

## کاربرد یک مدل ریاضی برای متعادل سازی خط مونتاژ (مطالعه موردی: شرکت تراکتورسازی)

مقصود سلیمان پور<sup>۱</sup>

امین زینال زاده<sup>۲</sup>

### چکیده

خطوط مونتاژ به عنوان یکی از رویکردهای مهم در تولید انبوه محصولات صنعتی می باشند. امروزه این خطوط در تولید محصولات سفارشی با نرخ کم نیز مورد استفاده قرار می گیرد. عدم بالانس خطوط مونتاژ باعث افزایش زمان سیکل و زمانهای بیکاری و در نتیجه کاهش نرخ تولید، کارایی خط و افزایش هزینه های سیستم می شود که این عوامل در نهایت باعث بهره وری پایین در سازمان می گردد. این مساله باعث شده است که پژوهشگران و شاغلین در زمینه تولید و عملیات توجه ویژه ای به مساله متعادل سازی خط مونتاژ داشته باشند. در این مقاله، در بخش اول مبانی نظری و طرح دسته بندی بویسن و همکارانش در خصوص مسائل متعادل سازی مطالعه شده است. در بخش دوم وضعیت موجود یک شرکت نمونه مورد تحلیل قرار گرفته و سپس با توجه به معیار بهینگی و محدودیت های شرکت، یک روش ریاضی مناسب برای متعادل سازی خط انتخاب شده است. این مدل در نرم افزار LINGO توسط روش شاخه و کران حل شده و جواب بهینه سراسری آن به دست آمده است. به منظور ارزیابی تاثیر متعادل سازی، شاخص های مناسب برای دو وضعیت موجود و پیشنهادی محاسبه شده اند. در نهایت با مقایسه این شاخص ها برای دو حالت، نتیجه گیری های لازم در خصوص بهبود عملکرد سیستم بعمل آمده است.

**واژه های کلیدی:** متعادل سازی خط مونتاژ، مدل ریاضی، تولید انبوه

<sup>۱</sup>. دانشیار، عضو هیات علمی دانشگاه ارومیه (m.solimanpur@urmia.ac.ir)

<sup>۲</sup>. کارشناس ارشد مهندسی صنایع (zeinalzadeh1360@yahoo.com)

## مقدمه

سازمان بهره‌وری آسیایی بر مبنای مطالعات و تحقیقات خود، عوامل متعدد بازدارنده ارتقا بهره‌وری در آسیا را مورد شناسایی قرار داده است. در زیر به طور خلاصه به بعضی از این عوامل اشاره شده است (<http://www.bahrevari.ir>):

- ۱ - مشکلات انسانی
  - ۲ - مشکلات فنی
  - ۳ - مشکلات مالی
  - ۴ - مشکلات مدیریتی
  - ۵ - مشکلات سازمانی، برنامه‌ریزی و تشکیلاتی
  - ۶ - مشکلات سهامداران
  - ۷ - مشکلات قوانین دولتی
- اهم موارد برای عامل دوم یعنی مشکلات فنی طبق مطالعات انجام شده به شرح زیر می‌باشد:

- تکنولوژی، ماشین‌آلات و فرآیند تولید قدیمی و فرسوده
- استاندارد نبودن تولید
- بهره‌برداری بسیار پایین از سرمایه‌ها
- فعال نبودن و ارزش ندادن به بخشهای طراحی و تحقیقات و عدم توجه به دانش فنی
- مشکل تهیه مواد اولیه در زمان مناسب برای تولید
- پایین بودن میزان تولید نسبت به ظرفیت اسمی، به علل گوناگون
- بالا بودن میزان ضایعات و متوقف شدن تولید، به علل مختلف
- بالانس نبودن خط تولید

با توجه به موارد فوق، یکی از موانع بازدارنده بهره وری که شرکت‌های زیادی نیز درگیر آن هستند، مساله بالانس خط مونتاژ می باشد. در کنار فعالیتهای عملی زیاد، قسمت اعظم تحقیقات دانشگاهی برنامه ریزی برای ترکیب سیستم های مونتاژ را پوشش می دهد. این برنامه ریزی شامل کلیه فعالیتهای و تصمیمات مرتبط با تجهیز و استقرار واحدهای تولیدی مرتبط با فرایند تولید قبل از شروع مونتاژ واقعی می باشد. این مرحله شامل محاسبه ظرفیت (زمان سیکل، تعداد ایستگاهها و تجهیزات ایستگاهها) و تخصیص کار به واحدهای تولیدی می باشد. در بحث های علمی اصطلاح بالانس خط مونتاژ برای رده بندی مدل های بهینه که این فرایند تصمیم گیری را پشتیبانی می کند، به کار می رود (Boysen & etal, 2007, 675). بنابراین، هدف اصلی این مقاله، معرفی روشهای علمی و به کارگیری روشهای مناسب برای متعادل سازی خط مونتاژ شرکت تراکتورسازی است. جدول (۱) علائم و نمادهای بکار رفته در مقاله را نشان می دهد.

جدول (۱) - نمادهای بکار رفته در مقاله

نماد	شرح	نماد	شرح
m	تعداد فعالیت ها (عنصرها)	C	سیکل کاری تولید
n	تعداد ایستگاهها	E	کارایی خط مونتاژ
$t_i$	زمان استاندارد فعالیت $i$ ام	S.I	ضریب هموارسازی
$t'_j$	زمان ایستگاه $j$ ام	B.D	فاصله تعادل

پیش فرض های اساسی در مدل ارائه شده در این مقاله به شرح زیر است:

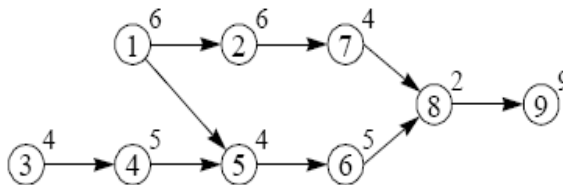
- تولید به صورت انبوه می باشد؛
- زمان فعالیت ها قطعی و ایستا می باشد؛
- تقاضای بازار نامحدود فرض شده است؛
- تجهیزات و ابزار به طور پیوسته در دسترس هستند؛
- محدودیت دسترسی به مواد اولیه و قطعات مورد نیاز وجود ندارد.

## مبانی نظری

### ۱. مساله متعادل سازی خط مونتاژ

یک خط مونتاژ شامل  $n$  ایستگاه کاری می باشد که معمولاً در امتداد یک تسمه نقاله یا وسیله حمل مواد مکانیکی مشابه قرار دارد. قطعات کاری به ترتیب از یک ایستگاه به ایستگاه بعدی در خط حرکت می کنند. در هر ایستگاه کاری عملیات خاصی با توجه به زمان سیکل، حداکثر زمان یا میانگین زمان در نظر گرفته شده در یک سیکل کاری به طور پشت سرهم انجام می شود. ساخت یک محصول در یک خط مونتاژ نیازمند تفکیک کل کار به تعداد  $m$  عملیات اولیه تحت عنوان عناصر کاری می باشد. انجام عنصر  $i$  نیازمند صرف زمان  $t_i$  و به کارگیری تجهیزات معینی از ماشین آلات یا مهارتی از نیروی کار می باشد. کل بار کاری مورد نیاز برای مونتاژ یک قطعه کار با مجموع زمان کل فعالیت ها سنجیده می شود. به علت شرایط تکنولوژیکی و سازمانی، محدودیت های پیشنهادی بین فعالیت ها باید در نظر گرفته شود.

عناصر کاری را می توان توسط یک گراف پیشنهادی نشان داد. برای هر عنصر یک گره وجود دارد که وزن هر گره بیانگر زمان فعالیت و بردارها نشان دهنده روابط پیشنهادی عناصر می باشد. شکل (۱) یک گراف پیشنهادی با نه عنصر کاری را نشان می دهد.



شکل (۱) - گراف پیشنهادی

هر نوع مساله متعادل سازی عبارت از پیدا کردن یک بالانس امکان پذیر می باشد به طوریکه عناصر طوری به ایستگاههای کاری تخصیص یابند که روابط پیشنهادی و سایر محدودیت ها برآورده شوند. اگر برای مساله یک زمان سیکل ثابت  $C$  داده شده باشد (خط موزون)، یک بالانس زمانی امکان پذیر است که زمان هیچ ایستگاهی از  $C$  تجاوز نکند. در این حالت تفاضل زمان سیکل و زمان هر ایستگاه به عنوان زمان بیکاری آن ایستگاه می باشد.

## ۲. متعادل سازی خط مونتاژ

در منابع، تعاریف مختلفی از متعادل سازی ارائه شده است. تعدادی از این تعاریف عبارتند از:

«کوشش برای تقلیل اختلاف زمانی بین نقاط مختلف کاری را متوازن ساختن خط تولید می نامند» (الوانی و میر شفیعی، ۱۳۸۳، ۱۵۲).

«متعادل سازی خط مونتاژ گرایشی است در وصول به مناسب ترین تعادل مابین نیروی انسانی، ماشین آلات و تجهیزات به نحوی که دسترسی به حجم مشخصی از تولید امکان پذیر گردد» (بیگدلی، ۱۳۷۳، ۷).

## ۳. مساله متعادل سازی ساده و عمومی

اکثر تحقیقات در زمینه متعادل سازی برای حل مسائل ساده بوده و دارای فرضیات زیر می باشد (Becker & Scholl, 2006, 698):

- تولید انبوه یک محصول با فرآیند مشخص
- خط موزون با زمان سیکل  $C$  مشخص
- زمان فعالیت قطعی و معین
- در نظر نگرفتن هیچ محدودیتی به جز روابط پیشنهادی
- خط مونتاژ سری با  $n$  ایستگاه
- تجهیز مساوی تمام ایستگاهها از نظر ماشین آلات و نیروی کار

فرضیات مساله متعادل سازی ساده با در نظر گرفتن سیستم های مونتاژ واقعی بسیار محدود کننده می باشد بنابراین محققین اخیراً تلاش خود را برای شناسایی، فرموله بندی و حل مسائل دنیای واقعی با فرضیاتی جدید تحت عنوان مساله متعادل سازی عمومی کرده اند.

#### ۴. انواع مسائل بالانس خط مونتاژ ساده بر اساس تابع هدف

مساله بالانس خط مونتاژ، تخصیص فعالیت ها به ایستگاههای کاری با در نظر گرفتن محدودیت ها و فرضیات موجود و تلاش برای رسیدن به یک یا چند معیار بهینگی می باشد. با توجه به معیار بهینگی در نظر گرفته شده، مسائل بالانس خط مونتاژ ساده به چهار نوع تقسیم می شود (Boysen et al, 2007, 678).

الف) با توجه به زمان سیکل داده شده، هدف حداقل کردن تعداد ایستگاه های کاری موجود است. مساله با این تابع هدف، مساله بالانس خط مونتاژ نوع یک (SALBP-1) نامیده می شود.

ب) با توجه به تعداد ایستگاههای ثابت داده شده، هدف حداقل کردن زمان سیکل تولید است. مساله با این تابع هدف، مساله بالانس خط مونتاژ نوع دوم (SALBP-2) نامیده می شود.

ج) اگر زمان سیکل و تعداد ایستگاهها هر دو با هم قابل تغییر باشند در آن صورت کارایی خط معیار کیفیت بالانس می باشد. مساله با این تابع هدف، مساله بالانس خط مونتاژ با معیار کارایی (SALBP-E) نامیده می شود.

د) اگر زمان سیکل و تعداد ایستگاهها هر دو ثابت باشند، هدف جستجوی یک جواب امکان پذیر برای مساله است. مساله با این معیار، مساله بالانس امکان پذیر (SALBP-F) نامیده می شود.

### ۵. روشهای حل مساله متعادل سازی

الف) روشهای دقیق: این روشها جواب بهینه و قطعی مساله را تضمین می کنند. عمدتاً برای حل مسائلی در اندازه کوچک که دارای تعداد ایستگاههای کم و عناصر کاری پایین هستند می توان با بهره گیری از یک مدل برنامه ریزی ریاضی نظیر برنامه ریزی خطی، عدد صحیح، صفر و یک، پویا، برنامه ریزی آرمانی و ... به جواب رسید (بیگدلی، ۱۳۷۳، ۸).

ب) روشهای هیورستیک: این مدلها لزوماً جواب بهینه را نمی دهند، بلکه جواب آنها نزدیک به بهینه می باشد. روش LCR، روش ستونی تعادل، روش اولویت وزنی و ... از جمله این روشها می باشند (همان منبع، ۹).

ج) روشهای فرا ابتکاری: این الگوریتم ها عموماً با الهام از فرآیندهای طبیعی سعی در جستجوی جمعی فضای جواب و یافتن جواب بهینه دارند. روش جستجوی ممنوع، الگوریتم ژنتیک و ... از جمله این روشها می باشند.

### ۶. شاخص های ارزیابی متعادل سازی خط مونتاژ

به منظور ارزیابی وضعیت خط مونتاژ و بررسی تاثیر روشهای متعادل سازی بر عملکرد خط از شاخص هایی استفاده می شود که در ادامه تعدادی از آنها تعریف شده اند (ترابی، ۱۳۷۳، ۳۶-۱۷).

- سیکل تولید: « فاصله زمانی خروج دو محصول متوالی از انتهای خط مونتاژ را سیکل تولید می گویند ».
- کارایی خط مونتاژ: « بیان کننده درصد کاری و بهره وری خط مونتاژ در هر سیکل کاری است ». برای محاسبه آن از رابطه (۱) می توان استفاده کرد.

$$E = \frac{\sum_{i=1}^m t_i}{n \times c} \times 100 \quad (1)$$

- ضریب هموار سازی: این شاخص برای ارزیابی توزیع کار در بین ایستگاهها به کار می رود. مقدار آن هر چقدر کمتر باشد توزیع بهتر کار را نشان می دهد. برای محاسبه آن از رابطه (۲) می توان استفاده کرد.

$$S.I = \sqrt{\sum_{j=1}^n (C - t'_j)^2} \quad (2)$$

- فاصله تعادل: مقدار این شاخص درصد بیکاری های خط مونتاژ، در هر سیکل کاری را نشان می دهد. برای محاسبه آن از رابطه (۳) می توان استفاده کرد.

$$B.D = \frac{n \times c - \sum_{i=1}^m t_i}{n \times c} \times 100 \quad (3)$$

### مروری بر ادبیات تحقیق

بویسن<sup>۱</sup> و همکارانش مطالعه جامعی در خصوص تحقیقات انجام شده در زمینه متعادل سازی خط مونتاژ انجام داده اند. آنها یک طرح جامعی را برای دسته بندی مقالات ارائه کرده و سپس مقالات موجود در این زمینه را با طرح موجود نمادبندی کرده اند. محققان و پژوهشگران با آشنایی این طرح اولاً می توانند مساله مورد مطالعه خود را نمادبندی کرده و سپس با مقایسه این نماد با نمادبندی تحقیقات دسته بندی شده در مقاله بویسن، تحقیقات و پژوهشهای انجام شده در زمینه موجود را شناسایی کرده و از آنها برای حل و توسعه مساله خود سود ببرند. در این قسمت ابتدا به طور خلاصه این طرح دسته بندی بررسی شده و سپس به تعدادی از مقالات دسته بندی شده با این طرح اشاره می شود.

<sup>۱</sup>. Boysen



### ۱. طرح دسته بندی مساله متعادل سازی خط مونتاژ

طرح دسته بندی موجود شامل سه جز می باشد که با نماد  $[\gamma|\beta|\alpha]$  نشان داده می شود به طوریکه (Boysen et al, 2007, 680):

$\alpha$ : مشخصه های گراف پیشنهادی را نشان می دهد (شش صفت  $\alpha_1$  تا  $\alpha_6$ ).

$\beta$ : مشخصه های ایستگاههای کاری و خط را نشان می دهد (شش صفت  $\beta_1$  تا  $\beta_6$ ).  
 $\gamma$ : معیارهای بهینگی را نشان می دهد.

این صفتها مقادیر مختلفی را می توانند اختیار کنند. در ادامه به طور اجمالی به تعدادی از این مقادیر اشاره می شود.

$\alpha_1$ : این صفت، مشخصه محصول است و مشخص می کند نوع تولید دسته ای، مرکب و یا یک محصول می باشد.

$\alpha_2$ : ساختار گراف پیشنهادی مانند واگرا و یا غیر همگرا بودن را نشان می دهد.

$\alpha_3$ : این صفت نشان می دهد زمان فعالیت قطعی، تصادفی و یا پویا می باشد.

$\alpha_4$ : افزایش زمان فعالیت را به علت عواملی مانند تنظیم دستگاه، تعویض ابزار و یا تغییر مکان قطعه کار را نشان می دهد.

$\alpha_5$ : محدودیت های تخصیص فعالیت ها به ایستگاهی خاص به منظور استفاده از منبع مشترک یا عدم تخصیص به ایستگاه خاص به علت ناسازگاری فعالیت ها با یکدیگر مانند فعالیت های بازرسی و ماشین کاری را نشان می دهد.

$\alpha_6$ : گزینه ها و روشهای مختلف تولید را نشان می دهد.

$\beta_1$ : وضعیت خط مونتاژ از نظر موزون و یا غیر موزون را نشان می دهد. یک خط ناموزون به طور شدید تحت محدودیت زمان سیکل نمی باشد. این خط زمانی پیشروی می کند که ایستگاهها فعالیت خود را تکمیل کرده باشند.

$\beta_2$ : نوع چیدمان خط را نشان می دهد.

$\beta_3$ : حالت های موازی را نشان می دهد مانند زمانی که ایستگاههای موازی وجود دارد یا چندین محل کاری همزمان روی یک قطعه کار از موقعیتهای مختلف کار انجام می دهند.

$\beta_4$ : این صفت تخصیص منابع مانند اپراتورها، ماشین آلات و ابزار را معرفی می کند.  
 $\beta_5$ : این صفت افزایش زمان مرتبط با ایستگاه را نشان می دهد؛ زمانهایی که اپراتور در یک ایستگاه صرف فعالیتهای غیر تولیدی مانند حمل قطعه کار، حرکت اپراتور به ابتدای ایستگاه می کند همگی منجر به افزایش زمان کار یک ایستگاه می شوند. این زمانها به عنوان زمانهای غیر بهره ور هستند و در صورت زیاد بودن در مساله باید در نظر گرفته شوند.

$\beta_6$ : جنبه های اضافی از ترکیب خط مانند، خطوط تغذیه فرعی، انبار پای کار، موقعیت خاص قطعه کار در ایستگاه را نشان می دهد.

نهایتاً، بهینگی مساله بالانس خط مونتاژ توسط چند معیار که حل مساله را ارزیابی می کنند، به همراه خواهد بود. در حالت معیارهای بهینگی چند گانه، بیش از یک معیار از مجموعه  $\gamma \in \{m, c, E, Co, Pr, SSL, score, o\}$  می توان انتخاب کرد.

$m$ : حداقل کردن تعداد ایستگاههای کاری با توجه به خروجی مورد نظر در یک بازه زمانی مورد نظر است.

$c$ : حداقل کردن زمان سیکل مورد نظر می باشد.

$E$ : حداکثر کردن کارایی خط با توجه به محدودیتهایی از نظر نرخ تولید مد نظر می باشد.

$Co$ : حداقل کردن هزینه ها با توجه به خروجی مورد انتظار مد نظر است.

$Pr$ : حداکثر کردن سود مورد نظر می باشد.

$SSL$ : هموار کردن زمان ایستگاهها مورد نظر می باشد.

SCORE: هدف حداقل کردن یا حداکثر کردن نمره مرکب وابسته به یک یا چند صفت توصیف کننده خط می باشد.

O: معیاری در نظر گرفته نمی شود و فقط جواب امکان پذیر جستجو می شود.  
مثلاً نماد  $[|u | m, SSL]$  برای یک کار تحقیقی نشان می دهد اولاً این کار در خصوص یک خط با چیدمان U شکل مطالعه شده است و هدف از آن حداقل کردن دو عامل تعداد ایستگاههای کاری و ضریب هموار سازی می باشد.

## ۲. دسته بندی مقالات با طرح بویسن

مقالات انتشار یافته در زمینه متعادل سازی به طور جامع در مقاله بویسن و همکاران دسته بندی شده است. جدول (۲) تعدادی از این مقالات را نشان می دهد. ضمناً ستونی به عنوان توضیحات برای درک بیشتر به جدول اضافه شده است.

جدول (۲)-دسته بندی مقالات تحقیقی (Ibid, 685-693)

مقاله	نماد	توضیحات
Amen ( 2006 )	$[ res^{max}  Co]$	مساله با تخصیص منابع - معیار بهیگی حداقل کردن هزینه
Bautista and Pereira (2006)	$[cum  m,c,score]$	محدودیت تخصیص - حداقل کردن ایستگاهها و زمان سیکل و بهیگی یک نمره مرکب
Baykasoglu and Ozbakir (2006)	$[t^{sto} prob,u m]$	زمان فعالیت تصادفی - زمان سیکل توسط احتمال، خط U شکل - حداقل کردن ایستگاهها
Boysen and Fliedner (2006)	$[t^{sto}, ink,inc,cum,pa  u, pstat, ptask, res^{01}, res^{max}  Pr]$	زمان فعالیت تصادفی، محدودیت تخصیص، گزینه تولید - خط U شکل، ایستگاه و فعالیت موازی، تخصیص منابع - حداکثر کردن سود
Dolgui et al. (2006)	$[link,inc pwork Co]$	محدودیت تخصیص ( فعالیت وابسته و ناسازگار ) - کار همزمان - معیار هزینه
Gokcen and Agpak (2006)	$[  u m,c,score]$	خط U شکل - تعداد ایستگاه، زمان سیکل و نمره مرکب
Lapierre et al. (2006)	$[type pwork2 score]$	محدودیت تخصیص - کار همزمان - بهیگی نمره مرکب
Sotskov et al. (2006)	$[t^{sto}   m]$	زمان تصادفی فعالیت - معیار حداقل کردن تعداد ایستگاهها
Bukchin and Rabinowitch (2005)	$[mix div,ptask,res^{01}   Co]$	تولید مرکب - زمان سیکل متفاوت، فعالیت موازی، تخصیص منابع

## روش تحقیق

در این مقاله از روشهای دقیق برای متعادل سازی مساله بالانس خط مونتاژ نوع دوم (SALBP-2) استفاده شده است. در این تحقیق بعد از انتخاب و بیان مساله، با همکاری واحد برنامه ریزی تولید و مونتاژ شرکت، فعالیتهای زیر انجام شده است:

- جمع آوری اطلاعات لازم برای متعادل سازی
- تحلیل وضعیت موجود
- متعادل سازی خط مونتاژ با روش مناسب با توجه به اهداف تحقیق و محدودیتها
- مقایسه نتایج حاصل از وضعیت پیشنهادی با وضعیت موجود

### ۱. تحلیل وضعیت موجود

خط مونتاژ شرکت دارای ۳۹ عنصر کاری و ۱۴ ایستگاه کاری می باشد. جدول (۳) کد عناصر کاری، زمان و روابط پیشینازی بین عناصر را نشان می دهد. جدول (۴) خلاصه وضعیت موجود از نظر تخصیص عناصر به ایستگاههای کاری، زمان کاری و بیکاری هر ایستگاه را نشان می دهد. مشاهده می شود زمان سیکل ۳۸/۶۷ بوده و مربوط به ایستگاه ۳ با بیشترین زمان کاری می باشد. این ایستگاه به عنوان گلوگاه خط مونتاژ است ( $C=38/67$ ,  $n=14$ ). به منظور ارزیابی متعادل سازی بر عملکرد خط مونتاژ معیارهای ارزیابی با اندیس های ۱ و ۲ به ترتیب برای دو وضعیت موجود و پیشنهادی با استفاده از روابط قسمت ۲-۶ محاسبه می شود.

$E$  (کارایی خط تولید) با استفاده از رابطه (۱) برابر است با:

$$E_1 = \frac{198/91}{14 \times 38/67} \times 100 = 37\%$$

$S.I$  (ضریب هموارسازی) با استفاده از رابطه (۲) برابر است با:

$$S.I_1 = \sqrt{[(38/67 - 23/42)^2 + (38/67 - 34/2)^2 + \dots + (38/67 - 1/76)^2]} = 100/5$$

با کاهش مقدار این ضریب توزیع کار بین ایستگاههای کاری یکنواخت تر خواهد بود. میزان به دست آمده برای وضعیت موجود، حاکی از شرایط غیر مطلوب توزیع کار بین ایستگاهها می باشد.

جدول (۳) - اطلاعات تکنولوژیکی فرآیند

پیشنیاز	زمان	کد عنصر	ردیف	پیشنیاز	زمان	کد عنصر	ردیف
۷۵	۲/۶۹	۱۰۵	۲۱	-	۴/۴۲	۵	۱
۷۵	۵/۱۳	۱۱۰	۲۲	۵	۳/۳۲	۱۰	۲
۹۰	۲/۵۸	۱۱۵	۲۳	۵	۹/۱۰	۱۵	۳
۹۵	۴/۴۸	۱۲۰	۲۴	۵	۳/۸۲	۲۰	۴
۱۱۵	۳/۲۶	۱۲۵	۲۵	۵	۴/۴۴	۲۵	۵
۱۱۵	۳/۲۶	۱۳۰	۲۶	۵	۱/۱۸	۳۰	۶
۱۲۰	۱۴/۷۴	۱۳۵	۲۷	۵	۱/۷۹	۳۵	۷
۱۲۰	۶/۳۷	۱۴۰	۲۸	۵	۱۵/۳۶	۴۰	۸
۱۲۰	۴/۸۳	۱۴۵	۲۹	۵	۴/۰۵	۴۵	۹
۱۲۰	۱/۲۹	۱۵۰	۳۰	۵	۱۴/۶۳	۵۰	۱۰
۱۴۰	۴/۱۴	۱۵۵	۳۱	۵	۲/۵۱	۵۵	۱۱
۱۴۰	۱/۸۳	۱۶۰	۳۲	۵	۴/۳۳	۶۰	۱۲
۱۳۰	۵/۵۹	۱۶۵	۳۳	۵	۲/۱۶	۶۵	۱۳
۱۵۵	۲/۹۸	۱۷۰	۳۴	۲۰	۲/۷۷	۷۰	۱۴
۱۷۰	۴/۵۹	۱۷۵	۳۵	۲۰	۴/۶۱	۷۵	۱۵
۱۷۵	۵/۳۳	۱۸۰	۳۶	۲۰	۲/۹۳	۸۰	۱۶
*	۸/۸۲	۱۸۵	۳۷	۱۰	۲/۷۶	۸۵	۱۷
۱۸۵	۲/۵۶	۱۹۰	۳۸	۴۰	۱۲/۲۲	۹۰	۱۸
۱۹۰	۱/۷۶	۱۹۵	۳۹	۶۰	۱۱/۶۴	۹۵	۱۹
-	-	-	-	۶۵	۴/۶۴	۱۰۰	۲۰

منبع: (تقی زاده و انوریان، ۱۳۸۵، ۷۵)

\* این عنصر دارای پیشنیازهای ۱۰۰، ۱۵۰، ۱۴۵، ۱۸۰، ۱۶۰، ۱۳۵، ۵۵، ۵۰، ۴۵، ۱۶۵، ۱۲۵، ۳۵، ۸۵، ۱۵، ۸۰، ۱۱۰، ۱۰۵، ۷۰، ۲۵، ۳۰ می باشد.

جدول (۴) - ایستگاههای کاری وضعیت موجود

ایستگاه	کد فعالیت های تخصیص یافته	زمان ایستگاه	زمان بیکاری
۱	۸۵، ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۵	۲۳/۴۲	۱۵/۲۵
۲	۷۵، ۷۰، ۴۵، ۴۰، ۳۵، ۳۰، ۲۵	۳۴/۲	۴/۴۷
۳	۶۵، ۶۰، ۱۶۵، ۱۲۵، ۱۳۰، ۵۵، ۵۰، ۸۰	۳۸/۶۷	۰
۴	۱۱۵، ۹۰	۱۴/۸	۲۳/۸۷
۵	۱۱۰، ۱۰۵	۷/۸۲	۳۰/۸۵
۶	۱۳۵	۱۴/۷۴	۲۳/۹۳
۷	۱۲۰، ۹۵، ۱۴۰	۲۲/۴۹	۱۶/۱۸
۸	۱۶۰، ۱۴۵	۶/۶۶	۳۲/۰۱
۹	۱۷۵، ۱۷۰، ۱۵۵، ۱۵۰	۱۳	۲۵/۶۷
۱۰	۱۸۰	۵/۳۳	۳۳/۳۴
۱۱	۱۸۵	۸/۸۲	۲۹/۸۵
۱۲	۱۰۰	۴/۶۴	۳۴/۰۳
۱۳	۱۹۰	۲/۵۶	۳۶/۱۱
۱۴	۱۹۵	۱/۷۶	۳۶/۹۱
	مجموع	۱۹۸/۹۱	۳۴۲/۴۷

BD (فاصله تعادل) با استفاده از رابطه (۳) برابر است با:

$$BD_1 = \frac{14 \times 38/67 - 198/91}{14 \times 38/67} \times 100 = 63\%$$

میزان این شاخص، درصد بیکاری های زیاد را نشان می دهد.

## ۲. متعادل سازی خط مونتاژ

روش متعادل سازی مناسب بر اساس محدودیت ها، معیار بهینگی و تعداد عناصر کاری مساله انتخاب می شود. این عوامل به طور خلاصه ذیلاً توضیح داده شده است.

### الف - محدودیت ها

الف -۱. هر عنصر کاری فقط می تواند به یک ایستگاه کاری تخصیص یابد و امکان شکست کار بین دو ایستگاه یا بیشتر وجود ندارد.

الف -۲. محدودیت ترتیب و تقدم در تخصیص عناصر باید رعایت شود؛ یعنی یک عنصر زمانی می تواند به یک ایستگاه تخصیص یابد که عناصر پیشین آن به یکی از ایستگاههای قبلی و یا به ایستگاه فعلی تخصیص یافته باشد.

الف -۳. حجم کاری در یک ایستگاه یعنی مجموع زمان عناصر تخصیص یافته به یک ایستگاه نباید از زمان سیکل تجاوز کند.

### ب - معیار بهینگی

در این پژوهش متعادل سازی با حفظ وضعیت موجود انجام شده است؛ یعنی هدف حداقل کردن زمان سیکل کاری بر اساس تعداد ایستگاههای کاری موجود است.

با توجه به شرایط فوق، این پژوهش یک مساله بالانس خط مونتاژ نوع دوم (SALBP-2) می باشد. با مطالعه بخش ۳ مدل ریاضی مناسب برای مساله انتخاب شده است (LINDO Systems Inc, 2008, 461-466).

$$\text{Min } Z = C \quad (1)$$

S.T :

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n (K \times X_{hk} - K \times X_{ik}) \geq 0 \quad \forall i \in I, h \in P_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m t_i \times X_{ij} \leq C \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$X_{ij} = 0 \text{ or } 1 \quad \forall i \in I, j \in J \quad (5)$$

در این مدل:

$I = \{1, 2, \dots, i, \dots, m\}$  مجموعه وظایف

$J = \{1, 2, \dots, j, \dots, n\}$  مجموعه ایستگاهها

$P_i$ : مجموعه عناصر پیشنهادی برای عنصر  $i$

سطر (۱) در این مدل رابطه (ب) را تضمین می کند که هدف در این مساله حداقل کردن زمان سیکل می باشد.

سطر (۲) در این مدل محدودیت (الف-۱) را تضمین می کند. به عنوان مثال برای مساله شرکت با ۱۴ ایستگاه کاری، این محدودیت برای عنصر ۵ به شکل زیر خواهد بود:

$$X(5,1) + X(5,2) + \dots + X(5,14) = 1$$

اگر عنصر ۵ به ایستگاهی تخصیص نیابد سمت چپ رابطه صفر خواهد شد و اگر به بیش از یک ایستگاه تخصیص یابد سمت چپ رابطه از مقدار یک بزرگتر خواهد شد. بنابراین فقط و باید به یک ایستگاه تخصیص یابد.

سطر (۳) در این مدل محدودیت (الف-۲) را تضمین می کند. به عنوان مثال در مساله شرکت عنصر ۵ پیشنهادی برای عنصر ۱۰ می باشد. این محدودیت برای عنصر ۱۰ به شکل زیر خواهد بود:

$$1 \times X(10,1) - 1 \times X(5,1) + 2 \times X(10,2) - 2 \times X(5,2) + \dots + 14 \times X(10,14) - 14 \times X(5,14) \geq 0$$

به عنوان مثال اگر عنصر ۵ به ایستگاه ۲ تخصیص یابد در آن صورت -  
 $2 \times X(5,2) = -2$  خواهد بنابراین عنصر ۱۰ که پسنیاز آن است نمی تواند به ایستگاه ۱  
تخصیص یابد چون در آن صورت  $1 \times X(10,1) = 1$  خواهد شد و در نتیجه رابطه



بالا منفی خواهد شد. بنابراین عنصر ۱۰ فقط می تواند به ایستگاه ۲ و یا ایستگاه بالاتر تخصیص یابد.

سطر (۴) در این محدودیت (الف-۳) را تضمین می کند. به عنوان مثال برای ایستگاه شماره ۱ حجم کاری با ۳۹ عنصر کاری شرکت، این محدودیت به شکل زیر خواهد بود:

$$t_5 \times X(5,1) + t_{10} \times X(10,1) + \dots + t_{195} \times X(195,1) \leq C$$

یعنی مجموع زمانهای عناصر تخصیص یافته به یک ایستگاه از زمان سیکل نمی تواند بزرگتر باشد.

سطر (۵) نشان می دهد متغیرهای  $X_{ij}$  از نوع صفر و یک می باشند و متغیر  $C$  هر مقدار پیوسته غیر صفر می تواند اختیار کند. شکل (۲) ورود اطلاعات شرکت در نرم افزار Lingo را نشان می دهد. این مدل با روش شاخه و کران حل شده است که خلاصه نتایج به دست آمده از این مدل در جدول (۵) آمده است.

```

MODEL:
  ! Tractor Manufacturing Company Assembly line balancing
  model;
  SETS:
    ! The set of tasks to be assigned, T;
    TASK/5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85
    90 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140 145 150 155 160
    165 170 175 180 185 190 195/: T;
    !predecessor, successor;
    PRED( TASK, TASK)/5,10 5,15 5,20 5,25 5,30 5,35 5,40
    5,45 5,50 5,55 5,60 5,65 20,70 20,75 20,80 10,85 40,90
    60,95 65,100 75,105 75,110 90,115 95,120 115,125 115,130
    120,135 120,140 120,145 120,150 140,155 140,160 130,165
    155,170 170,175 175,180 30,185 25,185 70,185 105,185
    110,185 80,185 15,185 85,185 35,185 125,185 165,185 45,185
    50,185 55,185 135,185 160,185 180,185 145,185 150,185
    100,185 185,190 190,195/;
    ! There are 14 workstations;
    STATION/1..14/;
    TXS( TASK, STATION): X;
    ! X is the attribute from the derived set TXS that
    represents the assignment. X(I,K) = 1 if task I is assigned
    to station K;
  ENDSETS

  DATA:
    ! There is an estimated time required for each task;
    T = 4.42 3.32 9.1 3.82 4.44 1.18 1.79 15.36 4.05 14.63
    2.51 4.33 2.16 2.77 4.61 2.93 2.76 12.22 11.64 4.64 2.69
    5.13 2.58 4.48 3.26 3.26 14.74 6.37 4.83 1.29 4.14 1.83
    5.59 2.98 4.59 5.33 8.82 2.56 1.76;
  ENDDATA

  @FOR( TASK( I): @SUM( STATION( K): X( I, K) = 1);
  @FOR( PRED( I, J): @SUM( STATION( K):
    K * X( J, K) - K * X( I, K) >= 0);
  @FOR( STATION( K):
    @SUM( TXS( I, K): T( I) * X( I, K) <= CYCTIME);
  MIN = CYCTIME;
  @FOR( TXS: @BIN( X));
END

```

شکل (۲)- ورود مدل در نرم افزار LINGO

جدول (۵)- ایستگاههای کاری وضعیت پیشنهادی

ایستگاه	کد فعالیت های تخصیص یافته	زمان ایستگاه	زمان بیکاری
۱	۶۰، ۵۵، ۱۰، ۵	۱۴/۵۸	۰/۷۸
۲	۴۰	۱۵/۳۶	۰
۳	۷۰، ۶۵، ۴۵، ۳۰، ۲۰	۱۳/۹۸	۱/۳۸
۴	۱۰۵، ۸۵، ۸۰، ۷۵	۱۲/۹۹	۲/۳۷
۵	۱۱۰، ۱۰۰، ۲۵	۱۴/۲۱	۱/۱۵
۶	۵۰	۱۴/۶۳	۰/۷۳
۷	۹۵، ۳۵	۱۳/۴۳	۱/۹۳
۸	۱۵۵، ۱۴۰، ۱۲۰	۱۴/۹۹	۰/۳۷
۹	۱۵۰، ۹۰	۱۳/۵۱	۱/۸۵
۱۰	۱۷۰، ۱۶۵، ۱۳۰، ۱۱۵	۱۴/۴۱	۰/۹۵
۱۱	۱۶۰، ۱۲۵، ۱۵	۱۴/۱۹	۱/۱۷
۱۲	۱۸۰، ۱۷۵، ۱۴۵	۱۴/۷۵	۰/۶۱
۱۳	۱۳۵	۱۴/۷۴	۰/۶۲
۱۴	۱۹۵، ۱۹۰، ۱۸۵	۱۳/۱۴	۲/۲۲
مجموع		۱۹۸/۹۱	۱۶/۱۳

### ۱-۲. محاسبه معیارهای ارزیابی برای وضعیت پیشنهادی

بعد از متعادل سازی با روش ریاضی مشاهده می شود زمان سیکل به ۱۵/۳۶ کاهش یافته است که مربوط به ایستگاه ۲ با بیشترین زمان کاری می باشد و تعداد ایستگاههای کاری تغییری نیافته است (C=۱۵/۳۶, n=۱۴). به منظور تحلیل وضعیت پیشنهادی معیارهای ارزیابی همانند وضعیت موجود برای وضعیت پیشنهادی نیز محاسبه شده است.

E (کارایی خط تولید) با استفاده از رابطه (۱) برابر است با:

$$E_2 = \frac{198/91}{14 \times 15/36} \times 100 = 92\%$$

S.I (ضریب هموارسازی) با استفاده از رابطه (۲) برابر است با:

$$S.I_2 = \sqrt{[(15/36 - 14/58)^2 + (15/36 - 15/36)^2 + \dots + (15/36 - 13/14)^2]} = 5$$

BD (فاصله تعادل) با استفاده از رابطه (۳) برابر است با:

$$BD_2 = \frac{14 \times 15/36 - 198/91}{14 \times 15/36} \times 100 = 8\%$$

### ۳. مقایسه وضعیت موجود و وضعیت پیشنهادی

با اجرای متعادل سازی به روش ریاضی شاخص های ارزیابی بهبود عمده ای

پیدا کرده است. در ادامه میزان این بهبودها بررسی می شود.

- کاهش زمان سیکل کاری: زمان سیکل کاری از ۳۸/۶۷ به ۱۵/۳۶ کاهش یافته است. میزان این بهبود برابر است با:

$$\Delta C = \frac{15/36 - 38/67}{38/67} \times 100 = -60\%$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش زمان سیکل کاری است و میزان این کاهش

۶۰٪ می باشد.

- افزایش کارایی خط مونتاژ: با توجه به اینکه تعداد ایستگاههای کاری ثابت است و با کاهش زمان سیکل کاری، کارایی افزایش می یابد. میزان این بهبود برابر است با:

$$\Delta E = \frac{92 - 37}{37} \times 100 = 149\%$$

- کاهش ضریب هموارسازی: بهبود عمده بعدی در ضریب همواری سازی است. میزان این بهبود برابر است با:

$$\Delta S.I\% = \frac{5 - 100/5}{100/5} \times 100 = -95\%$$

- کاهش فاصله تعادلی: با توجه به بهبود زمان سیکل کاری این شاخص نیز بهبود یافته است؛ میزان این بهبود برابر است با:

$$\Delta B.D\% = \frac{8-63}{63} \times 100 = -87\%$$

### نتیجه گیری

به طور کلی نتایج حاصل از اجرای این تحقیق به شرح زیر می باشد:

- ۱- با اجرای متعادل سازی خط مونتاژ، زمان سیکل با با بهبود حدود ۶۰ درصدی از ۳۸/۶۷ به ۱۵/۳۶ کاهش یافته است.
- ۲- کارایی خط مونتاژ بر اثر متعادل سازی از ۳۷ درصد به ۹۲ درصد افزایش یافته است که معادل بهبودی در حدود ۱۴۹ درصد را نشان می دهد.
- ۳- با اجرای متعادل سازی توزیع کار بین ایستگاههای کاری یکنواخت تر شده است؛ به عبارت دیگر ضریب هموارسازی بهبود یافته است. مقدار این شاخص از ۱۰۰/۵ به ۵ کاهش یافته است و بهبودی معادل ۹۵ درصد را نشان می دهد.
- ۴- با بهبود زمان سیکل کاری و در نتیجه کاهش زمانهای بیکاری، فاصله تعادلی نیز بهبود چشمگیری داشته است. این شاخص از ۶۳ درصد به ۸ درصد کاهش یافته است که بهبودی معادل ۸۷ درصد می باشد.

---

---

## References:

- Alwani, M., & Mirshafiei, N. (2004). Production Management. Mashhad: Astan Quds Razavi Publishing, (In Persian).
- Becker C., Scholl A. (2006), "A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing", European Journal of Operational Research, Volume 168, Issue 3, pp. 694-715.
- Bigdeli, M. (1999). Balancing the Assembly Line of the Peugeot 405 Engine. Industry Journal, 4, 6-14, (In Persian).
- Boysen N., Flidner M., Scholl A. (2007), "A classification of assembly line balancing problems", European Journal of Operational Research, Vol. 183, Issue 2, pp. 674-693.
- Boysen N., Flidner M., Scholl A. (2008), "Assembly line balancing: Which model to use when?", International Journal of Production Economics, Volume 111, Issue 2, pp. 509-528.
- Ghosh S., Gagnon Roger J. (1989), "A comprehensive literature review and analysis of the design, balancing and scheduling of assembly systems", International Journal of Production Research, Vol. 27, Issue 4, pp. 637-670.
- Hema, N., & Moradi Nejad, D. (2008). Software Guide LINGO 10. Software Development Group of Iran University of Science and Technology, (In Persian).
- Kilbridge M., Wester L. (1961), "The Balance Delay Problem", Management Science, Vol. 8, No. 1, pp. 69-84.
- Kabir M.A., Tabucan M.T. (1995), "Batch-model assembly line balancing: A multiattribute decision making approach", International Journal of Production Economics, Vol. 41, Issues 1-3, pp. 193-201.
- Lapierre Sophie D., Ruiz A., Soriano P. (2006), "Balancing assembly lines with tabu search", European Journal of Operational Research, Vol. 168, Issue 3, pp. 826-837.
- Liu a C. M., Chiou J. M. (1990), "Design and performance evaluation of closed automatic assembly systems", International Journal of Production Research, Vol. 28, Issue 9, pp. 1577-1593.
- Lindo Systems Inc. (2008), "Lingo User's guide", published by Lindo Syesems INC.
- Merengo C., Nava F., Pozzetti A. (1999), "Balancing and sequencing manual mixed-model assembly lines", International Journal of Production Research, Vol. 37, No 12, pp. 2835-2860.
- Safavid, S. M. (2003). Mechanical Assembly Lesson. Isfahan: Isfahan University, (In Persian).

---

Scholl A., Becker C. (2006), "State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing", European Journal of Operational Research, Vol. 168, Issue 3, pp. 666-693.

Taghizadeh, H., & Portaqi Anvarian, J. (2006). Value Analysis and Application in Assembly Lines. Journal of Economics and Management, 71, 67-84, (In Persian).

Torabi, S. M. (1993). Theoretical Analysis of the Alignment of the Assembly Line with the Aim of Comparing and Presenting an Optimal Balancing Algorithm in the Engine Assembly Unit of the Iran Khodro Factory. Master Thesis, Tehran: Tarbiat Modarres University, (In Persian).