

استخراج روابط سینماتیکی و تحلیل اجزای محدود تنش در پوسته‌ی انعطاف‌پذیر جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو

محمد شیشه ساز^۱، شهرام هاشمی^۲

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۷/۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۲/۸

چکیده:

در این تحقیق روابط سینماتیکی در پوسته‌ی جعبه دنده‌ی هارمونیک درایوی که چرخ‌دنده‌ی صلب آن ثابت است استخراج شده‌اند. بر اساس روابط بدست آمده این نتیجه حاصل شده است که به ازای جمیع مقادیر بار اعمال شده، نسبت جابجایی قائم به افقی در پوسته‌ی یاد شده ثابت بوده و فقط به ابعاد هندسی آن بستگی دارد. همچنین، حداکثر تفاوت بین دندانه‌های چرخ‌دنده‌ی صلب و انعطاف‌پذیر باید برابر ۲ باشد. ضمن مقایسه‌ی چرخ‌دنده‌ی انعطاف‌پذیر با پوسته‌ی استوانه‌ای شکلی که تحت بار متمرکز P قرار گرفته ضریب اصلاح C_f برای ابعاد مختلف پوسته‌ی انعطاف‌پذیر استخراج شده است. این ضریب می‌تواند نقش عمده‌ای در طراحی و ساخت پوسته‌ی انعطاف‌پذیر ایفا نماید. بدینوسیله می‌توان حداکثر باری را که باعث درگیری کامل دندانه‌ها می‌شود محاسبه نمود.

کلمات کلیدی: جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو، پوسته‌ی انعطاف‌پذیر، روابط سینماتیکی، تنش

۱- مقدمه

سرعت و تبدیل حرکت خطی به دورانی (و برعکس) و یا دورانی به دورانی استفاده می‌شود. از جمله‌ی این موارد می‌توان بالابرها و پله‌های برقی، محرک آنتن‌ها و رادارهای مختلف، پاهای و بازوهای مصنوعی [۲-۴]، ربات‌ها [۵-۹]، صنایع فضائی [۱۰-۱۱] و نظامی را نام برد. همچنین، به دلیل آب‌بندی بالای این جعبه دنده‌ها، از آنها به منظور انتقال توان در عملگرهای شیرهای آب‌بندی شده، محرک میله‌های کنترل راکتورهای هسته‌ای و موارد پزشکی نیز استفاده می‌شود.

چرخ‌دنده‌های انعطاف‌پذیر از نوع هارمونیک درایو گروهی از سیستم‌های انتقال قدرت و یا تبدیل سرعت محسوب می‌شوند که از آنها به منظور انتقال گشتاور همراه با تبدیل دور بالا استفاده می‌شود. تبدیل دور در این جعبه دنده‌ها به یک میلیونوم (یا برعکس) نیز می‌رسد [۱]. این نوع جعبه دنده‌ها به دلیل اشغال حجم کم و تبدیل دور بسیار بالا همراه با دقت عمل ویژه، اهمیت شایانی را در صنایع مختلف پیدا نموده‌اند. امروزه از این چرخ‌دنده‌ها بطور گسترده در صنایع مختلف به منظور کاهش

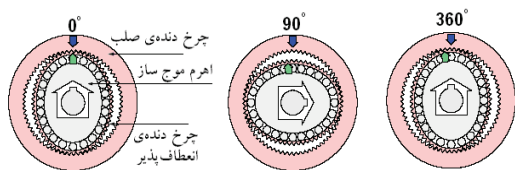
۱- استاد- دانشکده‌ی مهندسی- دانشگاه شهید چمران، mshishehsaz@scu.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد- دانشکده مکانیک- دانشگاه شهید چمران

توجه به ثابت بودن چرخ دنده‌ی صلب، به ازای یک دور کامل اهرم موج‌ساز در جهت ساعتگرد، پوسته‌ی انعطاف‌پذیر به میزان دو دندانه در جهت پادساعتگرد نسبت به چرخ دنده‌ی صلب می‌چرخد (شکل ۲-الف). می‌توان با در نظر گرفتن مقادیر و جهت‌های مختلف برای دوران هر یک از اعضا، نسبت سرعت زاویه‌ای خروجی به ورودی و نیز جهت آن را کنترل نمود (شکل ۲-ب). در هر حالت، نسبت تبدیل دور به تعداد دندانه‌های واقع بر چرخ دنده‌ی انعطاف‌پذیر و چرخ دنده‌ی صلب دارد.



شکل (۱): اجزای گسترده‌ی جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو



شکل ۲-الف: نحوه‌ی عملکرد جعبه‌ی دنده‌ی هارمونیک درایو با چرخ دنده‌ی صلب ثابت

راندمان کاری این نوع چرخ دنده‌ها بالا و با توجه به نحوه‌ی روغنکاری و طراحی دندانه‌ها از ۶۰٪ الی ۹۰٪ متغیر است. از آنجا که بیشتر دندانه‌های واقع بر پوسته‌ی انعطاف‌پذیر با دندانه‌های

Dhaouadi [۱۲]، اثر هیستروسیس را در این جعبه دنده‌ها بررسی نمود. Kayabasi و همکاران وی [۱۳]، بهینه‌سازی شکل دندانه‌های چرخ دنده‌ی انعطاف‌پذیر را در یک جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو از روش اجزای محدود مورد بررسی قرار دادند. Ardelean [۱۴]، به کمک نرم‌افزار CATIA پوسته‌ی یک جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو را مورد بررسی قرار داد. سپس، نتایج بدست آمده از نرم‌افزار یاد شده با نتایج حاصل از آزمایشات مقایسه گردید. Kikuchi و همکاران وی [۱۵]، ضمن مدل سازی قشر روغنی که از آن در روغنکاری جعبه دنده استفاده می‌شود، تنش بوجود آمده در پوسته‌ی انعطاف‌پذیر را در یک جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو بررسی نمودند. Ianici و همکاران وی [۱۶]، عملکرد و ساخت نوع جدیدی از محرکه‌ی هارمونیک را که اصطلاحاً سیستم انتقال هارمونیک دابل (double Harmonic Transmission) نامیده می‌شود بررسی نمودند. Rheume و همکاران وی [۱۷]، به کمک تحلیل اجزای محدود، مقاومت پیشگی پوسته‌ی انعطاف‌پذیر یک جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو را بررسی نمودند نتایج اجزای محدود آنها تفاوت قابل ملاحظه‌ای را با مقادیر کارخانه‌ی سازنده نشان می‌داد.

تعیین پارامترهای مهم در طراحی و اثر مستقیم آنها بر عملکرد جعبه دنده، روابط سینماتیکی و مسائل مشابه تقریباً صفر و متأسفانه اطلاعات موجود در زمینه‌ی طراحی و کارکرد بهینه‌ی این نوع جعبه دنده‌ها یا ناقص بوده و یا به دلیل کاربردهای نظامی و هسته‌ای آنها بسیار محدود بوده و از انتشار آنها ممانعت شده است. مطالب به چاپ رسیده جنبه‌های کلی و تجاری را منظور نموده است [۱۸]. بنابراین نیاز مبرم به تحقیقات در این زمینه و تجزیه و تحلیل این نوع جعبه دنده‌ها جهت نیل به اهداف فوق ضروری به نظر می‌رسد.

چرخ دنده‌های یاد شده دارای سه قسمت اساسی می‌باشند که در شکل (۱) نشان داده شده‌اند. در خلال حرکت، با توجه به دور خروجی موردنظر یکی از این اعضا می‌تواند ثابت و عضوهای دیگر متحرک باشند. شکل (۲) نحوه‌ی عملکرد این نوع جعبه دنده‌ها را در حالتی که چرخ دنده‌ی صلب ثابت باشد نشان می‌دهد. در این حالت اگر اهرم موج‌ساز محرک و چرخ دنده‌ی انعطاف‌پذیر متحرک (خروجی) فرض شود در آن صورت با

انعطاف پذیر، و بر اساس شکل ۳-ج، W_v حداکثر خیز مجاز این چرخ‌دنده در راستای قائم پس از بارگذاری است. پس از بارگذاری توسط اهرم موج‌ساز، چرخ‌دنده‌ی انعطاف‌پذیر که دارای قطری کمتر از چرخ‌دنده‌ی صلب است بیضی شکل شده و در نهایت، با توجه به شکل‌های ۳-د و ۳-ه، طول OA برابر است با:

$$OA = R_r - W_h + t + h + \delta \quad (2)$$

در جاییکه δ حداکثر فاصله بین نوک دندانه‌ی چرخ دنده‌ی انعطاف پذیر و ریشه‌ی دندانه‌ی روبرو از چرخ‌دنده‌ی صلب پس از بارگذاری است. از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که:

$$W_v + W_h = \delta \quad (3)$$

اگر نسبت $\frac{W_v}{W_h}$ را ϕ نامیده و اندازه‌ی δ حداقل، یعنی برابر عمق دندانه یا h در نظر گرفته شود در آن صورت می‌توان نشان داد که:

$$W_h = \frac{h}{1 + \phi} \quad (4)$$

می‌توان نشان داد که اندازه‌ی شعاع R_r بر حسب ϕ از رابطه‌ی (۶) حاصل می‌شود.

$$R_r = (R + t) + h \left(\frac{2\phi + 1}{\phi + 1} \right) \quad (5)$$

اگر نوع هر یک از دندانه‌ها به صورت اینولت در نظر گرفته شود، به فرض آن که $a=m$ ، $b=1/2.5m$ ، a و b به ترتیب اندام و دی‌ندم هر یک از چرخ‌دنده‌ها می‌باشد، شعاع دایره‌ی گام چرخ‌دنده‌ی انعطاف پذیر برابر است با:

$$r_p = R + t + 1.25m \quad (6)$$

بر همین اساس، شعاع چرخ‌دنده‌ی صلب برابر است با:

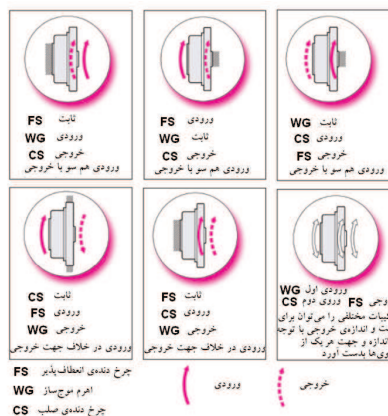
$$r_r = R + t + m \left(\frac{3.25\phi + 1}{\phi + 1} \right) \quad (7)$$

با توجه به روابط (۷) و (۸)، تعداد دندانه‌ها بر هر یک از چرخ‌دنده‌های انعطاف‌پذیر (پینیون) و صلب به ترتیب برابرند با:

$$N_p = \left(\frac{2(R + t)}{m} \right) + 2.5 \quad (8)$$

$$N_r = \left(\frac{2(R + t)}{m} \right) + 2 \left(\frac{3.25\phi + 1}{\phi + 1} \right) \quad (9)$$

داخلی حلقه‌ی خارجی درگیرند (حدود ۳۰ درصد دندانه‌ها)، نسبت تماس در این چرخ‌دنده‌ها بسیار بالا بوده و در نتیجه عمر دندانه‌ها به میزان قابل توجهی در مقایسه با چرخ‌دنده‌های معمولی افزایش می‌یابد. در این جعبه دنده‌ها می‌توان از موج‌سازهای مختلفی استفاده نمود که علاوه بر مورد فوق، می‌توان از موج‌سازهای سیاره‌ای غلطکی، بادامکی بیضوی و غلطکی سرعتی نام برد.



شکل ۲-ب: جهت دوران خروجی (متحرک) به ازای دوران محرک (ورودی) در حالات مختلف

۲- تحلیل سینماتیکی جعبه دنده‌ی هارمونیک

۲-۱- استخراج روابط اولیه

قسمتی از چرخ‌دنده‌ی صلب و پوسته‌ی انعطاف پذیر یک جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو را مطابق شکل ۳-الف در نظر می‌گیریم. با توجه به این شکل، ملاحظه می‌شود که بار اعمال شده توسط اهرم موج‌ساز پوسته‌ی انعطاف‌پذیر را به سمت چرخ دنده‌ی صلب خم نموده و با درگیر شده دندانه‌ها پوسته‌ی انعطاف‌پذیر شروع به چرخش می‌کند.

شکل ۳-ب موقعیت موقعیت دیگر دندانه‌ها را در هنگام درگیری کامل در A نشان می‌دهد. به منظور استخراج روابط سینماتیکی، با توجه به شکل ۳-ج، شعاع داخلی چرخ‌دنده‌ی صلب از رابطه ۱ حاصل می‌شود.

$$R_r = R + W_v + h + t \quad (1)$$

در این رابطه، R_r شعاع چرخ‌دنده‌ی صلب، R شعاع چرخ دنده‌ی انعطاف پذیر، h عمق دندانه، t ضخامت پوسته چرخ‌دنده‌ی

به منظور دستیابی به روابط فوق، از عبارت $d=mN$ استفاده شده است (در این رابطه d قطر دایره‌ی گام و m مدول هر یک از چرخ‌دنده‌ها است). اگر اختلاف بین دندانه‌های چرخ‌دنده‌ی صلب و چرخ‌دنده‌ی انعطاف پذیر ΔN باشد در آن صورت از روابط (۸) و (۹) خواهیم داشت:

$$\Delta N = \left(\frac{8\phi - 1}{2(\phi + 1)} \right) \quad (10)$$

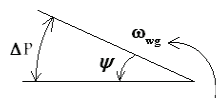
۲-۲- نسبت سرعت زاویه‌ای شافت خروجی به ورودی

اگر اختلاف بین محیط چرخ‌دنده‌ی انعطاف پذیر با چرخ‌دنده‌ی صلب توسط ΔP نشان داده شود در آن صورت:

$$\Delta P = \pi(d - d_r) \quad (11)$$

در جائیکه d و d_r به ترتیب قطر هر یک از چرخ‌دنده‌های انعطاف پذیر و صلب می‌باشند. اگر زاویه‌ای باشد که نقطه‌ای از چرخ‌دنده‌ی انعطاف پذیر به ازای یک دور گردش موج ساز ایجاد می‌کند، (شکل ۴)، در آن صورت می‌توان نشان داد که:

$$\psi = \frac{\Delta P}{R} \quad (12)$$



شکل (۴): جابجائی نقطه‌ای بر محیط اهرم موج ساز

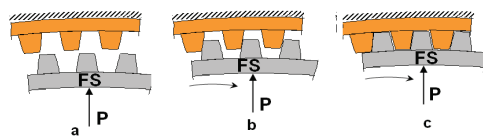
از روابط فوق می‌توان اثبات نمود که سرعت زاویه‌ای چرخ‌دنده‌ی انعطاف پذیر، ω_f بر حسب سرعت زاویه‌ای اهرم موج ساز، ω_{wg} برابر است با:

$$\omega_f = \omega_{wg} \left(\frac{N_p - N_r}{N_p} \right) \quad (13)$$

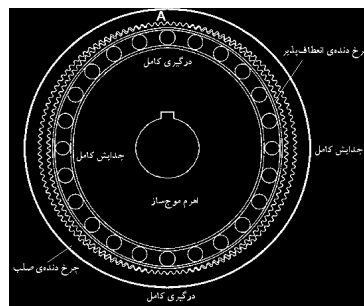
رابطه‌ی فوق نشان می‌دهد با توجه به تفاضل کم بین دندانه‌های دو چرخ‌دنده (این مطلب بعداً اثبات خواهد شد)، نسبت تبدیل دور در این جعبه دنده‌ها بسیار بالا است.

۳- مدل‌سازی جابجایی‌ها در پوسته‌ی انعطاف پذیر

پوسته‌ی انعطاف پذیر جعبه دنده‌ی هارمونیک درآبوی را مطابق شکل ۵- الف در نظر می‌گیریم. اگر برآیند نیروهایی را که از طرف اهرم موج ساز بر پوسته وارد می‌شود P بنامیم در آن

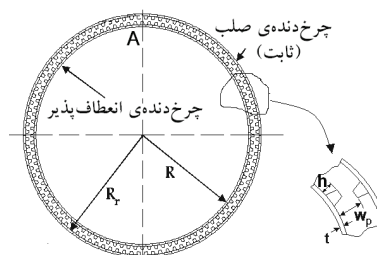


الف. نحوه‌ی درگیری دندانه‌ها به ازای بار اعمال شده توسط اهرم موج‌ساز

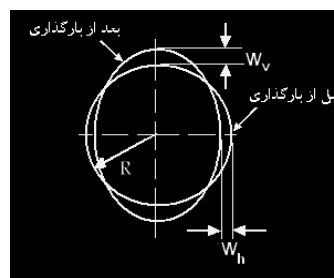


ب. موقعیت دیگر دندانه‌های چرخ دنده‌ی صلب و انعطاف‌پذیر در هنگام

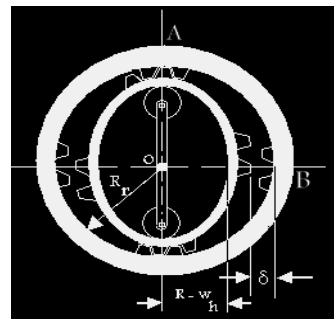
درگیری کامل در نقطه‌ی A



ج. قبل از بارگذاری

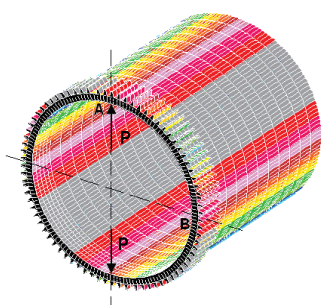


د. موقعیت چرخ دنده‌ی انعطاف‌پذیر قبل و بعد از بارگذاری

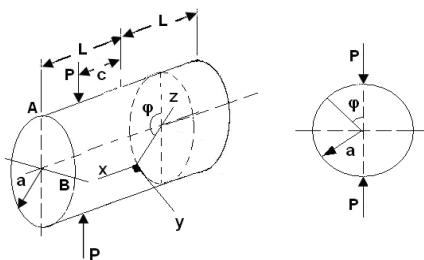


ه. موقعیت دندانه‌ها پس از بارگذاری

شکل (۳): موقعیت چرخ‌دنده‌ی صلب خارجی نسبت به پوسته‌ی انعطاف پذیر قبل و بعد از بارگذاری



الف. پوسته (چرخ‌دنده‌ی) انعطاف پذیر



ب. پوسته‌ی استوانه‌ای شکل

شکل (۵): مقایسه پوسته‌ی استوانه‌ای شکل و چرخ‌دنده‌ی انعطاف پذیر تحت بار متمرکز P

از مقایسه‌ی روابط (۱۷) و (۱۸) ملاحظه می‌شود که $\phi > 0$ است زیرا $|w_v| > |w_h|$. نسبت دو جابجایی یاد شده در پوسته‌ی استوانه‌ای شکل برابر است با:

$$\xi = \left(\frac{w_v}{w_h} \right)_{\text{استوانه}} = \frac{\frac{pa^3}{\pi DL} \sum_{n=2,4,6,\dots} \frac{1}{(n^2-1)^2} \left\{ 1 + \frac{n^2 L^2}{\left[\frac{1}{3} n^2 L^2 + 2(1-\nu)a^2 \right]} \right\}}{\frac{pa^3}{\pi DL} \sum_{n=2,4,6,\dots} \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{(n^2-1)^2} \left\{ 1 + \frac{n^2 L^2}{\left[\frac{1}{3} n^2 L^2 + 2(1-\nu)a^2 \right]} \right\}} \quad (19)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود این نسبت تابعی از بار اعمال شده نیست. به عبارتی دیگر، به ازای شعاع ثابتی از استوانه و طول آن، به ازای جمیع مقادیر بار اعمال شده مقدار ξ ثابت است. بعداً، نشان داده خواهد شد که نتایج حاصل از تحلیل اجزای محدود پوسته‌ی انعطاف پذیر منجر به همین نتیجه خواهد شد. بر این اساس، اگر این نسبت برای چرخ‌دنده‌ی انعطاف پذیر از قبل مشخص باشد، می‌توان با رعایت نکات زیر، بجای تحلیل پوسته‌ی انعطاف پذیر که نیاز گسترده به مدل‌سازی و تحلیل نرم افزاری آن دارد اقدام به محاسبه‌ی نسبت یاد شده نمود. بدین منظور چنانچه:

صورت ضمن صرف نظر از نیروی اعمال شده از دندانه‌های دو چرخ‌دنده بر یکدیگر و اثر دندانه‌ها بر سختی خمشی پوسته‌ی انعطاف پذیر، نوع بارگذاری بر این پوسته شبیه به پوسته‌ی استوانه‌ای شکلی است که در شکل ۵-ب نشان داده شده است. می‌توان نشان داد که میدان جابجایی در پوسته‌ی استوانه‌ای شکل از روابط زیر حاصل می‌شود [۱۹].

(۱۵)

$$u = \frac{pa^2}{\pi DL} \sum_{n=2,4,6,\dots} \frac{\text{accosn}\phi}{(n^2-1)^2 \left[\frac{1}{3} n^2 L^2 + 2(1-\nu)a^2 \right]}$$

$$v = \frac{pa^2}{\pi DL} \sum_{n=2,4,6,\dots} \left\{ \frac{1}{n(n^2-1)^2} + \frac{ncx}{(n^2-1)^2 \left[\frac{1}{3} n^2 L^2 + 2(1-\nu)a^2 \right]} \right\} \text{sinn}\phi$$

$$w = \frac{pa^2}{\pi DL} \sum_{n=2,4,6,\dots} \left\{ \frac{1}{(n^2-1)^2} + \frac{n^2 cx}{(n^2-1)^2 \left[\frac{1}{3} n^2 L^2 + 2(1-\nu)a^2 \right]} \right\} \text{cosn}\phi$$

u و v و w بترتیب جابجایی‌ها در راستای x ، y و z می‌باشند. در رابطه‌ی فوق c فاصله‌ی نیرو تا مرکز استوانه، L نصف طول استوانه، p بار اعمال شده، a شعاع استوانه، ϕ زاویه‌ی بین راستای نیرو و خط شعاعی (شکل ۵-ب) و ν ضریب پواسون است. پارامتر D (مقاومت خمشی پوسته) برابر است با:

$$D = \frac{Et^2}{12(1-\nu^2)} \quad (16)$$

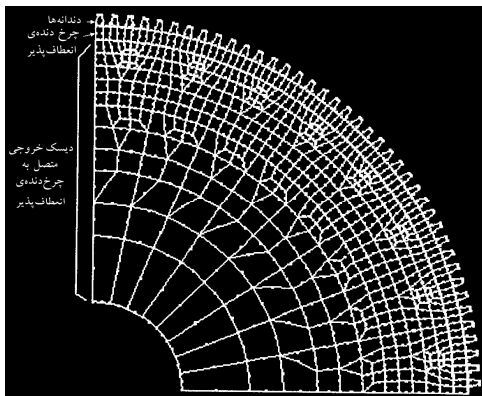
در این رابطه، E مدول الاستیسیته و t ضخامت پوسته است. اگر در شکل ۵-ب جابجایی نقاط A و B در پوسته‌ی استوانه‌ای شکل را به ترتیب w_h و w_v بنامیم در آن صورت اگر مقدار c را برابر L فرض شود می‌توان نوشت:

$$w_v = \frac{pa^2}{\pi DL} \sum_{n=2,4,6,\dots} \frac{1}{(n^2-1)^2} \left\{ 1 + \frac{n^2 L^2}{\left[\frac{1}{3} n^2 L^2 + 2(1-\nu)a^2 \right]} \right\} \quad (17)$$

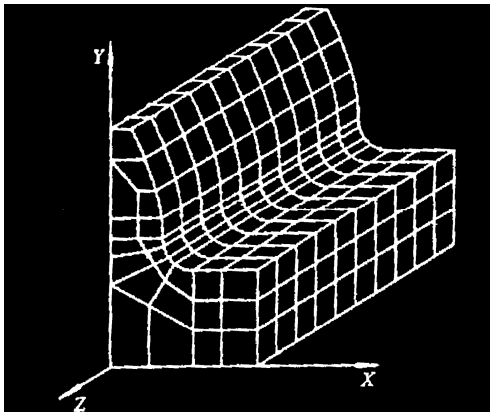
لازم به ذکر است که مقدار جابجایی فوق به ازای $\phi = 0$ در $x=L$ رخ می‌دهد. جابجایی نقطه‌ی B ($\phi = \pi/2$ در $x=L$) از رابطه‌ی (۱۸) حاصل می‌شود.

(۱۸)

$$w_h = \frac{pa^2}{\pi DL} \sum_{n=2,4,6,\dots} \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{(n^2-1)^2} \left\{ 1 + \frac{n^2 L^2}{(n^2-1)^2 \left[\frac{1}{3} n^2 L^2 + 2(1-\nu)a^2 \right]} \right\}$$



شکل ۶-الف: نمای المان‌بندی شده‌ی چرخ‌دنده‌ی انعطاف‌پذیر و دیسک آن



شکل ۶-ب: نمای المان‌بندی شده‌ی نیمی از یک دندانه‌ی متصل به پوسته‌ی انعطاف‌پذیر

شکل (۸) منحنی تغییرات C_f را بر حسب طول چرخ‌دنده‌ی انعطاف‌پذیر به ازای طیف گسترده‌ای از بار اعمال شده که در جدول (۱) آورده شده نشان می‌دهد. بر اساس این شکل می‌توان با در دست داشتن فاکتور C_f برای جعبه دنده‌ی هارمونیک مورد نظر، نسبت w_v/w_h را در چرخ‌دنده‌ی انعطاف‌پذیر را از حاصل ضرب این عدد در ξ بدست آورد عدد ξ از معادله‌ی (۱۹) محاسبه می‌شود. بدین ترتیب نیاز مبرم به مدل‌سازی پوسته‌ی انعطاف‌پذیر و تحلیل اجزای محدود آن را از بین می‌رود.

$$C_f = \frac{(w_v / w_h)_{\text{پوسته‌ی انعطاف‌پذیر}}}{(w_v / w_h)_{\text{استوانه}}} \Rightarrow C_f = \frac{\phi}{\xi}$$

$$C_f = \frac{(w_v / w_h)}{(w_v / w_h)} \Rightarrow C_f = \frac{\phi}{\xi} \quad (20)$$

فاکتور C_f در حقیقت نمایانگر اثر دندانه‌ها بر پوسته‌ی انعطاف‌پذیر در مقایسه با پوسته‌ی استوانه‌ای شکل است. بعداً نشان داده خواهد شد که در پوسته‌ی چرخ‌دنده‌ی انعطاف‌پذیر مورد بحث، ϕ برابر ۱/۲۵ است. در نتیجه:

$$C_f = 1/25(\xi)^{-1} \quad (21)$$

۴- مدل‌سازی اجزای محدود چرخ‌دنده‌ی انعطاف‌پذیر

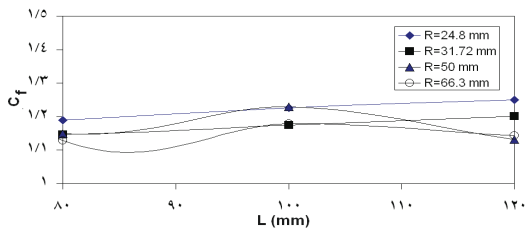
به منظور مطالعه‌ی اثر بارگذاری بر میدان جابجایی، جابجایی‌های نقاط A و B، ابتدا پوسته‌ی انعطاف‌پذیر در محیط ANSYS مدل‌سازی گردید. به دلیل تقارن، فقط یک چهارم پوسته مدل‌سازی شده و المان‌بندی گردید. شکل (۶) نمای اجزای محدود پوسته‌ی انعطاف‌پذیر را نشان می‌دهد.

۵- بررسی نتایج

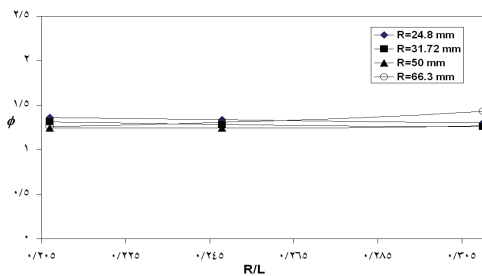
پس از تعیین تعداد المان‌های مناسب در تحلیل پوسته، اثر شعاع پوسته، طول و بار اعمال شده بر جابجایی نقاط A و B بررسی گردید. جدول (۱) نتایج بدست آمده را برای حالات مختلف نشان می‌دهد. در این جدول، L طول پوسته‌ی انعطاف‌پذیر است. همچنین، منحنی تغییرات ΔN بر حسب ϕ در شکل (۷) رسم شده است. از آنجا که ϕ باید بزرگتر از صفر بوده و ΔN عددی صحیح باشد بنابراین فقط می‌توان یکی از ارقام ۲ و ۳ را برای ΔN در نظر گرفت. دو عدد یاد شده به ترتیب به ازای $\phi = 1/25$ و $3/5$ حاصل می‌شوند. از نتایج مندرج در جدول ۱ این نتیجه استنباط می‌شود که به ازای جمیع مقادیر بار اعمال شده و ابعاد پوسته‌ی انعطاف‌پذیر، دستیابی به عدد $3/5$ برای ϕ خارج از انتظار است.

جدول (۱): مقادیر مختلف نسبت جابجایی قائم به افقی $(\frac{W_v}{W_k})$ پوسته‌ی انعطاف پذیر و استوانه به ازای بار و ابعاد مختلف

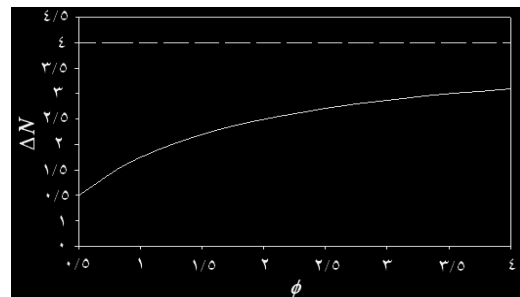
R (mm)	P (N)	L = ۸۰ mm		L = ۱۰۰ mm		L = ۱۲۰ mm	
		$(\frac{W_v}{W_k})$ استوانه	$(\frac{W_v}{W_k})$ پوسته	$(\frac{W_v}{W_k})$ استوانه	$(\frac{W_v}{W_k})$ پوسته	$(\frac{W_v}{W_k})$ استوانه	$(\frac{W_v}{W_k})$ پوسته
۲۴/۸۰	۱۴۰	۱/۰۹۴	۱/۳۰۲۵	۱/۰۹۲	۱/۳۳۹۷	۱/۰۹۱	۱/۳۶۳۵
	۴۲۰	۱/۰۹۴	۱/۳۰۲۵	۱/۰۹۲	۱/۳۳۹۷	۱/۰۹۱	۱/۳۶۳۵
	۸۴۰	۱/۰۹۴	۱/۳۰۲۵	۱/۰۹۲	۱/۳۳۹۷	۱/۰۹۱	۱/۳۶۳۵
	۱۴۰۰	۱/۰۹۴	۱/۳۰۲۵	۱/۰۹۲	۱/۳۳۹۷	۱/۰۹۱	۱/۳۶۳۵
	۲۸۰۰	۱/۰۹۴	۱/۳۰۲۵	۱/۰۹۲	۱/۳۳۹۷	۱/۰۹۱	۱/۳۶۳۵
۳۱/۷۲	۱۴۰	۱/۰۹۷	۱/۲۵۸۵	۱/۰۹۴	۱/۲۸۴۱	۱/۰۹۳	۱/۳۱۳۱
	۴۲۰	۱/۰۹۷	۱/۲۵۸۵	۱/۰۹۴	۱/۲۸۴۱	۱/۰۹۳	۱/۳۱۳۱
	۸۴۰	۱/۰۹۷	۱/۲۵۸۵	۱/۰۹۴	۱/۲۸۴۱	۱/۰۹۳	۱/۳۱۳۱
	۱۴۰۰	۱/۰۹۷	۱/۲۵۸۵	۱/۰۹۴	۱/۲۸۴۱	۱/۰۹۳	۱/۳۱۳۱
	۲۸۰۰	۱/۰۹۷	۱/۲۵۸۵	۱/۰۹۴	۱/۲۸۴۱	۱/۰۹۳	۱/۳۱۳۱
۵۰	۱۴۰	۱/۱۰۷	۱/۲۷۱۵	۱/۱۰۱	۱/۲۴۳۸	۱/۰۹۸	۱/۲۴۲۹
	۴۲۰	۱/۱۰۷	۱/۲۷۱۵	۱/۱۰۱	۱/۲۴۳۸	۱/۰۹۸	۱/۲۴۲۹
	۸۴۰	۱/۱۰۷	۱/۲۷۱۵	۱/۱۰۱	۱/۲۴۳۸	۱/۰۹۸	۱/۲۴۲۹
	۱۴۰۰	۱/۱۰۷	۱/۲۷۱۵	۱/۱۰۱	۱/۲۴۳۸	۱/۰۹۸	۱/۲۴۲۹
	۲۸۰۰	۱/۱۰۷	۱/۲۷۱۵	۱/۱۰۱	۱/۲۴۳۸	۱/۰۹۸	۱/۲۴۲۹
۶۶/۳	۱۴۰	۱/۱۱۷	۱/۴۳۱۳	۱/۱۰۹	۱/۳۰۷۹	۱/۱۰۴	۱/۲۶۱۳
	۴۲۰	۱/۱۱۷	۱/۴۳۱۳	۱/۱۰۹	۱/۳۰۷۹	۱/۱۰۴	۱/۲۶۱۳
	۸۴۰	۱/۱۱۷	۱/۴۳۱۳	۱/۱۰۹	۱/۳۰۷۹	۱/۱۰۴	۱/۲۶۱۳
	۱۴۰۰	۱/۱۱۷	۱/۴۳۱۳	۱/۱۰۹	۱/۳۰۷۹	۱/۱۰۴	۱/۲۶۱۳
	۲۸۰۰	۱/۱۱۷	۱/۴۳۱۳	۱/۱۰۹	۱/۳۰۷۹	۱/۱۰۴	۱/۲۶۱۳



شکل (۸): منحنی تغییرات C_f بر حسب L



شکل (۹): منحنی تغییرات ϕ بر حسب نسبت R/L

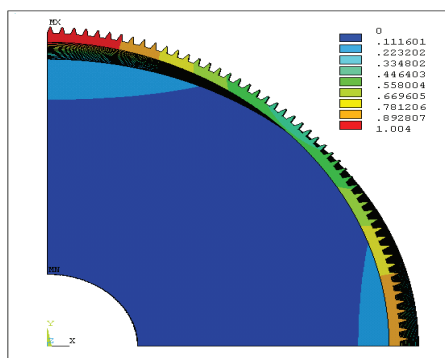


شکل (۷): منحنی تغییرات ΔN بر حسب ϕ در پوسته‌ی انعطاف پذیر

شکل (۹) منحنی تغییرات ϕ را بر حسب نسبت R/L نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود پارامتر یاد شده به ازای مقادیر مختلف R/L نسبتاً ثابت و برابر ۱/۳ است. این نتیجه، عدد تئوری ۱/۲۵ را برای ϕ به ازای ابعاد مختلف پوسته‌ی انعطاف پذیر تأیید می‌نماید.

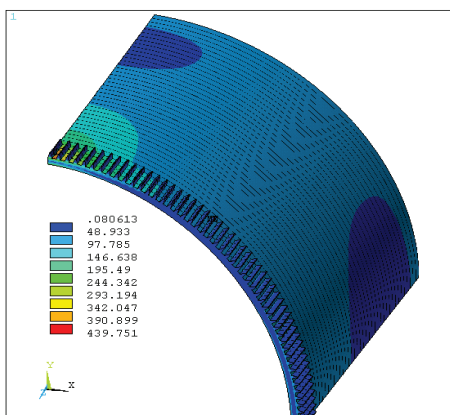
از دو شکل یاد شده می توان حداکثر نیرویی را که لازم است تا دو دندان را بطور کامل درگیر نماید محاسبه نمود. یقیناً هر نیرویی مازاد بر مقدار یاد شده باعث ایجاد تنش لهیدگی در دندانه ها و پوسته ی انعطاف پذیر خواهد شد. بنابراین، در طراحی و ساخت اهرم موج ساز با در نظر گرفتن حدکثر جابجایی مورد نیاز برای دندانه ها (پوسته) می توان نیروی مورد نیاز را برای این جابجایی مشخص نمود.

شکل (۱۱) نتایج حاصل از تحلیل اجزای محدود جابجایی های افقی و قائم پوسته ی انعطاف پذیر را نشان می دهد. در این شکل طول پوسته ی انعطاف پذیر ۸۰ mm و شعاع آن برابر ۶۶۳ mm است.



شکل (۱۱): تغییرات جابجایی در پوسته ی انعطاف پذیر

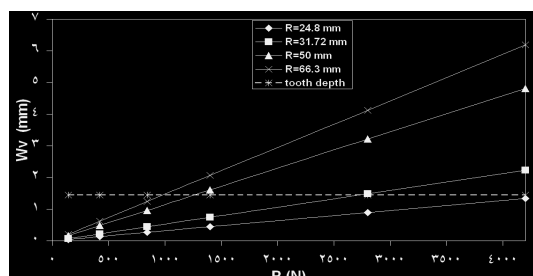
شکل های ۱۲ و ۱۳ منحنی تنش فون مایسز را در پوسته و حداکثر مقدار آن را که در ریشه ی دندان رخ می دهد نیز نشان می دهند.



شکل (۱۲): طیف تغییرات تنش فون مایسز در پوسته ی انعطاف پذیر به ازای

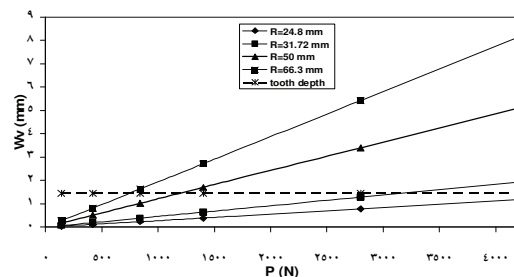
$$L = 80 \text{ mm} \text{ و } R = 663 \text{ mm}$$

با توجه به شکل ۳-الف، از آنجا که بار اعمال شده سبب می شود تا پوسته ی انعطاف پذیر خم شده و دندانه های آن به سمت دندانه های چرخ دنده ی صلب رانده شوند لذا لازم است تا نیروی مورد نیاز جهت درگیری کامل دندانه ها محاسبه شود. بدیهی است نیروی مازاد بر اندازه ی مورد نیاز جهت درگیری کامل دندانه ها باعث تنش های ناخواسته در هر یک از اجزا خواهد شد. شکل های (۱۰) و (۱۱)، منحنی تغییرات جابجایی قائم دندانه ها را بر حسب نیروی اعمال شده از طرف اهرم موج ساز در دو حالت مختلف نشان می دهند. همانطور که ملاحظه می شود ابعاد پوسته ی انعطاف پذیر یکی از نقش های اساسی را در اندازه ی این نیرو ایفا می کند. بر اساس شکل های یاد شده، در جعبه دنده های هارمونیک کوچکتر (شعاع کوچکتر برای پوسته ی انعطاف پذیر) نیروی مورد نیازی که باید از طرف اهرم موج ساز بر پوسته ی انعطاف پذیر وارد شده تا درگیری دندانه ها به صورت کامل برقرار شود (جابجایی قائم پوسته، W_v ، برابر با عمق دندان) در مقایسه با جعبه دنده های بزرگتر، به مراتب افزایش می یابد. این امر برای طول های مختلف پوسته ی انعطاف پذیر مشاهده می شود.



شکل (۱۰): جابجایی قائم ایجاد شده در دندانه های پوسته ی انعطاف پذیر به

$$\text{ازای بار اعمال شده (} L = 80 \text{ mm)}$$



شکل (۱۰): جابجایی قائم ایجاد شده در دندانه های پوسته ی انعطاف پذیر به

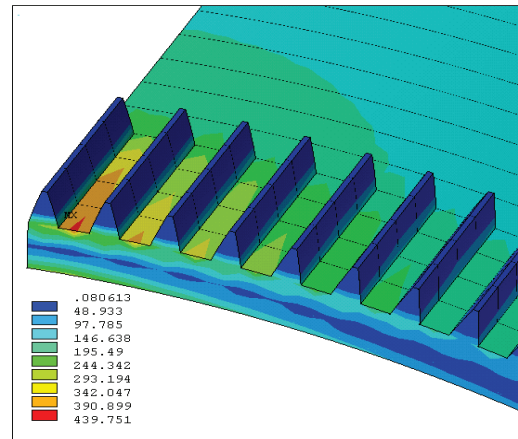
$$\text{ازای بار اعمال شده (} L = 120 \text{ mm)}$$

در نتیجه می توان از عدد تئوری $1/25$ برای این نسبت برای کلیدی حالات استفاده نمود. نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌ی انعطاف‌پذیر عدد $1/3$ را بجای $1/25$ (با $3/8\%$ اختلاف) پیشنهاد می نماید.

۳- بر اساس نتایج حاصل از تحلیل سینماتیکی و مدل سازی اجزای محدود پوسته‌ی انعطاف‌پذیر، حداکثر تفاوت بین دندانه‌های پوسته‌ی انعطاف‌پذیر و چرخ دنده‌ی صلب می تواند برابر 2 باشد. این عدد نقش مهمی را در طراحی و ساخت جعبه دنده‌های هارمونیک درایو ایفا می کند.

۴- با کوچکتر شدن شعاع پوسته‌ی انعطاف‌پذیر، نیروی مورد نیاز جهت درگیر نمودن کامل دندانه‌ها (واقع بر پوسته‌ی انعطاف‌پذیر و چرخ دنده‌ی صلب) به میزان قابل توجهی افزایش می یابد.

۵- نسبت جابجایی افقی به قائم در پوسته‌ی انعطاف‌پذیر شباهت زیادی با نسبت مشابه در پوسته‌ی استوانه‌ای شکل (که تحت بار متمرکز P قرار گرفته است) دارد. در نتیجه به منظور محاسبه‌ی نسبت یاد شده در پوسته‌ی انعطاف‌پذیر، و به تبع آن محاسبه‌ی هر یک از مقادیر w_v و w_h ، بدون انجام مدل‌سازی گسترده‌ی اجزای محدود بر روی آن، می توان از فاکتور اصلاح C_f استفاده نمود.



شکل (۱۳): طیف تغییرات تنش فون مایسز در ریشه‌ی دندانه به ازای mm $L = 80$ و $R = 663$

۶- نتیجه‌گیری

بر اساس تحلیل سینماتیکی پوسته‌ی انعطاف‌پذیر و نتایج حاصل از مدل‌سازی استاتیکی اجزای محدود آن چنین نتیجه می شود که:

- ۱- در یک جعبه دنده‌ی هارمونیک درایو، نسبت جابجایی افقی به قائم پوسته‌ی انعطاف‌پذیر ثابت بوده و به بار اعمال شده بستگی ندارد.
- ۲- تأثیر ابعاد هندسی پوسته‌ی انعطاف‌پذیر بر هر یک از جابجایی‌های قائم و افقی قابل ملاحظه است در حالی که نسبت دو جابجایی یاد شده به ابعاد یاد شده غیر قابل محسوس است.

مراجع

- 1- Musser C. W. "The Harmonic Drive", United Shoe Machinery Cooperation, Boston, Mass., 1960.
- 2- Fielding M.R. and Dunlop G.R. , "Experimental Fields to Establish Inter-leg Influences for Omnidirectional Hexapod Gait", proc. 4th International Conference on Climbing and Awalking Robots. CLAWAR, 2001, pp. 586-594.
- 3- www.ams.umd.edu/pdf/TMECH2005.pdf, available as of July 2009.
- 4- www.rams.umd.edu/pdf/IROS2003_2.pdf, available as of July 2009.
- 5- Yim M., Duff D., Roufas K., "Polybot: a Modular Reconfigurable Robot", proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, April 2000.
- 6- Dunlop G.R., and Wong T.P., "The Delta Walker", Proc. 6th International Conference on Control Automation, Robotics and Vision. ICARCV 2000.
- 7- Unsal C., Killicotte H., Khosla P. "A Modular Self-Reconfigurable Bipartite Robotic System : Implementation and Motion Planning", Autonomous Robots, pp. 23-40, Vol. 10, No. 1, 2001.
- 8- Farritor S., Dubowsky S., "On Modular Design of Field Robotic Systems", Autonomous Robots, pp. 57-66, Vol. 10, No.1, 2001.
- 9- Slatter, R., Koenen, H., "Lightweight Harmonic Drive Gears for Service Robots", http://www.harmonicdrivede.com/contento/cms/upload/pdf/de/fachauf_19.pdf, Available as of sept. 2009.
- 10- Molendini P., Perrone M., Barbagelata A., Primavori M., "Space gear – An Innovation Reduction Gearbox Based on Nutation", Preparing for the Future, Vol.10 ,No. 3, October 2000.
- 11- Ueura, K., Slatter, R., "Developemnt of the harmonic drive gear for space application", Journal of Space Mechanisms and Tribology, Proceedings of the 8th European Symposium, sept. 29 – oct. 1, 1999, France.

- 12- Dhaouadi R., "A New Dynamic Model of Hysteresis in Harmonic Drives", IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, VOL. 50, NO. 6, DECEMBER 2003.
- 13- Kayabasi, O., Erzincanli, F., "Shape optimization of tooth profile of a flexspline for a harmonic drive by finite element modeling", Materials and Design vol. 28, pp. 441-447, 2007.
- 14- Ardelean, F., "3D Modeling of the Harmonic Drive Using CATIA", [http://imtuoradea.ro/auo.fmte/files-2007/MECATRONICA files/Flavius Ardelean 2.pdf](http://imtuoradea.ro/auo.fmte/files-2007/MECATRONICA%20files/Flavius%20Ardelean%20.pdf), available as of sept. 2009.
- 15- Grill J., "A new plastic Strain Wave Gearing", International Conference on Gears, March 13-15, 2002, Germany.
- 16- Kikuchi, M., Nitta, R., Kiyosawa, Y., and Zhang, Xin-Yue, "Stress analysis of Cup Type Strain Wave Gearing", Key Engineering Materials, Vols. 243-244, pp. 129-134, 2003.
- 17- Ianici, S., Ianici, D., and Potoceanu, N. ", Design of Double Harmonic Transmission", 6th International DAAAM Baltic Conference Industrial Engineering 24-26 April 2008, Tallinn, Estonia.
- 18- Rheaume, F. E., Champlaud, H., Liu, Z., "On The Computing of the Torsional Rigidity of a Harmonic Drive Using FEA", [http://www.ansys.com/events/ proceedingf/2006/papers/178.pdf](http://www.ansys.com/events/proceedingf/2006/papers/178.pdf), Available as of sept. 2009.
- 19- Kayser A., "Component Oriented Modeling and Simulation of Harmonic Drive Gear Units", International Conference on Gears, March 13-15, 2002, Germany.
- 20- Timoshenko, S. P., Krieger S. W., "Theory of plates and shells", McGraw-hill, 24th printing, 1983.