمینه، به درستی پیکسل زمینه تشخیص داده شود (TN). پیکسل لبه، به اشتباه پیکسل زمینه تشخیص داده شود (FN). این پارامترها توسط روابط (۴۳) و (۴۴) به دست می‌آیند.

$$E_{TP} = E_D \cap E_{GT}, \quad E_{TN} = B_D \cap B_{GT} \quad (43)$$

$$E_{FN} = B_D \cap E_{GT}, \quad E_{FP} = E_D \cap B_{GT} \quad (44)$$

با تغییر پارامترهای ورودی آشکارساز لبه نقاط دیگری روی این نمودار به دست می‌آید. به نمودار ایجاد شده توسط این نقاط، منحنی مشخصه دریافت آشکارسازی لبه گفته می‌شود. در نتیجه هر چه سطح زیر منحنی ROC بیشتر باشد و یا منحنی ROC به گوشه بالا سمت چپ بیشتر متمایل باشد، آشکارساز لبه از کارایی بهتری برخوردار است. منحنی ROC روش‌های برآزش منحنی، درون‌یابی، ممان و روش پیشنهادی به ازای تغییرات پارامترهای هر آشکارساز و میانگین‌گیری نتایج حاصل از پاسخ تصویر، در شکل (۸) نشان داده شده‌اند.



شکل (۸): منحنی مشخصه عملکرد دریافت

Fig. (8): Receiver operator characteristic curve

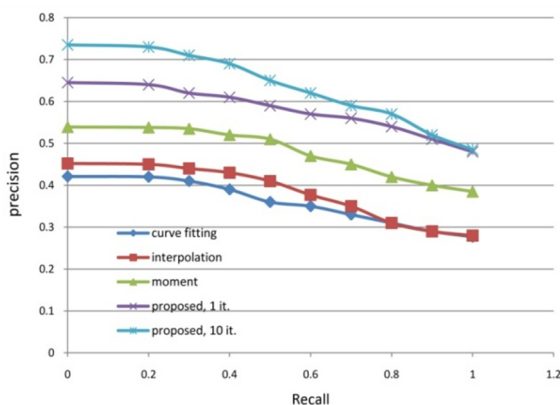
۴-۳- منحنی دقت-فراخوانی

مجموعه پیکسل‌های لبه و زمینه در نقشه لبه مرجع و مجموعه پیکسل‌های لبه و زمینه در نقشه لبه آشکارساز و چهار پارامتر مربوط به تشخیص و عدم تشخیص پیکسل لبه مانند حالت فوق تعریف و محاسبه می‌شوند. ولی معیار دقت و معیار فراخوانی از روابط (۴۵) و (۴۶) به دست می‌آید.

$$\text{precision} = \frac{\text{num}(E_{TP})}{\text{num}(E_{TP}) + \text{num}(E_{FP})} \quad (45)$$

$$\text{Recall} = \frac{\text{num}(E_{TP})}{\text{num}(E_{TP}) + \text{num}(E_{FN})} \quad (46)$$

با تغییر پارامترهای ورودی می‌توان به نموداری دست یافت که ارزیابی کمی نتایج را نشان می‌دهد. نمودار دقت-فراخوانی در شکل (۹) برای روش‌های مختلف مشخص شده است. ملاحظه شود که هرچه منحنی PR به گوشه بالا سمت راست متمایل شود، عملکرد و دقت بهتری دارد.



شکل (۹): منحنی دقت-فراخوانی

Fig. (9): Precision-recall curve

با مشاهده و ارزیابی چهار معیار بیان شده می‌توان به این نتیجه رسید که روش‌های برآزش منحنی و درون‌یابی تقریباً عملکرد یکسانی دارند. ولی روش ممان به دلیل استفاده از ماسک هموارساز عملکرد بهتری دارد. در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی در بازایی لبه‌ها نسبت به سه روش دیگر از دقت و عملکرد بالاتری برخوردار است.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش آشکارسازی لبه بر اساس روابط پیکسل‌ها و ترکیب مؤلفه‌های پیکسل، با انتخاب زیرتصویر مناسب برای هر پیکسل لبه ارائه شد. این روش برای ساختارهای دایره‌ای شکل معرفی شد. همچنین، مشاهده شد ساختارهای خطی حالت خاصی از ساختار دایره‌ای هستند. ابتدا، لبه‌یاب برای تصاویر ایده‌آل ارائه شد. سپس، برای تصاویر با چگالی نویز بالا تعمیم پیدا کرد. نتایج بصری و عددی

- 6- Anisotropic diffusion
- 7- Localization
- 8- Gaussian kernel
- 9- Subimage
- 10- Cumulative sum
- 11- Mean square error(MSE)
- 12- Receiver operator characteristic
- 13- Precision-Recall
- 14- True positive rate
- 15- False positive rate
- 16- Calibration
- 17- 3D reconstruction

توانایی این روش در حفظ جزئیات لبه و آشکارسازی لبه‌های مربوط به ساختارهای ریز و درشت موجود در تصویر را نسبت به دیگر روش‌ها در این زمینه نشان می‌دهد. این روش آشکارسازی لبه با دقت بالا می‌تواند در سیستم بینایی کامپیوتر مانند کالیبراسیون^{۱۶} و بازسازی سه بعدی^{۱۷} استفاده شود.

پی‌نوشت:

- 1- Statistical moments
- 2- Interpolation
- 3- Curve fitting
- 4- Weighted median filter
- 5- Center-weighted median filter

References

- [1] W.K. Pratt, Digital Image Processing: PIKS Inside, Third edition, John Wiley and Sons, New York, 2001.
- [2] T. Acharya, A.K. Ray, Image Processing: Principles and Applications, John Wiley and Sons, 2005.
- [3] I. Igbinosa, "Comparison of edge detection technique in image processing techniques", International Journal of Information Technology and Electrical Engineering, Vol. 2, No. 1, Feb. 2013.
- [4] I.E. Sobel, "Camera models and machine perception", PhD. dissertation, Stanford University, California, 1970.
- [5] B.S. Lipkin, A. Rosenfeld, J.M.S. Prewitt, "Object enhancement and extraction", In Picture Processing and Psychopictorics, New York: Academic Press, pp. 75-149, 1970.
- [6] L.G. Roberts, "Machine perception of three dimensional solids", In Optical and Electro-Optical Information Processing, Cambridge, MIT Press, pp. 159-197, 1965.
- [7] W. Xin, "Laplacian operator-based edge detectors", IEEE Transactions on pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 29, No. 5, pp. 886-890, May. 2007.
- [8] J. Canny, "A computational approach to edge detection", IEEE Transactions on pattern Analysis and Machine, Vol. 8, No. 1, pp. 679-697, 1986.
- [9] D. Marr, E.C. Hildreth, "Theory of edge detection", In proc. of Biological Sciences, London, Vol. 207, No. 1167, pp. 187-217, 1980.
- [10] A.J. Tabatabai, O.R. Mitchell, "Edge location to subpixel values in digital imagery", IEEE Transaction on Analysis and Machine Intelligence, Vol. 6, No. 2, pp. 188-201, 1984.
- [11] E.P. Lyvers, O.R. Mitchell, "Precision edge contrast and orientation estimation", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 10, No. 6, pp. 927-937, 1988.
- [12] J.W. Cui, J.B. Tan, "Algorithm for edge subpixel location based on zernike moment", Optical Technique, Vol. 31, No. 5, pp. 779-782, 2005.
- [13] E.P. Lyvers, O.R. Mitchell, M.L. Akey, A.P. Reeves, "Subpixel measurements using a moment-based edge operator", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 12, pp. 1293-1309, 1989.
- [14] X. Li, A. Song, "A new edge detection method using gaussian-zernike moment operator", In Proc. of Second International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, pp. 276-279, March. 2010.
- [15] G. Xu, "Sub-pixel edge detection based on curve fitting", In proc. of Second International Asia Conference on Information and Computing Science, pp. 373-375, May. 2009.
- [16] V.S. Nalwa, T.O. Binford, "On detecting edge", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 8, No. 6, pp. 699-714, June. 1986.
- [17] M. Kisworo, S. Venkatesh, G. West, "Modeling edges at subpixel accuracy using the local energy approach", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 16, No. 4, pp. 405-410, 1994.
- [18] Q. Nai, A. Li, J. Jheng, Y. Chung, "Sub-pixel edge detection of LED probes based on canny edge detection and iterative curve fitting", International Symposium on Computer, Consumer and Control, pp. 131-134, June 2014.
- [19] Y. Yao, H. Ju, "A subpixel edge detection method based on canny operator", In Proc. of 6th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, China, pp. 97-100, 2009.
- [20] K.L. Yu, Z.Y. Xie, "Polynomial interpolation sub-pixel edge detection method based on improved canny operator", Applied Mechanics and Materials, Vol. 563, pp. 203-207, May. 2014.
- [21] C. Steger, "Subpixel precise extraction of lines and edges", In Proc. of International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, pp. 141-156, 2000.
- [22] Q.L. Xie, S. Quin, "Sub-pixel edge detection for precision measurement based on canny criteria", Key Engineering Materials, Vol. 295, pp. 711-716, 2005.
- [23] S.R. Fernandes, V. Estrela, O. Saotome, "On improving sub-pixel accuracy by means of B-spline", IEEE International conference on Imaging Systems and Techniques (IST), pp. 68-72, Oct. 2014.

- [24] V. Boskovitz, H. Guterman, "An adaptive neuro-fuzzy system for automatic image segmentation and edge detection", IEEE Transaction on Fuzzy Systems, Vol. 10, No. 2, pp. 247-262, 2002.
- [25] K. Zhang, Zh. Li, X. Zhao, "Edge detection of images based on fuzzy cellular automata", Eighth ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking, and Parallel/Distributed Computing, pp. 289-294, 2007.
- [26] L.R. Liang, C.G. Looney, "Competitive fuzzy edge detection", Applied Soft Computing, Vol. 3, pp. 123-137, 2003.
- [27] M. Saleem, I. Touqir, A.M. Siddiqui, "Novel edge detection", Fourth International Conference on Information Technology, pp. 175-180, 2007.
- [28] O. Yli-Harja, J. Astola, Y. Neuvo, "Analysis of the properties of median and weighted median filters using threshold logic and stack filter representation", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 39, No. 2, pp. 395-410, 1987.
- [29] J.K. Sung, H.L. Yong, "Center weighted median filters and their applications to image enhancement", IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 38, No. 9, pp. 984-993, 1991.
- [30] P. Perona, J. Malik, "Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 12, No. 7, pp. 629-639, 1990.
- [31] A. Trujillo-Pino, K. Krissian, M. Aleman-Flores, D. Santana Cedres, "Accurate subpixel edge location Based on partial area effect", Image and Vision Computing, Vol. 31, No. 1, pp. 72-90, 2013.
- [32] F. Da, H. Zhang, "Sub-pixel edge detection based on an improved moment", Image Vision Computing, Vol. 28, No. 12, pp. 1645-1658, 2010.
- [33] T. Hermosilla, E. Bermejo, A. Balaguer, L.A. Ruiz, "Non-linear fourth-order image interpolation for subpixel edge detection and localization", Image Vision Computing, Vol. 26, No. 9, pp. 1240-1248, 2008.
- [34] J. Ye, G. Fu, U.P. Poudel, "High accuracy edge detection with blurred edge model", Image and Vision Computing, Vol. 23, No. 5, pp. 453 - 467, 2005.