

Electromechanical Modeling and Vibration Analysis of a Coupled Hydro Turbine-Generator Set at Different Speeds Considering the Gyroscopic Effect**Mohammad Farrokhpour^{1,2}, M.Sc., Ali Soleimani^{1,2}, Assistant Professor**¹Department of Mechanical Engineering- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran²Modern Manufacturing Technologies Research Center- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

m.farrokhpour@smc.iaun.ac.ir, soleimani@pmc.iaun.ac.ir

Abstract

Vibrations in rotating equipment are inevitable phenomena and its analysis is necessary and useful to study the condition of the equipment. In a coupled hydroturbine-generator set, the vibrations are caused by the dynamic forces of both machines. Due to the coupling of the turbine and the generator the vibration analysis of each machine separately can not reveal all the phenomena and dynamic behaviors. The change in speed and torque of the turbine and the generator affect each other, so the results of the coupling analysis are closer to reality. In this paper, dynamic modeling of the generator-turbine coupling set is performed and the governing equations of the system are solved using numerical methods in MATLAB software. For more accurate modeling and analysis of the system, the rotational speed of the shaft is considered as variable. The gyroscopic effect and arcuate whirl are also included in the modeling of the set. The frequencies in the vibrations of the set are extracted and the dynamic phenomena related to each are identified. The results show that new dynamic and vibrational phenomena in this system. Also, considering that imbalance mass is never zero, the resulting force is considered in the modeling and the effect of the amount of imbalance mass is also studied and analyzed. Due to the nonlinearity of the governing equations, the analysis of vibrations using phase plane diagrams shows that in some operating conditions, the vibration behavior is chaotic, which can be used in the processing of experimental signals.

Keywords: arcuate whirl, chaos, generator, gyroscopic effect, hydroturbine, imbalance mass, vibrations**Received:** 2 August 2022**Revised:** 20 November 2022**Accepted:** 1 December 2022**Corresponding Author:** Dr. Ali Soleimani

مدل‌سازی الکترومکانیکی و تحلیل ارتعاشات مجموعه کوپل توربین آبی و ژنراتور در سرعت‌های مختلف با در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپی

محمد فرخ‌پور^{۱،۲}، دانشجوی کارشناسی ارشد، علی سلیمانی^{۱،۲}، استادیار

۱- گروه مهندسی مکانیک- واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

۲- مرکز تحقیقات فناوریهای نوین ساخت و تولید- واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران
m.farrokhpour@smc.iaun.ac.ir, soleimani@pmc.iaun.ac.ir

چکیده: ارتعاشات در تجهیزات دوار از پدیده‌های اجتناب‌ناپذیر است و تحلیل آن برای بررسی وضعیت تجهیز ضروری و مفید است. در یک مجموعه کوپل ژنراتور و توربین آبی، ارتعاشات ناشی از نیروهای دینامیکی هر دو ماشین وجود دارد. به دلیل کوپل بودن توربین و ژنراتور، تحلیل ارتعاشات هر یک از ماشین‌ها به‌طور جداگانه نمی‌تواند همه پدیده‌ها و رفتارهای دینامیکی را نمایان کند. همچنین تغییر سرعت و گشتاور توربین و ژنراتور بر یکدیگر موثر است، بنابراین نتایج حاصل از تحلیل مجموعه به‌صورت کوپل به واقعیت نزدیک‌تر است. در این مقاله مدل‌سازی دینامیکی مجموعه کوپل ژنراتور-توربین انجام شده و معادلات حاکم به کمک روش‌های عددی در نرم‌افزار متلب حل شده است. برای مدل‌سازی و تحلیل دقیق‌تر سیستم، سرعت دورانی محور، متغیر در نظر گرفته شده و همچنین اثر ژيروسکوپی و چرخش قوسی نیز در مدل‌سازی مجموعه لحاظ شده است. با آنالیز فرکانسی پاسخ ارتعاشی مجموعه، فرکانس‌های موجود در آن استخراج شده و پدیده‌های دینامیکی مربوط به هر یک مشخص شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که پدیده‌های دینامیکی و ارتعاشی جدیدی در این سیستم وجود دارد. همچنین با توجه به اینکه در مجموعه‌های واقعی هیچگاه نابالانسی جرمی صفر نیست، نیروی ناشی از آن در مدل‌سازی در نظر گرفته شده و تاثیر مقدار نابالانسی نیز مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. با توجه به غیرخطی بودن معادلات حاکم بر سیستم، تحلیل ارتعاشات به کمک نمودار صفحه فاز نشان می‌دهد که در برخی شرایط کاری، رفتار ارتعاشات آشوبناک است. این نتیجه می‌تواند در پردازش سیگنال‌های تجربی و طراحی سیستم‌های جدید مورد استفاده قرار گیرد.

کلمات کلیدی: آشوب، اثر ژيروسکوپی، ارتعاشات، توربین آبی، ژنراتور، چرخش قوسی، نابالانسی

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۵/۱۱

تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۸/۲۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۹/۱۰

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر علی سلیمانی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: نجف‌آباد- بلوار دانشگاه- دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد- گروه مهندسی مکانیک

۱- مقدمه

انرژی برق به عنوان یک منبع انرژی تجدیدپذیر و تاثیر کم آن بر محیط زیست و همچنین هزینه عملیاتی کم و استفاده همه جانبه از آن مناسب است و می تواند تقاضای استفاده از انرژی را تا حد زیادی برآورده کند. در شرایط کنونی به دلیل تغییرات آب و هوایی، استفاده از نیروگاه های برق-آبی و توسعه آن ها، توجه گسترده ای را در کشورهای دارای منابع آب فراوان، جلب کرده است. به همین ترتیب، عملکرد ایمن و پایدار نیروگاه های آبی در علم مهندسی به طور فزاینده ای قابل توجه است و به طور مستقیم با بالا بردن کیفیت تولید برق و بهینه سازی شبکه برق ارتباط دارد. مجموعه توربین آبی-ژنراتور یکی از تجهیزات اصلی نیروگاه های برق-آبی است که امروزه با افزایش تقاضا و ظرفیت تولید برق، منجر به افزایش مشکلات ارتعاشی در مجموعه توربین آبی-ژنراتور شده است. از طرفی ارتعاشات بیش از حد نه تنها بر ایمنی تولید و کارایی نیروگاه های آبی تاثیر می گذارد بلکه افزایش احتمال وقوع حوادث را نیز در پی دارد. بنابراین بررسی ارتعاشات و رفتارهای دینامیکی مجموعه توربین آبی-ژنراتور به منظور انجام اقدامات حفاظتی دقیق تر و اطمینان از عملکرد بهینه نیروگاه، اهمیت ویژه ای دارد. بحث ارتعاشات در مجموعه توربین آبی-ژنراتور تفاوت زیادی با ماشین آلات دوار دیگر دارد. برای تجزیه و تحلیل دقیق تر ارتعاشی مجموعه توربین آبی-ژنراتور، لازم است تاثیر فشار هیدرودینامیکی جریان سیال، نیروهای الکترومغناطیسی، ساختار توربین و ژنراتور و همچنین نیروهای پیچیده گوناگون از جمله چرخش قوسی^۱ و اثر ژيروسکوپی^۲ در مدل سازی لحاظ شود. در واقعیت تمام ماشین های دوار دارای خصوصیات مشابه از جمله اثر ژيروسکوپی هستند، بنابراین مجموعه توربین آبی-ژنراتور از این قاعده مستثنی نیست. مطالعات محدودی برای بررسی جداگانه اثر ژيروسکوپی و چرخش قوسی در مجموعه توربین آبی-ژنراتور انجام شده است اما تاثیر آن ها با هم در عملکرد سیستم را نمی توان نادیده گرفت. به همین دلیل تاثیر پدیده ژيروسکوپی همراه با چرخش قوسی بر روی ارتعاشات مکانیکی مجموعه توربین آبی-ژنراتور در این مقاله بررسی شده است.

در مرجع [۱] با استفاده از مدل کوپل سیستم ژنراتور و توربین آبی، تاثیر میزان ناهم محوری در کوپلینگ بر روی ارتعاشات ماشین دوار به دست آمده است. در مرجع [۲] ویژگی های ارتعاشات پیچشی مجموعه توربین آبی-ژنراتور را با در نظر گرفتن اثرات نیروهای هیدرولیکی سیال و الکترومغناطیسی بررسی شده و طیف فرکانسی گشتاور محور، نمودارهای تغییرات فاز و گشتاور الکترومغناطیسی ارائه شده است. تلفات الکترومغناطیسی در ماشین های سنکرون هنگام نابالانسی ناشی از کشش مغناطیسی^۳ در مرجع [۳] بررسی شده است. در مرجع [۴] بر روی برهم کنش سیال-جامد^۴ با تاثیر میرایی هیدرودینامیکی در هنگام تشدید و برهم کنش روتور-استاتور^۵ مطالعه شده و همچنین اهمیت میرایی را در جلوگیری از آسیب رسیدن هیدروتوربین ها بررسی شده است. یک روش عددی برای بررسی ناپایداری فلاتر^۶ در سیستم های دینامیکی پایستار با در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپی در مرجع [۵] ارائه شده است. در مرجع [۶] تاثیر پدیده ژيروسکوپی بر روی پایداری سرعت های بحرانی خطی و غیرخطی بررسی شده است. یک مدل ۲۰ درجه آزادی متشکل از یک سیستم روتور و دو دیسک را با در نظر گرفتن تاثیرات ژيروسکوپی در مرجع [۷] مطالعه شده و همچنین بررسی تاثیرات میزان نابالانسی دو دیسک بر روی پایداری سیستم و پاسخ های غیرخطی یاتاقان و روتور بررسی شده است. در مرجع [۸] با در نظر گرفتن نیروی میرایی، نیروی فیلم روغن، کشش مغناطیسی نامتقارن و نیروی نامتقارن هیدرولیکی، یک مدل جدید ریاضی با شش مرتبه کسری ارائه شده و همچنین دینامیک غیرخطی مجموعه ژنراتور-هیدروتوربین با استفاده از شش مرتبه کسری مورد بررسی قرار گرفته است. در مرجع [۹] به بررسی و مطالعه ویژگی های دینامیکی غیرخطی یک سیستم یاتاقان-روتور با در نظر گرفتن لغزش و ضربه بین روتور و استاتور برای مجموعه هیدروتوربین-ژنراتور پرداخته شده است. در مرجع [۱۰] به بررسی ارتعاشات غیرخطی جانبی-پیچشی روتور در تماس با استاتور به کمک نمودار دوشاخگی^۷ پرداخته شده است. در مرجع [۱۱] مجموعه کوپل موتور و گیربکس سیاره ای که شامل سیستم های الکتریکی و مکانیکی است، مدل سازی شده و همچنین به بررسی و تحلیل ارتعاشات گیربکس سیاره ای پرداخته شده است. در مرجع [۱۲] به تجزیه و تحلیل دینامیکی سیستم های فوق آشوبی با کمک نگاشت پوانکاره^۸، نمودار دوشاخگی و نماهای لیاپانوف^۹ پرداخته شده و به منظور پایداری، کنترل کننده جدیدی پیشنهاد داده شده است. در مرجع [۱۳] روش های افزایش میرایی و کنترل تنش های به وجود آمده در اثر اغتشاش روی محور توربین و ژنراتور که باعث کاهش طول عمر آن است، مورد بررسی قرار گرفته است. در مرجع [۱۴] به بررسی و مطالعه آشوب در سیگنال های ارتعاشی ماشین دوار به منظور تشخیص زود هنگام عیوب

پرداخته شده است. در مرجع [۱۵] به بررسی پایداری و حساسیت پارامترهای مربوط به کنترل گاورنر^{۱۰} در مجموعه‌ی توربین‌آبی-ژنراتور پرداخته شده و بر روی کنترل‌کننده‌ی بهینه برای عملکرد پایدار مطالعه صورت گرفته است. در مرجع [۱۶] به بررسی ویژگی‌های ارتعاشی و رفتارهای دینامیکی با استفاده از مدل جریان آشفته سیال و در نظر گرفتن نیروهای هیدرولیکی روی پره‌های نامتقارن توربین در مجموعه‌ی توربین‌آبی-ژنراتور پرداخته شده است. در مرجع [۱۷] بررسی و مطالعه رفتار دینامیکی مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور با در نظر گرفتن نیروی خطی فیلم روغن یاتاقان و نیروی کشنده مغناطیسی تحت اثر ژيروسکوپي انجام شده است. در مرجع [۱۸] با مدل‌سازی ریاضی به بررسی و تحلیل کوپل ارتعاشات پیچشی و جانبی در مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور فقط با در نظر گرفتن چرخش قوسی پرداخته شده است. در مرجع [۱۹]، مدل‌سازی ریاضی غیرخطی مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور با در نظر گرفتن خواص دینامیکی سازه و زیربنای محل نصب سیستم، نیروی فیلم روغن درون یاتاقان و نیروی آب‌بند انجام شده و همچنین پاسخ ارتعاشی سیستم نیز بررسی و مطالعه شده است.

وجه تمایز و نوآوری‌های این مقاله در مقایسه با تحقیقات قبلی، در مدل‌سازی و اثرات عوامل جدید است که در نظر گرفته شده است. در مقایسه با مرجع [۱۷]، تاثیر کوپل چرخش قوسی و اثر ژيروسکوپي و در نظر گرفتن نیروی غیرخطی فیلم روغن به عنوان نوآوری در تحقیق حاضر انجام گرفته است. همچنین در مقایسه با مرجع [۱۸]، علاوه بر چرخش قوسی، اثر ژيروسکوپي و نیروهای خارجی از قبیل نیروی غیرخطی آب‌بند، نیروی غیرخطی ناشی از فیلم روغن درون سیستم یاتاقان‌بندی و همچنین نیروی کشنده مغناطیسی هم در تحقیق حاضر در نظر گرفته شده است. در تحقیق حاضر به بررسی اثرات چرخش قوسی و ژيروسکوپي در کنار نیروهای غیرخطی در سرعت‌های کاری مختلف پرداخته شده که در مرجع [۱۹] انجام نشده است.

در این مقاله مدل‌سازی دینامیکی مجموعه توربین‌آبی و ژنراتور با سرعت دورانی متغیر و در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپي، نابالانسی جرمی به همراه چرخش قوسی ناشی از نیروهای گریز از مرکز در ژنراتور، هیدروتوربین و یاتاقان‌ها انجام گرفته است. همچنین تاثیرات همزمان نیروهای غیرخطی ناشی از آب‌بند و فیلم روغن یاتاقان، نیروی کشنده مغناطیسی ژنراتور و نیروی اصطکاک و ضربه هنگام برخورد روتور و استاتور در ژنراتور در این مدل‌سازی لحاظ شده است. در تحقیقات گذشته، مدل‌سازی مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور به این صورت انجام نشده است. همچنین تحلیل ارتعاشات جانبی روتور ژنراتور و گرداننده هیدروتوربین به کمک نمودار زمانی، طیف فرکانسی و صفحه فاز انجام گرفته و اثرات مختلفی که در مدل‌سازی لحاظ شده، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. رفتارهای دینامیکی و پدیده‌های ارتعاشی جدیدی در نتایج به‌دست آمده که می‌تواند در تحلیل ارتعاشات اندازه‌گیری شده در سیستم‌های واقعی مورد استفاده قرار گیرد. همچنین این نتایج می‌تواند به روش‌های پیشگیری از خرابی ژنراتور و توربین، کاهش بازده ماشین در عملیات تولید برق و توقف آن کمک کند. با توجه به این که یکی از روش‌های بسیار کارآمد در تشخیص خطای ژنراتور و موتورهای الکتریکی بررسی پیوسته جریان فازهای استاتور بوده که به خوبی قادر به تشخیص اغلب خطاها و تحلیل مشخصه فرکانسی آن است، می‌توان به تاثیر ارتعاشات در ایجاد فرکانس‌ها، نویزها و هارمونیک‌های اضافی در جریان ژنراتور نیز پی برد.

۲- مدل‌سازی مجموعه ژنراتور-توربین‌آبی

ساختار سیستم نیروگاه‌های آبی در شکل (۱) نشان داده شده است. مجموعه نیروگاه‌های برق-آبی عمدتاً از سد بالایی، مخزن ثانویه برای جلوگیری از تغییرات فشار ناگهانی آب، تونل هدایت، کانال آبگیر، ژنراتور و توربین‌آبی و محل تخلیه پشت سد تشکیل شده است. در این میان، مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور یکی از مهمترین تجهیزات تولید نیروی برق بوده و هدف آن تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی است. بنابراین ساختار و عملکرد مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور نقشی اساسی در کارکرد، پایداری و افزایش بازده نیروگاه‌ها دارد. توربین‌آبی یک ماشین دوار است که انرژی پتانسیل آب را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند. مقدار انرژی تولید شده به پارامترهایی مانند هد، دبی و تلفات بستگی دارند. توربین‌های آبی معمولاً به ۳ دسته کلی پلتون^{۱۱}، فرانسیس^{۱۲} و کاپلان^{۱۳} تقسیم می‌گردند که در هر نیروگاه متناسب با هد و دبی آب، توربین متناسب با آن انتخاب می‌شود. در بسیاری از نیروگاه‌های بزرگ و متوسط از توربین نوع فرانسیس عمودی استفاده شده است. ژنراتور مهمترین بخش نیروگاه آبی است که انرژی مکانیکی دورانی را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند و از دو بخش اصلی روتور و استاتور تشکیل شده است.



شکل (۱): ساختار نیروگاه برق-آبی [۲۰]

Figure (1): Structure of a hydropower station system [20]

در واقعیت ارتعاشات ناشی از اثر ژيروسکوپیک در تمام ماشین‌های دوار مشابه به هم وجود دارد، بنابراین مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور از این قاعده مستثنی نیست. روتور ژنراتور نه تنها دارای تغییر مکان افقی است، بلکه دارای تغییر مکان عمودی (زاویه دوران) در هنگام چرخش قوسی است. امروزه، با رشد سریع تقاضا برای تولید انرژی الکتریکی، واحدهای هیدروتوربین-ژنراتور به ظرفیت‌های زیاد، سرعت بالا و توان بالا گرایش پیدا می‌کنند و این مسئله مشکلات ارتعاشی را در مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور تشدید می‌کند. به‌طور خاص، اثر ژيروسکوپیک یکی از دلایل ایجاد لرزش است و به همین دلیل نمی‌توان اثرات آن را در تجزیه و تحلیل ارتعاشات نیروگاه‌های برق-آبی نادیده گرفت.

شکل (۲) ساختار و اجزاء محور دوران را در مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور نشان می‌دهد، O_1 و O_2 به ترتیب مراکز هندسی روتور ژنراتور و گرداننده هیدروتوربین^{۱۴} را نشان می‌دهند و همچنین C_1 ، C و C_3 به ترتیب مراکز هندسی یاتاقان بالا، یاتاقان پایین و یاتاقان هیدروتوربین هستند. T_1 تا T_5 به ترتیب نشان دهنده شعاع چرخش قوسی ژنراتور، گرداننده هیدروتوربین، یاتاقان‌های بالا و پایین ژنراتور و یاتاقان هیدروتوربین هنگام ارتعاش است که روابط ریاضی آن‌ها به‌صورت معادله (۱) به‌دست می‌آیند.

$$\begin{cases} |O_1 C_1| = a \\ |O_1 C_2| = b \\ |C_2 C_3| = c \\ |O_2 C_3| = d \end{cases} \quad (1)$$

از هندسه شکل (۲) می‌توان معادلات (۲) تا (۶) را به‌دست آورد.

$$r_1 = \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)} \quad (2)$$

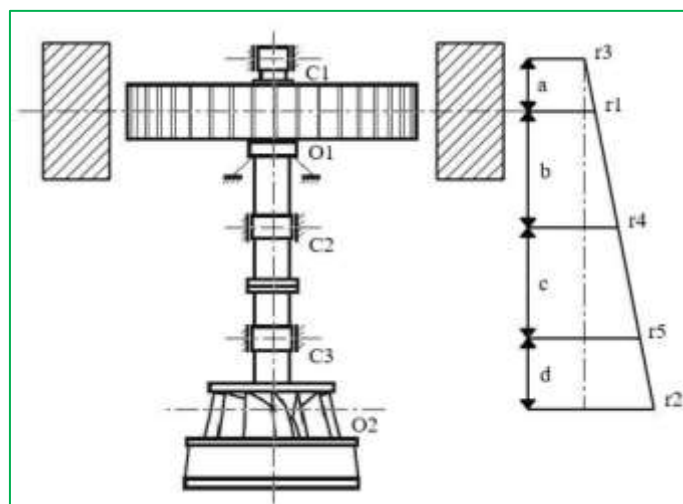
$$r_2 = \sqrt{(x_2^2 + y_2^2)} \quad (3)$$

$$r_3 = \frac{[(a+b)(b+c+d) - a(c+d)]r_1 + ab r_2}{b(b+c+d)} \quad (4)$$

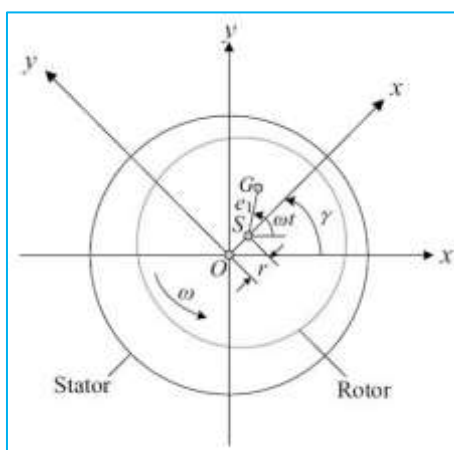
$$r_4 = \frac{(c+d)r_1 + b r_2}{b+c+d} \quad (5)$$

$$r_5 = \frac{d r_1 + (b+c)r_2}{b+c+d} \quad (6)$$

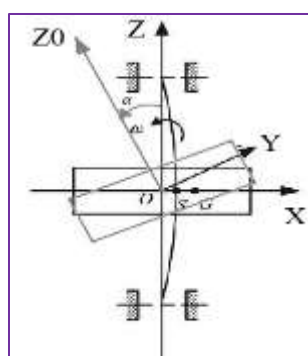
شکل (۳) نشان دهنده روتور خارج از مرکز است. در سیستم مختصات دکارتی xyz ، نقاط O ، G و S به ترتیب مرکز هندسی استاتور، مرکز جرم روتور و مرکز هندسی روتور هستند. e_1 میزان خارج از مرکزیت روتور ژنراتور است. r نیز شعاع چرخش مرکز هندسی روتور حول مرکز هندسی استاتور است. هنگامی که روتور ثابت است، مرکز O با S هم‌مرکز می‌شود. در مجموعه توربین‌آبی-ژنراتور واقعی، فاصله بین روتور ژنراتور و یاتاقان‌ها در بالا و پایین به‌طور کلی مساوی نیست و باعث می‌شود نقطه S نه تنها دارای نیروی گریز از مرکز F باشد، بلکه دارای گشتاور M نیز است [۱۷].



شکل (۲): روتور سیستم توربین آبی-ژنراتور
Figure (2): The rotor of turbine-generator set.



شکل (۳): خارج از مرکزی روتور [۲۰]
Figure (3): The eccentric of rotor [20]



شکل (۴): تغییر شکل روتور ژنراتور
Figure (4): The deflection of generator rotor

شکل (۴) زاویه α میزان انحراف محور دوران روتور به دلیل اثر ژيروسکوپی را نسبت به راستای اصلی نشان می‌دهد. زاویه انحراف روتور را می‌توان به کمک زوایای اولر در جهات مختلف بیان نمود. پارامترهای α ، β و γ برای نشان دادن زوایای اولر در این مقاله استفاده می‌شوند و به ترتیب نشان دهنده زاویه گردش، زاویه انحراف و زاویه چرخش هستند و بازه تغییرات آن‌ها به صورت زیر است.

$$\begin{cases} 0 \leq \gamma \leq 2\pi \\ 0 \leq \beta \leq 2\pi \\ 0 \leq \alpha \leq \pi \end{cases} \quad (7)$$

۱-۲- انرژی جنبشی

زوایای اولر برای نقطه S به مولفه های S_{x0} ، S_{y0} و S_{z0} تجزیه می شوند و سرعت زاویه ای ω حول هر محور به صورت معادله ی (۸) نوشته می شود [۱۶].

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_x = \dot{\beta} \sin \alpha \sin \gamma + \dot{\alpha} \cos \gamma \\ \omega_2 = \omega_y = \dot{\beta} \sin \alpha \cos \gamma - \dot{\alpha} \sin \gamma \\ \omega_3 = \omega_z = \dot{\beta} \cos \alpha + \dot{\gamma} \end{cases} \quad (8)$$

با توجه به موارد فوق، معادله انرژی جنبشی جسم صلب برای نقطه ثابت S به صورت معادله (۹) نوشته می شود که در آن J_d ممان اینرسی دوران حول محورهای S_{x0} و S_{y0} است و J_p ممان اینرسی حول محور S_{z0} است.

$$T_s = \frac{1}{2} [(\omega_x^2 + \omega_y^2) J_d + \omega_z^2 J_p] \quad (9)$$

m_1 و m_2 به ترتیب جرم روتور ژنراتور و گرداننده توربین هستند و k_1 ، k_2 و k_3 به ترتیب ضرایب سختی یاتاقان های بالا و پایین روتور ژنراتور و یاتاقان هیدروتوربین هستند. مختصات مرکز روتور ژنراتور و گرداننده توربین به ترتیب (x_{01}, y_{01}) و (x_{02}, y_{02}) در نظر گرفته می شوند و e_1 و e_2 به ترتیب میزان نابالانسی روتور ژنراتور و گرداننده توربین است. زاویه چرخش روتور ژنراتور و گرداننده توربین $\varphi = \omega t$ است. بر این اساس، با توجه به نابالانسی روتور ژنراتور و گرداننده توربین، مختصات دکارتی مرکز دوران به صورت معادله های (۱۰) و (۱۱) بیان می شوند.

$$\begin{cases} x_{01} = x_1 + e_1 \cos \varphi \\ y_{01} = y_1 + e_1 \sin \varphi \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} x_{02} = x_2 + e_2 \cos \varphi \\ y_{02} = y_2 + e_2 \sin \varphi \end{cases} \quad (11)$$

اجسام دوار صلب در نظر گرفته شده و از جرم شفت صرف نظر شده است، همچنین از تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی مجموعه توربین آبی-ژنراتور در حین کار نیز چشم پوشی شده است. بر این اساس، معادله انرژی جنبشی (شامل انرژی جنبشی روتور ژنراتور و توربین) برای جابجایی عرضی به صورت معادله (۱۲) نوشته می شود.

$$T = \frac{m_1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + e_1^2 \dot{\varphi}^2 + 2e_1 \dot{\varphi} \dot{y}_1 \cos \varphi - 2e_1 \dot{\varphi} \dot{x}_1 \sin \varphi) + \frac{1}{2} (J_1 + m_1 e_1^2 + J_2 + m_2 e_2^2) \dot{\varphi}^2 \\ + \frac{m_2}{2} (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + e_2^2 \dot{\varphi}^2 + 2e_2 \dot{\varphi} \dot{y}_2 \cos \varphi - 2e_2 \dot{\varphi} \dot{x}_2 \sin \varphi) + \frac{1}{2} [J_d (\omega_x^2 + \omega_y^2) + J_p \omega_z^2] \quad (12)$$

تصویر زاویه ای انحراف α روی محورهای x و y تجزیه می شوند و با توجه به اینکه S_x ، S_N و S_y در یک صفحه قرار دارند، معادلات (۱۳) را می توان از آن به دست آورد [۱۷].

$$\begin{cases} \alpha_x = \alpha \cos \beta \\ \alpha_y = \alpha \sin \beta \end{cases} \quad (13)$$

به دلیل این که زاویه ای α بسیار کوچک است، می توان رابطه (۱۴) را برای آن نوشت.

$$\begin{cases} \sin \alpha = \alpha \\ \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} \end{cases} \quad (14)$$

همچنین طبق تعریف رابطه زوایای اولر، می توان از رابطه (۱۵) برای ساده کردن معادلات استفاده کرد.

$$\varphi = \beta + \gamma \Rightarrow \dot{\varphi} = \dot{\beta} + \dot{\gamma} \quad (15)$$

بر این اساس، معادله (۱۲) را می‌توان به صورت معادله (۱۶) نوشته شود.

$$T = \frac{m_1}{2} [\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + e_1^2 \dot{\varphi}^2 + 2e_1 \dot{\varphi} (\dot{y}_1 \cos \varphi - \dot{x}_1 \sin \varphi)] + \frac{m_2}{2} [\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + e_2^2 \dot{\varphi}^2 + 2e_2 \dot{\varphi} (\dot{y}_2 \cos \varphi - \dot{x}_2 \sin \varphi)] \\ + \frac{1}{2} (J_1 + m_1 e_1^2 + J_2 + m_2 e_2^2) \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} [J_d (\dot{\alpha}_x^2 + \dot{\alpha}_y^2) + J_p (1 + \dot{\alpha}_x \alpha_y - \alpha_x \dot{\alpha}_y) \dot{\varphi}] \quad (16)$$

۲-۲- انرژی پتانسیل

با در نظر گرفتن ارتعاشات ناشی از چرخش قوسی، خمیدگی و انحراف زاویه‌ای^{۱۵} شفت ژنراتور، انرژی پتانسیل به صورت معادله (۱۷) نوشته می‌شود [۱۷].

$$U = (x_1^2 + y_1^2) K_{11} + (x_2^2 + y_2^2) K_{22} + \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2)} K_{12} + \mu \alpha + \frac{1}{2} \delta \alpha^2 \quad (17)$$

μ ثابت فنریت روتور ژنراتور در مقابل نیروی وارده F و δ ثابت فنریت روتور ژنراتور در مقابل گشتاور وارده M هستند. با تجزیه زاویه انحراف α در دو جهت x و y معادله (۱۷) به صورت معادله (۱۸) بازنویسی می‌شود [۱۹].

$$U = K_{11} (x_1^2 + y_1^2) + K_{22} (x_2^2 + y_2^2) + K_{12} \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2)} + \mu (x_1 \alpha_x + y_1 \alpha_y) + \frac{\delta}{2} (\alpha_x^2 + \alpha_y^2) \quad (18)$$

که در آن K_{11} ، K_{22} و K_{12} سختی معادل در راستای ارتعاشات عرضی محور مجموعه توربین آبی-ژنراتور هستند و به صورت معادله (۱۹) محاسبه می‌شوند [۱۸].

$$\begin{cases} K_{11} = \frac{A_1^2}{B^2} k_1 + \frac{(c+d)^2}{(b+c+d)^2} k_2 + \frac{d^2}{(b+c+d)^2} k_3 \\ K_{22} = \frac{A_2^2}{B^2} k_1 + \frac{b^2}{(b+c+d)^2} k_2 + \frac{(b+c)^2}{(b+c+d)^2} k_3 \\ K_{12} = \frac{-A_1 A_2}{B^2} k_1 + \frac{b(c+d)}{(b+c+d)^2} k_2 + \frac{d(b+c)}{(b+c+d)^2} k_3 \end{cases} \quad (19)$$

که در آن، ضرایب A_1 ، A_2 و B از رابطه (۲۰) به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} A_1 = (a+b)(b+c+d) \\ A_2 = ab \\ B = b(b+c+d) \end{cases} \quad (20)$$

همچنین در رابطه (۱۹) k_1 ، k_2 و k_3 به ترتیب، سختی یاتاقان‌های نگهدارنده بالا، پایین ژنراتور و یاتاقان نگهدارنده هیدروتوربین هستند.

۲-۳- معادله لاگرانژ

با استفاده از انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی، لاگرانژین L به دست می‌آید.

$$L = T - U = \frac{m_1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + e_1^2 \dot{\varphi}^2) + \frac{m_2}{2} (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + e_2^2 \dot{\varphi}^2) + (m_1 e_1 \dot{y}_1 + m_2 e_2 \dot{y}_2) \dot{\varphi} \cos \varphi \\ - (m_1 e_1 \dot{x}_1 + m_2 e_2 \dot{x}_2) \dot{\varphi} \sin \varphi + \frac{1}{2} [J_d (\dot{\alpha}_x^2 + \dot{\alpha}_y^2) + J_p (1 + \dot{\alpha}_x \alpha_y - \alpha_x \dot{\alpha}_y) \dot{\varphi}] \\ + \frac{1}{2} (J_1 + m_1 e_1^2 + J_2 + m_2 e_2^2) \dot{\varphi}^2 - K_{11} (x_1^2 + y_1^2) + K_{22} (x_2^2 + y_2^2) \\ + K_{12} \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2)} - \mu (x_1 \alpha_x + y_1 \alpha_y) - \frac{\delta}{2} (\alpha_x^2 + \alpha_y^2) \quad (21)$$

مختصات عام انتخاب شده عبارتند از:

$$q_i = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \alpha_x, \alpha_y\} \quad (22)$$

همچنین معادله لاگرانژ حاکم بر سیستم به صورت رابطه (۲۳) تعیین می شود.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \sum F_{ij} \quad (i=1, 2, 3, j=x, y) \quad (23)$$

و همین طور وجود نیروهای خارجی از قبیل فیلم روغن درون یاتاقان، آب بند مکانیکی، کشنده مغناطیسی، گریز از مرکز ناشی از چرخش قوسی، اصطکاک و ضربه ای اعمال بر سیستم در این مقاله به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\begin{cases} \sum F_{1x} = -c_1 \dot{x}_1 + F_{x-ump} + F_{x-rub} + F_{GG} \cos \varphi \\ \sum F_{1y} = -c_1 \dot{y}_1 + F_{y-ump} + F_{y-rub} + F_{GG} \sin \varphi \\ \sum F_{2x} = -c_2 \dot{x}_2 + F_{x-oil} + F_{x-seal} + F_{GT} \cos \varphi \\ \sum F_{2y} = -c_2 \dot{y}_2 + F_{y-oil} + F_{y-seal} + F_{GT} \sin \varphi \\ \sum F_{3x} = -c_3 \dot{\alpha}_x \\ \sum F_{3y} = -c_3 \dot{\alpha}_y \end{cases} \quad (24)$$

c_1, c_2 و c_3 به ترتیب ضرایب میرایی روتور ژنراتور و گرداننده هیدروتوربین در جهات x و y و ضریب میرایی روتور هنگام خمیدگی و انحراف توسط اثر ژيروسکوپی است. F_{x-ump} و F_{y-ump} به ترتیب نیروهای نابالانسی حاصل از کشنده مغناطیسی اعمال شده بر روی روتور ژنراتور در جهات x و y ؛ F_{x-rub} و F_{y-rub} به ترتیب نیروهای ضربه ای و اصطکاک به وجود آمده هنگام برخورد روتور و استاتور در هنگام دوران روتور؛ F_{x-oil} و F_{y-oil} به ترتیب نیروهای غیرخطی فیلم روغن در یاتاقان هیدروتوربین در جهات x و y ؛ F_{x-seal} و F_{y-seal} به ترتیب نیروهای غیرخطی آب بند یا کاسه نمد توربین ناشی از سیال هیدرو دینامیکی در جهات x و y و همچنین F_{GT} و F_{GG} به ترتیب نیروهای ایجاد شده در اثر چرخش قوسی ژنراتور و گرداننده هیدروتوربین هستند.

۴-۲- نیروی نابالانسی ناشی از کشنده مغناطیسی

نیروهای نابالانسی ناشی از کشنده مغناطیسی از روابط (۲۵) به دست می آیند.

$$\begin{cases} F_{x-ump} = \frac{R_g L_g \pi k_j^2 I_j^2}{4\mu_0} (2\Lambda_0 \Lambda_1 + \Lambda_1 \Lambda_2 + \Lambda_2 \Lambda_3) \cos \varphi \\ F_{y-ump} = \frac{R_g L_g \pi k_j^2 I_j^2}{4\mu_0} (2\Lambda_0 \Lambda_1 + \Lambda_1 \Lambda_2 + \Lambda_2 \Lambda_3) \sin \varphi \end{cases} \quad (25)$$

که در آن $R_g, L_g, \delta_0, \epsilon, e, \varphi, \mu_0, I_j$ و k_j به ترتیب شعاع روتور ژنراتور، طول روتور ژنراتور، فاصله شکاف هوایی بین روتور و استاتور، زاویه چرخش، جابه جایی شعاعی روتور ژنراتور، نسبت خارج از مرکزیت روتور، ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی، جریان تحریک ژنراتور و ضریب مقاومت مغناطیسی هستند. جابه جایی شعاعی روتور ژنراتور از رابطه (۲۶) و نسبت خارج از مرکزیت از رابطه (۲۷) به دست می آیند. $\Lambda_0, \Lambda_1, \Lambda_2$ و Λ_3 چهار متغیر حد واسط هستند که تعبیر فیزیکی ندارند و از رابطه (۲۸) به دست می آیند.

$$e = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad (26)$$

$$\epsilon = \frac{e}{\delta_0} \quad (27)$$

۵-۲- نیروی برخورد و اصطکاک روتور و استاتور

فرض بر این است که δ_0 فاصله اولیه بین استاتور و روتور وجود دارد. در یک دوره کامل چرخش، زمان برخورد آن قدر کوتاه است که نیروی شعاعی حاصل از تماس بین استاتور و روتور را می توان الاستیک و همین طور نیروی مماسی هنگام مالش را نیروی اصطکاک در نظر گرفت، نیروی ضربه شعاعی F_n و نیروی مماسی F_t را می توان به صورت معادله (۲۹) نوشت، که در آن f و k_t به

ترتیب ضریب اصطکاک بین استاتور و روتور و سختی شعاعی استاتور است. در سیستم مختصات xy این دو نیرو را می‌توان به صورت رابطه (۳۰) بازنویسی کرد.

$$\begin{cases} \Lambda_0 = \frac{\mu_0}{\delta_0} \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \\ \Lambda_1 = \frac{2\mu_0}{\delta_0} \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \left(\frac{1-\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon} \right) \\ \Lambda_2 = \frac{2\mu_0}{\delta_0} \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \left(\frac{1-\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon} \right)^2 \\ \Lambda_3 = \frac{2\mu_0}{\delta_0} \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \left(\frac{1-\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon} \right)^3 \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} F_n = (e - \delta_0) k_r, \quad (e \geq \delta_0) \\ F_t = f \times F_n \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} F_{x-rub} \\ F_{y-rub} \end{bmatrix} = -H(e - \delta_0) \frac{(e - \delta_0) k_r}{e} \begin{bmatrix} 1 & -f \\ f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

که $H(x)$ ، بیانگر تابع هویساید^{۱۶} است و به صورت رابطه (۳۱) تعریف می‌شود.

$$H(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases} \quad (31)$$

۲-۶- نیروی غیرخطی فیلم روغن در یاتاقان

به عنوان تحلیل دقیق‌تر از نیروی غیرخطی فیلم روغن یاتاقان ژورنال بر روی ارتعاشات جانبی هیدروتوربین استفاده می‌شود که این نیرو با رابطه (۳۲) بیان می‌شود که متغیرهای آن از رابطه‌های (۳۳) و (۳۴) به دست می‌آیند. همچنین η ، G ، V و S از روابط (۳۵) تا (۳۸) به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} F_{x-oil} = \sigma \bar{f}_{x-ym} \\ F_{y-oil} = \sigma \bar{f}_{y-ym} \end{cases} \quad (32)$$

$$\sigma = \mu_b \omega R_b L_b \left(\frac{R_b}{c_z} \right)^2 \left(\frac{L_b}{2R_b} \right)^2 \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_{x-ym} \\ \bar{f}_{y-ym} \end{bmatrix} = \frac{\left[(x_2 - 2\dot{y}_2)^2 + (y_2 + 2\dot{x}_2)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{1 - x_2^2 - y_2^2} \begin{bmatrix} 3x_2 V(x_2, y_2, \eta) - \sin \eta G(x_2, y_2, \eta) - 2 \cos \eta S(x_2, y_2, \eta) \\ 3y_2 V(x_2, y_2, \eta) + \cos \eta G(x_2, y_2, \eta) - 2 \sin \eta S(x_2, y_2, \eta) \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\eta = \arctan \frac{y_2 + 2\dot{x}_2}{x_2 - 2\dot{y}_2} - \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn} \left(\frac{y_2 + 2\dot{x}_2}{x_2 - 2\dot{y}_2} \right) - \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(y_2 + 2\dot{x}_2) \quad (35)$$

$$G(x_2, y_2, \eta) = \frac{2}{\sqrt{(1-x_2^2-y_2^2)}} \left[\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{y_2 \cos \eta - x_2 \sin \eta}{\sqrt{(1-x_2^2-y_2^2)}} \right] \quad (36)$$

$$V(x_2, y_2, \eta) = \frac{2 + (y_2 \cos \eta - x_2 \sin \eta) G(x_2, y_2, \eta)}{1 - x_2^2 - y_2^2} \quad (37)$$

$$S(x_2, y_2, \eta) = \frac{x_2 \cos \eta + y_2 \sin \eta}{1 - (x_2 \cos \eta + y_2 \sin \eta)^2} \quad (38)$$

که در آن‌ها R_b ، L_b ، μ_b و ω به ترتیب شعاع یاتاقان ژورنال، طول یاتاقان ژورنال، ویسکوزیته روغن، سرعت دوران محور و لقی شعاعی بین محور و یاتاقان هستند.

۷-۲- نیروی غیرخطی ناشی از آببند

کاسه‌نمد لایبرنت به‌طور گسترده‌ای در توربوماشین برای جلوگیری از نشت سیال استفاده می‌شود، همین‌طور نیروهای سیال بر روی کاسه‌نمد توربین، تأثیر زیادی بر رفتار دینامیکی واحدهای هیدروتوربین ژنراتور دارند. در این مطالعه تأثیر نیروی غیرخطی آب‌بند همراه با نیروی غیرخطی یاتاقان هردو برای اولین بار بر روی گرداننده هیدروتوربین اعمال شده و به‌صورت معادله (۳۹) بیان می‌شود [۱۹].

$$\begin{bmatrix} F_{x-seal} \\ F_{y-seal} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_f \tau_f^2 \omega^2 - K & -\tau_f \omega D \\ \tau_f \omega D & m_f \tau_f^2 \omega^2 - K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D & 2m_f \tau_f \omega \\ -2m_f \tau_f \omega & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m_f & 0 \\ 0 & m_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

که در آن K , D , τ_f , ω و c_s به ترتیب سختی معادل سیال، میرایی معادل، ضریب اینرسی سیال، سرعت دوران محور و لقی شعاعی بین محور و کاسه‌نمد است و به‌صورت رابطه (۴۰) بیان می‌شوند.

$$\begin{cases} K = K_0 (1 - e_s^2)^{-n'} \\ D = D_0 (1 - e_s^2)^{-n'} \\ \tau_f = \tau_0 (1 - e_s^2)^{b'} \\ e_s = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} / c_s \end{cases} \quad (40)$$

۸-۲- نیروی گریز از مرکز ناشی از چرخش قوسی

در اثر نیروی گریز از مرکز، چرخش قوسی ژنراتور و گرداننده هیدروتوربین حول خط مرکزی هندسی ایجاد می‌شوند که انحراف روتور از مرکز یاتاقان را در پی دارد. این پدیده باعث اعمال نیروی جدید F_G به روتور می‌شود که به‌صورت معادله (۴۱) بیان می‌شود. W , g , ω و r به ترتیب اینرسی دورانی قسمت دوار، شتاب گرانشی، سرعت دوران و شعاع چرخش قوسی هستند.

$$F_G = \frac{W}{g} \omega^2 r \quad (41)$$

اینرسی چرخشی کلی ژنراتور W_1 و اینرسی چرخشی کلی گرداننده هیدروتوربین W_2 را می‌توان به‌صورت رابطه (۴۲) بیان کرد.

$$\begin{cases} W_1 = J_1 + 2m_1 e_1^2 \\ W_2 = J_2 + 2m_2 e_2^2 \end{cases} \quad (42)$$

شعاع چرخشی قوسی ژنراتور برابر میانگین شعاع چرخش قوسی یاتاقان‌های نگهدارنده بالا و پایین در نظر گرفته می‌شود و با توجه به معادله‌های (۴) و (۵)، r_G به‌صورت رابطه (۴۳) بیان می‌شود.

$$r_G = \frac{r_3 + r_4}{2} \quad (43)$$

همین‌طور شعاع چرخشی قوسی گرداننده هیدروتوربین برابر با شعاع یاتاقان نگهدارنده هیدروتوربین در نظر گرفته می‌شود و با توجه به معادله (۶)، r_T به‌صورت رابطه (۴۴) بیان می‌شود.

$$r_T = r_5 \quad (44)$$

با جایگذاری شعاع چرخش قوسی و اینرسی دورانی در معادله (۴۱)، نیروی گریز از مرکز ژنراتور و هیدروتوربین به ترتیب F_{GG} و F_{GT} به‌صورت رابطه (۴۵) بیان می‌شوند.

$$\begin{cases} F_{GG} = \frac{(J_1 + 2m_1 e_1^2)(r_3 + r_4) \omega^2}{2g} \\ F_{GT} = \frac{(J_2 + 2m_2 e_2^2) \omega^2 r_5}{g} \end{cases} \quad (45)$$

۹-۲- معادلات حاکم بر سیستم

با جایگذاری انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و نیروهای به‌دست آمده در بخش قبل در معادله لاگرانژ، معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم به‌صورت رابطه (۴۶) به‌دست می‌آیند. معمولاً سرعت دوران محور در طول کارکرد سیستم ثابت و پایدار است و بر همین اساس برای به‌دست آوردن این معادلات، سرعت دورانی محور ω ثابت در نظر گرفته شده و به همین دلیل شتاب زاویه‌ای برابر صفر می‌شود.

$$\left\{ \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 - m_1 e_1 \omega^2 \cos \varphi + 2x_1 K_{11} + K_{12} x_1 \frac{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} + \mu \alpha_x &= F_{x-ump} + F_{x-rub} + F_{GG} \cos \varphi - c_1 \dot{x}_1 \\ m_1 \ddot{y}_1 - m_1 e_1 \omega^2 \sin \varphi + 2y_1 K_{11} + K_{12} y_1 \frac{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} + \mu \alpha_y &= F_{y-ump} + F_{y-rub} + F_{GG} \sin \varphi - c_1 \dot{y}_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 - m_2 e_2 \omega^2 \cos \varphi + 2x_2 K_{22} + K_{12} x_2 \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} &= F_{x-oil} + F_{x-seal} + F_{GT} \cos \varphi - c_2 \dot{x}_2 \\ m_2 \ddot{y}_2 - m_2 e_2 \omega^2 \sin \varphi + 2y_2 K_{22} + K_{12} y_2 \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} &= F_{y-oil} + F_{y-seal} + F_{GT} \sin \varphi - c_2 \dot{y}_2 \\ J_d \ddot{\alpha}_x + J_p \omega \dot{\alpha}_y + \mu x_1 + \delta \alpha_x &= -c_3 \dot{\alpha}_x \\ J_d \ddot{\alpha}_y - J_p \omega \dot{\alpha}_x + \mu y_1 + \delta \alpha_y &= -c_3 \dot{\alpha}_y \end{aligned} \right. \quad (46)$$

Table (1): The numerical value of mechanical system parameters

جدول (۱): مقادیر پارامترهای سیستم مکانیکی

عنوان	نماد	مقدار	واحد
جرم روتور ژنراتور	m_1	$6/28 \times 10^5$	کیلوگرم
جرم گرداننده توربین	m_2	$3/73 \times 10^5$	کیلوگرم
سختی یاتاقان بالایی روتور ژنراتور	k_1	$2/5 \times 10^9$	نیوتن بر متر
سختی یاتاقان پایینی روتور ژنراتور	k_2	$0/9 \times 10^9$	نیوتن بر متر
سختی یاتاقان هیدروتوربین	k_3	$0/8 \times 10^9$	نیوتن بر متر
ضریب میرایی یاتاقان روتور ژنراتور	c_1	$3/0 \times 10^4$	نیوتن ثانیه بر متر
ضریب میرایی یاتاقان روتور توربین	c_2	$4/0 \times 10^4$	نیوتن ثانیه بر متر
ضریب میرایی ساختاری روتور ژنراتور	c_3	$4/0 \times 10^4$	نیوتن ثانیه بر متر
نابالانسی جرمی روتور ژنراتور	e_1	$0/5 \times 10^{-3}$	متر
نابالانسی جرمی گرداننده توربین	e_2	$0/5 \times 10^{-3}$	متر
ممان اینرسی روتور ژنراتور	J_1	$5/84 \times 10^6$	کیلوگرم بر متر مربع
ممان اینرسی گرداننده توربین	J_2	$2/65 \times 10^6$	کیلوگرم بر متر مربع
ممان اینرسی روتور ژنراتور حول محور چرخش	J_p	$5/84 \times 10^6$	کیلوگرم بر متر مربع
ممان اینرسی روتور ژنراتور حول قطر محور	J_d	$2/92 \times 10^6$	کیلوگرم بر متر مربع
ثابت فنریت محور ژنراتور در مقابل نیروی F	δ	$6/5 \times 10^8$	نیوتن بر متر
ثابت فنریت محور ژنراتور در مقابل گشتاور M	μ	$9/0 \times 10^7$	نیوتن بر متر
فاصله ی مرکز یاتاقان بالایی و مرکز روتور ژنراتور	a	$3/75$	متر
فاصله مرکز روتور ژنراتور و یاتاقان پایینی	b	$5/0$	متر
فاصله مرکز یاتاقان های پایینی و نگهدارنده توربین	c	$7/5$	متر
فاصله مرکز یاتاقان نگهدارنده توربین تا گرداننده توربین	d	$3/75$	متر
سختی شعاعی استاتور	k_f	$5/0 \times 10^8$	نیوتن بر متر
ضریب اصطکاک بین روتور و استاتور	f	$0/01$	—

Table (2): The numerical value of parameters of oil film forces and seal forces

عنوان	نماد	مقدار	واحد
ضریب ویسکوزیته روغن یاتاقان	μ_b	$2/4 \times 10^{-2}$	پاسکال ثانیه
لقی شعاعی بین محور و یاتاقان	c_z	$4/0 \times 10^{-3}$	متر
طول یاتاقان ژورنال	L_b	۰/۵	متر
شعاع یاتاقان ژورنال	R_b	۰/۳	متر
طول کاسه نمد لایبرنت	L_s	۰/۵	متر
شعاع کاسه نمد لایبرنت	R_s	۰/۳	متر
سرعت خطی جریان در کاسه نمد	v	۳/۰	متر بر ثانیه
ضریب ویسکوزیته هیدرو دینامیکی	ν	$1/3 \times 10^{-3}$	پاسکال ثانیه
فشار حاشیه ای کاسه نمد	ΔP	$5/0 \times 10^5$	پاسکال

Table (3): The numerical value of electrical system parameters

جدول (۳): مقادیر پارامترهای سیستم الکتریکی

عنوان	نماد	مقدار	واحد
طول روتور ژنراتور	L_g	۳/۰	متر
شعاع روتور ژنراتور	R_g	۶/۰	متر
ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	هائری بر متر
جریان تحریک	I_f	۷۰۰	آمپر
فاصله شکاف هوایی بین روتور و استاتور	δ_0	$8/0 \times 10^{-3}$	متر
ضریب مقاومت مغناطیسی	k_f	۵/۱	—

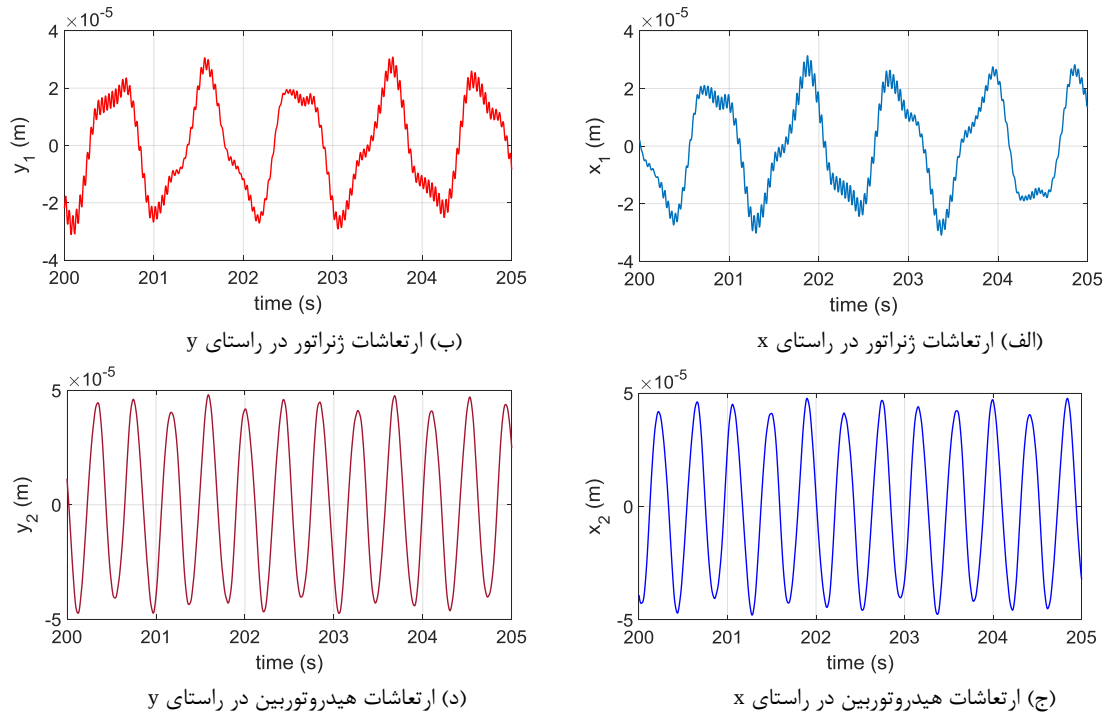
۳- تحلیل ارتعاشات مجموعه کوپل ژنراتور-توربین آبی

معادلات حاکم بر سیستم در رابطه (۴۶)، آورده شده اند که برای حل آن ها و به دست آوردن پاسخ ارتعاشی سیستم از روش عددی رانگ-کوتا مرتبه چهارم^{۱۷} به کمک نرم افزار متلب^{۱۸} با گام زمانی ۰/۰۰۱ ثانیه استفاده شده است. پس از به دست آوردن پاسخ های ارتعاشی سیستم، برای تحلیل آن ها از نمودارهای زمانی، طیف فرکانسی و نمودارهای صفحه فاز استفاده شده است. برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم، مقادیر عددی پارامترهای مکانیکی و الکتریکی مورد نیاز است که این مقادیر در جدول های (۱) تا (۳) مشخص شده اند.

۳-۱- تحلیل ارتعاشات در حوزه زمان

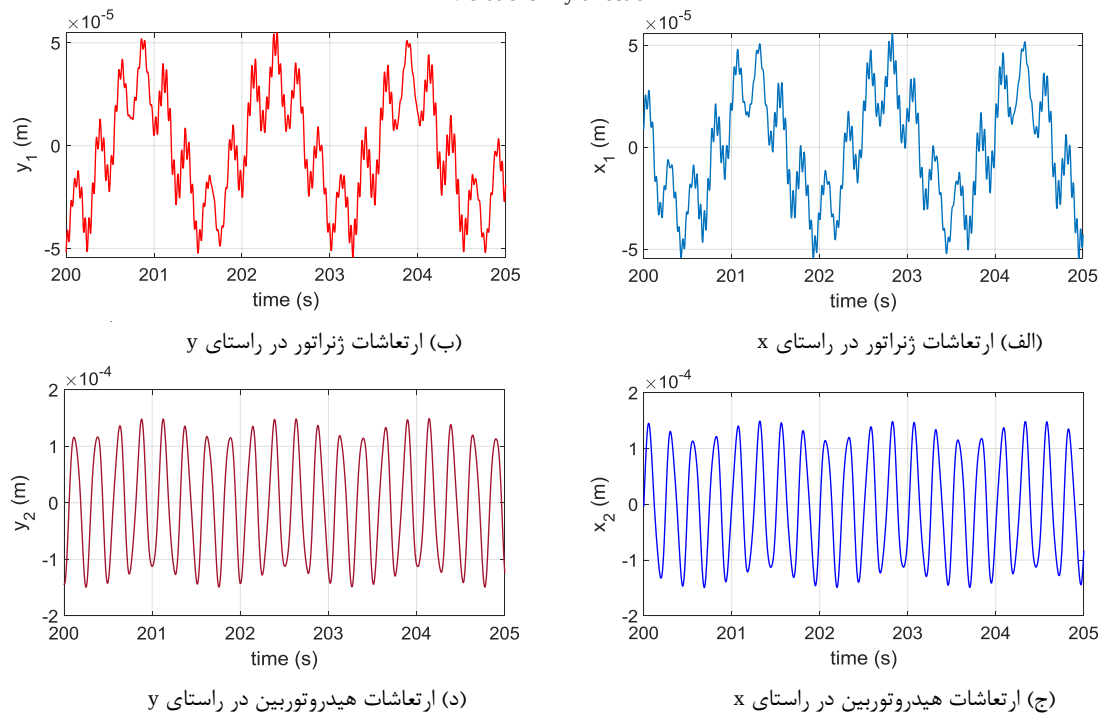
برای بررسی رفتار دینامیکی مجموعه هیدروتوربین و ژنراتور، نمودار ارتعاشات جانبی هیدروتوربین و ژنراتور در دو راستای x و y با سرعت های دورانی ۱۵، ۲۵، ۳۵ و ۴۵ رادیان بر ثانیه، در شکل های (۵) تا (۸) رسم شده است. تغییرات دامنه و فرکانس ارتعاشات مجموعه هیدروتوربین و ژنراتور را در سرعت های دورانی مختلف می توان با نمودارهای زمانی به صورت کیفی مورد بررسی قرار داد که برای به دست آوردن دید کلی از رفتار دینامیکی ماشین مورد استفاده قرار می گیرد. همین طور مشاهده می شود با افزایش سرعت دورانی، دامنه ی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین نیز افزایش می یابد ولی این افزایش در هیدروتوربین و ژنراتور با نسبت یکسانی رخ نمی دهند. ارتعاشات جانبی هیدروتوربین و ژنراتور در راستاهای x و y در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه در شکل (۵) آورده شده است. نمودارهای x_1 و y_1 ارتعاشات ژنراتور را نشان می دهند. که در این نمودارها، مدولاسیون دامنه قابل تشخیص است. همچنین وجود چندین فرکانس با اختلاف قابل توجه در این نمودار قابل مشاهده است که نوسانات با فرکانس بالا بر روی نوسانات با فرکانس پایین سوار شده اند. نوسان با فرکانس پایین مربوط به چرخش قوسی و اثر ژيروسکوپی است که باعث خم شدن محور و دوران آن حول خط واصل یاتاقان ها می شود و نوسان با فرکانس بالا نیز مربوط به اثرات دیگر موجود در سیستم است. برای بررسی دقیق تر فرکانس های مربوط به پدیده های مختلف موجود در این سیستم، طیف فرکانسی

آن در بخش بعدی تحلیل خواهد شد. از طرفی ظاهر نامنظم این نمودارها مربوط به پدیده فرکانس پایین است و می‌تواند نشانه وجود آشوب در این سیستم باشد که تحلیل نمودارهای طیف فرکانسی و صفحه فاز در ادامه می‌تواند این موضوع را مشخص نماید. نمودارهای x_2 و y_2 ارتعاشات هیدروتوربین با پاسخی هارمونیک و متناوب را نشان می‌دهند.



شکل (۵): نمودار زمانی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه

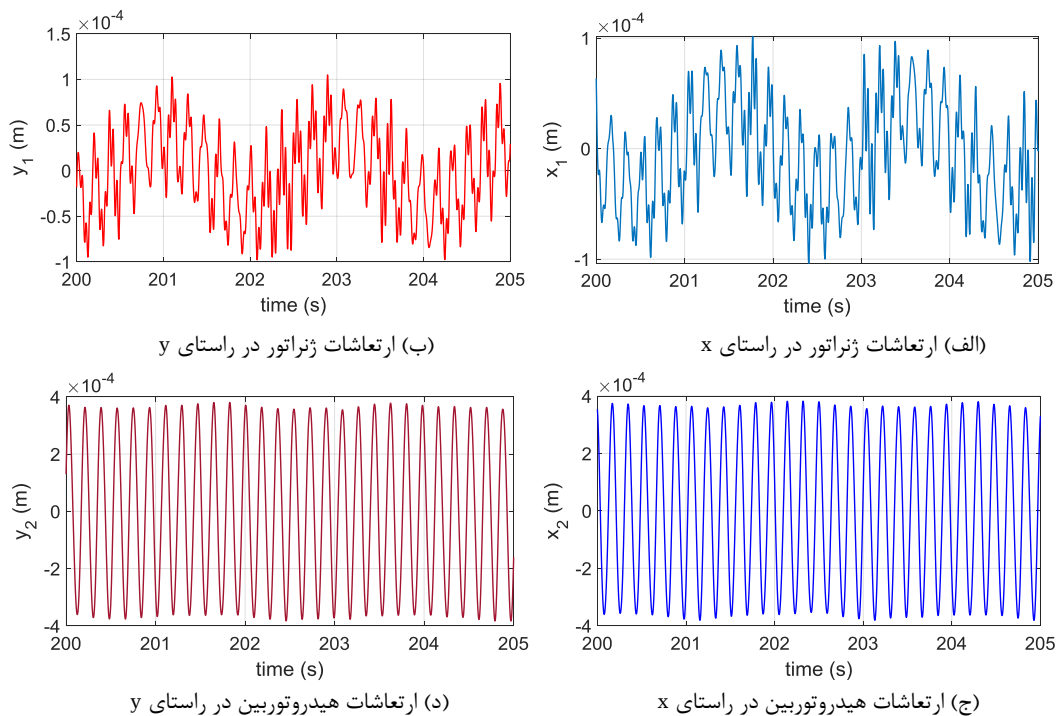
Figure (5): The vibrations time histories of the generator rotor and the hydroturbine runner at $\omega=15$ rad/s, a) The generator rotor vibrations in x direction, b) The generator rotor vibrations in y direction, c) The hydroturbine runner vibrations in x direction, d) The hydroturbine runner vibrations in y direction



شکل (۶): نمودار زمانی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه

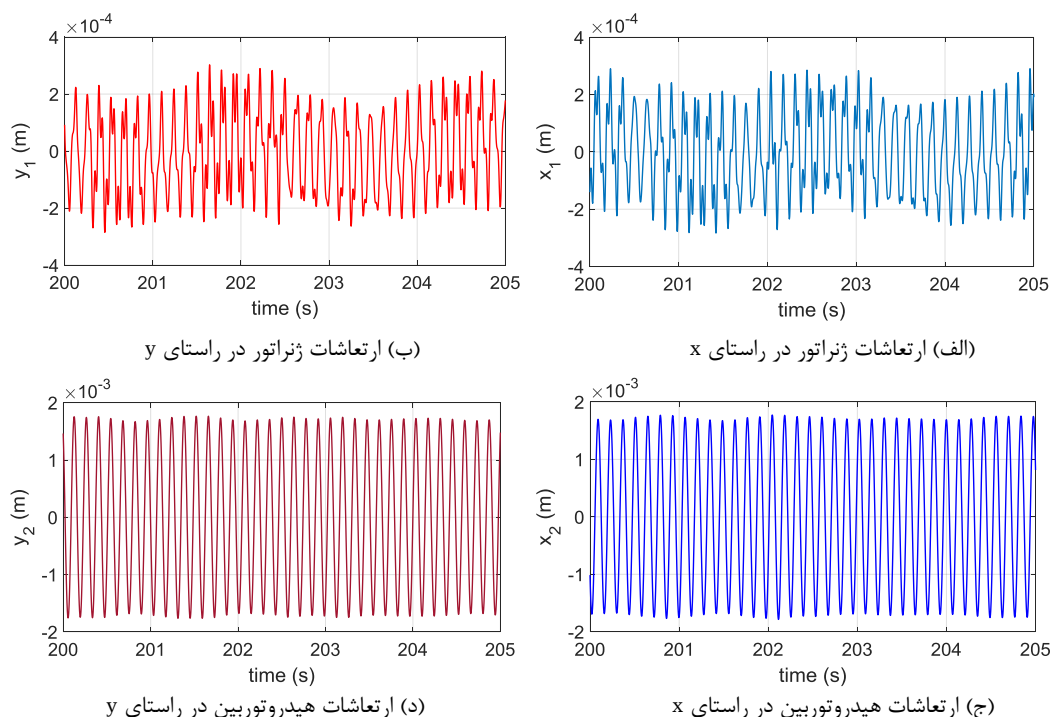
Figure (6): The vibrations time histories of the generator rotor and the hydroturbine runner at $\omega=25$ rad/s, a) The generator rotor vibrations in x direction, b) The generator rotor vibrations in y direction, c) The hydroturbine runner vibrations in x direction, d) The hydroturbine runner vibrations in y direction

وجود چند فرکانس محدود و نظم در این نمودارها قابل مشاهده هستند. این مشاهدات با بررسی طیف فرکانسی و نمودار صفحه فاز نیز تایید و تکمیل می‌گردد. پاسخ ارتعاشی هیدروتوربین و ژنراتور در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه در شکل (۶) نشان داده شده است. نمودارهای x_1 و y_1 ارتعاشات ژنراتور را نشان می‌دهند که مدولاسیون دامنه و ترکیب شدن چند فرکانس در آن‌ها قابل مشاهده است. نوسانات با فرکانس بالا بر روی نوسانات با فرکانس پایین سوار شده‌اند که نوسان با فرکانس پایین مربوط به ترکیب چرخش قوسی و اثر ژيروسکوپی است و نوسان با فرکانس بالا نیز مربوط به اثرات دیگر است. در مقایسه با نمودارهای مربوط به سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه در شکل (۵)، نوسان فرکانس پایین منظم‌تر شده که می‌تواند نشان دهنده کاهش آشوب در سیستم باشد. برای بررسی دقیق‌تر تحلیل‌های ذکر شده، تحلیل طیف فرکانسی و نمودارهای صفحه فاز در بخش‌های بعدی انجام می‌گیرد. نمودارهای x_2 و y_2 پاسخ ارتعاشی هیدروتوربین را نشان می‌دهند که هارمونیک و متناوب هستند و همچنین ترکیب فرکانس‌ها را نشان می‌دهند. ارتعاشات منظمی در این نمودارها قابل مشاهده هستند ولی دامنه نوسانات در مقایسه با ارتعاشات هیدروتوربین در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه، حدوداً ۳ برابر شده است. در شکل (۷)، نمودار زمانی ارتعاشات مجموعه هیدروتوربین-ژنراتور را با سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه نشان می‌دهد که نمودارهای x_1 و y_1 پاسخ ارتعاشی ژنراتور هستند. ارتعاشات ژنراتور در این شکل‌ها شامل دو بخش نوسانی فرکانس پایین و فرکانس بالا است. در بخش فرکانس پایین، نظم قابل مشاهده است ولی در بخش فرکانس بالا بی‌نظمی مشاهده می‌شود. همچنین وجود ضربات نیز در این نمودارها مشخص است که می‌تواند به دلیل کاهش اثر چرخش قوسی و پدیده ژيروسکوپی باشد و همین‌طور غلبه بر دیگر پدیده‌ها را از دست داده‌اند. نمودارهای x_2 و y_2 ارتعاشات هیدروتوربین را نشان می‌دهند که همچنان هارمونیک و متناوب هستند ولی دامنه آن‌ها در مقایسه با سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه، تقریباً ۲ الی ۳ برابر افزایش یافته است. بررسی دقیق‌تر فرکانس‌ها و آشوب در تحلیل طیف فرکانسی و نمودارهای صفحه فاز انجام خواهد گرفت. شکل (۸)، ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور را در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه نشان می‌دهند که نمودارهای x_1 و y_1 مربوط به ژنراتور و نمودارهای x_2 و y_2 مربوط به هیدروتوربین هستند. در ارتعاشات ژنراتور همچنان بی‌نظمی قابل مشاهده است ولی تاثیر نوسان فرکانس پایین کمتر شده است و همچنان ضربات نیز وجود دارند. علی‌رغم وجود نوسانات مختلف در ارتعاشات ژنراتور، آن را متناوب نمی‌توان در نظر گرفت که این موضوع از علائم رفتارهای آشوبناک است. ارتعاشات هیدروتوربین همچنان منظم و متناوب با تعداد محدودی فرکانس است که دامنه در مقایسه با سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه، تقریباً ۵ برابر شده است.



شکل (۷): نمودار زمانی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه

Figure (7): The vibrations time histories of the generator rotor and the hydroturbine runner at $\omega=35$ rad/s, a) The generator rotor vibrations in x direction, b) The generator rotor vibrations in y direction, c) The hydroturbine runner vibrations in x direction, d) The hydroturbine runner vibrations in y



شکل (۸): نمودار زمانی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه

Figure (8): The vibrations time histories of the generator rotor and the hydroturbine runner at $\omega=45$ rad/s, a) The generator rotor vibrations in x direction, b) The generator rotor vibrations in y direction, c) The hydroturbine runner vibrations in x direction, d) The hydroturbine runner vibrations in y

۳-۲- تحلیل ارتعاشات در حوزه فرکانس

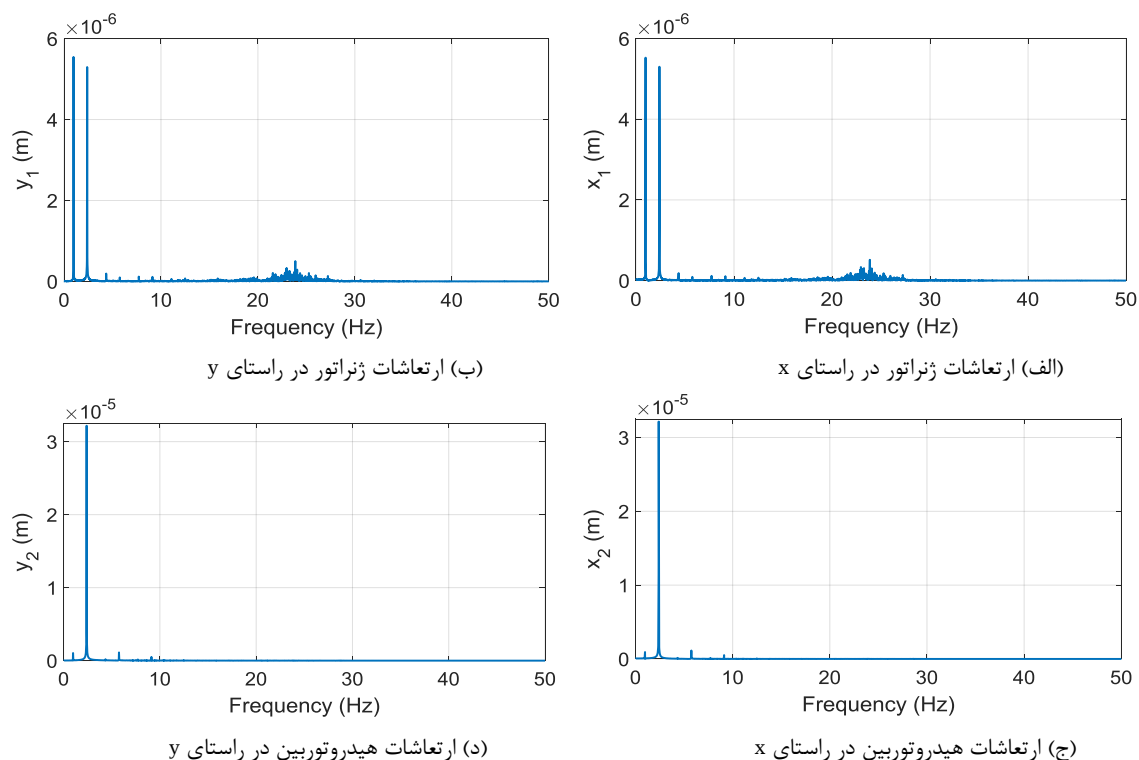
همه پاسخ‌های ارتعاشی ترکیبی از نوسانات مختلف هستند که هر یک از این نوسانات فرکانس مخصوص به خود را دارند لذا محاسبه، بررسی و تحلیل این فرکانس‌ها می‌توانند ماهیت این نوسانات را مشخص کنند. برای محاسبه فرکانس‌های موجود در یک سیگنال ارتعاشی از تبدیل فوریه^{۱۹} استفاده می‌شود و نمودار طیف فرکانسی از آن به‌دست می‌آید.

تبدیل فوریه، تابع $x(t)$ در حوزه زمان را به تابع فرکانسی $X(f)$ تبدیل می‌کند که در معادله (۴۷) تعریف شده است.

$$X(f) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-2\pi i f t} dt \quad (47)$$

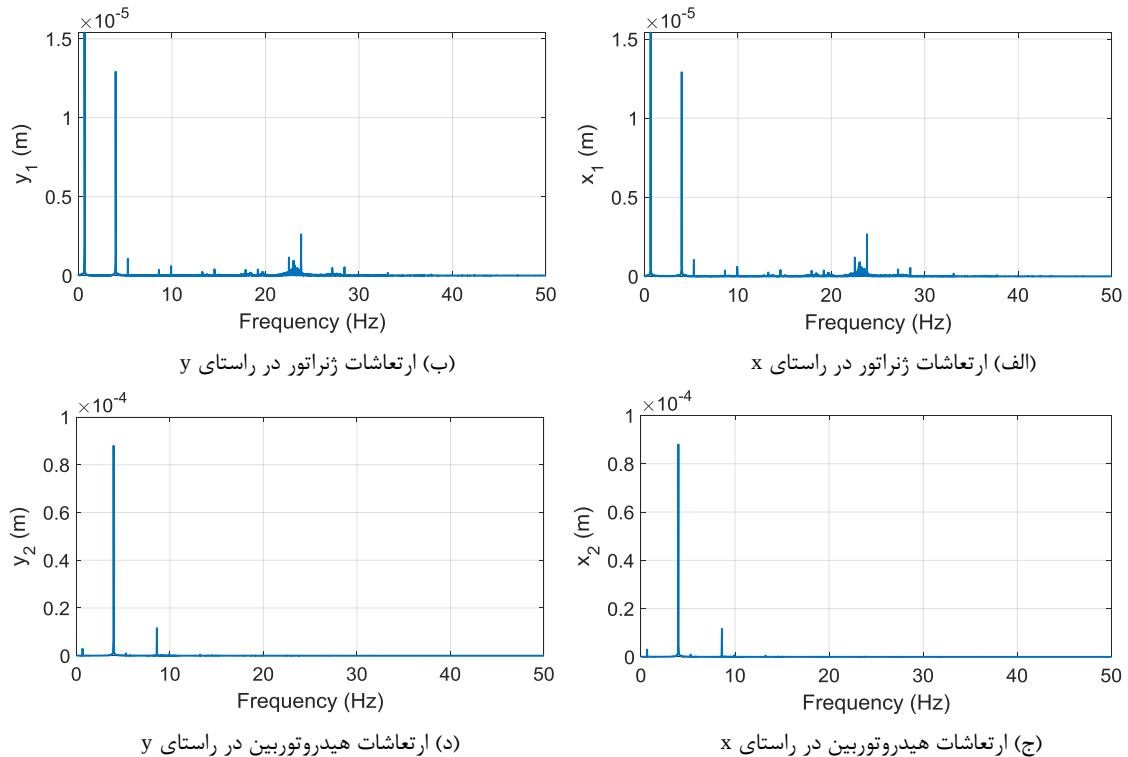
در سیستم‌های خطی پاسخ ارتعاشی معمولاً شامل فرکانس تحریک است ولی در سیستم‌های غیرخطی ضرایب فرکانس تحریک شامل ۲، ۳، ۴ و ... (سوپر هارمونیک‌ها) و ضرایب کسری ۱/۲، ۱/۳ و (زیر هارمونیک‌ها) نیز هستند. همچنین در سیستم‌های غیرخطی پاسخ‌های شبه-متناوب^{۲۰} و آشوبناک نیز رخ می‌دهند که با رسم نمودار طیف فرکانسی، آن‌ها را می‌توان بررسی نمود. پدیده‌های دیگر مانند تشدید و همچنین اثراتی مانند چرخش قوسی نیز فرکانس‌های مخصوص به خود را دارند که در طیف فرکانسی قابل مشاهده خواهند بود. با اعمال تبدیل فوریه بر روی پاسخ‌های ارتعاشی به‌دست آمده در بخش قبلی، نمودارهای طیف فرکانسی برای هر یک به‌دست آمده است و در شکل‌های (۹) تا (۱۲) رسم شده‌اند. در همه این نمودارها، فرکانس مربوط به سرعت دورانی محور قابل مشاهده است که در برخی موارد، بلندترین قله نیز است. در شکل (۹) طیف فرکانسی ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه قابل مشاهده است. در نمودارهای x_1 و y_1 طیف فرکانسی ارتعاشات ژنراتور رسم شده‌اند که دو قله بلند آن‌ها مربوط به فرکانس‌های ۰/۹۷۹ هرتز و ۲/۳۸۹ هرتز هستند. فرکانس ۰/۹۷۹ هرتز مربوط به پدیده ژيروسکوپي است چون در طیف فرکانسی هیدروتوربین وجود ندارد ولی در طیف فرکانسی نیروی کشنده مغناطیسی در بخش بعدی نیز وجود دارند. همچنین در حل عددی معادله‌های سیستم نیز این موضوع بررسی شده است که با حذف اثر ژيروسکوپي از معادلات، این فرکانس نیز از نمودارها حذف می‌شد. از طرفی در نمودارهای زمانی بخش قبلی، نوسانات فرکانس پایین مربوط به همین فرکانس بود که آن‌جا نیز ذکر شد در اثر چرخش قوسی و ژيروسکوپي به‌وجود آمده است. قله بلند بعدی مربوط به فرکانس ۲/۳۸۹ هرتز است که معادل سرعت دورانی محور یعنی ۱۵ رادیان بر ثانیه است. بقیه هارمونیک‌های دور محور

نیز در طیف فرکانسی هیدروتوربین و ژنراتور وجود دارند ولی دامنه آن‌ها در مقایسه با قله‌های غالب، بسیار کم است. همچنین تعداد زیادی فرکانس با دامنه کم در محدوده ۲۰ هرتز تا ۳۰ هرتز مشاهده می‌شوند که علامت و نشانه‌ای از وجود آشوب در سیستم هستند. طیف فرکانسی ارتعاشات هیدروتوربین در نمودارهای x_2 و y_2 رسم شده‌اند که فرکانس مربوط به دور محور و هارمونیک‌های آن قابل مشاهده هستند و نشان دهنده یک حرکت متناوب است. از نمودارهای زمانی هم می‌توان به این نتیجه پی‌برد. با توجه به حل عددی معادلات سیستم نیز این موضوع بررسی شده است که وجود یا عدم وجود اثر ژيروسکوپی تأثیر چندانی بر روی فرکانس‌های ارتعاشات هیدروتوربین در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه ندارند. طیف فرکانسی ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه در شکل (۱۰) رسم شده است. در نمودارهای x_1 و y_1 طیف فرکانسی ارتعاشات ژنراتور مشاهده می‌شوند که ۲ قله غالب در فرکانس‌های ۰/۶۵۴ هرتز و ۳/۹۷۹ هرتز دارند. فرکانس ۰/۶۵۴ هرتز مربوط به اثر ژيروسکوپی و فرکانس ۳/۹۷۹ هرتز مربوط به سرعت دورانی محور است. همچنین در محدوده ۲۰ هرتز تا ۳۰ هرتز، قله‌های زیادی با دامنه کم قابل مشاهده هستند که مؤید وجود آشوب در سیستم هستند. طیف فرکانسی ارتعاشات هیدروتوربین در نمودارهای x_2 و y_2 رسم شده‌اند که فرکانس مربوط به دور محور و هارمونیک‌های آن قابل مشاهده هستند و این موضوع مؤید یک حرکت متناوب است که قبلاً در نمودارهای زمانی هم گزارش شد. همچنین فرکانس ۸/۶۱۶ هرتز نیز مربوط به اثر ژيروسکوپی است. در حل عددی معادلات سیستم نیز این موضوع بررسی شده است که با حذف اثر آب‌بند مکانیکی دامنه‌ی این فرکانس افزایش می‌یابد که مؤید تأثیر به‌سزای آب‌بند مکانیکی بر ارتعاشات هیدروتوربین است. هارمونیک‌های فرکانس دور محور نیز در طیف‌های ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور وجود دارند ولی دامنه آن‌ها در مقایسه با فرکانس دور محور خیلی کمتر است. طیف فرکانسی ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه در شکل (۱۱) رسم شده است. در نمودارهای x_1 و y_1 طیف فرکانسی ارتعاشات ژنراتور مشاهده می‌شوند که ۲ قله غالب در فرکانس‌های ۰/۴۸۴ هرتز و ۵/۵۶۹ هرتز دارند. فرکانس ۰/۴۸۴ هرتز مربوط به اثر ژيروسکوپی و فرکانس ۵/۵۶۹ هرتز مربوط به سرعت دورانی محور است.



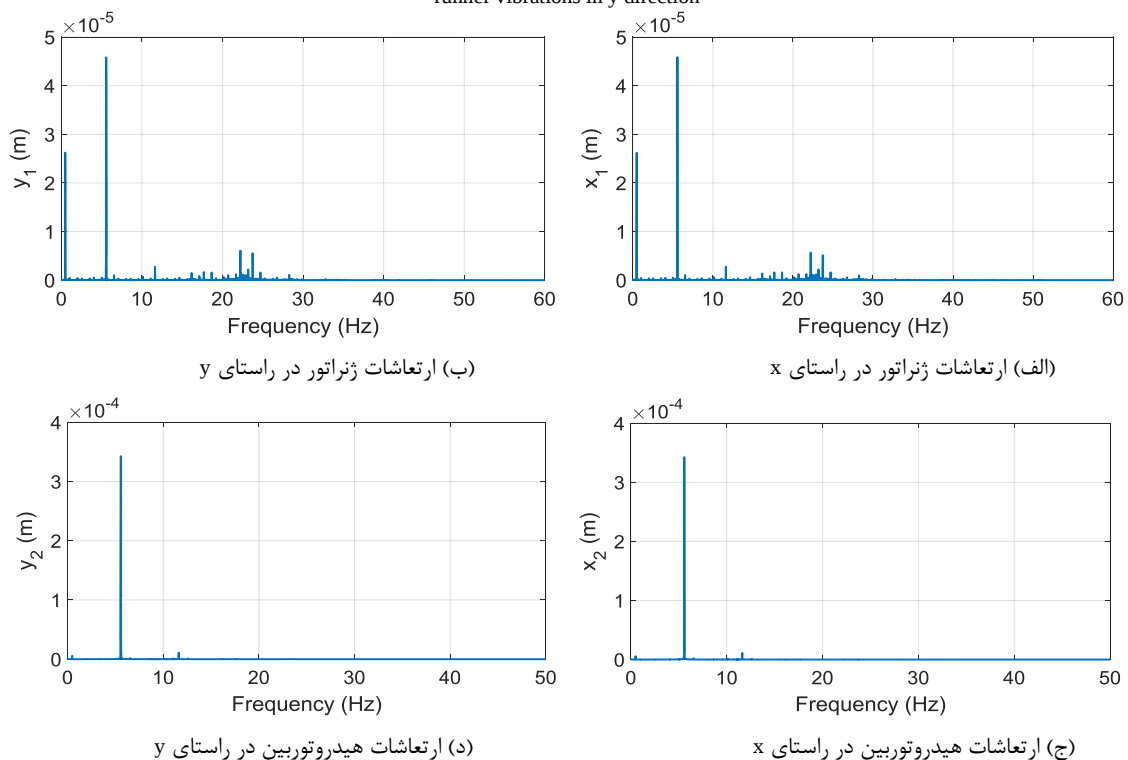
شکل (۹): طیف فرکانسی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه

Figure (9): Vibration frequency spectrum of the generator rotor and the hydroturbine runner at $\omega=15$ rad/s, a) The generator rotor vibrations in x direction, b) The generator rotor vibrations in y direction, c) The hydroturbine runner vibrations in x direction, d) The hydroturbine runner vibrations in y direction



شکل (۱۰): طیف فرکانسی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه

Figure (10): Vibration frequency spectrum of the generator rotor and the hydroturbine runner at $\omega=25$ rad/s, a) The generator rotor vibrations in x direction, b) The generator rotor vibrations in y direction, c) The hydroturbine runner vibrations in x direction, d) The hydroturbine runner vibrations in y direction

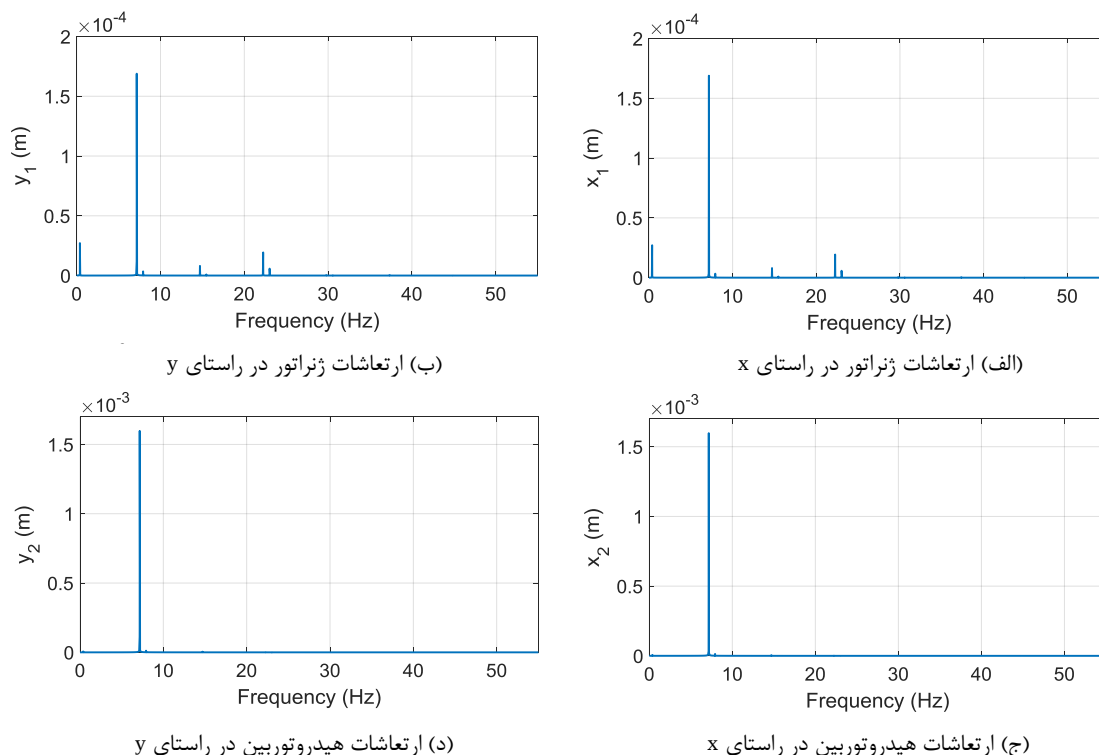


شکل (۱۱): طیف فرکانسی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه

Figure (11): Vibration frequency spectrum of the generator rotor and the hydroturbine runner at $\omega=35$ rad/s, a) The generator rotor vibrations in x direction, b) The generator rotor vibrations in y direction, c) The hydroturbine runner vibrations in x direction, d) The hydroturbine runner vibrations in y direction

در سرعت های دورانی ۱۵ و ۲۵ رادیان بر ثانیه، قله مربوط به اثر ژيروسکوپیک بلندتر از قله مربوط به دور محور بود ولی در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه، قله مربوط به دور محور بلندتر است. این موضوع در نمودارهای زمانی نیز قابل تشخیص است چون با افزایش سرعت دورانی، تاثیر عوامل دیگر مانند نابالانسی بیشتر می شود و به همین دلیل قله مربوط به دور محور بلندتر خواهد بود. همچنین در محدوده ۲۰ هرتز تا ۳۰ هرتز، قله های زیادی با دامنه کم قابل مشاهده هستند که مؤید وجود آشوب در سیستم هستند. طیف فرکانسی ارتعاشات هیدروتوربین در نمودارهای x_2 و y_2 رسم شده اند که قله غالب مربوط به فرکانس دور محور است و وجود یک حرکت متناوب کاملاً مورد تایید است که این موضوع در نمودارهای زمانی نیز قابل تشخیص است. همین طور در حل عددی معادلات سیستم نیز این موضوع بررسی شده است که وجود یا عدم وجود اثر ژيروسکوپیک تاثیر چندانی بر روی فرکانس های ارتعاشات هیدروتوربین در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه ندارند. هارمونیک های دور محور در طیف فرکانسی هیدروتوربین و ژنراتور نیز وجود دارند ولی دامنه آن ها در مقایسه با قله های غالب، بسیار کم است.

طیف فرکانسی ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه در شکل (۱۲) رسم شده است. در نمودارهای x_1 و y_1 طیف فرکانسی ارتعاشات ژنراتور مشاهده می شوند که ۲ قله غالب در فرکانس های ۰/۳۸۲ هرتز و ۷/۱۶۲ هرتز دارند. فرکانس ۰/۳۸۲ هرتز مربوط به اثر ژيروسکوپیک و فرکانس ۷/۱۶۲ هرتز مربوط به سرعت دورانی محور است. در این سرعت نیز، قله مربوط به اثر ژيروسکوپیک بلندتر از قله مربوط به دور محور است. در محدوده ۲۰ هرتز تا ۳۰ هرتز، فرکانس های متعددی که در سرعت های دورانی قبلی وجود داشتند، حضور ندارند ولی ممکن است همچنان آشوب در سیستم وجود داشته باشد که با بررسی نمودارهای زمانی و صفحه فاز، آن را می توان مشخص نمود. طیف فرکانسی ارتعاشات هیدروتوربین در نمودارهای x_2 و y_2 رسم شده اند که قله غالب مربوط به فرکانس دور محور است و همچنان وجود یک حرکت متناوب کاملاً مورد تایید است که این موضوع در نمودارهای زمانی نیز قابل تشخیص است. همچنان در حل عددی معادلات سیستم نیز این موضوع بررسی شده است که وجود یا عدم وجود اثر ژيروسکوپیک تاثیر چندانی بر روی فرکانس های ارتعاشات هیدروتوربین در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه ندارند. همین طور هارمونیک های دور محور در طیف فرکانسی هیدروتوربین و ژنراتور نیز وجود دارند ولی دامنه آن ها در مقایسه با قله های غالب، بسیار کم است.

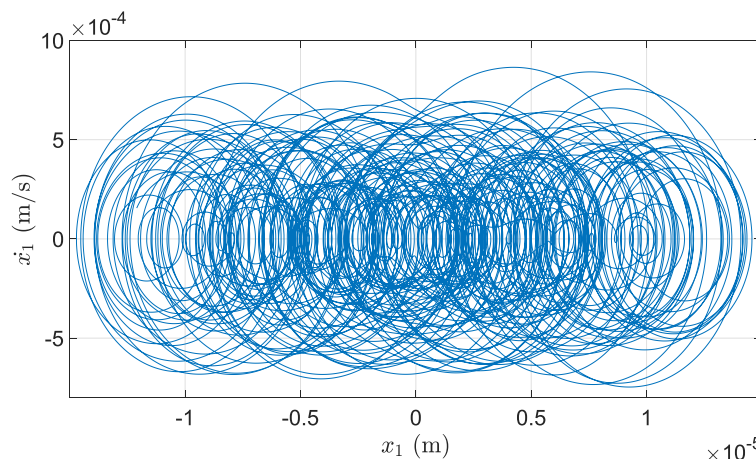


شکل (۱۲): طیف فرکانسی ارتعاشات ژنراتور و هیدروتوربین در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه

Figure (12): Vibration frequency spectrum of the generator rotor and the hydroturbine runner at $\omega=45$ rad/s, a) The generator rotor vibrations in x direction, b) The generator rotor vibrations in y direction, c) The hydroturbine runner vibrations in x direction, d) The hydroturbine runner vibrations in y direction

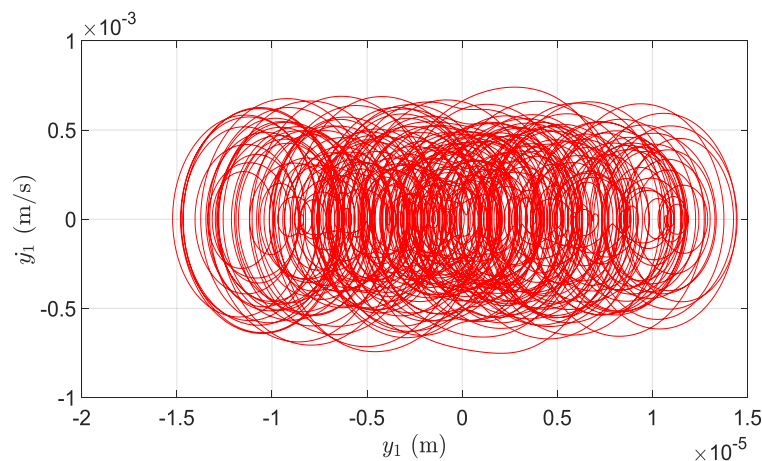
۳-۳- تحلیل ارتعاشات به کمک نمودار صفحه فاز

برای مطالعه و تحلیل رفتار دینامیکی سیستم‌های غیرخطی به جزء نمودارهای زمانی و طیف فرکانسی از ابزارهای دیگر هم استفاده می‌شود که مشهورترین و پرکاربردترین آن‌ها نمودار صفحه فاز یا فضای فاز است. در نمودارهای صفحه فاز، رفتارهای دینامیکی متناوبی مثل هارمونیک، سوپرهارمونیک، ساب هارمونیک و رفتارهای دیگری مثل شبه-متناوب و آشوبناک را به راحتی می‌توان مشاهده کرد. نمودارهای صفحه فاز هیدروتوربین و ژنراتور در جهت‌های x و y در سرعت‌های دورانی ۱۵، ۲۵، ۳۵ و ۴۵ رادیان بر ثانیه در شکل‌های (۱۳) تا (۲۸) نشان داده شده است. به طور کلی نمودارهای صفحه فاز هیدروتوربین در تمام سرعت‌ها، رفتارهای هارمونیک، سوپرهارمونیک و ساب-هارمونیک را نشان می‌دهند اما در نمودارهای صفحه فاز ژنراتور، رفتارهای شبه-متناوب و آشوبناک مشاهده می‌شوند. شکل‌های (۱۳) و (۱۴)، نمودارهای صفحه فاز را برای ارتعاشات ژنراتور در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه نشان می‌دهند. در این نمودارها مسیرهای فاز حول مراکز مختلفی در حال حرکت هستند که علی‌رغم ظاهر نامنظم آن‌ها، ناپایداری ندارند و همچنین با توجه به غیرخطی بودن معادلات سیستم، وجود چند نقطه تعادل ثابت^{۲۱} مشاهده می‌شوند که همه‌ی مسیرها شبه-دایره‌ای حول این مراکز یا نقاط حرکت می‌کنند. این نوع مسیرها در صفحه فاز نشان دهنده وجود آشوب در سیستم است که در نمودارهای زمانی و فرکانسی ارتعاشات ژنراتور نیز علامت‌ها و نشانه‌های این رفتار وجود داشت. شکل‌های (۱۵) و (۱۶)، نمودارهای صفحه فاز برای ارتعاشات هیدروتوربین در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه را نشان می‌دهند. در این نمودارها مشاهده می‌شوند که همه مسیرها حول یک مرکز در حال حرکت هستند. این نوع حرکت مسیرها در صفحه فاز مؤید رفتار هارمونیک است که این رفتار دینامیکی در نمودارهای زمانی و فرکانسی نیز قابل مشاهده بود.



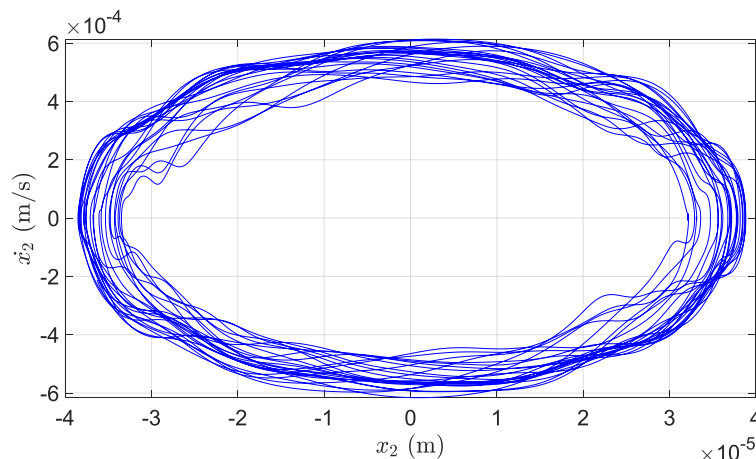
شکل (۱۳): صفحه فاز ارتعاشات ژنراتور در جهت x در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه

Figure (13): The phase plane for the generator vibrations in x direction at $\omega=15$ rad/s

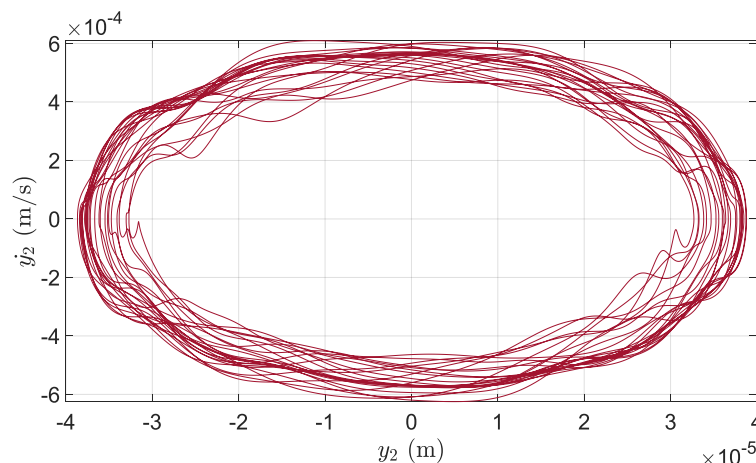


شکل (۱۴): صفحه فاز ارتعاشات ژنراتور در جهت y در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه

Figure (14): The phase plane for the generator vibrations in y direction at $\omega=15$ rad/s

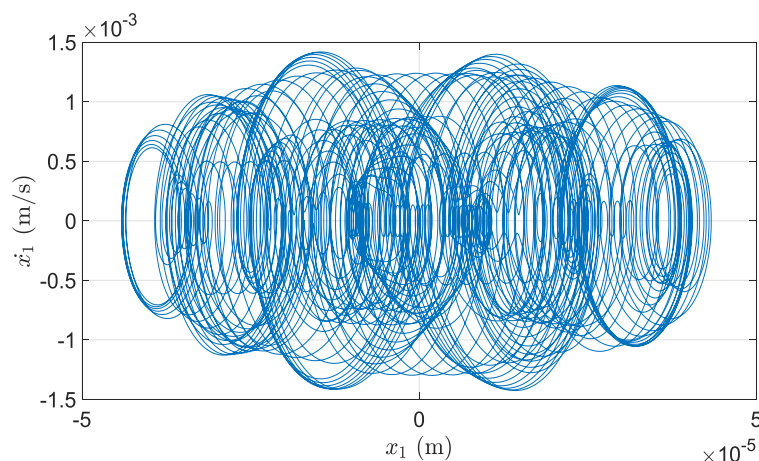


شکل (۱۵): صفحه فاز ارتعاشات هیدروتوربین در جهت x در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه
Figure (15): The phase plane for the hydroturbine runner vibrations in x direction at $\omega=15$ rad/s



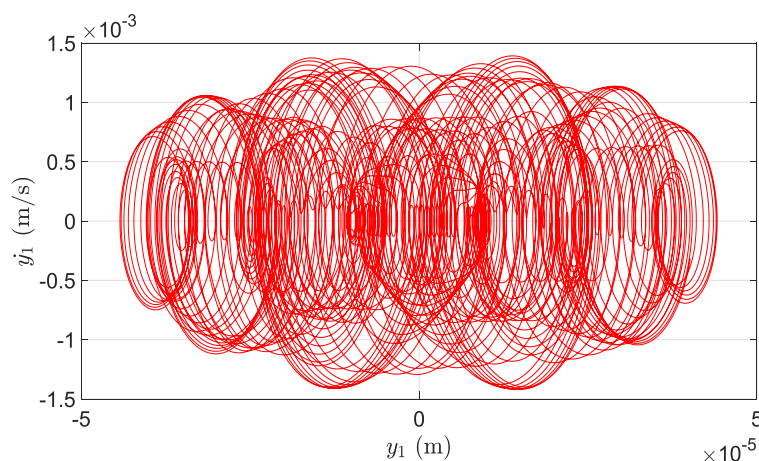
شکل (۱۶): صفحه فاز ارتعاشات هیدروتوربین در جهت y در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه
Figure (16): The phase plane for the hydroturbine runner vibrations in y direction at $\omega=15$ rad/s

در شکل‌های (۱۷) و (۱۸)، صفحه فاز برای ارتعاشات ژنراتور در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه رسم شده که وجود رفتار دینامیکی پیچیده‌ای را نشان می‌دهند و علی‌رغم ظاهر نامنظم، رفتار تصادفی محسوب نمی‌شود و همچنین وجود آشوب را تایید می‌کند. در نمودارهای زمانی این سیستم هم نمی‌توان دوره تناوب برای آن مشخص نمود که در صفحه فاز نیز همین موضوع تایید می‌شود. البته حرکت مسیرها مشابه یکدیگر هستند ولی مانند رفتارهای هارمونیک، تکراری نیستند که این هم از ویژگی‌های یک رفتار دینامیکی آشوبناک است. شکل‌های (۱۹) و (۲۰)، نمودارهای صفحه فاز برای ارتعاشات هیدروتوربین در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه را نشان می‌دهند که در مقایسه با صفحه فاز مربوط به سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه، رفتاری پیچیده‌تر را نشان می‌دهند. مسیرها تکراری نیستند ولی همه حول یک مرکز در حال حرکت هستند که نشان از وجود رفتارهای دینامیکی هارمونیک و شبه-هارمونیک را دارند. این نوع رفتارهای دینامیکی در نمودارهای زمانی و فرکانسی هیدروتوربین هم مشاهده می‌شوند که مؤید این تحلیل در مورد صفحه فاز است.



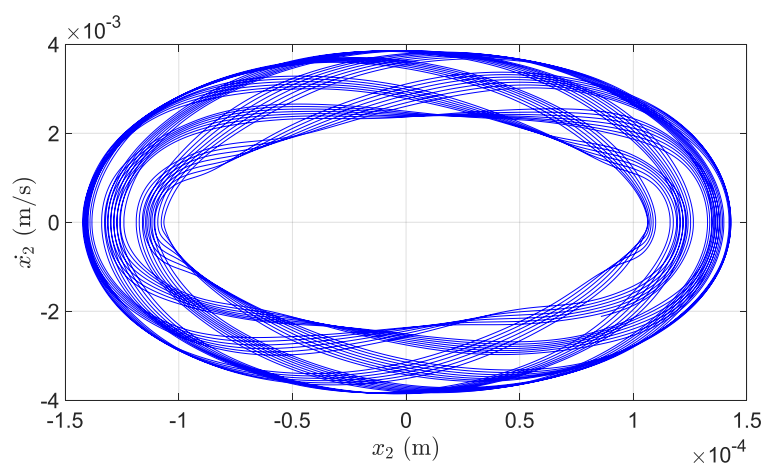
شکل (۱۷): صفحه فاز ارتعاشات ژنراتور در جهت x در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه

Figure (17): The phase plane for the generator vibrations in x direction at $\omega=25$ rad/s



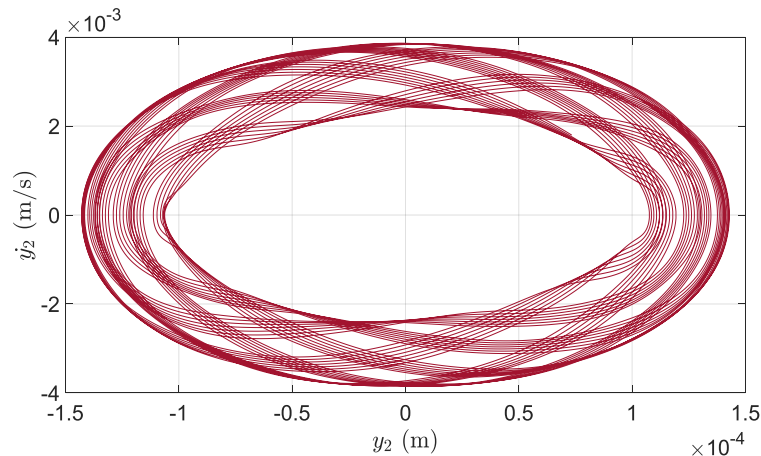
شکل (۱۸): صفحه فاز ارتعاشات ژنراتور در جهت y در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه

Figure (18): The phase plane for the generator vibrations in y direction at $\omega=25$ rad/s



شکل (۱۹): صفحه فاز ارتعاشات هیدروتوربین در جهت x در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه

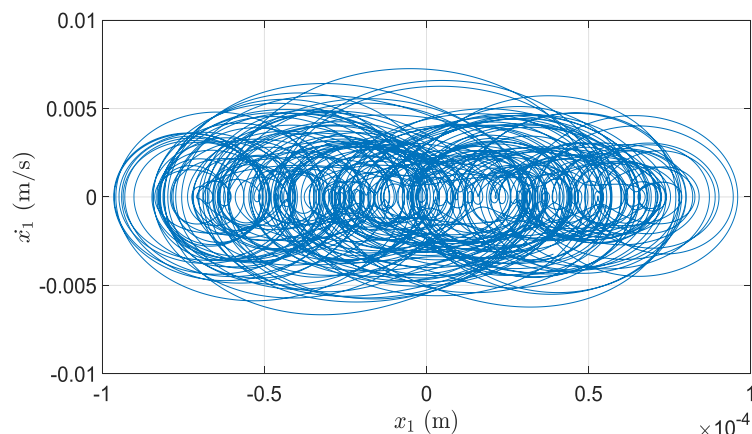
Figure (19): The phase plane for the hydroturbine runner vibrations in x direction at $\omega=25$ rad/s



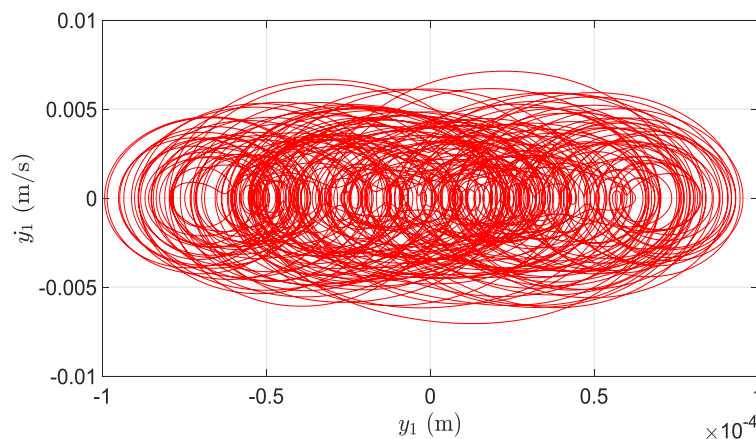
شکل (۲۰): صفحه فاز ارتعاشات هیدروتوربین در جهت y در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه
Figure (20): The phase plane for the hydroturbine runner vibrations in y direction at $\omega=25$ rad/s

در شکل‌های (۲۱) و (۲۲)، صفحه فاز برای ارتعاشات ژنراتور در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه رسم شده که وجود رفتار آشوبناک در آن‌ها قابل مشاهده است. وجود مسیرهای غیرتکراری که تصادفی و ناپایدار نیستند از علائم و نشانه‌های وجود آشوب است که در این نمودارها مشاهده می‌شوند. وجود فرکانس‌های متعدد در طیف فرکانسی و عدم وجود دوره تناوب در نمودارهای زمانی از نشانه‌های رفتار آشوبناک است که در نمودارهای این سیستم نیز وجود داشتند. در شکل‌های (۲۳) و (۲۴)، صفحه فاز برای ارتعاشات هیدروتوربین رسم شده که رفتاری هارمونیک را نشان می‌دهند و همه مسیرها حول یک مرکز در حال حرکت هستند. وجود فرکانس‌های محدود در طیف فرکانسی و متناوب بودن نمودار زمانی از علائم چنین رفتاری است که در بخش‌های قبلی مشاهده گردید.

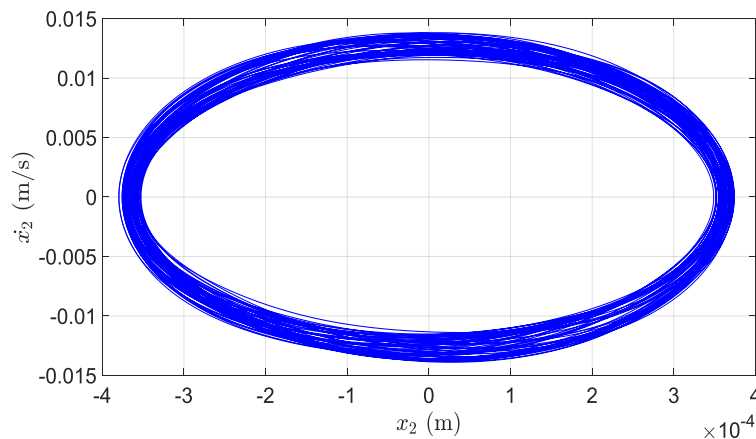
نمودارهای صفحه فاز برای ارتعاشات ژنراتور با سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه در شکل‌های (۲۵) و (۲۶) رسم شده که وجود رفتار شبه-متناوب در آن‌ها قابل مشاهده است. مسیرهای غیرتکراری که تصادفی و ناپایدار نیستند ولی حول یک مرکز یا نقطه تعادل ثابت با ظاهری منظم در حال حرکت هستند و یا می‌توان گفت نقاط تعادل به هم نزدیک شده‌اند که در این شکل‌ها مشاهده می‌شوند. این نوع صفحه فاز مربوط به رفتار دینامیکی شبه-متناوب است که ظاهر نمودار منظم است ولی مسیرها تکراری نیستند. پاسخ‌های شبه-متناوب پیچیده‌تر از پاسخ‌های هارمونیک هستند ولی پیچیدگی آن‌ها کمتر از رفتار آشوبناک است. دلیل این موضوع به خاطر غالب شدن برخی فرکانس‌ها در ارتعاشات ژنراتور است که با افزایش سرعت دورانی این اتفاق رخ داده است. در شکل‌های (۲۷) و (۲۸)، صفحه فاز برای ارتعاشات هیدروتوربین رسم شده که رفتاری کاملاً هارمونیک را نشان می‌دهند که با توجه به افزایش سرعت دورانی و غالب شدن یک فرکانس، این رفتار دینامیکی رخ داده است.



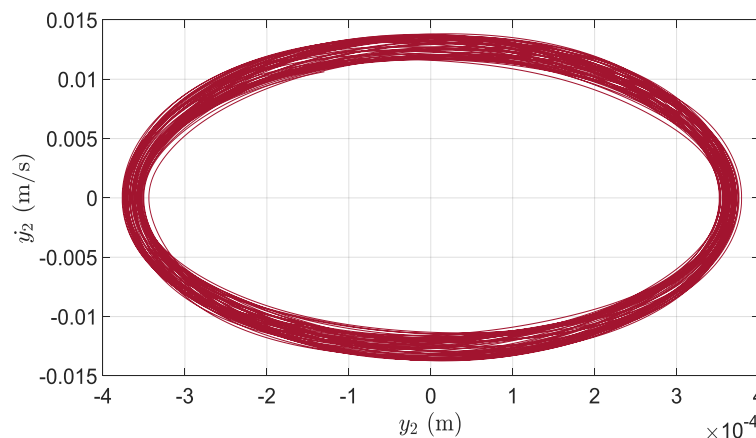
شکل (۲۱): صفحه فاز ارتعاشات ژنراتور در جهت x در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه
Figure (21): The phase plane for the generator vibrations in x direction at $\omega=35$ rad/s



شکل (۲۲): صفحه فاز ارتعاشات ژنراتور در جهت y در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه
Figure (22): The phase plane for the generator vibrations in y direction at $\omega=35$ rad/s



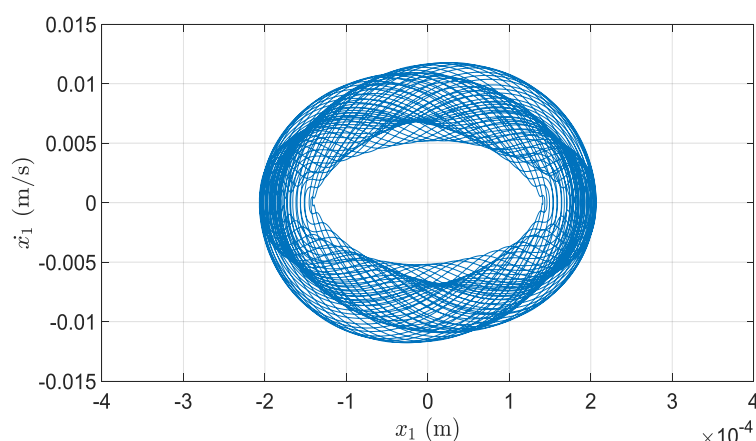
شکل (۲۳): صفحه فاز ارتعاشات هیدروتوربین در جهت x در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه
Figure (23): The phase plane for the hydroturbine runner vibrations in x direction at $\omega=35$ rad/s



شکل (۲۴): صفحه فاز ارتعاشات هیدروتوربین در جهت y در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه
Figure (24): The phase plane for the hydroturbine runner vibrations in y direction at $\omega=35$ rad/s

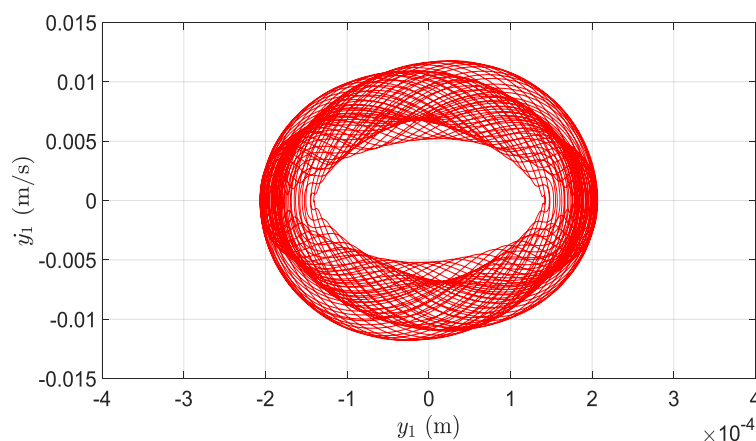
۳-۴- تحلیل نیروی کشنده مغناطیسی ژنراتور

نیروهای الکترومغناطیسی و مکانیکی از دلایل اصلی ایجاد ارتعاشات در هیدروتوربین و ژنراتور هستند. با توجه به اهمیت ویژه نیروی کشنده مغناطیسی در رفتار دینامیکی سیستم، در این بخش نوسان‌های مقدار این نیرو به صورت نمودارهای زمانی و طیف فرکانسی بررسی شده است.



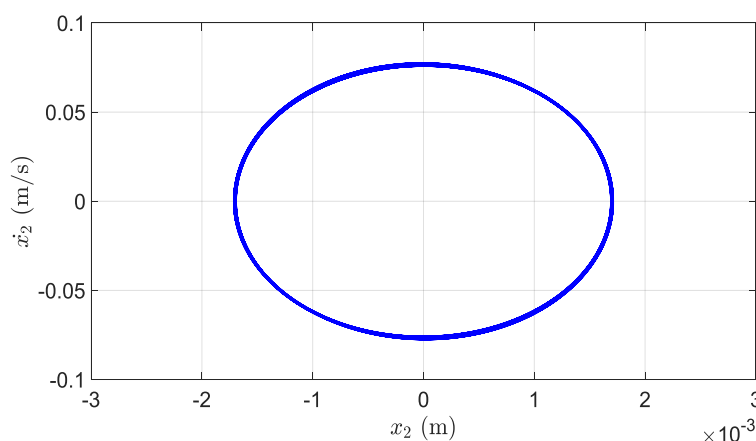
شکل (۲۵): صفحه فاز ارتعاشات ژنراتور در جهت x در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه

Figure (25): The phase plane for the generator vibrations in x direction at $\omega=45$ rad/s



شکل (۲۶): صفحه فاز ارتعاشات ژنراتور در جهت y در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه

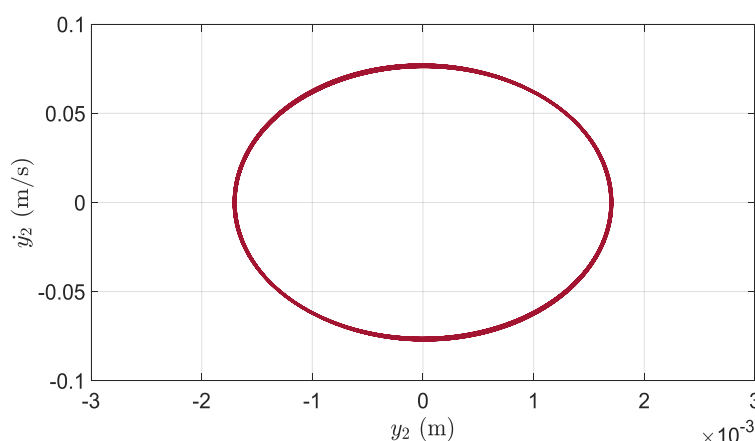
Figure (26): The phase plane for the generator vibrations in y direction at $\omega=45$ rad/s



شکل (۲۷): صفحه فاز ارتعاشات هیدروتوربین در جهت x در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه

Figure (27): The phase plane for the hydroturbine runner vibrations in x direction at $\omega=45$ rad/s

خروج از مرکزی روتور در اثر عدم حرکت یکنواخت، باعث به هم خوردن میدان مغناطیسی در فاصله هوایی گشته و سبب پیدایش نیروهای کشنده مغناطیسی بین روتور و استاتور شده و باعث تولید نوسانات بزرگ شده که خود می تواند عاملی خطرناک برای تهدید سیستم باشد. نتایج نشان می دهند که این نیرو قابل توجه است و با افزایش سرعت دوران در پاسخ سیستم روتور، حرکات شبه-تناوبی و آشوبناک را ایجاد می کند.



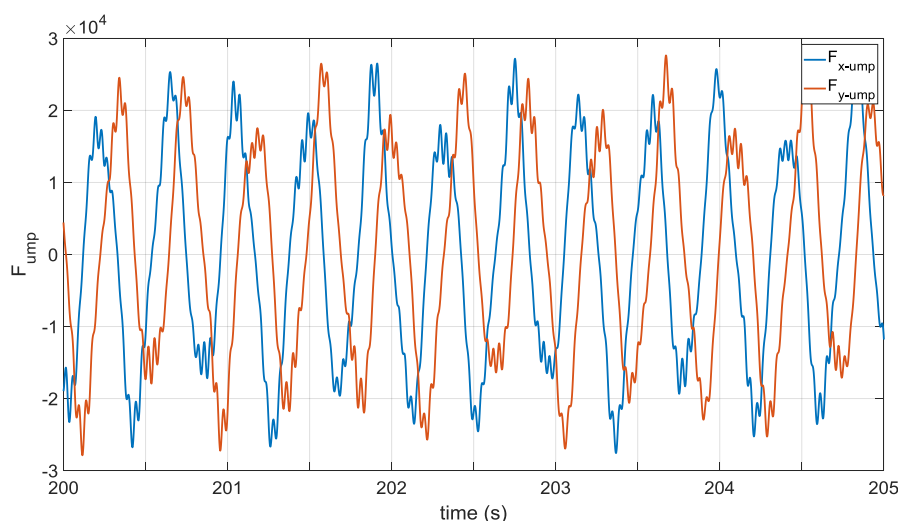
شکل (۲۸): صفحه فاز ارتعاشات هیدروتوربین در جهت y در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه
Figure (28): The phase plane for the hydroturbine runner vibrations in y direction at $\omega=45$ rad/s

۱-۴-۳- نمودار زمانی

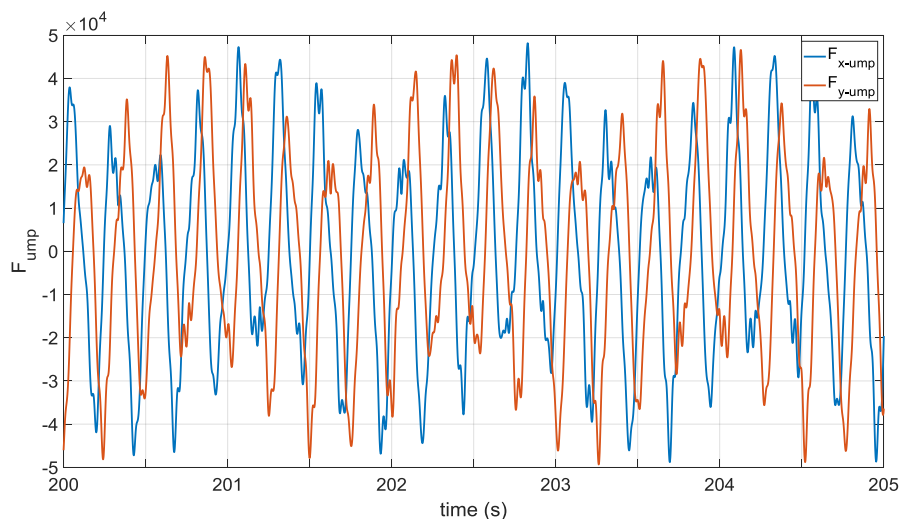
با بررسی کلی نمودارهای زمانی در شکل‌های (۲۹) تا (۳۲) می‌توان دریافت که ظاهری سینوسی و نامنظم دارد. ظاهر نامنظم این نمودارها و عدم وجود دوره تناوب مشخص، از علائم آشوب است و به همین دلیل وجود آشوب در ارتعاشات ژنراتور می‌تواند ناشی از این نیرو باشد. با توجه به وجود نابالانسی جرمی با افزایش سرعت دوران محور از ۱۵ به ۴۵ رادیان بر ثانیه، دامنه نیروی گریز از مرکز ناشی از نابالانسی و بالطبع دامنه ارتعاشات روتور افزایش می‌یابد. از طرفی چون نیروی کشنده مغناطیسی تابعی از دامنه نوسان‌های روتور (x_1, y_1) است، دامنه نوسان این نیرو هم افزایش می‌یابد. به بیان دیگر با افزایش سرعت دوران، ارتعاشات سیستم افزایش یافته و باعث کمتر شدن فاصله بین استاتور و روتور می‌شود که این موضوع باعث افزایش نیروی کشنده مغناطیسی می‌شود. با افزایش نیروی کشنده مغناطیسی، علاوه بر فرکانس‌های مربوط به ارتعاشات مکانیکی روتور، تاثیر فرکانس‌های (های) مربوط به نیروی مغناطیسی نیز در ارتعاشات ژنراتور افزایش می‌یابد که ترکیب این دو فرکانس باعث ایجاد مدولاسیون می‌گردد. برای بررسی دقیق‌تر نوسانات موجود در این نمودارها، طیف فرکانسی آن‌ها در بخش بعدی رسم شده است.

۲-۴-۳- طیف فرکانسی

برای تحلیل و بررسی فرکانس‌های موجود در نوسان‌های نیروی کشنده مغناطیسی، طیف فرکانسی آن‌ها در شکل‌های (۳۳) تا (۳۶) رسم شده است.

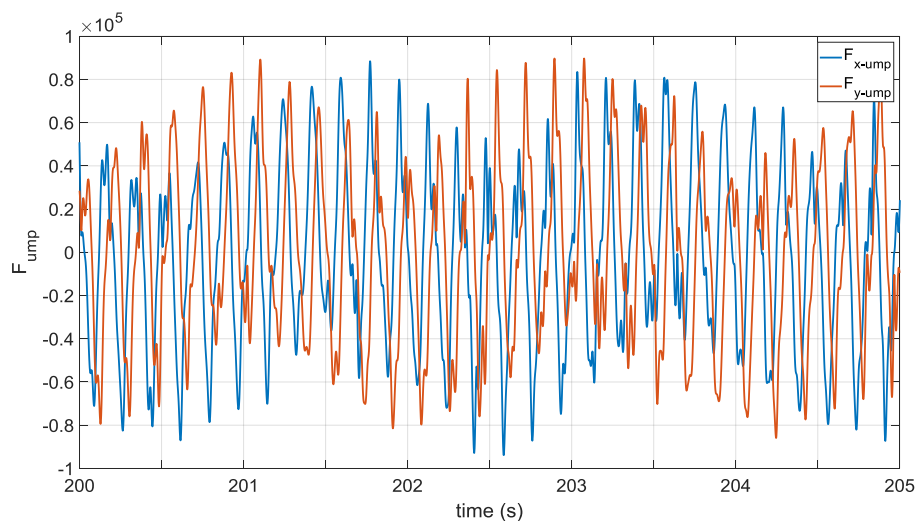


شکل (۲۹): نمودار زمانی نیرو کشنده مغناطیسی در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه
Figure (29): The time histories of unbalanced magnetic pull at $\omega=15$ rad/s



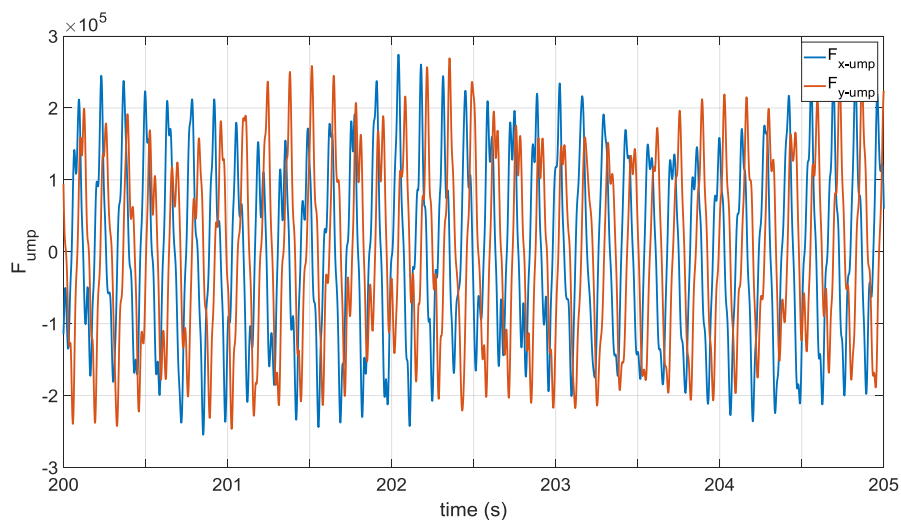
شکل (۳۰): نمودار زمانی نیرو کشنده مغناطیسی در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه

Figure (30): The time histories of unbalanced magnetic pull at $\omega=25$ rad/s



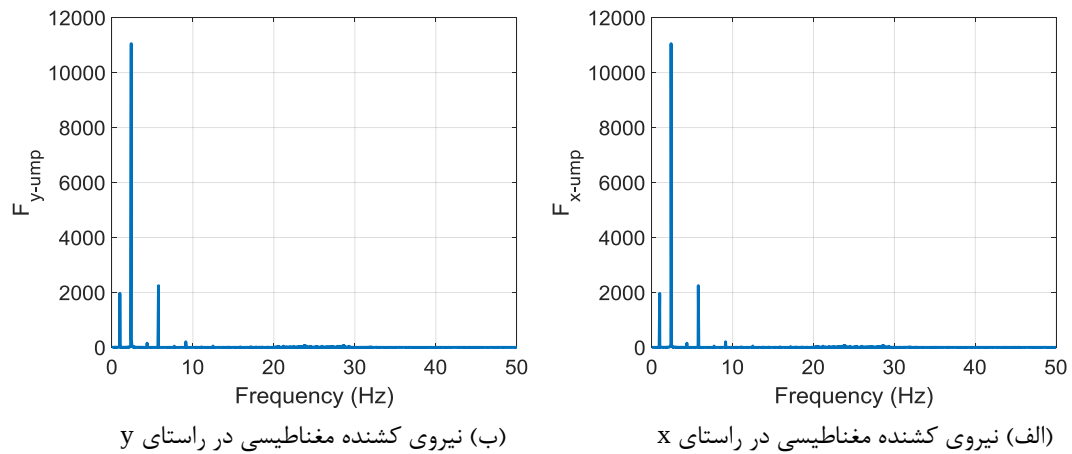
شکل (۳۱): نمودار زمانی نیرو کشنده مغناطیسی در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه

Figure (31): The time histories of unbalanced magnetic pull at $\omega=35$ rad/s



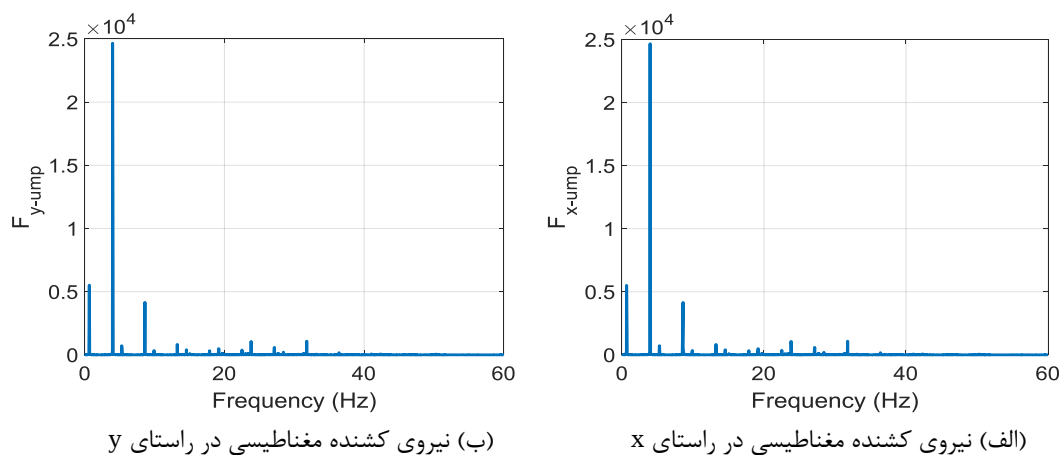
شکل (۳۲): نمودار زمانی نیرو کشنده مغناطیسی در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه

Figure (32): The time histories of unbalanced magnetic pull at $\omega=45$ rad/s



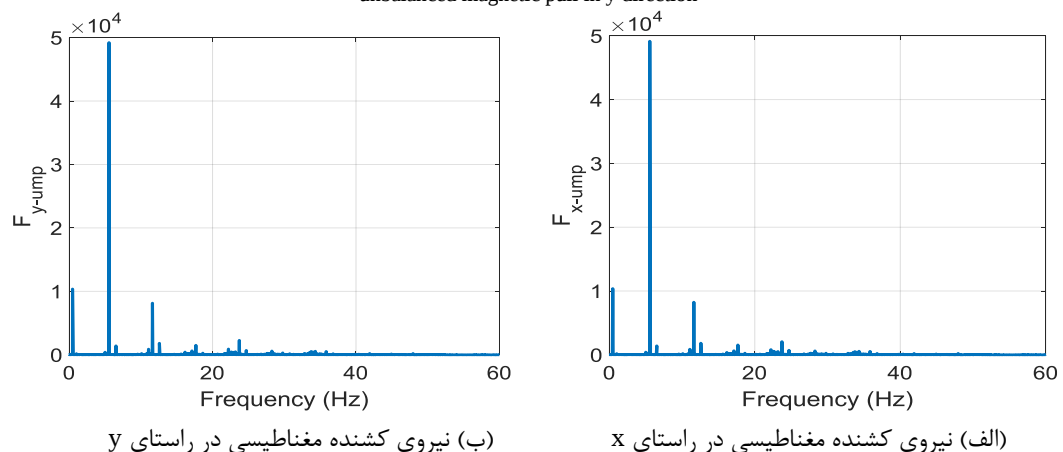
شکل (۳۳): طیف فرکانسی نیروی کشنده مغناطیسی در سرعت دورانی ۱۵ رادیان بر ثانیه

Figure (33): Frequency spectrum of unbalanced magnetic pull at $\omega=15$ rad/s, a) The unbalanced magnetic pull in x direction, b) The unbalanced magnetic pull in y direction



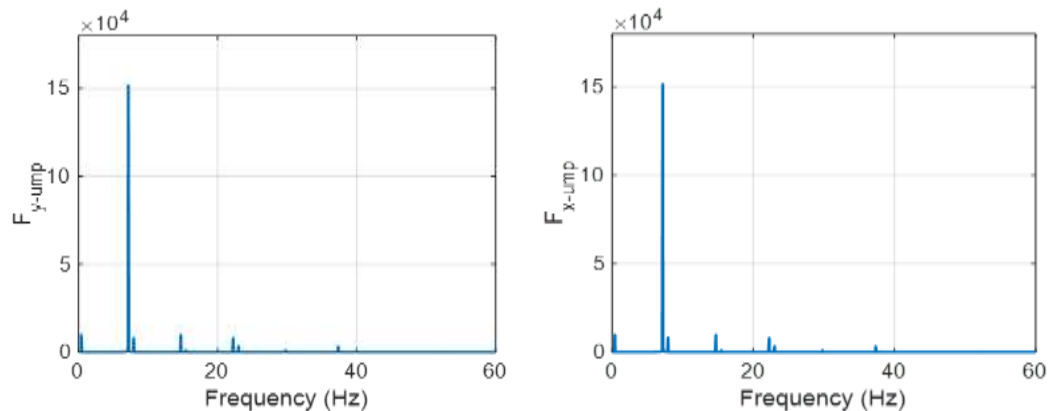
شکل (۳۴): طیف فرکانسی نیروی کشنده مغناطیسی در سرعت دورانی ۲۵ رادیان بر ثانیه

Figure (34): Frequency spectrum of unbalanced magnetic pull at $\omega=25$ rad/s, a) The unbalanced magnetic pull in x direction, b) The unbalanced magnetic pull in y direction



شکل (۳۵): طیف فرکانسی نیروی کشنده مغناطیسی در سرعت دورانی ۳۵ رادیان بر ثانیه

Figure (35): Frequency spectrum of unbalanced magnetic pull at $\omega=35$ rad/s, a) The unbalanced magnetic pull in x direction, b) The unbalanced magnetic pull in y direction



(ب) نیروی کشنده مغناطیسی در راستای y

(الف) نیروی کشنده مغناطیسی در راستای x

شکل (۳۶): طیف فرکانسی نیروی کشنده مغناطیسی در سرعت دورانی ۴۵ رادیان بر ثانیه

Figure (36): Frequency spectrum of unbalanced magnetic pull at $\omega=45$ rad/s, a) The unbalanced magnetic pull in x direction, b) The unbalanced magnetic pull in y direction

فرکانس‌های مهمی که در این نمودارها مشاهده می‌شوند شامل فرکانس گردش محور، هارمونیک‌های آن و همچنین فرکانس مربوط به اثر ژيروسکوپی و چرخش قوسی است که این فرکانس در ارتعاشات ژنراتور نیز وجود داشت. همچنین فرکانس‌های متعدد دیگری با دامنه‌های کم در این نمودارها وجود دارند که عامل وجود بی‌نظمی در نمودارهای زمانی هستند.

۴- نتیجه‌گیری

ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور در نیروگاه‌های برق-آبی از جمله مسائل با اهمیت در تحلیل عملکرد و عیب‌یابی این مجموعه‌ها هستند. به همین منظور برای بررسی کامل‌تر و تحلیل دقیق‌تر آن، در این مقاله مدل‌سازی هیدروتوربین و ژنراتور به صورت کوپل انجام شده است و تاثیر همزمان نیروهای غیرخطی یا تاقان‌ها و آب‌بندها، نیروی اصطکاک و ضربه‌ای و همچنین اثر ژيروسکوپی و چرخش قوسی برای اولین بار لحاظ شده است. پس از استخراج معادله‌های حاکم بر سیستم، حل عددی آن‌ها انجام شده و پاسخ به صورت نمودارهای زمانی ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور رسم شده است. تحلیل و بررسی این نمودارها نشان دهنده وجود رفتارهای پیچیده دینامیکی مانند شبه-متناوب و آشوبناک در برخی سرعت‌های دورانی هستند. برای تحلیل دقیق‌تر، نمودارهای طیف فرکانسی و صفحه فاز نیز برای ارتعاشات هیدروتوربین و ژنراتور رسم شده است. در نمودارهای طیف فرکانسی، فرکانس‌های گردش محور و هارمونیک‌های آن مشاهده شد. همچنین فرکانسی مربوط به اثر ژيروسکوپی و چرخش قوسی در طیف فرکانسی ژنراتور مشاهده گردید که با تغییر دور محور، این فرکانس هم تغییر می‌کند. همچنین در نمودارهای طیف فرکانسی ژنراتور، فرکانس‌های متعدد دیگری با دامنه کم نیز مشاهده شدند که وجود رفتار آشوبناک را تایید می‌کنند. در ارتعاشات هیدروتوربین، رفتارهای دینامیکی هارمونیک و شبه-هارمونیک مشاهده شد و همین‌طور با توجه به مدل‌سازی کوپل هیدروتوربین و ژنراتور، در برخی سرعت‌ها اثر متقابل ژيروسکوپی بر روی هیدروتوربین هم مشاهده می‌شود که باعث ایجاد فرکانس‌های جدید می‌شود و دامنه آن‌ها با توجه به وجود آب‌بند مکانیکی کاهش می‌یابد از طرفی با توجه به نمودارهای طیف فرکانسی هیدروتوربین با افزایش سرعت دوران، تاثیر پدیده ژيروسکوپی روی رفتار دینامیکی هیدروتوربین کمتر می‌شود ولی در ارتعاشات ژنراتور، رفتارهای شبه-متناوب و آشوبناک اتفاق افتاد. با توجه به بررسی‌ها و تحلیل‌های انجام گرفته، می‌توان نتیجه گرفت که وجود چرخش قوسی و بالطبع اثر ژيروسکوپی در ژنراتور باعث رفتارهای دینامیکی پیچیده‌ای مانند شبه-متناوب و آشوبناک می‌شوند، همین‌طور وجود آب‌بند مکانیکی باعث کاهش دامنه هارمونیک‌های اضافی در ارتعاشات جانبی هیدروتوربین می‌شود. همچنین تغییر سرعت دورانی بر این رفتارها تاثیرگذار بوده و افزایش آن باعث کاهش پیچیدگی رفتار دینامیکی ماشین می‌شود که می‌توان از این نتیجه برای پرهیز از رخ دادن آشوب در چنین سیستم‌هایی استفاده نمود. از طرفی این تحلیل‌های دقیق برای عیب‌یابی به کمک آنالیز ارتعاشات نیز مفید خواهد بود و وجود فرکانس‌های جدید باعث سردرگمی نخواهد شد، با توجه به تاثیر پارامترهای

هندسی نظیر ابعاد و فاصله‌های یاتاقان‌بندی و به میزان ارتعاشات ماشین، می‌توان از آن در طراحی و ساخت این سیستم‌ها استفاده کرد. تحلیل و بررسی رفتار دینامیکی می‌تواند به کنترل ارتعاشات ماشین در شرایط مختلف کمک کند که باعث تولید برق با کیفیت و پایدار می‌شود.

همچنین با جلوگیری از ارتعاشات آشوبناک، از آسیب دیدن ژنراتور و هیدروتوربین نیز جلوگیری می‌شود که باعث افزایش بازده ماشین در عملیات تولید برق و کاهش توقف آن می‌شود. با توجه به این که یکی از روش‌های بسیار کارآمد در تشخیص خطای ژنراتور و موتورهای الکتریکی بررسی پیوسته جریان فازهای استاتور است که به خوبی قادر به تشخیص اغلب خطاها و تحلیل مشخصه فرکانسی آن است، می‌توان به تاثیر ارتعاشات به ایجاد فرکانس‌ها، نویزها و هارمونیک‌های اضافی در جریان ژنراتور پی‌برد. ارتعاشات آشوبناک نوعی از حرکت‌های دینامیکی است که ناپایداری محسوب نمی‌شود ولی به دلیل نامنظمی آن و اینکه قابل پیش‌بینی نیست، معمولاً از آن پرهیز می‌گردد. البته افزایش شدت ارتعاشات آشوبناک می‌تواند اثرات مخربی بر روی سیستم داشته باشد و همچنین باعث ایجاد ناپایداری در مجموعه گردد. با توجه به اینکه وجود ارتعاشات آشوبناک برای سیستم مضر است با جلوگیری از رخداد آن می‌توان از برخی ناپایداری‌ها نیز اجتناب کرد.

References

مراجع

- [1] B.B. Xu, D.Y. Chen, H. Zhang, C. Li, J. Zhou, "Shaft mis-alignment induced vibration of a hydraulic turbine generating system considering parametric uncertainties", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 435, pp. 74-90, Nov. 2018 (doi: 10.1016/j.jsv.2018.08.008).
- [2] Z. Song, Y. Liu, P. Guo, J. Feng, "Torsional vibration analysis of hydro-generator set considered electromagnetic and hydraulic vibration resources coupling", *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, vol. 19, no. 7, pp. 939-945, July 2018 (doi: 10.1007/s12541-018-0111-2).
- [3] J.J. Perez-Loya, C.J.D. Abrahamsson, U. Lundin, "Electromagnetic losses in synchronous machines during active compensation of unbalanced magnetic pull", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 66, no. 1, pp. 124-131, April 2018 (doi: 10.1109/tie.2018.2827991).
- [4] C. Trivedi, "A review on fluid structure interaction in hydraulic turbines: A focus on hydrodynamic damping", *Engineering Failure Analysis*, vol. 77, pp. 1-22, July 2017 (doi: 10.1016/j.engfailanal.2017.02.02-1).
- [5] O. Giannini, "Unstable transient response of gyroscopic systems with stable eigenvalues", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 75, pp. 1-10, June 2016 (doi: 10.1016/j.ymssp.2016.01.008).
- [6] X. H. Zeng, H. Wu, J. Lai, Y. Yu, "The effect of wheel set gyroscopic action on the hunting stability of high-speed trains", *Vehicle System Dynamics*, vol. 55, no. 6, pp. 924-944, June 2017 (doi: 10.1080/00423114.20-17.1293833).
- [7] H. Ma, H. Li, X. Zhao, H. Niu, B. Wen, "Effects of eccentric phase difference between two discs on oil-film instability in a rotor-bearing system", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 41, no. 1-2, pp. 526-545, Dec. 2013 (doi: 10.1016/j.ymssp.2013.05.006).
- [8] B.B. Xu, D.Y. Chen, H. Zhang, R. Zhou, "Dynamic analysis and modeling of a novel fractional-order hydro-turbine-generator unit", *Nonlinear Dynamics*, vol. 81, pp. 1263-1274, Aug. 2015 (doi: 10.1007/s11071-015-2066-5).
- [9] L.K. Zhang, Z.Y. Ma, B.W. Song, "Dynamic characteristics of a rub-impact rotor-bearing system for hydraulic generating set under unbalanced magnetic pull", *Archive of Applied Mechanics*, vol. 83, no. 6, pp. 17-830, June 2013 (doi: 10.1007/s00419-012-0719-0).
- [10] T.H. Patel, M.J. Zuo, X. Zhao, "Nonlinear lateral-torsional coupled motion of a rotor contacting a viscoelastically suspended stator", *Nonlinear Dynamics*, vol. 69, no. 1-2, pp. 325-339, July 2012 (doi: 10.1007/s-11071-011-0267-0).
- [11] S.E. Masalegoo, A. Soleimani, "Electromechanical analysis of coupled motor-gearbox vibrations with planetary gears", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, vol. 14, no. 56, pp. 151-168, Feb. 2022 (in Persian) (dor: 20.1001.1.23223871.1402.14.56.8.8).
- [12] J. Mostafaei, S. Mobayen, B. Vaseghi, M. Vahedi, "Dynamical analysis and finite-time fast synchronization of a novel autonomous hyper-chaotic system", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, vol. 12, no. 47, pp. 73-93, Dec. 2021 (in Persian) (dor: 20.1001.1.23223871.1400.12.3.6.6).
- [13] A. Shoulaie, M. Bayati-Poudeh, G. Shahgholian, "Damping torsional torques in turbine-generator shaft by novel PSS based on genetic algorithm and fuzzy logic", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, vol. 1, no. 2, pp. 3-10, Sep. 2010 (in Persian) (dor: 20.1001.1.23223871.1389.1.2.1.2).

- [14] A. Soleimani, S.E. Khadem, "Experimental fault detection of a ball bearing using chaotic behavior features of a vibration signal", *Modares Mechanical Engineering*, vol. 15, no. 2, pp. 289-297, April 2015 (in Persian) (dor: 20.1001.1.10275940.1394.15.2.20.8).
- [15] Y. Shi, J. Zhou, "Stability and sensitivity analyses and multi-objective optimization control of the hydro-turbine generator unit", *Nonlinear Dynamics*, vol. 107, pp. 2245-2273, Feb. 2022 (doi: 10.1007/s11071-021-07009-7).
- [16] K. Zhuang, S. Huang, X. Fu, L. Chen, "Nonlinear hydraulic vibration modeling and dynamic analysis of hydro-turbine generator unit with multiple faults", *Energies*, vol. 15, no. 9, Article Number: 3386, May 2022 (doi: 10.3390/en15093386).
- [17] J. Li, D. Chen, G. Liu, X. Gao, K. Miao, Y. Li, B. Xu, "Analysis of the gyroscopic effect on the hydro-turbine generator unit", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 132, pp. 138-152, Oct. 2019 (doi: 10.1016/j.ymssp.2019.06.020).
- [18] Y. Shi, J. Zhou, X. Lai, Y. Xu, W. Guo, B. Liu, "Stability and sensitivity analysis of the bending-torsional coupled vibration with the arcuate whirl of hydro-turbine generator unit", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 149, Article Number: 107306, Feb. 2021 (doi: 10.1016/j.ymssp.2020.107306).
- [19] W. Sun, Z. Guo, "Mathematical modeling and nonlinear vibration analysis of a coupled hydro-generator shaft-foundation system", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 98, Article Number: 105776, July 2021 (doi: 10.1016/j.cnsns.2021.105776).
- [20] G. Kahraman, O. Ozdemir, "Mathematical modeling of vibration failure caused by balancing effect in hydraulic turbines", *Mechanics Based Design of structures and Machines*, vol. 51:3, pp. 1489-1500, Jan. 2021 (doi: 10.1080/15397734.2021.1873148).

زیر نویس ها

- 1. Arcuate whirl
- 2. Gyroscopic effect
- 3. Unbalanced magnetic pull
- 4. Fluid Solid Interactions
- 5. Rotor Stator Interactions
- 6. Flutter
- 7. Bifurcation diagram
- 8. Poincare map
- 9. Lyapunov exponents
- 10. Governor
- 11. Pelton wheel
- 12. Francis turbine
- 13. Kaplan turbine
- 14. Hydroturbine runner
- 15. Inclined vibration
- 16. Heaviside function
- 17. Runge-Kutta fourth-order method
- 18. Matlab
- 19. Fast Fourier transform
- 20. Quasi periodic
- 21. Fixed point