

Electromechanical Analysis of Coupled Motor-Gearbox Vibrations with Planetary Gears

Seyed Ehsan Masalegoo^{1,2}, M.Sc., Ali Soleimani^{1,2}, Assistant Professor

¹Department of Mechanical Engineering- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

²Modern Manufacturing Technologies Research Center- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

masalegoo@smc.iaun.ac.ir, soleimani@pmc.iaun.ac.ir

Abstract

Gearbox and vibrations are two inseparable components of each other. In other words, the nature of the gear meshing in the gearbox has inevitable vibrations due to the impact during the meshing of the teeth. These unavoidable vibrations in some cases cause the gearbox to malfunction, so vibration analyzes are very important and efficient in analyzing gearbox performance and optimizing them. A planetary gearbox has a main gear of the sun as the actuator in the center, several planetary gears around it and a ring gear in which this set rotates and an arm is attached to the planetary gears and acts as the output for the planetary gearbox.

In this paper, first to express the desired vibration relations in the planetary gearbox. Then to investigate and apply the relations governing the electric motor in MATLAB software. In the following, the vibration model of the planetary gearbox motor coupling model is simulated in order to observe and analyze the interaction between the electric motor and the planetary gearbox. Frequency spectrum are analyzed to investigate the interaction of motor and planetary gearbox. It should be noted that dynamic modeling and analysis has been performed in ABAQUS software to extract the mesh stiffness of time-varying engagement between the teeth of the two gears involved in the planetary gearbox.

Keywords: frequency spectrum, mesh stiffness, planetary gearbox, transmission error, vibration

Received: 5 December 2021

Revised: 16 January 2022

Accepted: 9 February 2022

Corresponding Author: Dr. Ali Soleimani

<https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223871.1402.14.56.8.8>

مقاله پژوهشی

تحلیل الکترومکانیکی ارتعاشات سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده با چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای

سید احسان مسئله‌گو^{۱،۲}، دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، علی سلیمانی^{۱،۲}، استادیار

۱- گروه مهندسی مکانیک- واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

۲- مرکز تحقیقات فناوریهای نوین ساخت و تولید- واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

masalegoo@smc.iaun.ac.ir, soleimani@pmc.iaun.ac.ir

چکیده: وجود ارتعاشات در جعبه دنده از ویژگی‌های ذاتی آنها است زیرا ماهیت و ذات درگیری چرخ‌دنده‌ها در جعبه‌دنده به دلیل ضربه موجود حین درگیری دندانه‌ها، تولید ارتعاشات می‌کند. این ارتعاشات اجتناب‌ناپذیر در حالت‌هایی باعث اختلال در کار جعبه‌دنده می‌شود، بنابراین در تحلیل عملکرد جعبه‌دنده‌ها و بهینه‌سازی آنها، تحلیل‌های ارتعاشی بسیار مهم و کارآمد هستند. جعبه‌دنده سیاره‌ای از یک چرخ‌دنده اصلی خورشید به عنوان محرک که در مرکز قرار دارد، چند چرخ‌دنده سیاره به دور آن، یک چرخ‌دنده حلقه‌ای که این مجموعه درون آن می‌چرخند و یک بازو که به چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای متصل است و کار را به عنوان خروجی برای جعبه‌دنده سیاره‌ای انجام می‌دهد تشکیل شده است.

در این مقاله ابتدا رابطه‌های ارتعاشی مورد نظر در جعبه‌دنده سیاره‌ای بیان شده است. سپس اعمال رابطه‌های حاکم بر موتور الکتریکی در نرم افزار متلب بررسی شده و مدل ارتعاشی کوپل موتور-جعبه‌دنده سیاره‌ای به منظور مشاهده و تحلیل اثر متقابل موتور الکتریکی و جعبه‌دنده سیاره‌ای شبیه‌سازی شده است. نمودارها و تحلیل‌های فرکانسی استخراج شده و نشان داده شد که فرکانس‌های مجموعه قابل قبول هستند. مدل‌سازی دینامیکی و تحلیل در نرم افزار آباکوس جهت استخراج سختی درگیری متغیر با زمان بین دندانه‌های دو چرخ‌دنده درگیر در جعبه‌دنده سیاره‌ای انجام شده است.

کلمات کلیدی: ارتعاشات، جعبه‌دنده سیاره‌ای، خطای انتقال، سختی درگیری، طیف فرکانسی

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۰/۹/۱۴

تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۰/۱۰/۱۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۲۰

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر علی سلیمانی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: نجف‌آباد- بلوار دانشگاه- دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد- گروه مهندسی مکانیک

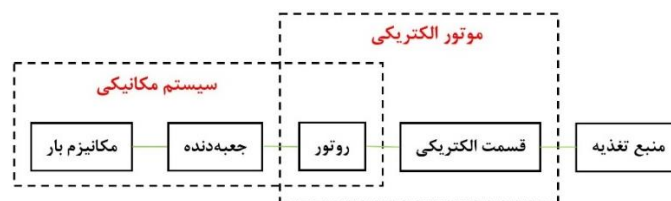
۱- مقدمه

سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده یک سیستم الکترومکانیکی است که به‌طور گسترده‌ای در وسایل الکتریکی، توربین‌های بادی، ماشین‌آلات معدن زغال سنگ و دیگر تجهیزات مکانیکی استفاده می‌شود. این سیستم همانند یک ماشین القایی همراه با یک مجموعه چرخ‌دنده سیاره‌ای به علت مزایایی مانند قابلیت اطمینان بالا و نسبت قدرت به وزن خوب و هزینه پایین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

با توسعه سیستم‌های برقی الکتریکی که به سمت بزرگ شدن و انعطاف‌پذیری بالا هدایت می‌شوند، مشکلات ناشی از ارتعاش مکانیکی از اثر متقابل الکترومکانیکی به تدریج ظاهر می‌شود و شدت می‌یابد. لرزش بیش از حد عموماً همراه با بار دینامیکی شدید است که باعث خرابی اجزای سازنده سیستم می‌شود و ثبات عملکرد سیستم را به خطر می‌اندازد. بنابراین مطالعه ویژگی‌های ارتعاشی سیستم‌های با درایو الکتریکی و درک مکانیزم تعامل باعث کمک به افزایش عملکرد دینامیکی سیستم‌ها و اطمینان از کارایی قابل اطمینان تجهیزات مکانیکی می‌شود. همچنین یک سیستم الکترومکانیکی اغلب در معرض ناهنجاری‌های الکتریکی و شکست‌های مکانیکی قرار می‌گیرد که یک تحلیل دینامیکی برای این سیستم به‌منظور افزایش قابلیت اطمینان و بهبود عملکرد آن ضروری به نظر می‌رسد.

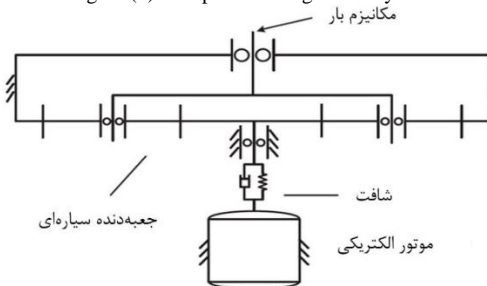
یک سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده به‌طور کلی شامل چهار قسمت است: موتور الکتریکی، جعبه‌دنده، منبع تغذیه و مکانیزم بار که در شکل (۱) نشان داده شده است [۱]. موتور الکتریکی، انرژی الکتریکی را از منبع تغذیه گرفته و به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند.

در این مقاله یک مدل الکترومکانیکی برای یک سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده با جعبه‌دنده سیاره‌ای در نظر گرفته می‌شود. مدار معادل ماشین القایی در نظر گرفته می‌شود و گشتاور الکترومغناطیسی موتور در تحلیل ارتعاشات انتقالی-پیچشی جعبه‌دنده استفاده می‌شود. ویژگی‌های ارتعاشی جعبه‌دنده با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی و بدون آن مقایسه می‌شوند. پس از آن اثر ارتعاش پیچشی جعبه‌دنده بر روی ماشین الکتریکی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این سیستم بار خارجی بر روی بازوی جعبه‌دنده سیاره‌ای اعمال می‌شود و توان ورودی از طریق موتور و بوسیله شفت به چرخ‌دنده خورشیدی منتقل می‌شود که در شکل (۲) نشان داده شده است [۲]. شفت بدون جرم در نظر گرفته می‌شود و فقط سختی پیچشی شفت در نظر گرفته خواهد شد. چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای به‌طور یکنواخت در اطراف چرخ‌دنده خورشیدی قرار دارند و ناهم محوری بین چرخ‌دنده خورشیدی و شفت یا موتور وجود ندارد. از آن‌جا که سرعت چرخش موتور الکتریکی به علت تحریک داخلی و بیرونی کل سیستم تغییر می‌کند، سرعت گذرا نیز برای سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده در نظر گرفته می‌شود.



شکل (۱): سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده

Figure (1): Coupled motor-gearbox system



شکل (۲): دیاگرام ساختاری یک سیستم الکترومکانیکی

Figure (2): Structural diagram of an electromechanical system

در اکثر تحقیقات سیستم مکانیکی را جدا از موتور الکتریکی در نظر می‌گیرند و ویژگی‌های ارتعاشی موتور الکتریکی و سیستم مکانیکی را به صورت جداگانه بررسی می‌کنند. در میان آن‌ها تعدادی از نویسندگان موتور الکتریکی را به عنوان جزء اصلی در نظر گرفته و یک مدل روتور الکترومکانیکی را بدون توجه به محرک [۳] یا با یک محرک به صورت جرم و فنر [۴] در نظر گرفته و نتایج را به دست آورده‌اند.

در مرجع [۵] یک مدل دینامیکی برای جعبه‌دنده توربین بادی ایجاد کرده و تأثیر انعطاف‌پذیری سازه‌ای را بر روی رفتار سیستم تحلیل و بررسی شده است. در مرجع [۶] یک مدل‌سازی کوپل الکترومکانیکی یکپارچه از یک جعبه‌دنده تک مرحله‌ای با در نظر گرفتن ترک در پای دندانه را با رویکرد لاگرانژ انجام شده و تأثیر ترک بر رفتار دینامیکی سیستم در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته است. در مرجع [۷] یک شاخص جدید توزیع بار بر اساس نظریه لیانپوف^۱ ارائه شده تا اثر پارامترهای ساختاری مختلف بر عملکرد توزیع بار در جعبه‌دنده یک ماشین حفر تونل بررسی شود. در این پژوهش عملکرد تقسیم بار هر پینیون نقش مهمی در طول عمر خستگی سیستم‌های دنده‌ای دارد که با استفاده از یک آرایش موزی چند پینیون هدایت می‌شوند. در مرجع [۸] مدل دینامیکی یک جعبه‌دنده را با مدل دینامیک عمودی یک واگن کوپل کردند و پاسخ ارتعاشی اجزا واگن را تحت ترکیب اثر تحریک درگیری چرخ‌دنده و تحریک چرخ با ریل مورد بررسی قرار دادند. در مرجع [۹] ویژگی‌های ارتعاشی یک جعبه‌دنده تک مرحله‌ای را در هنگام راه‌اندازی موتور مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق بخش الکتریکی در نظر گرفته نشده و سرعت روتور و گشتاور الکترومغناطیسی به عنوان مقادیر معلوم در نظر گرفته شده‌اند. اگر چه این روش برای پیاده‌سازی ساده است اما قادر به بررسی اثر سیستم الکتریکی بر سیستم مکانیکی نیست و بنابراین ارتعاشات ناشی از میدان مغناطیسی را در نظر نمی‌گیرد. در مرجع [۱۰] پژوهشی در مورد رفتار دینامیکی کوپل جعبه‌دنده‌های چند مرحله‌ای و موتور الکتریکی انجام شده است. مدل استاتیکی این روش برای استخراج پارامترهای مدل دینامیکی استفاده شده و بیان شده که درجه آزادی سیستم را می‌توان با رفتار دینامیکی سیستم گیربکس کوپل شده مطالعه کرد. در مرجع [۱۱] یک روش بهینه‌سازی قدرتمند برای طراحی ابعادی حداقل جعبه‌دنده پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۲] مدل دینامیکی یک مجموعه چرخ‌دنده سیاره‌ای را با زاویه فشار و نسبت تماس به عنوان متغیرهای زمانی پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۳] یک مدل دینامیکی برای مجموعه چرخ‌دنده سیاره‌ای برای فرآیند سرعت متغیر که موقعیت خطوط تماس توسط جابجایی زاویه چرخ‌دنده تعیین می‌شود، پیشنهاد شده است. در مرجع [۹] یک مدل دینامیکی هشت درجه آزادی برای چرخ‌دنده در حالت گذرا مانند فرآیند راه‌اندازی^۲ و وضعیت نامتناوب موتور پیشنهاد شده که این مدل سختی درگیری را بر اساس زاویه چرخش یا سرعت چرخ‌دنده اصلاح می‌کند. با این حال، سرعت چرخش موتور ورودی داده شده یا یک تابع ساده بین گشتاور و سرعت به جای استفاده از مدل پیچیده موتور در نظر گرفته شده است. برای حل این مسئله، در مرجع [۱۴] یک مدل ترکیبی از موتور و چرخ‌دنده ساده یا مارپیچ برای تحلیل عیوب چرخ‌دنده و موتور پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۵] یک مدل دینامیکی از یک سیستم چرخ‌دنده موتور ارائه شده است. این مدل ترکیبی از یک موتور القایی قفسه سنجابی و یک مدل دینامیکی پیچشی جانبی از یک سیستم روتور چرخ‌دنده سیاره‌ای است. برخلاف مدل جعبه‌دنده تک مرحله‌ای که در مرجع [۱۴] استفاده شده است، یک مدل ارتعاش پیچشی - جانبی برای جعبه‌دنده سیاره‌ای سرعت متغیر [۱۵] بر اساس مدل مرجع [۱۳] در این مقاله استفاده خواهد شد. این مدل با مدل موتور الکتریکی برای تحلیل الکترومکانیکی کوپل شده است.

در مرجع [۱۶] مدل‌سازی نوسانات الکترومکانیکی سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده برای تشخیص عیب‌های دندانه در هر دو جنبه مکانیکی و الکتریکی مورد بررسی قرار گرفته است. مدل الکتریکی یک ماشین القایی با یک مدل پارامتری از یک سیستم چرخ‌دنده‌ای دو مرحله‌ای برای ایجاد یک مدل یکپارچه از این سیستم استفاده شده است. مدل توسعه یافته تحت شرایط کاری مختلف با استفاده از ارتعاشات و اندازه‌گیری‌های الکتریکی مورد تایید قرار گرفته و نتایج شبیه‌سازی با آزمایش مطابقت خوبی داشته است. علاوه بر این، مدلی برای تشخیص عیوب دندانه چرخ دنده با استفاده از تحلیل ارتعاش و جریان موتور در حوزه‌های زمان و فرکانس مورد بررسی قرار گرفته که پاسخ مدل در شرایط معیوب در مقایسه با پاسخ مشاهده شده رضایت‌بخش است. در مرجع [۱۷] نوسانات پیچشی غیرخطی کوپلینگ الکترومکانیکی سیستم جعبه دنده موتور دیزل و ژنراتور الکتریکی را مورد بررسی قرار گرفته که در آن مدل غیرخطی کلاچ الاستیک و لقی جفت چرخ‌دنده استفاده شده است. همچنین مقایسه داده‌های

شبیه‌سازی عددی با نتایج تجربی برای تایید مدل به‌دست آمده انجام شده است. توجه شود که در این پژوهش از روش تعادل هارمونیک استفاده شده و به کمک آن ارتعاشات غیرخطی مجموعه مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. در مرجع [۱۸] نوسانات مدل دینامیکی کوپل موتور واگن قطار پر سرعت با سیستم‌های انتقال کشش مورد بررسی شده است. این مدل دینامیکی می‌تواند ویژگی‌های ارتعاشی سیستم کوپل شده را تحت تحریکات پیچیده‌ای که در طول سفر رخ می‌دهد، مانند ترک‌خوردگی دنده، نقص چرخ‌ها و عیوب ریل، به‌ویژه در طول فرآیند شتاب، ارزیابی کند. در مرجع [۱۹] یک روش کنترل مستقیم گشتاور موتور الکتریکی مبتنی بر کنترل پیشبین و همچنین یک روش کنترل مستقیم گشتاور بهینه بررسی و مقایسه شده است. نتایج این شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش کنترل مستقیم گشتاور بهینه در حالت بی‌باری و روش کنترل پیشبین مستقیم گشتاور در زمان اعمال بار به موتور دارای بالاترین راندمان، کمترین دامنه جریان و ریپل گشتاور است. در مرجع [۲۰] از الگوریتم‌های بهینه‌سازی ژنتیک و تجمع ذرات بهبودیافته در راستای بهینه‌سازی طراحی موتورهای القایی تک‌فاز شار محوری خازن دائم جهت افزایش بازده، افزایش ضریب توان و کاهش حجم هسته استفاده شده است. در نتیجه با جمع‌بندی موارد مذکور در این مقاله از یک موتور الکتریکی القایی سه فاز قفسه سنجابی استفاده می‌شود که با یک مجموعه جعبه‌دنده سیاره‌ای به‌صورت کوپل در نظر گرفته شده است [۱].

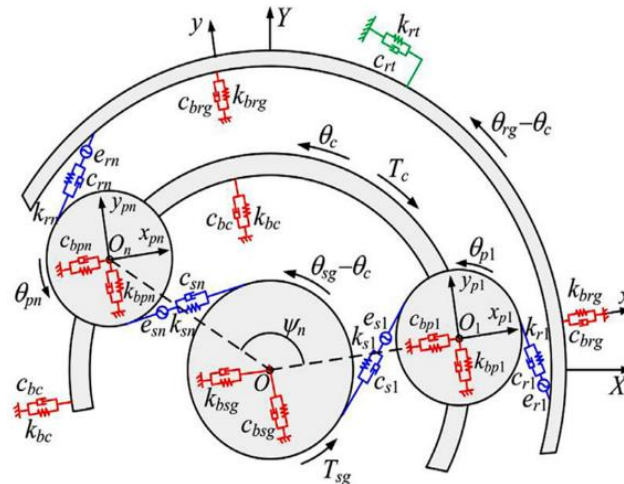
همان‌طور که بیان شد، در مرجع‌های مختلف سختی درگیری به‌عنوان پارامتری ثابت و از قبل تعیین شده استفاده شده است. از این جهت، بررسی و شبیه‌سازی دقیق این پارامتر برای کوپل جعبه‌دنده و موتور الکتریکی در نرم‌افزار آباکوس ضروری به نظر می‌رسد که در این مقاله به آن پرداخته شده است. لازم به ذکر است در این مقاله یک سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده با چرخ دنده‌های سیاره‌ای در نظر گرفته شده است. سختی درگیری و خطای انتقال در مدل‌سازی جعبه‌دنده لحاظ شده است. سختی درگیری به‌دست آمده از نرم‌افزار آباکوس به‌صورت متغیر با زمان در مدل مورد استفاده قرار گرفته است. پس از استخراج معادلات حاکم بر مسئله و حل آنها، نوسانات سرعت دورانی همه چرخ‌دنده‌ها در حوزه زمان و فرکانس مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. از نوآوری این مقاله نسبت به پژوهش‌های مشابه می‌توان به سیاره‌ای بودن جعبه‌دنده، لحاظ نمودن سختی درگیری متغیر با زمان و خطای انتقال در مدل‌سازی، استفاده از موتور الکتریکی القایی قفسه سنجابی سه فاز و تحلیل فرکانسی نوسانات سرعت دورانی همه چرخ‌دنده‌ها و اجزای سیستم اشاره نمود.

۲- مدل‌سازی الکترومکانیکی سیستم کوپل موتور- جعبه‌دنده سیاره‌ای

مدل یک مجموعه چرخ‌دنده سیاره‌ای و سیستم‌های مختصات آن در شکل (۳) [۱] نشان داده شده که در آن rg, pn, sg و c به‌ترتیب نشان دهنده چرخ‌دنده خورشیدی، n امین چرخ‌دنده سیاره‌ای، چرخ‌دنده ثابت رینگ و بازو است. θ_i در سیستم مختصات ثابت OXY اندازه‌گیری می‌شود (زیروند i^3 برای کمیت‌های این مقاله به‌ترتیب نشان دهنده موتور الکتریکی M ، چرخ‌دنده خورشید sg ، n امین چرخ‌دنده سیاره‌ای pn ، چرخ‌دنده ثابت رینگ rg ، بازو c و مکانیزم بار L است) و θ_{pn} در سیستم مختصات دورانی $O_n X_{pn} Y_{pn}$ اندازه‌گیری می‌شود. سیستم‌های مختصات متحرک OXY و $O_n X_{pn} Y_{pn}$ با بازو حرکت می‌کنند و محور x به سمت موقعیت تعادل چرخ‌دنده سیاره‌ای اول و موازی محور x_{pn} است. هر جزء در جهت x و y حرکت انتقالی دارد و جابه‌جایی‌های ارتعاش انتقالی به‌صورت x_i و y_i نام‌گذاری می‌شوند. موقعیت محیطی چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای توسط زاویه‌های ثابت ψ_n مشخص می‌شوند که مطابق معادله (۱) محاسبه می‌شود:

$$\psi_n = \frac{2\pi(n-1)}{N} \quad (1)$$

که در آن N تعداد چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای و n شماره چرخ‌دنده سیاره‌ای است. k_{Ti} و c_{Ti} سختی و میرایی پیچشی یاتاقان و k_{bi} و c_{bi} به‌ترتیب سختی و میرایی شعاعی یاتاقان چرخ‌دنده هستند. بر اساس قانون دوم نیوتن، معادله‌های حرکت یک چرخ‌دنده سیاره‌ای مطابق رابطه (۲) به‌دست می‌آید. همچنین معادله‌های حرکت چرخ‌دنده‌های خورشید sg و ثابت رینگ rg شکل (۳) به‌صورت رابطه (۲) به‌دست می‌آیند. عبارت‌های سمت چپ خط‌های اول و دوم معادله (۲) شامل شتاب جانب مرکز، شتاب کریولیس و شتاب مماسی است.



شکل (۳): مدل یک جعبه‌دنده سیاره‌ای [۱]

Figure (3): Model of a planetary gearbox [1]

ارتعاش پیچشی در θ_c در مقایسه با چرخش صلب ناچیز در نظر گرفته می‌شود، بنابراین از شتاب‌های مرتبط با مشتق اول $\dot{\theta}_c$ وقتی که بازو با سرعت کم دوران می‌کند می‌توان صرف نظر کرد و همچنین از شتاب‌های مربوط به مشتق دوم $\ddot{\theta}_c$ وقتی که بازو با سرعت ثابت دوران می‌کند نیز می‌توان صرف نظر کرد. توجه شود در این پژوهش چرخ‌دنده رینگ ثابت در نظر گرفته شده که گشتاور پیچشی آن نیز مطابق معادله (۲) در نظر گرفته خواهد شد. F_{in} نیروی درگیری n امین چرخ‌دنده سیاره‌ای و چرخ‌دنده خورشید یا ثابت رینگ بوده که به صورت معادله (۳) است.

$$\begin{cases} m_i (\ddot{x}_i - \dot{\theta}_c^2 x_i - 2\dot{\theta}_c \dot{y}_i - \ddot{\theta}_c y_i) = \sum_{n=1}^N F_{in} \sin \psi_{in} - k_{bi} x_i - C_{bi} \dot{x}_i \\ m_i (\ddot{y}_i - \dot{\theta}_c^2 y_i + 2\dot{\theta}_c \dot{x}_i + \ddot{\theta}_c x_i) = - \sum_{n=1}^N F_{in} \cos \psi_{in} - k_{bi} y_i - C_{bi} \dot{y}_i \\ J_i \ddot{\theta}_i = T_i - \sum_{n=1}^N F_{in} r_i, T_{rg} = -K_{rt} \theta_{rg} - c_{rt} \dot{\theta}_{rg} \end{cases} \quad (2)$$

$$F_{in} = k_{in} (\theta_{pn}) \delta_{in} + C_{in} \dot{\delta}_{in} \quad (3)$$

توجه شود در معادله (۳) به منظور محاسبه نیروی درگیری، نیروی فنر و نیروی دمپر با یکدیگر جمع می‌شوند. سختی درگیری k_{in} و میرایی درگیری C_{in} به صورت معادله (۴) قابل محاسبه خواهند بود.

$$\begin{cases} k_{in} (\theta_{pn}) = a_0 + \sum_{l=1}^{\infty} a_l \cos [1(Z_p \theta_{pn} + \mu_l Z_i \psi_n + \gamma_{in} + \gamma_{sr})] \\ C_{in} = 2c_{in} \sqrt{a_0 m_i m_n / (m_i + m_n)} \end{cases} \quad (4)$$

در این مقاله k_{in} از نرم‌افزار آباکوس استخراج شده و سری فوریه متناظر با آن نوشته شده و از ضرایب آن سری فوریه در شبیه‌سازی مجموعه استفاده خواهد شد. a_0 سختی درگیری متوسط در یک دوره درگیری است. ζ_{in} نسبت میرایی درگیری بین دندانه چرخ‌دنده‌ها و m جرم چرخ‌دنده‌ها است. به دلیل وجود روان کار بین چرخ‌دنده‌ها، میرایی در مدل درگیری چرخ‌دنده‌ها در نظر گرفته می‌شود. همچنین تغییر شکل دندانه δ_{in} از معادله (۵) به دست می‌آید.

$$\delta_{in} = (-x_i + x_{pn}) \sin \psi_{in} + (y_i - y_{pn}) \cos \psi_{in} + r_i (\theta_i - \theta_c) + \mu_i r_p \theta_{pn} - e_{in} (\theta_i, \theta_{pn}) \quad (5)$$

توجه شود در معادله (۵)، تغییر شکل دندانه δ_{in} از طریق مجموع جابه‌جایی محل اتصال چرخ‌دنده‌ها، تغییر شکل فنر و خطای انتقال محاسبه شده است.

$$e_{in} (\theta_i, \theta_{pn}) = E_{in} \sin (Z_p \theta_{pn} + \mu_i Z_i \psi_n + \sin + \gamma_{sr}) + E_i \sin (\theta_i - \theta_c - \mu_i \psi_{sn} + \eta_i) + E_n \sin (\theta_{pn} - \mu_n \alpha_{in} + \eta_n) \quad (6)$$

$$\Psi_{in} = \Psi_n - \mu_i \alpha_{in} \quad (7)$$

$$\gamma_{sr} = \begin{cases} \approx 0 & (Z_p = \text{odd or } i = \text{sg}) \\ \approx \pi & (Z_p = \text{even}) \end{cases} \quad (8)$$

$$\mu_i = \begin{cases} 1 & i = \text{sg} \\ -1 & i = \text{rg} \end{cases} \quad (9)$$

γ_{sr} زاویه فاز نسبی بین خورشید و سیاره‌های درگیر است. توجه شود در معادله (۹) مقدار یک و منفی یک، به ترتیب برای μ_i مربوط به حالتی خواهد بود که سیاره با خورشید و چرخ‌دنده ثابت رینگ درگیر است. در مورد خطای انتقال بین دو چرخ‌دنده e_{in} مطابق رابطه (۶)، می‌توان گفت از نظر تئوری، برای دو چرخ‌دنده که منحنی اینولوت^۴ دندانه آنها کامل و سختی دندانه‌ها بی‌نهایت بوده و هیچ گونه خطایی در فرآیند ساخت وجود نداشته باشد، دوران چرخ‌دنده متحرک تابعی از دوران چرخ‌دنده محرک و نسبت دندانه است. بنابراین اگر سرعت زاویه‌ای شفت چرخ‌دنده محرک ثابت باشد، سرعت زاویه‌ای شفت چرخ‌دنده متحرک نیز یک مقدار ثابت خواهد بود. اما در شرایط واقعی، چون دندانه‌های یک چرخ‌دنده کاملاً صلب نیستند پس سختی دندانه‌ها یک مقدار محدود است و همچنین به خاطر دقیق نبودن منحنی اینولوت دندانه و وجود خطاهایی در هنگام ساخت چرخ‌دنده‌ها، سرعت زاویه‌ای چرخ‌دنده خروجی ثابت نخواهد بود. به این تفاوت بین سرعت چرخ‌دنده خروجی در حالت ایده آل و واقعی، خطای انتقال e_{in} گفته می‌شود. در حالت استاتیکی، جفت دندانه‌های دو چرخ‌دنده درگیر را می‌توان همانند یک فنر با سختی K_{in} در نظر گرفت که این فنر بین دو جرم دوار قرار می‌گیرد. k_{in} سختی معادل مربوط به یک جفت دندانه درگیر است. یعنی اگر هر یک از دندانه‌های چرخ‌دنده محرک و چرخ‌دنده متحرک را به صورت یک فنر با سختی در نظر بگیریم، سختی معادل این جفت دندانه مطابق رابطه (۴) قابل محاسبه خواهد بود. به بیان دیگر هنگامی که دو دندانه دو چرخ‌دنده به یکدیگر برخورد می‌کنند به یکدیگر نیرویی وارد می‌کنند که این نیرو باعث تغییر شکل در دندانه‌ها می‌شود که اگر این نیرو برداشته شود این تغییر شکل از بین رفته و دندانه‌ها به حالت اولیه خودشان بر می‌گردند و مانند فنر و دمپی عمل می‌کنند که ما در این مقاله در سختی درگیری این پدیده را مدل کرده‌ایم. معادلات حرکت برای سیاره‌ها مطابق شکل (۳) طبق معادله (۱۰) به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} m_p \left[\ddot{x}_{pn} - \dot{\theta}_c^2 (r_c \cos \Psi_n + x_{pn} - 2\dot{\theta}_c \dot{y}_{pn} - \ddot{\theta}_c (r_c \sin \Psi_n + y_{pn})) \right] = -F_{sn} \sin \Psi_{sn} - F_{rn} \sin \Psi_{rn} + k_{bpn} \delta_{cnx} + C_{bpn} \dot{\delta}_{cnx} \\ m_p \left[\ddot{y}_{pn} - \dot{\theta}_c^2 (r_c \sin \Psi_n + y_{pn} - 2\dot{\theta}_c \dot{x}_{pn} + \ddot{\theta}_c (r_c \cos \Psi_n + x_{pn})) \right] = F_{sn} \cos \Psi_{sn} + F_{rn} \cos \Psi_{rn} + k_{bpn} \delta_{cny} + C_{bpn} \dot{\delta}_{cny} \\ J_p \ddot{\theta}_{pn} = (-F_{sn} + F_{rn}) r_p \end{cases} \quad (10)$$

منفی بودن F_{sn} به این علت است که خورشید خلاف جهت θ گشتاور ایجاد می‌کند، همچنین مثبت بودن F_{rn} به این علت است که رینگ هم جهت θ گشتاور ایجاد می‌کند. در اینجا شتاب‌های جانب مرکز و شتاب‌های مماسی سیاره‌ها در مقایسه با چرخ‌دنده‌های مرکزی متفاوت هستند که در مدل‌های قبلی در نظر گرفته شده است. r_c شعاع دایره‌ای است که تا مرکز سیاره کشیده خواهد شد. معادلات حرکت برای بازو با توجه به شکل (۳) به صورت معادله (۱۱) هستند.

$$\begin{cases} m_c (\ddot{x}_c - \dot{\theta}_c^2 x_c - 2\dot{\theta}_c \dot{y}_c - \ddot{\theta}_c y_c) = -\sum_{n=1}^N (k_{bpn} \delta_{cnx} + C_{bpn} \dot{\delta}_{cnx}) - k_{bc} x_c - c_{bc} \dot{x}_c \\ m_c (\ddot{y}_c - \dot{\theta}_c^2 y_c + 2\dot{\theta}_c \dot{x}_c + \ddot{\theta}_c x_c) = -\sum_{n=1}^N (k_{bpn} \delta_{cny} + C_{bpn} \dot{\delta}_{cny}) - k_{bc} y_c - c_{bc} \dot{y}_c \\ J_c \ddot{\theta}_c = -T_c - \sum_{n=1}^N (k_{bpn} \delta_{cn\theta} + C_{bpn} \dot{\delta}_{cn\theta}) r_c \end{cases} \quad (11)$$

بازو و خورشید هم مرکز هستند پس معادله شتاب بازو شبیه معادله شتاب خورشید است. سیاره‌ها روی بازو نصب هستند و شفت خروجی به بازو متصل است و بازو اتصال دیگری ندارد پس نیروهای یاتاقان‌ها فقط به آن وارد می‌شود. $\delta_{cn\theta}$ و δ_{cny} ، δ_{cnx} به ترتیب، تغییر شکل یاتاقان سیاره n ام در سه جهت حرکت است که می‌توان آنها را طبق معادله (۱۲) بیان کرد:

$$\begin{cases} \delta_{cnx} = x_c - x_{pn} \\ \delta_{cny} = y_c - y_{pn} \\ \delta_{cn\theta} = -\delta_{cnx} \sin \psi_n + \delta_{cny} \cos \psi_n \end{cases} \quad (12)$$

که x_c و y_c مختصات مرکز بازو و x_{pn} و y_{pn} مختصات مرکز سیاره m است.

۱-۲- مدل‌سازی موتور الکتریکی متصل به جعبه‌دنده سیاره‌ای

در این مقاله یک موتور الکتریکی القایی سه فاز قفسه سنجایی با یک مجموعه گیربکس سیاره‌ای کوپل می‌شود [۱]. در معادلات این مجموعه کوپل شده، θ_i دوران زاویه ای کل جز m ، M و L نشانگر موتور و بار خروجی است. k_t و c_t به ترتیب سختی پیچشی و میرایی پیچشی شافت هستند که می‌توان آن‌ها را با ابعاد شافت‌ها تخمین زد. لازم به ذکر است در مجموعه مورد بررسی در این مقاله تعداد دو شافت وجود دارد که یکی از آنها موتور را به وسیله کوپلینگ به چرخ‌دنده خورشید متصل کرده و دیگری کار خروجی جعبه‌دنده را انجام خواهد داد. T_e و T_L به ترتیب گشتاور الکترومغناطیسی ماشین الکتریکی و گشتاور بار کل سیستم هستند. دوران موتور مطابق معادله (۱۳) است:

$$J_M \ddot{\theta}_M = T_e - k_1 (\theta_M - \theta_{sg}) - c_1 (\dot{\theta}_M - \dot{\theta}_{sg}) \quad (13)$$

که گشتاور الکترومغناطیسی T_e به عنوان یک شرط شناخته شده در بیشتر کارهای منتشر شده قبلی مربوط به دینامیک چرخ‌دنده محرک الکتریکی تنظیم شده است. با این حال، در این مطالعه، T_e رابط بین ماشین الکتریکی و گیربکس است و توسط هر دو تعیین می‌شود. معادله حرکت دورانی برای بار خروجی در معادله (۱۴) بیان شده است.

$$J_L \ddot{\theta}_L = -T_L + k_2 (\theta_c - \theta_L) + c_2 (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_L) \quad (14)$$

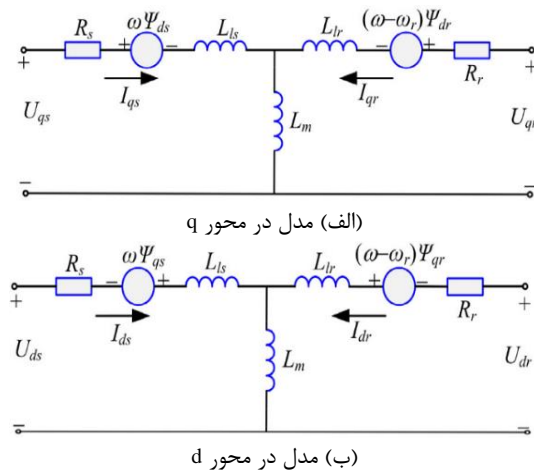
معادلات حرکتی مجموعه چرخ‌دنده‌ها را در مراحل مختلف می‌توان با استفاده از مدل‌های انتقالی-پرخشی ارائه شده در بالا تعیین کرد. بنابراین، معادلات حرکت جعبه‌دنده سیاره‌ای از جمله چرخ‌دنده‌های شافت ثابت و چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای استخراج می‌شوند و می‌توانند به صورت ماتریس مطابق معادله (۱۵) جمع شوند:

$$M \ddot{X} = (C_m + C_t + C_b + \dot{\theta}_c C_G) \dot{X} + (K_m + K_t + K_b + \dot{\theta}_c^2 K_O + \dot{\theta}_c K_A) X = T_L + E + T_e \quad (15)$$

که در آن X بردار مختصات تعمیم یافته را نشان می‌دهد و M ماتریس جرم تولید شده است. E ، T_L و T_e به ترتیب بردار گشتاور بار، بردار تحریک خطا و بردار گشتاور الکترومغناطیسی را نشان می‌دهند. K_A ، K ، K_b ، K_t ، K_m ، K و K_A به ترتیب ماتریس سختی پیچشی، ماتریس سختی تحمل، ماتریس سختی مرکزگرا و ماتریس سختی مماسی را به ترتیب ناشی از شتاب‌های مماسی نشان می‌دهند. C_G ، C_b ، C_t ، C_m و C_G به ترتیب نشان‌دهنده ماتریس میرایی مش، ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی بلبرینگ و ماتریس ژيروسکوپی هستند. شکل (۴) مدار معادل موتور الکتریکی القایی را نشان می‌دهد. همان‌طور که بیان شد از یک موتور الکتریکی القایی سه فاز قفسه سنجایی برای پیشران جعبه‌دنده سیاره‌ای استفاده می‌شود. برای مدل‌سازی رفتار الکترومغناطیسی ماشین، تبدیل پارک اتخاذ شده و مدار معادل ماشین القایی در سیستم مختصات dq در شکل نشان داده شده است [۱۴، ۱۵]. معادلات ولتاژ استاتور و روتور مطابق معادله (۱۶) است:

$$\begin{bmatrix} U_{ds} \\ U_{qs} \\ U_{dr} \\ U_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s P & -\omega L_s & L_m P & -\omega L_m \\ \omega L_s & R_s + L_s P & \omega L_m & L_m P \\ L_m P & -(\omega - \omega_r) L_m & R_r + L_r P & -(\omega - \omega_r) L_r \\ (\omega - \omega_r) L_m & L_m P & (\omega - \omega_r) L_r & R_r + L_r P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن زیر نویس‌های d و q به ترتیب مقدار محور d و محور q را نشان می‌دهند. زیر نویس s و r به ترتیب مقدار استاتور و مقدار روتور را نشان می‌دهند. U ، I ، R ، L و L_m به ترتیب ولتاژ، جریان، مقاومت، خودالقایی، القا نشد و شار هستند. ω و ω_r به ترتیب سرعت زاویه‌ای قاب مرجع و سرعت زاویه‌ای الکتریکی هستند. عملگر دیفرانسیل با P نشان داده شده و L_m اندوکتانس مغناطیسی است.



شکل (۴): مدار معادل موتور الکتریکی القایی در سیستم مختصات dq [۱]
Figure (4): Equivalent circuit of induction electric motor in dq coordinate system [1]

معادلات شار استاتور و روتور به صورت معادله (۱۷) است:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} \quad (17)$$

معادله گشتاور الکترومغناطیسی تولید شده توسط دستگاه به صورت معادله (۱۸) خواهد بود.

$$T_e = 1.5n_e (\Psi_{ds} I_{qs} - \Psi_{qs} I_{ds}) \quad (18)$$

که n_e تعداد جفت‌های قطب است. معادلات دینامیکی یک ماشین القایی را می‌توان با مدل جعبه‌دنده چند مرحله‌ای ترکیب کرد بنابراین مدل الکترومکانیکی سیستم دنده سیاره‌ای به دست می‌آید.

۲-۲- مدل‌سازی سختی درگیری بین دندانه‌های چرخ‌دنده‌ها در جعبه‌دنده سیاره‌ای

همان‌طور که بیان شد مقادیر لازم جهت محاسبه سختی درگیری بین دو چرخ‌دنده از آباکوس^۵ استخراج می‌شود. برای به دست آوردن سختی درگیری^۶ باید نیرو و تغییر شکل دندانه در نقطه تماس و عمود بر سطح تماس تعیین شود. در آخر از تقسیم آن‌ها بر یکدیگر، سختی درگیری به دست خواهد آمد. برای این کار چرخ‌دنده دارای ۱۹ دندانه مطابق مقاله مرجع [۲] در نظر گرفته شده است. همچنین پهنای رویه و مدول آن به ترتیب برابر با ۳۵ و ۳/۵ میلی‌متر هستند. همچنین مطابق منابع توان موتور متصل به چرخ‌دنده خورشیدی دو کیلو وات و سرعت زاویه‌ای آن ۱۵۰۰ دور بر دقیقه در نظر گرفته خواهد شد. سختی درگیری با استفاده از خروجی آباکوس در نرم‌افزار متلب محاسبه خواهد شد. به این منظور نتایج به دست آمده از آباکوس را در نرم‌افزار متلب وارد کرده، سختی درگیری را محاسبه کرده، نمودار سختی درگیری بر حسب سیکل درگیری را رسم نموده و با میان‌یابی نقاط آن نمودار، کد متلب سری فوریه متناسب با نمودار را نوشته و از ضرایب سری فوریه به دست آمده در کد متلب جعبه‌دنده استفاده خواهیم کرد. نمودار سختی درگیری بر حسب سیکل درگیری و سری فوریه متناسب با آن در شکل (۵) نشان داده شده است.

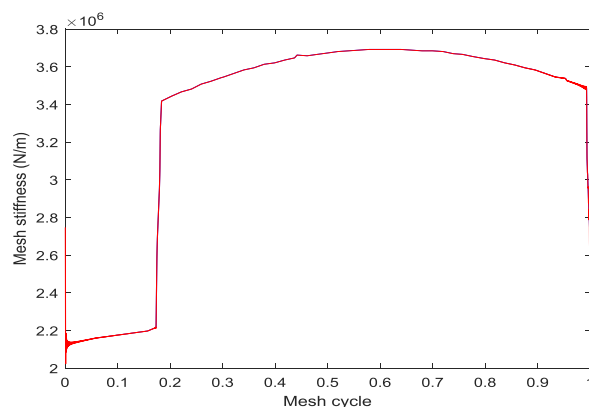
۳- شبیه‌سازی سیستم کوپل موتور-جعبه‌دنده سیاره‌ای

معادلات ارتعاشی اجزا مجموعه مورد بررسی در این مقاله در راستای محور x و y از قانون دوم نیوتون و معادله ارتعاشات پیچشی آن‌ها مطابق معادله تعادل گشتاور اولر نوشته شده است. همچنین معادلات دیفرانسیل ارتعاشی موتور و جعبه‌دنده سیاره‌ای این مقاله از طریق برنامه‌نویسی در سیمولینک نرم‌افزار متلب با استفاده از ode45 و روش حل عددی رانگ کوتا مرتبه چهار انجام گرفته است. در نتیجه نمودارهای دور بر حسب زمان و نمودارهای فرکانسی به دست آمده است که در ادامه به توضیح کامل آنها

پرداخته خواهد شد. پارامترهای مدل در جدول‌های (۱)، (۲) و (۳) شرح داده شده است. همچنین دیاگرام کلی عملیات انجام شده در شبیه‌سازی مطابق شکل (۶) خواهد بود. همان‌طور که بیان شد در این مقاله موتور الکتریکی به‌صورت کوپل با جعبه‌دنده سیاره‌ای در نظر گرفته شده است، لذا گشتاور ورودی از موتور الکتریکی به جعبه‌دنده سیاره‌ای ثابت نخواهد بود زیرا گشتاوری که از موتور الکتریکی به جعبه‌دنده سیاره‌ای وارد می‌شود در حقیقت به دینامیک جعبه‌دنده سیاره‌ای نیز بستگی دارد (مانند این است که جعبه‌دنده مثل یک بار روی شافت موتور وارد می‌شود)، به بیان دیگر گشتاوری که موتور الکتریکی به جعبه دنده وارد می‌کند بستگی به خود جعبه‌دنده نیز دارد.

در این مقاله تلاش شده که این تغییرات گشتاور لحاظ شود، همچنین تحقیق شود که با وجود این گشتاور وابسته به جعبه‌دنده سیاره‌ای فرکانس‌های موجود در ارتعاشات سیستم چه فرکانس‌هایی خواهند بود. در ادامه مشخصه‌های فرکانسی اجزا سیستم مانند فرکانس و دامنه فرکانس‌ها با استفاده از تحلیل‌های فرکانسی مختلف استخراج شده که با فرکانس‌هایی که به‌صورت دستی برای سیستم محاسبه شده است مطابقت دارد.

همان‌طور که مطابق شکل (۶) قابل مشاهده است ω_m به‌صورت خروجی از موتور و با اعمال اینرسی جعبه‌دنده سیاره‌ای، به عنوان T_{sg} به جعبه‌دنده سیاره‌ای وارد شده و T_{sg} نیز به عنوان خروجی از جعبه‌دنده سیاره‌ای، به عنوان T_m به موتور الکتریکی وارد می‌شود. توجه شود که مقادیر ثابت الکتریکی و مکانیکی مطابق جدول‌های (۱) الی (۳) به عنوان ورودی به موتور الکتریکی و جعبه‌دنده سیاره‌ای وارد می‌شود.



شکل (۵): نمودار سختی درگیری بر حسب سیکل درگیری (آبی) و سری فوریه متناظر آن (قرمز)

Figure (5): graph of mesh stiffness in terms of mesh cycle and its Fourier series

Table (1): The main parameters of the mechanical system

جدول (۱): پارامترهای اصلی سیستم مکانیکی

سیستم مکانیکی	
$3/35 \times 10^6$	سختی درگیری متوسط \bar{k}_{in} (N/m)
۰/۰۷	نسبت میرایی درگیری چرخ‌دنده ζ_{in}
۰/۰۴	نسبت میرایی پیچشی شفت c_t
1×10^9	سختی یاتاقان k_{bi} (N/m)
1×10^4	میرایی یاتاقان c_{bi} (N.s/m)
۷۵	گشتاور بار T_L (KN.m)
2×10^3	ممان اینرسی جرمی بار J_L ($kg.m^2$)
۷	ممان اینرسی جرمی موتور J_m ($kg.m^2$)
۲۰	زاویه فشارببین دندانه‌های چرخ‌دنده‌ها ϕ (درجه)
$1.0/93 \times 10^{-6}$	دامنه خطای انتقال استاتیکی E_{in} (m)
10^9	سختی پیچشی شفت k_t (N.m)

Table (2): The main parameters of the electrical system

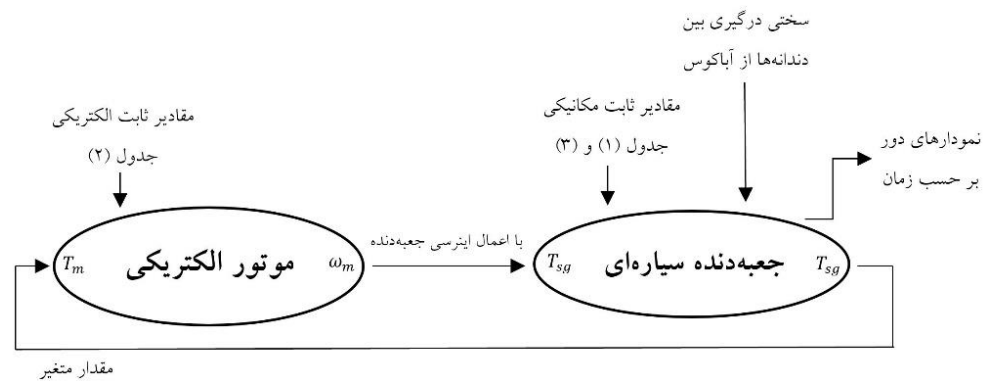
جدول (۲): پارامترهای اصلی سیستم الکتریکی

سیستم الکتریکی	
۵۰	فرکانس نامی منبع تغذیه f (Hz)
۲	توان P (Kw)
۱۱۴۰	ولتاژ نامی V (V)
۲	تعداد قطبها n _e
۰/۰۵	مقاومت استاتور R _s (Ω)
۱/۵	القانشت استاتور L _{ls} (mH)
۰/۰۶	مقاومت روتور R _r (Ω)
۱/۵	القانشت روتور L _{lr} (mH)
۲۴	اندوکتانس مغناطیسی L _m (mH)

Table (3): Planetary gearbox system data

جدول (۳): داده‌های سیستم جعبه‌دنده سیاره‌ای

خورشید	سیاره	رینگ	بازو	پارامتر داده
۱۹	۲۹	۸۱	-	تعداد دندانه
۳/۵	۳/۵	۳/۵	-	مدول (mm)
۱/۵۹۸	۱/۸۲۰	-	-	نسبت تماس
۱/۲۶۸	۲/۸۱	۴/۵۳	۶	جرم (kg)
۰/۰۰۳۴	۰/۰۱۷۹۲	۰/۵۳۲	۰/۲۶	اینرسی (kg.m ²)



شکل (۶): دیاگرام کلی شبیه‌سازی

Figure (6): Simulation diagram

درگیری بین دندانه‌های چرخ‌دنده‌ها به صورت فنر و دمپر مدل شده و لذا سختی درگیری بین دندانه‌های چرخ‌دنده‌ها مطابق توضیحات بیان شده از نرم افزار آباکوس استخراج شده و به عنوان ورودی به جعبه‌دنده وارد می‌شود. در نهایت نمودارهای دور هر یک از اجزا مجموعه بر حسب زمان استخراج شده و مورد تحلیل فرکانسی قرار خواهند گرفت.

۱-۳- فرکانس‌های مهم در ارتعاشات مجموعه

ارتعاشات مجموعه کوپل موتورالکتریکی جعبه‌دنده سیاره‌ای مورد بررسی در این مقاله دارای فرکانس‌های متنوع است. این فرکانس‌های مهم عبارت است از:

(۱) فرکانس درگیری چرخ‌دنده‌ها: مطابق مرجع [۲۱] یک رابطه برای محاسبه فرکانس درگیری چرخ‌دنده‌های چرخان با بازو روی چرخ‌دنده رینگ مطابق معادله (۱۹)، بیان شده است:

$$f_m = Z_{rg} f_c = 81 \times \frac{235}{60} = 317 \text{ (hz)} \quad (19)$$

که Z_{rg} تعداد دندان چرخ‌دنده رینگ و f_c فرکانس دور بازو است که مطابق شکل (۱۰) و معادله (۲۲) محاسبه شده است.
 (۲) فرکانس درگیری چرخ‌دنده خورشیدی: دور چرخ‌دنده خورشیدی در حالت دائم مطابق شکل (۷)، ۱۲۴۰ دور در دقیقه به دست آمده است. فرکانس دور چرخ‌دنده خورشیدی مطابق معادله (۲۰)، ۳۹۲ هرتز به دست می‌آید.

$$f_{sg} = \frac{1240 \times 19}{60} = 392 \text{ (hz)} \quad (20)$$

(۳) فرکانس پالس‌های گشتاوری موتور الکتریکی: موتورهای الکتریکی یک ارتعاشات ذاتی ناشی از پالس‌های گشتاوری^۷ دارند. پالس‌های گشتاوری هنگامی که میدان مغناطیسی موتور قطب‌های استاتور را انرژی‌دار^۸ می‌کند، به وجود می‌آیند. فرکانس ارتعاشات در این حالت دو برابر فرکانس برق AC متصل به موتور الکتریکی است. در ایران فرکانس خط ۵۰ هرتز است، بنابراین فرکانس پالس گشتاوری ۱۰۰ هرتز خواهد بود که در ادامه خواهیم دید که این فرکانس در نمودار ارتعاشات در حوزه زمان موتور الکتریکی ظاهر می‌شود. پالس‌های گشتاوری به ندرت مسئله‌زا هستند مگر آن که ارتعاشات بسیار کمی روی موتور برقی مورد انتظار باشد و یا ارتعاشات مربوطه یکی از فرکانس‌های طبیعی در قسمت‌های مختلف سیستم را تحریک کند. مطابق رابطه (۲۱) فرکانس پالس‌های گشتاوری موتور الکتریکی بررسی شده در این شبیه‌سازی محاسبه خواهد شد.

$$f_e = n_e \times f_{AC} = 2 \times 50 = 100 \text{ (hz)} \quad (21)$$

که n_e تعداد قطب موتور الکتریکی و f_{AC} فرکانس برق AC متصل به موتور الکتریکی (۵۰ هرتز) است.
 (۴) فرکانس دور بازو: دور بازو در حالت دائم مطابق شکل (۱۰)، ۲۳۵ دور در دقیقه به دست آمده است. فرکانس دور بازو مطابق معادله (۲۲)، ۴ هرتز به دست می‌آید.

$$f_c = \frac{235}{60} = 4 \text{ (hz)} \quad (22)$$

بنابراین جدول فرکانس‌های مهم موجود در ارتعاشات این مجموعه مطابق جدول (۴) است.

۴- تحلیل نتایج

۴-۱- تحلیل ارتعاشات در حوزه زمان

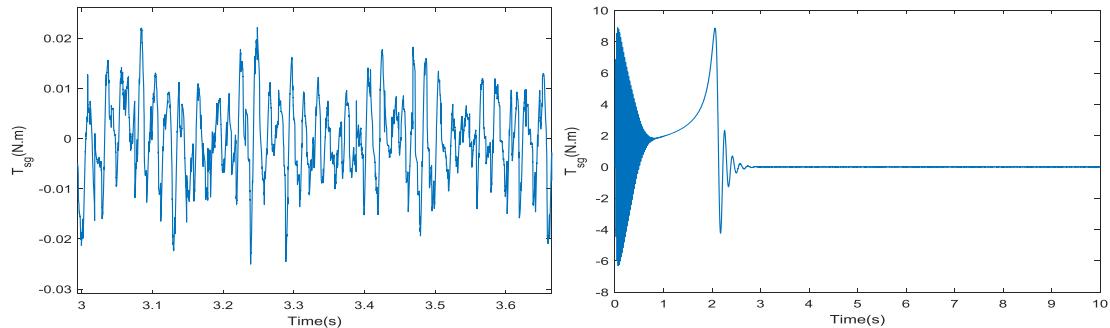
در این مرحله برای هر یک از اجزا مجموعه کوپل موتور-جعبه‌دنده سیاره‌ای مانند چرخ‌دنده خورشیدی، چرخ‌دنده رینگ، چرخ‌دنده سیاره‌ای و بازو نمودارهای نوسانات سرعت دورانی بر حسب زمان رسم خواهد شد. همان‌طور که بیان شد ω_m به صورت خروجی از موتور و با اعمال اینرسی جعبه‌دنده سیاره‌ای، به عنوان T_{sg} به جعبه‌دنده سیاره‌ای وارد شده و T_{sg} نیز به عنوان خروجی از جعبه‌دنده سیاره‌ای، به عنوان T_m به موتور الکتریکی وارد می‌شود. همچنین در این مقاله برای گشتاور پیچشی^۹ چرخ‌دنده خورشیدی T_{sg} به عنوان مشخصه قابل انتقال بین موتور الکتریکی و جعبه‌دنده سیاره‌ای نمودار ارتعاشات بر حسب زمان رسم و در ادامه بررسی خواهد شد. لازم به ذکر است که مدت زمان اجرای شبیه‌سازی ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده است.
 در شکل‌های (۷) الی (۱۱)، نمودار سمت چپ، بزرگ‌نمایی نمودار سمت راست در حالت پایدار^{۱۰} است. در ادامه به بررسی دقیق‌تر نمودارها پرداخته خواهد شد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، نمودارهای نوسانات سرعت دورانی بر حسب زمان چرخ‌دنده خورشیدی، چرخ‌دنده رینگ، چرخ‌دنده سیاره‌ای و بازو و همچنین نمودار ارتعاشات گشتاور پیچشی چرخ‌دنده خورشیدی T_{sg} که از موتور الکتریکی به آن اعمال شده در ادامه قابل مشاهده خواهد بود. مطابق شکل (۷) گشتاور پیچشی که از طرف موتور الکتریکی به چرخ‌دنده سیاره‌ای وارد می‌شود در زمان‌های حساس یک و دو ثانیه تغییر ناگهانی داشته‌اند که تغییر ناگهانی دور اجزا جعبه‌دنده سیاره‌ای در همین زمان‌ها مطابق شکل‌های (۸) الی (۱۱) به همین علت بوده است.

Table (4): Important frequencies in set vibrations

جدول (۴): فرکانس‌های مهم موجود در ارتعاشات مجموعه

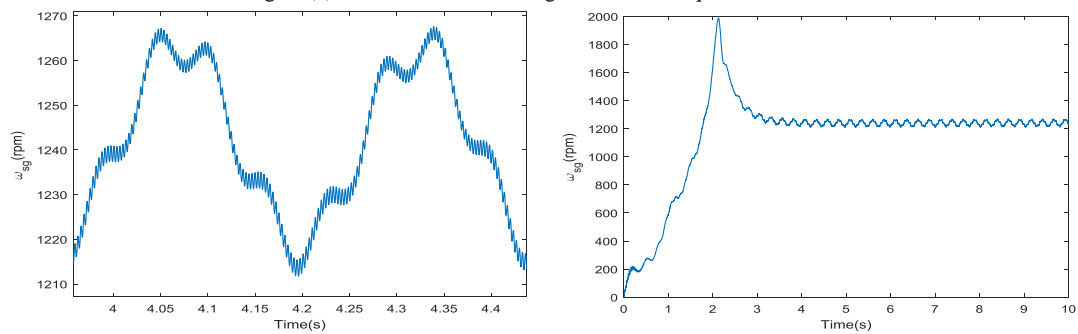
فرکانس	f_{sg}	f_m	f_c	f_e
مقدار (هرتز)	۳۹۲	۳۱۷	۴	۱۰۰

مطابق شکل‌های (۷) الی (۱۱)، مشاهده می‌شود تقریباً از زمان صفر تا ۴ ثانیه نمودار در حالت گذرا و از زمان ۴ تا ده ثانیه نمودار در حالت دائم است. مشاهده می‌شود در حالت دائم تعداد سه فرکانس گوناگون خواهیم داشت که در بخش‌های بعدی در مورد آنها بحث خواهد شد.



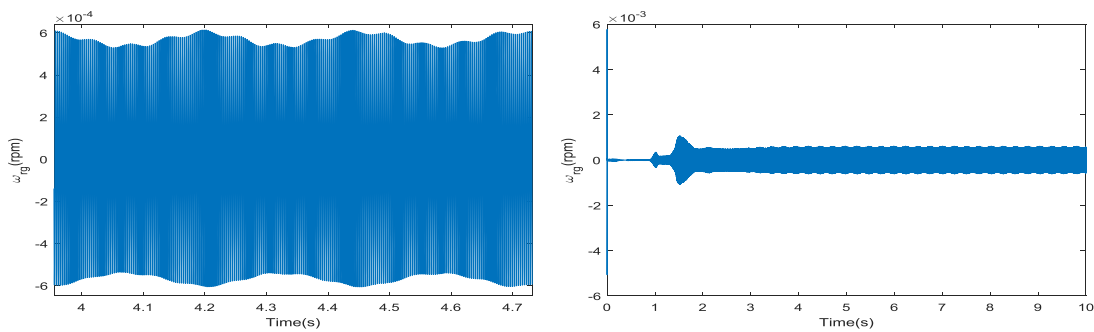
شکل (۷): نوسانات گشتاور پیچشی چرخ‌دنده خورشیدی و بزرگنمایی آن

Figure (7): Fluctuations of the sun gear torsional torque and zoom of it



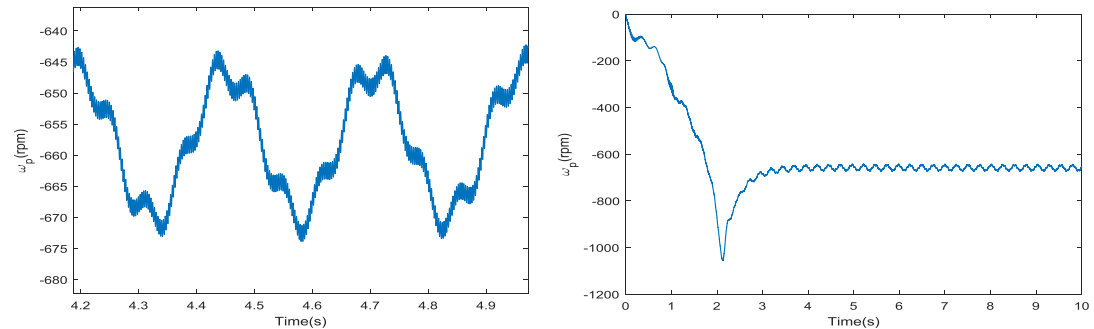
شکل (۸): نوسانات دور چرخ‌دنده خورشیدی و بزرگنمایی آن

Figure (8): Fluctuations of the sun gear rotational speed and zoom of it



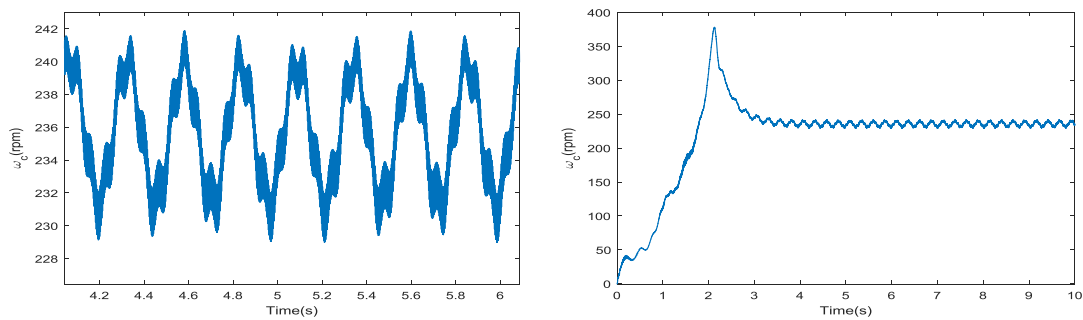
شکل (۹): نوسانات دور چرخ‌دنده رینگ و بزرگنمایی آن

Figure (9): Fluctuations of the ring gear rotational speed and zoom of it



شکل (۱۰): نوسانات دور چرخ‌دنده سیاره‌ای و بزرگنمایی آن

Figure (10): Fluctuations of the planet gear rotational speed and zoom of it



شکل (۱۱): نوسانات دور بازو و بزرگنمایی آن
Figure (11): Fluctuations of the carrier rotational speed and zoom of it

توجه شود که دور چرخ‌دنده خورشیدی مثبت شده و یا به عبارت دیگر چرخ‌دنده خورشیدی هم جهت با شافت موتور می‌چرخد. مشاهده می‌شود چرخ‌دنده رینگ در شبیه‌سازی به گونه‌ای در نظر گرفته شده که تقریباً ثابت باشد به بیان دیگر چرخ‌دنده رینگ به پوسته ثابت جعبه‌دنده متصل در نظر گرفته شده است. دور چرخ‌دنده سیاره‌ای منفی شده و یا به عبارت دیگر چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای عکس چرخ‌دنده خورشید و در نهایت شافت موتور می‌چرخند. همچنین دور بازو مثبت شده و یعنی بازو هم جهت با چرخ‌دنده خورشید و در نهایت شافت موتور می‌چرخد. به طور کلی و به عنوان خلاصه جمع‌بندی می‌توان گفت نمودارها بر حسب زمان دارای چند نوع نوسان و در نهایت فرکانس گوناگون و همچنین دارای حالت گذرا و دائم در بازه‌های زمانی مختلف هستند. همچنین در بخش‌های بعدی به آنالیز فرکانسی نمودارها به تفکیک پرداخته خواهد شد.

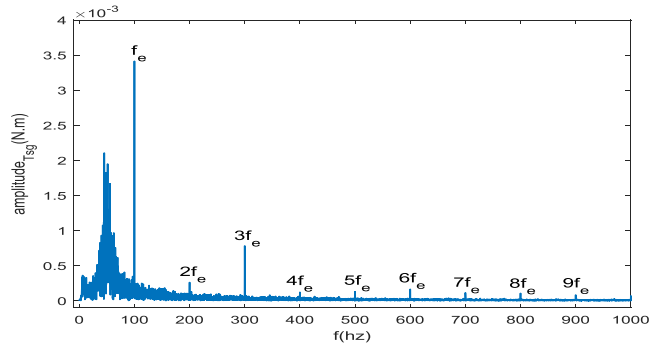
۲-۴- تحلیل ارتعاشات در حوزه فرکانس

تبدیل فوری که به صورت معادله (۲۳) تعریف می‌گردد، تابع $x(t)$ در حوزه زمان را به یک تابع فرکانسی تبدیل می‌نماید.

$$X(f) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-2\pi i f t} dt \quad (23)$$

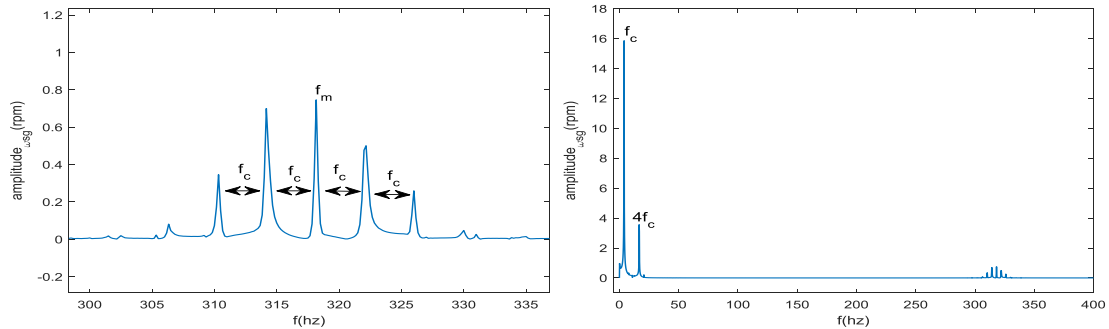
تبدیل فوری سریع^{۱۱}، در علوم مهندسی می‌تواند برای تعیین فرکانس‌های غالب یک سیگنال ارتعاشی به کار رود. زمانی که فرکانس‌های غالب یک سیستم متناظر با فرکانس‌های طبیعی آن باشند، ارتعاش‌های رخ داده می‌توانند به دلیل رزونانس تقویت شوند. این اتفاق می‌تواند تا حدی ادامه یابد که منجر به آسیب دیدن یا ریزش و تخریب یک سازه شود. همچنین به منظور افزایش سرعت عملیاتی، تبدیل فوری سریع معرفی شده و می‌توان گفت که با اهمیت ترین ابزار در پردازش و تحلیل سیگنال‌ها است. اگر طیف فرکانسی شامل یک قله در فرکانس تحریک باشد، حرکت متناوب خطی است و اگر شامل یک قله در فرکانس تحریک و قله‌های دیگری در هارمونیک‌های آن و یا در زیرهارمونیک‌های آن باشد، حرکت متناوب غیرخطی خواهد بود. به زبان ساده می‌توان بیان کرد از سیگنال‌های نوسانات سرعت دورانی هر یک از اجزای سیستم در حالت دائم که در بخش قبل بررسی شد و همچنین از ترک پیچشی که از طرف موتور الکتریکی به چرخ‌دنده خورشیدی جعبه‌دنده سیاره‌ای وارد می‌شود می‌توان تبدیل فوری سریع گرفت که در این صورت فرکانس‌های غالب موجود در سیستم در نمودار طیف فرکانسی^{۱۲} قابل مشاهده و محاسبه هستند. البته فرکانس‌هایی که در مجموعه وجود دارند در قسمت‌های قبل به صورت معادله حساب شده‌اند که لازم است آنها را با نتایج نمودار طیف فرکانسی مقایسه کرد و کنترل نمود. در ادامه به تفکیک نمودارهای طیف فرکانسی دور هریک از اجزا مورد بررسی و همچنین ترک پیچشی که از طرف موتور الکتریکی به چرخ‌دنده خورشیدی وارد می‌شود، بررسی خواهد شد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، نمودارهای طیف فرکانسی ارتعاشات دور چرخ‌دنده خورشیدی، چرخ‌دنده رینگ، چرخ‌دنده سیاره‌ای و بازو و همچنین ترک پیچشی چرخ‌دنده خورشیدی در ادامه قابل مشاهده است. مطابق شکل (۱۲) در بررسی طیف فرکانسی گشتاور پیچشی وارد شده از موتور الکتریکی به چرخ‌دنده خورشیدی، فرکانس برق AC متصل به موتور الکتریکی (۵۰ هرتز) و فرکانس پالس‌های گشتاوری موتور الکتریکی (۱۰۰ هرتز) و هارمونیک‌های آن به عنوان فرکانس غالب قابل مشاهده است که وجود این فرکانس‌ها در این طیف فرکانسی بدون عیب بوده و در بخش‌های قبل محاسبه شده است. مطابق شکل‌های (۱۳) الی (۱۶)،

همان‌طور که از نمودارهای طیف فرکانسی دور اجزا سیستم مشاهده می‌شود، در بازه فرکانسی صفر تا ۵۰ هرتز قله ۴ هرتز (فرکانس بازو) فرکانس غالب مجموعه است که شدت این فرکانس در شکل‌های گفته شده قابل مشاهده است، همچنین در این بازه فرکانسی هارمونیک‌های فرکانس ۴ هرتز از قبیل ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴ و ۲۸ هرتز به صورت قله نسبت به اطراف خود قابل مشاهده هستند. در بازه فرکانسی ۲۵۰ تا ۴۰۰ هرتز یک سری قله با فاصله یکسان ۴ هرتز و پیک 26×10^6 هرتز وجود دارند که باندهای کناری در اطراف قله پیک (قله بلندتر در وسط) و در فاصله یکسان ۴ هرتز قرار گرفته‌اند.



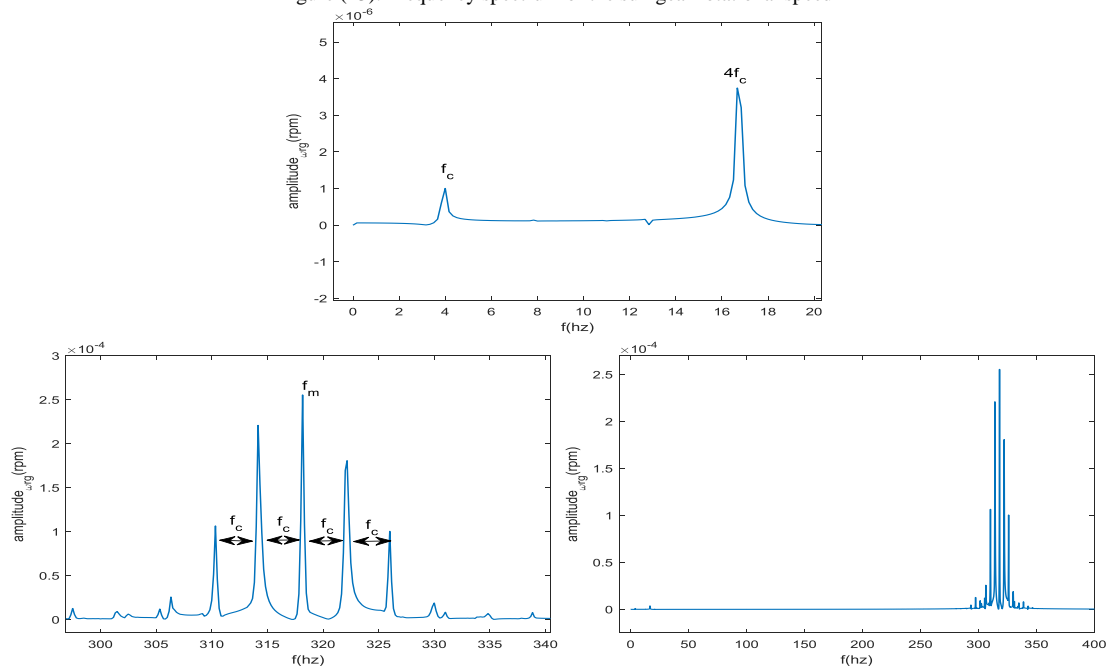
شکل (۱۲): طیف فرکانسی گشتاور پیچشی چرخ‌دنده خورشیدی

Figure (12): Frequency spectrum of the sun gear torsional torque



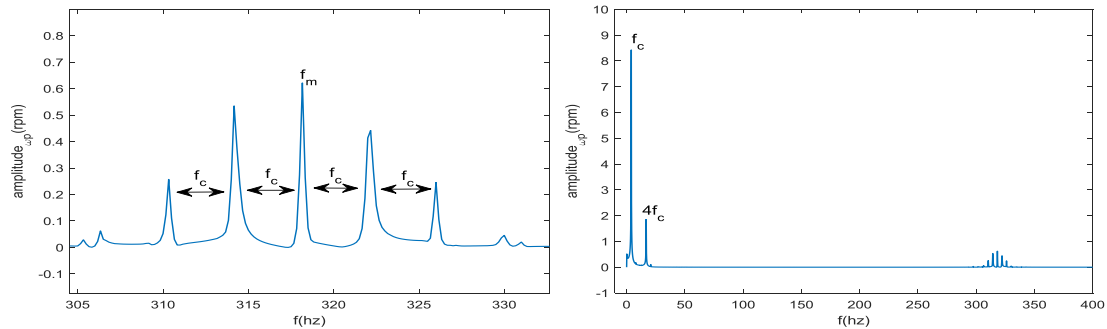
شکل (۱۳): طیف فرکانسی دور چرخ‌دنده خورشیدی

Figure (13): Frequency spectrum of the sun gear rotational speed



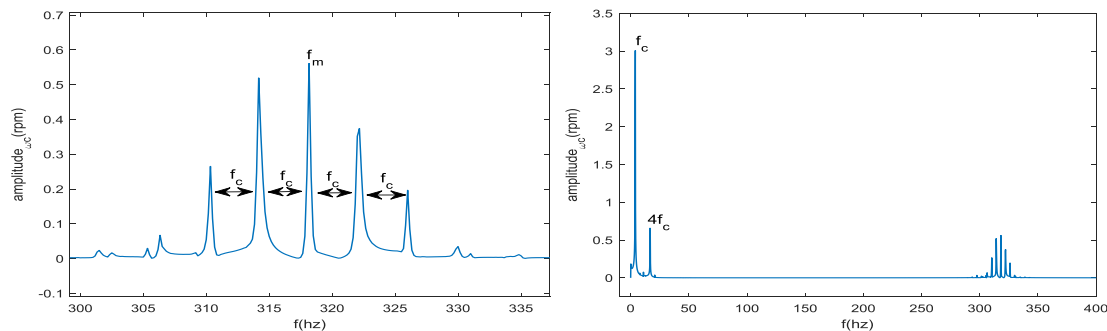
شکل (۱۴): طیف فرکانسی دور چرخ‌دنده رینگ

Figure (14): Frequency spectrum of the ring gear rotational speed



شکل (۱۵): طیف فرکانسی دور چرخ‌دنده سیاره‌ای

Figure (15): Frequency spectrum of the planet gear rotational speed



شکل (۱۶): طیف فرکانسی دور بازو

Figure (16): Frequency spectrum of the carrier rotational speed

در نمودار طیف فرکانسی از این حالت استنباط می‌شود که دو فرکانس با یکدیگر ترکیب شده و این سری قله را به وجود آورده‌اند که یکی از فرکانس‌ها همان ۴ هرتز (فاصله ثابت بین قله‌ها) خواهد بود که شدت این فرکانس در شکل‌های گفته شده قابل مشاهده است. توجه شود که فرکانس درگیری بین چرخ‌دنده‌ها (۳۱۷ هرتز) نیز در این نمودارها قابل مشاهده است. از وجود یک قله در فرکانس تحریک و قله‌های دیگری در هارمونیک‌های نمودارها می‌توان نتیجه گرفت حرکت متناوب غیرخطی بوده است. توجه شود که مطابق شکل (۱۳) در نمودار طیف فرکانسی دور چرخ‌دنده خورشیدی، فرکانس بازو نسبت به فرکانس درگیری شدت بیشتری دارد زیرا چرخ‌دنده خورشیدی دارای دوران بوده و سرعت دوران بازو بیشتر از ضربات ناشی از دندانه‌ها روی فرکانس آن تاثیر می‌گذارد. همان‌طور که بیان شد چرخ‌دنده رینگ در شبیه‌سازی به‌گونه‌ای در نظر گرفته شده که تقریباً ثابت باشد به بیان دیگر چرخ‌دنده رینگ به پوسته ثابت جعبه‌دنده متصل در نظر گرفته شده است.

مطابق شکل (۱۴) در نمودار طیف فرکانسی دور چرخ‌دنده رینگ، فرکانس درگیری نسبت به فرکانس بازو شدت بیشتری دارد زیرا چرخ‌دنده رینگ فاقد دوران بوده و ثابت در نظر گرفته شده و لذا ضربات ناشی از دندانه‌ها بیشتر از سرعت دوران بازو روی فرکانس آن تاثیر می‌گذارد. لازم به ذکر است در شبیه‌سازی انجام شده مطابق مقاله مرجع برای این مقاله تعداد سه عدد سیاره برای جعبه‌دنده سیاره‌ای در نظر گرفته شده است.

مطابق شکل (۱۵) در نمودار طیف فرکانسی دور چرخ‌دنده سیاره‌ای، فرکانس بازو نسبت به فرکانس درگیری شدت بیشتری دارد زیرا چرخ‌دنده سیاره‌ای دارای دوران بوده و به بازو متصل است، لذا سرعت دوران بازو بیشتر از ضربات ناشی از دندانه‌ها روی فرکانس آن تاثیر می‌گذارد. توجه شود که بازو به چرخ‌دنده سیاره‌ای متصل بوده و از طرف دیگر کار را به عنوان خروجی مجموعه کوپل موتور الکتریکی جعبه‌دنده انجام خواهد داد.

در شکل‌های (۱۳) تا (۱۶)، طیف فرکانسی برای سیگنال‌های ارتعاشی رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، فرکانس‌های غالب متعددی در این سیگنال‌ها وجود دارد البته فرکانس‌هایی که در این نمودارها غالب هستند مربوط به اجزای هر یک از این سیستم هستند. مشاهده می‌شود که به جز فرکانس یا فرکانس‌های تحریک، هارمونیک‌های آنها نیز وجود دارند

که نشان دهنده رفتار غیرخطی است. همچنین قله‌های دیگری به صورت مدوله شده در اطراف هارمونیک‌ها وجود دارند. در بخش‌های قبل در مورد فرکانس‌های غالب حاصل شده از نتایج شبیه‌سازی که از نمودارهای طیف فرکانسی به دست آمده بحث شده و نتایج این تحلیل فرکانسی با فرکانس‌های هریک از اجزا مجموعه که به صورت تئوری محاسبه شده است، مقایسه شده‌اند که نتایج قابل قبول بوده است.

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به بررسی‌های انجام گرفته روی نتایج شبیه‌سازی این مقاله هنگامی که ارتعاشات یک مجموعه کوپل شامل موتور الکتریکی و جعبه‌دنده سیاره‌ای در حالت سالم بررسی شود، فرکانس‌هایی که در جدول (۳) آمده در این ارتعاشات حضور خواهند داشت. به بیان دیگر هنگامی که موتور الکتریکی به صورت کوپل با جعبه‌دنده سیاره‌ای کار می‌کند به ترتیب فرکانس f_e و f_m غالب‌تر و f_{sg} ضعیف‌تر خواهد بود.

با دانستن این نتایج، می‌توان این خروجی را مبنای مقایسه سیگنال ارتعاشی چنین سیستم‌هایی قرار داد و فرکانس‌های عادی و همچنین فرکانس‌های خرابی را در تحلیل‌های ارتعاشی شناسایی کرد. لازم به ذکر است عواملی مانند دور هریک از اجزا مجموعه، تعداد دندانه‌های چرخ‌دنده‌های جعبه‌دنده، دور نامی موتور الکتریکی، سختی و میرایی کوپلینگ موتور به جعبه‌دنده، سختی درگیری بین چرخ‌دنده‌ها (که در این مقاله از نرم افزار آباکوس محاسبه شده)، خطای انتقال و فاصله مراکز چرخ‌دنده‌ها در ارتعاش پیچشی کوپل موتور الکتریکی جعبه‌دنده سیاره‌ای اثر دارد. همچنین به منظور مشخص شدن فرکانس‌های خرابی واقعی، جعبه‌دنده سیاره‌ای با موتور الکتریکی به صورت کوپل در نظر گرفته شده است.

در شکل‌های طیف فرکانسی برای سیگنال‌های ارتعاشی اجزا مجموعه مورد بررسی در این مقاله همان‌طور که مشاهده می‌شود، فرکانس‌های غالب متعددی در این سیگنال‌ها وجود دارد البته فرکانس‌هایی که در این نمودارها غالب هستند مربوط به اجزای هر یک از این سیستم هستند. مشاهده می‌شود که به جز فرکانس یا فرکانس‌های تحریک، هارمونیک‌های آنها نیز وجود دارند که نشان دهنده رفتار غیرخطی است. همچنین فرکانس‌های غالب که از نمودارهای طیف فرکانسی به دست آمده با فرکانس‌های هریک از اجزا مجموعه که محاسبه شده مقایسه شده‌اند که نتایج قابل قبول بوده است. همچنین تحلیل نمودار گشتاور خروجی از موتور و وارد شده به جعبه‌دنده سیاره‌ای که شامل اثر متقابل موتور الکتریکی و جعبه‌دنده سیاره‌ای بر یک‌دیگر بوده است در مقاله آورده شده و تحلیل‌های فرکانسی روی نمودار انجام شده که نشان از وجود انرژی الکتریکی به صورت تاثیر گذار در نتایج این مقاله است. با توجه به در اختیار داشتن نتایج تحلیل‌های فرکانسی به دست آمده برای مجموعه کوپل موتور-جعبه‌دنده در حالت سالم در این مقاله، بهتر است در حوزه پژوهش‌های آتی عیوب الکتریکی، مکانیکی و یا ترکیب آنها به مدل اضافه شده و تحلیل‌ها دوباره انجام شود و تحلیل‌های پاسخ‌های ارتعاشی مجموعه کوپل موتور-جعبه‌دنده ناشی از عیب به دست آورده شود، سپس با مقایسه نتایج در حالت‌های مختلف تاثیر عیوب مورد بحث و بررسی قرار گیرد و همچنین از نتایج نهایی برای عیب‌یابی این گونه سیستم‌ها استفاده شود. با توجه به رویکرد هوشمندسازی فرآیند عیب‌یابی در ماشین آلات دوار، استخراج دقیق ویژگی‌های هر سیستم می‌تواند در هوشمندسازی روش عیب‌یابی بسیار مفید واقع شود. به همین منظور پیشنهاد می‌گردد در ادامه، عیب‌ها نیز در مدل‌سازی این سیستم اضافه شوند و سپس ویژگی‌های سیستم سالم و معیوب از نتایج استخراج گردد و به عنوان ورودی روش‌های هوشمند عیب‌یابی مورد استفاده قرار گیرد. همان‌طور که گفته شد با توجه به نتایج به دست آمده استنباط می‌شود که هنگامی که ارتعاشات یک جعبه‌دنده سیاره‌ای اندازه‌گیری می‌شود خرابی‌های الکتریکی هم می‌توانند خودشان را نشان داده و تاثیر گذار باشند پس لازم است در پژوهش‌های آتی این‌گونه تحلیل‌ها نیز انجام داده شود تا در حد امکان مجموعه نهایی بدون مشکل الکتریکی باشد. همچنین بدیهی است در پژوهش‌های آتی، گرفتن تست تجربی و مقایسه آن با نتایج شبیه‌سازی می‌تواند کارآمد باشد و به منظور تست سختی درگیری نیز می‌توان از تست تجربی کمک گرفت. به عنوان پیشنهاد دیگر در حوزه پژوهش می‌توان به بحث و بررسی دقیق‌تر اثر دمپینگ و فنریت یاتاقان‌ها و همچنین خطای انتقال با توجه به منابع موجود و جدید اشاره نمود.

References

مراجع

- [1] Y. Yi, D. Qin, C. Liu, "Investigation of electromechanical coupling vibration characteristics of an electric drive multistage gear system", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 121, pp. 446-459, March 2018 (doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2017.11.011).
- [2] W. Bai, D. Qin, Y. Wang, T.C. Lim, "Dynamic characteristic of electromechanical coupling effects in motor-gear system", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 423, pp. 50-64, June 2018 (doi: 10.1016/j.jsv.2018.02.033).
- [3] C. Xing, Y. Shihua, P. Zengxiong, "Nonlinear vibration for PMSM used in HEV considering mechanical and magnetic coupling effects", *Nonlinear Dynamics*, vol. 80, pp. 541-552, Jan. 2015 (doi: 10.1007/s11071-014-1887-y).
- [4] G. Mandic, E. Ghotbi, A. Nasiri, F. Oyague, E. Muljadi, "Mechanical stress reduction in variable speed wind turbine drivetrains", *Proceeding of the IEEE/ECCE*, pp. 306-312, Phoenix, AZ, USA, Sept. 2011 (doi: 10.1109/ECCE.2011.6063784).
- [5] H. Jan, G. Heirman, D. Vandepitte, W. Desmet, "The influence of flexibility within multibody modeling of multi-megawatt wind turbine gearboxes", *Proceeding of the ICNV*, vol. 4, pp. 2045-2072, Leuven, Belgium, Sept. 2008.
- [6] V. Kumar, A. Rai, S. Mukherjee, S. Sarangi, "A Lagrangian approach for the electromechanical model of single-stage spur gear with tooth root cracks", *Engineering Failure Analysis*, vol. 129, Article Number: 105662, Nov. 2021 (doi: 10.1016/j.engfailanal.2021.105662).
- [7] H. Yu, P. Eberhard, Y. Zhao, H. Wang, "Sharing behavior of load transmission on gear pair systems actuated by parallel arrangements of multiple pinions", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 65, pp. 58-70, 2013 (doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.02.010).
- [8] C. Zaigang, Z. Wanming, W. Kaiyun, "A locomotive-track coupled vertical dynamics model with gear transmissions", *Vehicle System Dynamics*, vol. 55, no. 2, pp. 244-267, 2017 (doi: 10.1080/00423114.2016.1-254260).
- [9] M.T. Khabou, N. Bouchaala, F. Chaari, T. Fakhfakh, M. Haddar, "Study of a spur gear dynamic behavior in transient regime", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 8, pp. 3089-3101, Nov. 2011 (doi: 10.1016/j.ymsp.2011.04.018).
- [10] W. Lu, Y. Zhang, H. Cheng, Y. Zhou, H. Lv, "Research on dynamic behavior of multistage gears-bearings and box coupling system", *Measurement*, vol. 150, no. 3, Article Number: 107096, Jan. 2020 (doi: 10.1016/j.measurement.2019.107096).
- [11] M. Hosseiniasl, J.J. Fesharaki, "A heuristic approach for optimization of gearbox dimension", *Journal of Modern Processes in Manufacturing and Production*, vol. 7, no. 2, pp. 17-39, Spring 2018 (doi: 20.1001.1.271-70314.2018.7.2.2.2).
- [12] W. Kim, J. Lee, J. Chung, "Dynamic analysis for a planetary gear with time-varying pressure angles and contact ratios", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 331, no. 4, pp. 883-901, Feb. 2012 (doi: 10.1016/j.jsv.2-011.10.007).
- [13] C. Liu, D. Qin, T. Lim, Y. Liao, "Dynamic characteristics of the herringbone planetary gear set during the variable speed process", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, no. 24, pp. 6498-6515, Dec. 2014 (doi: 10.1016/j.jsv.2014.07.024).
- [14] N. Feki, G. Clerc, P. Velez, "Gear and motor fault modeling and detection based on motor current analysis", *Electric Power Systems Research*, vol. 95, pp. 28-37, Feb. 2013 (doi:10.1016/j.epr.2012.08.002).
- [15] W. Bai, D. Qin, Y. Wang, T. Lim, "Dynamic characteristics of motor-gear system under load saltations and voltage transients", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 100, pp. 1-16, Feb. 2018 (doi: 10.1016/j.ymsp.2017.07.039).
- [16] B. Yousfi, A. Soualhi, K. Medjaher, F. Guillet, "Electromechanical modeling of a motor-gearbox system for local gear tooth faults detection", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 166, Article Number: 108435, Mar. 2022 (doi:10.1016/j.ymsp.2021.108435).
- [17] B. Uspensky, K. Avramov, B. Liubarskyi, Y. Andrieiev, O. Nikonov, "Nonlinear torsional vibrations of electromechanical coupling of diesel engine gear system and electric generator", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 460, Article Number: 114877, Nov. 2019 (doi:10.1016/j.jsv.2019.114877).
- [18] Z. Wang, G. Mei, Q. Xiong, Z. Yin, W. Zhang, "Motor car-track spatial coupled dynamics model of a high-speed train with traction transmission systems", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 137, pp. 386-403, July 2019 (doi:10.1016/j.mechmachtheory.2019.03.032).
- [19] H. Eskandari, M. Moradian, "Direct torque compound control of induction motors to increase the battery operating life in electric vehicles", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, vol. 11, no. 42, pp. 1-13, Sept. 2020 (in Persian) (dor:20.1001.1.23223871.1399.11.42.1.2).
- [20] A. Aboutaleb-Najafabadi, "Optimal design, modeling, and evaluation of single-phase axial flux induction motor with a permanent capacitor using improved particle swarm optimization algorithm", *Journal of*

Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 11, no. 44, pp. 47-69, March 2021 (in Persian) (dor: 20.1001.1.23223871.1399.11.44.4.9).

[21] C. Molina Vicuña, "Vibration characteristics of single-stage planetary gear transmissions", *Ingeniare: Revista Chilena de Ingeniería*, vol. 22, no. 1, pp. 88-98, Oct. 2014 (doi:10.4067/S0718-33052014000100009).

زیر نویس ها

1. Lyapunov
2. Start up
3. Subscript
4. Involute
5. Abaqus
6. Mesh stiffness
7. Torque pulses
8. Energize
9. Torsional moment
10. Steady state
11. Fast fourier transform
12. Frequency spectrum