# تخمین تابع هزینه سیستم موجودی دو سطحی در حالت فروش از دست رفته با استفاده از رگرسیون

مهدی سیف برقی
دپارتمان مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی قزوین
عهده دار مکاتبات، mseif@alum.sharif.edu

مقصود امیری
دپارتمان مدیریت و حسابداری دانشگاه علامه طباطبایی
Mg_amiri@yahoo.com

مصطفی حیدری
دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی قزوین
Mostafa.Heydari@yahoo.com

**چکیده**

سیستم های موجودیِ چند سطحی، یکی از زمینه های مهم و مطرح در مدلسازی مدیریت زنجیره تامین در سطح عملیاتی است که تحقیقات بسیار زیادی در رابطه با آن در حال انجام است. در این تحقیق، تابع هزینه سیستم موجودی دو سطحی با یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش که از سیاست کنترل موجودی مرور دائم پیروی می کنند، تخمین می شود. در این تخمین فرض می شود تقاضا دارای توزیع پوسون است و در صورتی که تقاضایی به خرده فروشان برسد و برآورده نشود، از دست رفته و تقاضایی که از خرده فروشان به انبار مرکزی می رسد، در صورت کمبود، با تأخیر برآورده می شود. همچنین، زمان حمل و نقل برای خرده فروشان و زمان تحویل کالا برای انبار مرکزی نیز ثابت درنظر گرفته شده است. دقت این تخمین از طریق مثالهای عددی تولید شده، با استفاده از شبیه سازی مورد بررسی قرار گرفته است.

**کلمات کلیدی:** موجودی، موجودی دو سطحی، فروش از دست رفته، رگرسیون

## ۱- مقدمه

مسائل مطرح در سیستمهای موجودی چند سطحی را می‌توان به دو گروه کلی، مسائل واگرا و همگرا تقسیم کرد. تفاوت اصلی بین مسائل این دو گروه در ساختار زنجیره تامین مربوط به آنها است، به عبارت دیگر شبکه زنجیره تامین مسائل گروه اول به صورت واگرا و دسته دوم به صورت همگرا می باشد. معروفترین نمونه مسائل گروه اول (واگرا) مسئله یافتن سطوح موجودی بهینه در سیستم "یک انبار مرکزی- چندین خرده فروش" است. بر حسب اینکه سیاست کنترل موجودی در هر گروه از نوع مرور دائم یا مرور دوره ای باشد، می توان مسائل هر گروه را به دو دسته مرور دائم و مرور دوره ای تقسیم نمود و بر حسب اینکه تعریف موجودی هر واحد در هر سطح، بر اساس موجودی بنگاه یا موجودی سطحی انجام شود مجددا تقسیم بندی دیگری خواهیم داشت. مسائل مورد نظر در این تحقیق در شاخه سیستمهای واگرا - سیاست کنترل موجودی مرور دائم - موجودی بنگاهی است.

در این تحقیق پس از بیان تحقیقات گذشتگان در بخش ۲ و معرفینمادها در بخش۳، به شبیه سازی سیستم موجودی دو سطحی با یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش غیر یکسان در حالت فروش از دست رفته که تمامی اجزای آن از سیاست کنترل موجودی مرور دائم $(R,Q)$ پیروی می کند، توسط نرم افزار ریاضی *Matlab* در بخش ٤ می پردازیم و در بخش ۵، توسط طرح مرکب مرکزی متمرکز شده، تعدادی آزمایش که شامل یک طرح عاملی کسری با $2^{(12-6)}$ آزمایش و ۲٤ نقطه محوری ($\alpha=\pm1$) و ٤ نقطه مرکزی است (تولید شده توسط نرم افزارآماری *Minitab*) ایجاد و نتایج مقادیر هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی

را با استفاده از شبیه سازی بدست می آوردیم. در بخش ٦، تابع هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی را توسط نرم افزار آماری *SAS* تخمین می‌زنیم و در بخش ۷ به بررسی کفایتِ تابع تخمین زده شده می پردازیم. در بخش ۸ با ارایه یک مثال عددی، به بررسی مدلی که می بایست کمینه شود تا به دوسؤال اصلی که، چه موقع $(R)$ و به چه میزان $(Q)$ سفارش داده شود تا هزینه کل سیستم موجودی در یک زنجیره عرضه حداقل شود، پاسخ داد، می پردازیم و در نهایت، در بخش ۹ و ۱۰ یک مثال عددی و نتیجه گیری و پیشنهادات ارائه می شود.

## ۲- مرور ادبیات

بطورکلی تحقیقات مربوط به سیستمهای موجودی چند سطحی از اواخر دهه ۱۹۵۰ آغاز گردید. در این میان مدلسازی زنجیره های دو سطحی با تقاضای پس افت شده حجم قابل توجهی از تحقیقات را به خود اختصاص داده است. یکی از کارهای تحقیقاتی اولیه مربوط به مقاله مشهوری از Sherbrooke (1968) است. در این مقاله یک سیستم موجودی دو سطحی شامل یک پایگاه مرکزی و چندین پایگاه در نظر گرفته شده است. سیاست کنترل موجودی تمام واحدها به صورت مرور دائم و از نوع موجودی پایه (S-1,S) فرض شده است. در این مدل یک قلم کالا در نظر گرفته شده است و قلم موجودی مذکور از نوع قابل بازیافت (تعمیر) فرض شده است [۱]. تمرکز بیشتر مقالات مرتبط در دهه ۱۹۸۰ عمدتا بر روی اقلام قابل بازیافت بوده است. در رابطه با اقلام مصرفی، Deuermeyer and Schwarz (1981) تخمین ساده ای را برای متوسط مدت زمان انتظار هر سفارش خرده فروش در انبار مرکزی در یک سیستم دو سطحی شامل یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش ارائه نمودند [۲]. Axsäter (1990) یک رویه تکراری ساده برای تعیین هزینه های نگهداری و کمبود سیستم یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش ارائه داد به گونه ای که سیاست کنترل موجودی تمام واحدها بصورت مرور دائم از نوع موجودی پایه در نظر گرفته شده بود [۳]. Axsäter (1993) روشهای تقریبی و دقیقی برای ارزیابی سیستم قبلی در حالت سفارش دهی دسته ای در تمامی واحدها با فرض خرده فروشان یکسان ارائه داد [٤]. همچنین Axsäter (1998) روشی برای ارزیابی دقیق سیستمی متشکل از یک انبار مرکزی و دو خرده فروش غیر یکسان و ارزیابی تقریبی سیستمی متشکل از یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش غیر یکسان ارائه داد [٥]. در نهایت Forsberg (1996) روشی جهت ارزیابی دقیق هزینه های سیستم مذکور در حالت یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش غیر یکسان ارائه داد [٦]. فرض اصلی که در تمام مقالات اشاره شده وجود دارد این است که تقاضای مشتری نهایی در صورت عدم برآورده شدن، بصورت پس افت در می آید. به هرحال در بعضی از شرایط ممکن است تقاضا از دست برود یعنی تقاضا حالت فروش از دست رفته باشد. در ارتباط با این فرض Andersson and Melchiors (2001) یک حل تقریبی را برای حالتی که تقاضای مشتریان از یک فرایند پوآسون تولید می شود، تقاضا در طول کمبود بصورت از دست رفته در می آید، سیاست کنترل موجودی خرده فروشان بصورت موجودی پایه $(S,S-1)$است، مدت تحویل سفارشات انبار مقدار ثابتی است و با فرض یکسان خرده فروشان، ارائه نمودند [۷].

Seifbarghy and Akbari(2006) سیستم یاد شده را در حالت سیاست مرور دائم $(R,Q)$ و یکسان بودن خرده فروشان، مورد بررسی قرار دادند [۸]. ارزش افزوده این تحقیق بحث غیر یکسان بودن خرده فروشان است.

## ۳- نماد گذاری

نمادهای بکار رفته در این مقاله عبارتند از:

| | |
|---|---|
| $b_w$ | تعداد کمبود |
| $B_i$ | تعداد مشتریانی که به خرده فروش $i$ام مراجعه کرده و به دلیل نبود موجودی در انبار از دست رفته اند. |
| $h_i$ | هزینه نگهداری انبار خرده فروش |
| $h_w$ | هزینه نگهداری انبار مرکزی |
| $I_w$ | موجودی در دست انبار مرکزی |
| $I_i$ | موجودی در دست انبار خرده فروش |
| $k$ | تعداد متغیرهای مستقل |
| $L_w$ | زمان تحویل انبار مرکزی |
| $L_i$ | زمان حمل ازانبار مرکزی به خرده فروش |
| $N$ | تعداد خرده فروش ها |
| $n$ | تعداد سطرهای ذخیره شده ماتریس جهت ثبت تغییرات موجودی |
| $n_c$ | تعداد نقاط مرکزی |
| $O_w$ | مقدار مواد در سفارش انبار مرکزی |
| $O_i$ | مقدار مواد در سفارش انبار خرده فروش |
| $P$ | هزینه کمبود |
| $Q_w$ | میزان سفارش انبار مرکزی |
| $Q_i$ | میزان سفارش خرده فروش |
| $R_i$ | نقطه سفارش خرده فروش |
| $R_w$ | میزان سفارش انبار مرکزی |

$t_{Run}$ زمان شبیه سازی

$t_i$ زمان ورود کالا به انبار خرده فروش

$t_w$ زمان ورود کالا به انبار مرکزی

$T$ کل زمان شبیه سازی

$TC$ هزینه کل سیستم موجودی

$y$ متغیر پاسخ

$Y_w$ موقعیت موجودی انبار مرکزی

$Y_i$ موقعیت موجودی انبار خرده فروش

$\lambda_i$ مقادیر نرخ تقاضای خرده فروشان

$\beta_\circ$ عرض از مبدا

$\beta_i$ ضرایب درجه اول

$\beta_{ii}$ ضرایب درجه دوم

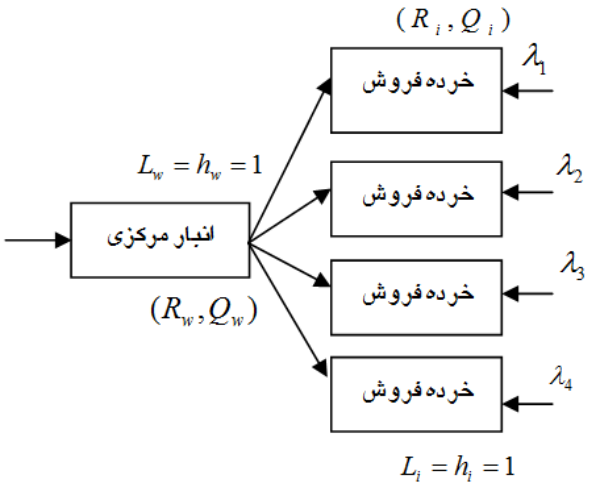
$\beta_{ij}$ ضرایب متقابل

$\varepsilon$ بردار وابسته متغیرهای نرمال تصادفی مورد انتظار

## ٤- شبیه سازی سیستم موجودی دو سطحی

فرایند شبیه سازی، هم شامل ساختن مدل و هم شامل استفاده تحلیلی از آن برای مطالعهٔ یک مسئله است. در شبیه سازی کامپیوتری، مدلی که از سیستم تحت بررسی ساخته می‌شود، یک برنامه کامپیوتری است. یعنی کلیه نماهای سیستم به ساختارهای برنامه‌ای و کلیه مشخصات و رفتار آنها به متغیرها و توابع ریاضی تبدیل می‌گردد. قوانین و روابط حاکم بر سیستم و ارتباطشان با یکدیگر در برنامه نیز در نظر گرفته می‌شود. شبیه سازی کامپیوتری به علت عملی بودن و دارا بودن امتیازهای خاص خود برای بررسی و مطالعه اغلب سیستم‌ها از قبیل حمل و نقل، بیمارستان، سیستم‌های صنعتی، تولیدی، ترافیک، انبار و غیره بکار می‌رود.

سیستم موجودی دو سطحی که در این تحقیق شبیه سازی شده است، شامل یک انبار مرکزی و چهار خرده فروش است که توسط سیاست کنترل موجودی مروردائم $(R,Q)$ کنترل می شود. تقاضای خرده فروشان غیر یکسان و دارای توزیع پواسون با پارمتر $\lambda$ است و در صورتی که تقاضایی به خرده فروشان برسد و برآورده نشود، از دست رفته و تقاضاهایی که به انبار مرکزی می رسد، در صورت کمبود با تأخیر برآورده می شود. جهت ساده کردن مسأله نیز فرض شده است که تقاضایی که از خرده فروشان به انبار مرکزی مراجعه می کنند دارای توزیع پواسون است. زیرا تعیین اینکه تقاضا در سطح بالاتر، یعنی انبار مرکزی ازچه توزیعی پیروی می کند، بسیار سخت و پیچیده است و همچنین اقلام مورد بحث در این تحقیق، مصرفی (غیر تعمیر پذیر) است. هزینه نگهداری، مدت زمان حمل و نقل و تحویل در انبارمرکزی و کلیه خرده فروشان، ثابت و معادل ۱ در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که مقدار سفارش خرده فروشان در هر بار ورود مشتری، یکسان و برابر $Q_i$ است و همچنین میزان تقاضای وارد شده به خرده فروشان برابر با ۱ واحد است. یعنی هر مشتری هنگام ورود تنها یک کالا از انبار دریافت می کند. در شبیه سازی فرض شده است که اطلاعات موجودی انبار خرده فروشها وقتی که به نقطه سفارش می رسد و سفارش می دهند، بلافاصله به انبار مرکزی می رسد و همچنین، مقدار موجودی و کمبود در دراز مدت بصورت تخمینی برآورد می شود. سیستم موجودی مورد بحث در شکل (۱) نمایش داده شده است.




شکل ۱- سیستم موجودی دوسطحی مورد بررسی

### ٤-١- *هزینه های سیستم موجودی*

هزینه های سیستم موجودی عبارت است از:

الف) هزینه های نگهداری موجودی:

هزینه هایی است که در اثر نگهداری موجودی بوجود آمده و تابعی از سطح موجودیهای سیستم است. متوسط موجودی در برنامه شبیه سازی طبق رابطه زیر

$$\bar{I}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} I_{ij}}{n} \qquad ,i = 1,2,3,4 \qquad \bar{I}_w = \frac{\sum_{j=1}^{n} I_w}{n} \qquad (۱)$$

ومتوسط هزینه نگهداری کل سیستم موجودی، طبق رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$h_i(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4) + h_w(\bar{I}_W) \qquad (۲)$$

ب)هزینه کمبود موجودی:

زمانی که انبار خالی از موجودی است، نمی توان تقاضای و ارد شده را توسط موجودی برآورده نمود. در این تحقیق به این دلیل که فرض شده است، تقاضایی که به خرده فروشان می رسد، در صورت کمبود از دست می رود، تعداد تقاضاهایی که ازدست می رود، مبنای محاسبه کمبود است. متوسط هزینه های کمبود موجودی برای خرده فروشان طبق رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$P(\frac{\sum_{i=1}^{N} B_i}{T}) = P\overline{B} \qquad (۳)$$

در این تحقیق فرض شده است که هزینه های سفارش دهی موجودی نسبت به هزینه های دیگر ناچیز است و در نظر گرفته نشده است. و در نهایت کل هزینه سیستم موجودی مورد بحث برابراست با:

$$TC = h_i(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4) + h_w(\bar{I}_w) + P\overline{B} \qquad (۴)$$

لازم به ذکر است، برای محاسبه هزینه سیستم، برنامه ۱۰ بار با زمان شبیه سازی ۱۰٫۰۰۰ اجرا شده و میانگین پاسخ ها به عنوان هزینه سیستم موجودی در نظر گرفته می شود.

### ٤-۲- *زمان های شبیه سازی*

الف- زمان ورود مشتری

این زمان، برابر با زمانی است که مشتری به سیستم (به انبار خرده فروش ها) وارد شده و از انبار، کالا درخواست می کند. با توجه به اینکه زمان بین ورود دو مشتری متوالی در صورتی که ورود مشتریها از توزیع پواسون با پارامتر $\lambda$ تبعیت کند، دارای توزیع نمایی با پارامتر $\lambda$ است، می توان جهت تولید مقدار تصادفی (زمان های ورود مشتریان) برای توزیع نمایی از رابطه زیر، که $R$ دارای توزیع یکنواخت بین فاصله (۰و۱) است، استفاده کرد[۹].

$$t_i = -\frac{1}{\lambda}\ln(R_i) \qquad (۵)$$

ب- زمان سفارش و ورود کالا به انبار مرکزی

در انبار مرکزی، زمانی که موقعیت موجودی کمتر یا مساوی نقطه سفارش شود $(Y_w \le R_w)$، به میزان $Q_w$ سفارش می دهد و زمان ورود این مقدار سفارش به انبار مرکزی برابر است با.

$$t_w = T_{Run} + L_w \qquad (۶)$$

موقعیت موجودی در انبار مرکزی نیز طبق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_w = I_w + O_w - b_w \qquad (۷)$$

ج- زمان سفارش و ورود کالا به انبار خرده فروشان

در انبار خرده فروشان، زمانی که موقعیت موجودی کمتر یا مساوی نقطه سفارش شود $(Y_i \le R_i)$، به میزان $Q_i$ سفارش می دهند و زمان ورود این مقدار سفارش به انبارخرده فروشان برابر است با:

$$t_i = T_{Run} + L_i \qquad (۸)$$

و موقعیت موجودی نیز در انبار خرده فروشان طبق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_i = I_i + O_i \qquad (۹)$$

لازم به ذکر است که به دلیل اینکه در خرده فروشان حالت فروش از دسته رفته برقرار است، در نتیجه همواره $b_i = 0$ است.

### ٤-۳- *نحوه رسیدگی به تقاضاهای انبار مرکزی*

زمانی که تقاضایی به انبار مرکزی وارد شود و میزان موجودی انبار مرکزی، از تقاضای وارد شده بیشتر یا مساوی $(I_w \ge Q_i)$ باشد، به تقاضاهای وارد شده پاسخ داده می شود و در غیر این صورت، منتظر مانده و تشکیل یک صف می دهند، تا وقتی که موجودی در راه به انبار مرکزی برسد. پس از رسیدن اولین موجودی در راه، انبار مرکزی با استفاده از روش اولین صادره از اولین وارده به تقاضا هایی در صف، پاسخ می دهند.

### ٤-٤- موجودی اولیه سیستم

مقادیرموجودی اولیه انبار مرکزی و انبار خرده فروشان هنگام شروع شبیه سازی سیستم، برابر است با:

$$I_\circ : \begin{cases} R_w + Q_i & \text{انبار مرکزی} \\ R_i + 1 & \text{انبار خرده فروش‌ها} \end{cases}$$

یعنی موجودی اولیه انبار مرکزی برابر است با نقطه سفارش انبار مرکزی بعلاوه مقدار سفارشی که توسط خرده فروشان در خواست می شود و موجودی اولیه انبار خرده فروشان برابر با یک موجودی بیشتر از نقطه سفارش انبار خرده فروشان است.

هدف از شبیه سازی سیستم موجودی، محاسبه کل هزینه سیستم موجودی «رابطه (٤)» است. این برنامه، با استفاده از نرم افزار ریاضی *Matlab* برنامه نویسی شده است. برای تست برنامه شبیه سازی، ٤٠ آزمایش بطور نمونه در بازه های مختلفی طراحی و شبیه سازی شده و نتایج آن با برنامه شبیه سازی سیف برقی (۲۰۰٦) مورد مقایسه قرار گرفته است که خطای مدل ما برابر ٪ ۱٫۰۱ است.

## ۵- طرح مرکب مرکزی

جهت طراحی آزمایشات، از طرح مرکب مرکزی متمرکز شده که شامل یک طرح عاملی یا کسری از آن ($2^k$) ، $n_c$ نقطه مرکزی و $2k$ نقطه محوری ($\alpha=\pm1$) است، استفاده شده است [۱۰] [۱۱]. تعداد عوامل تاثیر گذار در سیستم موجودی دو سطحی مورد بحث ۱۲ متغیر است که شامل تقاضای خرده فروشان، هزینه کمبود، مقدار و نقطه سفارش انبار مرکزی و خرده فروشان، زمان حمل از انبار مرکزی به خرده فروشان، زمان تحویل انبار مرکزی و هزینه نگهداری است و متغیر پاسخ نیز، هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی است. متغیرهای مورد نظر به روش زیر بین فاصله (۱,۱-) کدبندی شده اند:

$$X_i'=\frac{(X_i-\overline{X}_i)}{\Delta X_i} \qquad (۱۰)$$

$X_i'$، مقدار تبدیل شده متغیر، $X_i$، مقدار واقعی متغیر، $\overline{X}_i$، مقدار نقطه مرکزی می باشد.

$$\overline{X}_i=\frac{Max(X_i)+Min(X_i)}{2}\ ,\ \Delta X_i=\frac{Max(X_i)-Min(X_i)}{2} \qquad (۱۱)$$

طرح مرکب مرکزی از جمله طرح های آزمایش متداول در برازاندن رویه پاسخ مدل مرتبه دوم به شکل زیر است:

$$y=\beta_0+\sum_{j=1}^{k}\beta_j x_j+\sum\sum_{i<j}\beta_{ij}x_i x_j+\sum_{j=1}^{k}\beta_{jj}x_j{}^2+\varepsilon \qquad (۱۲)$$

در جدول (۱) حدود متغیرهای مساله نمایش داده شده است.

**جدول ۱**

**حدود متغیرها مسأله**

| سطوح کد شده | | سطوح کد نشده | | متغیر کد | |
|---|---|---|---|---|---|
| حداکثر | حداقل | حداکثر | حداقل | نشده | نشده |
| ۱ | -۱ | ۱٫۵ | ۰٫۵ | $\lambda_i$ | $\lambda_i'$ |
| ۱ | -۱ | ۷ | ۱ | $R_i$ | $R_i'$ |
| ۱ | -۱ | ۱٦ | ۸ | $Q_i$ | $Q_i'$ |
| ۱ | -۱ | ۳۲ | -۳۲ | $R_w$ | $R_w'$ |
| ۱ | -۱ | ٦٤ | ۳۲ | $Q_w$ | $Q_w'$ |
| ۱ | -۱ | ۱۲۵ | ۵ | $P$ | $P'$ |

طرح مرکب مرکزی متمرکز شده ای که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است، شامل ۹۲ آزمایش است که این تعداد آزمایش، تشکیل شده است از $2^{(12-6)}$ آزمایش، همراه با الحاق ۲٤ نقطه محوری ($\alpha=\pm1$) و٤ نقطه مرکزی (تولید شده توسط نرم افزار آماری *Minitab*).

## ۶- تخمین تابع هزینه سیستم موجودی دو سطحی

در این مرحله با استفاده از تکنیک رگرسیون، تابع هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی تخمین زده می شود. لازم به ذکر است که مطلوب برازش چند جمله ای با پایین ترین درجه است، که به اندازه کافی داده ها را توصیف کند، زیرا افزودن جملات مرتبه بالا به چند جمله ای، نه تنها برازش را اصلاح نکرده بلکه بر پیچیدگی مدل می افزاید. تابعی که باید تخمین زده شود، روی داده های طرح مرکب مرکزی متمرکز شده برازش می شود. برای تخمین تابع، از دو روش رگرسیون گام به گام که از متداول ترین روش های انتخاب متغیر است و روشی که توسط هاشمینیا و نیاکی (۲۰۰٦) برای پیدا کردن بهترین تابع رگرسیون پیشنهاد شده است [۱۲]، استفاده شده است و پس از بررسی کفایتِ هر دو مدل، آن مدلی که کفایت لازم را داشته باشد، به عنوان تابع هزینه سیستم موجودی انتخاب می گردد.

الف) رگرسیون گام به گام

تخمین مدل با استفاده از روش رگرسیون گام به گام که از متداول ترین روش های انتخاب متغیر است، باعث می شود که متغیرهایی که با ورودشان به مدل بیشترین کاهش را در میانگین مربع خطا ایجاد می کنند، انتخاب شوند [۱۳] [۱٤]. جدول تحلیل واریانس مدل رگرسیون مرتبه دوم بااستفاده از روش رگرسیون گام به گام بر روی طرح مرکب مرکزی متمرکز شده در جدول (۲) نشان داده شده است.

**جدول۲**

**جدول تحلیل واریانس مدل رگرسیون مرتبه دوم بر روی داده های طرح مرکب مرکزی متمرکز شده**

| منبع تغییرات | درجه آزادی | میانگین مربعات خطا | مقدارF | P > F |
|---|---|---|---|---|
| رگرسیون | ۱۲ | ۰٫۰۰۰۵۰۵٤۲ | ٤۸٫۵۲ | ≈ ۰ |
| خطا | ۷۹ | ۰٫۰۰۰۰۱٤۲ | | |
| کل | ۹۱ | | | ۰٫۸۸= ضریب تبیین |

از نتایج جدول (۲) می توان نتیجه گیری کرد که تابع تخمین زده شده توسط رگرسیون گام به گام معنی دار است. لازم به ذکر است که نتایج

مدل بدست آمده توسط رگرسیون گام به گام، با نتایج بدست آمده توسط دو روش دیگر انتخاب متغیرها با نام پیشرو و پسرو نیز یکسان است، که این خود نشان دهنده آن است که مدل بدست آمده، مدل نسبتاً خوبی است. نتایج تخمین مدل از سه روش بر روی داده های طرح مرکب مرکزی متمرکز شده در جدول (۳) آمده است.

**جدول۳**

**نتایج حل به سه روش رگرسیون**

| روش رگرسیون | تعداد مراحل حل | تعداد متغیرهای مدل | Fمقدار | ضریب تبیین | میانگین مربعات خطا |
|---|---|---|---|---|---|
| گام به گام | ۱۲ | ۱۲ | ٤٨٫٥٢ | ۰٫۸۸ | ۰٫۰۰۰۵۰۵٤۲ |
| پیشرو | ۱۲ | ۱۲ | ٤٨٫٥٢ | ۰٫۸۸ | ۰٫۰۰۰۵۰۵٤۲ |
| **حذف پسرو** | **۱۲** | **۱۲** | **٤٨٫٥٢** | **۰٫۸۸** | **۰٫۰۰۰۵۰۵٤۲** |

برای تعیین مدل رگرسیون در این بخش، از نرم افزار آماری *SAS* استفاده شده است.

ب) الگوریتم ژنتیک هاشمینیا

گر چه مدلهای آماری در زمینه های مختلف علمی بکار می روند، اما هنوز برآورد بهترین مدلی که بتواند بدرستی مشخصه های ذاتی یک سیستم را با توجه به داده های آماری و تاریخی دردست، توصیف کند مشکل است. بسیاری از این مسائل بسیار پیچیده و زمانبر بوده و برای حل آنها نمی توان دقیقاً از یک الگوریتم کمک گرفت. بنابراین عموماً برای یافتن یک حل نسبتاً بهینه در مدت زمان کوتاهتر، از الگوریتم های هیورستیک استفاده می شود. از آنجائیکه تکنیک برآورد را می توان جزو تکنیکهای بهینه سازی دسته بندی کرد، می توان این قبیل مسائل را بوسیله یک روش ابتکاری از قبیل شبکه های عصبی، الگوریتم ژنتیک، شبیه سازی تبرید، روش جستجوی ممنوع و غیره حل نمود. درسال۲۰۰٦، هاشمینیا و نیاکی با استفاده از الگوریتم ژنتیک، رویکردی را برای پیدا کردن بهترین تابع رگرسیون پیشنهاد کردند [۱۲]. جدول تحلیل واریانس مدل بدست آمده توسط الگوریتم ژنتیک هاشمینیا بر روی داده های طرح مرکب مرکزی متمرکز شده در جدول (٤) نشان داده شده است.

**جدول٤**

**جدول تحلیل واریانس رگرسیون هاشمینیا بر روی داده های طرح مرکب مرکزی متمرکز شده**

| منبع تغییرات | درجه آزادی | میانگین مربعات خطا | Fمقدار | P > F |
|---|---|---|---|---|
| رگرسیون | ۱۲ | ۰٫۰۰۰۰۱٤۲ | ۱۱٫۷۷ | ≈ ۰ |
| خطا | ۸۰ | ۰٫۰۰۰۱۲۱۰٦ | | |
| کل | ۹۲ | | ۰٫٦۳= ضریب تبیین | |

از نتایج جدول (٤) می توان نتیجه گیری کرد که مدل رگرسیون برازش شده معنی دار است.

## ۷- بررسی کفایت دو مدل بدست آمده توسط روش گام به گام و هاشمینیا

مدل نهاییِ بدست آمده توسط هر یک از روشهای رگرسیونی، باید از نظر کفایت مدل، مورد آزمایشهای متداول از قبیل ضریب تبیین، میانگین مربع خطا، پس مانده خطاها و ضریب چند همخطی قرار گیرد [۱۰] [۱٤]. در این مرحله به بررسی کفایت دو مدل بدست آمده توسط رگرسیون گام به گام و هاشمینیا می پردازیم.

۷-۱- ضریب تبیین و میانگین مربع خطای مدل بدست آمده توسط رگرسیون گام به گام به ترتیب برابر ۰٫۸۸ و ۰٫۰۰۰۰۱٤۲ است که این مقادیر نسبت به مقادیر بدست آمده توسط روش هاشمینیا (۰٫٦۳ و ۰٫۰۰۰۱۲۱۰٦)، بهتر است.

۷-۲- چند همخطی می تواند تاثیر جدی بر برآورد ضرائب رگرسیون و کاربرد کلی مدل برآورد شده داشته باشد. اگر مقدار ضریب چند همخطی تمامی متغیرهای موجود در مدل رگرسیونی کمتر از ۱۰ باشد، می توان نتیجه گرفت که متغیرهای موجود در مدل، چند همخطی ندارند و مستقل از هم هستند. ضرایب چند همخطی متغیرهای موجود در دو مدل رگرسیون گام به گام و هاشمینیا توسط نرم افزار آماری *SAS* بدست آمده و در جدول (۵) نشان داده شده است.

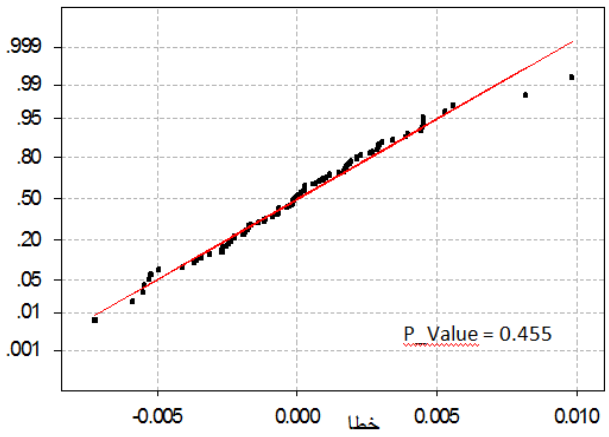
**جدول ۵**

**ضرایب چند همخطی مدل رگرسیون**

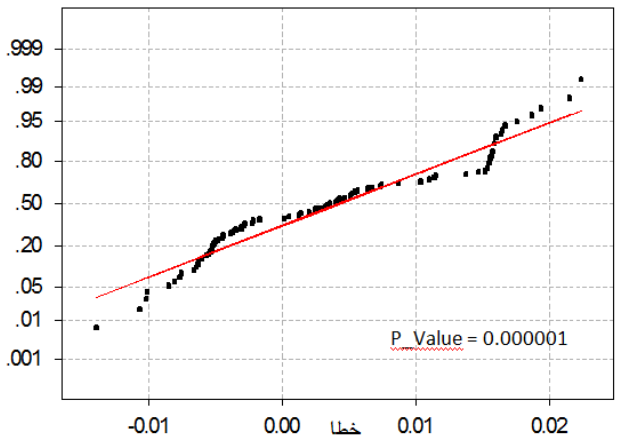
| هاشمینیا | | گام به کام | |
|---|---|---|---|
| ضریب چند همخطی | متغیرها | ضریب چند همخطی | متغیرها |
| ۲۲٫۱۱ | $Q_i'^2$ | ۱ | $Q_i'$ |
| ۱ | $Q_w'$ | ۱ | $Q_w'$ |
| ۱ | $R_1'$ | ۱ | $R_w'$ |
| ۱ | $R_2'$ | ۱ | $P'$ |
| ۱ | $R_3'$ | ۱ | $R_4'^2$ |
| ۱ | $R_4'$ | ۱ | $Q_w'R_w'$ |
| ۱ | $R_w'$ | ۱ | $Q_w'P'$ |
| ۱ | $\lambda_1'$ | ۱ | $R_1'R_2'$ |
| ۲۲،۱۱ | $\lambda_2'^2$ | ۱ | $R_1'\lambda_1'$ |
| ۱ | $\lambda_3'$ | ۱ | $R_2'\lambda_1'$ |
| ۲۲٫۱۱ | $\lambda_4'^2$ | ۱ | $R_3'\lambda_2'$ |
| ۱ | $P'$ | ۱ | $R_w'P'$ |

به دلیل اینکه مقدار ضریب چند همخطی تمامی متغیرهای موجود در مدل رگرسیونی گام به گام کمتر از ۱۰ و مقدار ضریب چند همخطی سه متغیر موجود در مدل رگرسیونی بدست آمده توسط روش هاشمینیا $(\lambda_2^2, \lambda_4^2, Q_i^2)$ بیشتر از ۱۰ است، می توان نتیجه گرفت که تمامی متغیرهای موجود در مدل بدست آمده توسط رگرسیونی گام به گام مستقل هستند وآثاری از چند همخطی وجود ندارند.

۷-۳- پس مانده خطاهای مربوط به مدل برآورد شده که به صورت $e_i = (y_i - \hat{y}_i)$ تعریف می شود، نقش مهمی در کفایت مدل ایفا می کند و در برازاندن هر مدل، تحلیل مانده های رگرسیونی برای تعیین کفایت برازش کمترین مربعات ضروری است. نموداراحتمال نرمال برای خطاهای مربوط دو مدل در شکل (۲) و (۳) نشان داده شده است. مقدار احتمال دو روش رگرسیون گام به گام و هاشمینیا، توسط روش تست اندرسون دارلینگ به ترتیب برابر ۰٫۴۵۵ و ۰٫۰۰۰۰۰۱ است.




شکل ۲- نمودار احتمال نرمال مدل رگرسیونی گام به گام




شکل ۳- نمودار احتمال نرمال مدل رگرسیونی هاشیمینیا

همانطور که از شکل (۲) و (۳) مشخص است، و همچنین با توجه به مقدار احتمال به دست آمده توسط تست اندرسون دارلینگ، می توان نتیجه گرفت که پس مانده خطا های مدل بدست آمده توسط روش گام به گام، دارای توزیع نرمال است. نتایج حاصل از مقایسات دو مدل رگرسیونی به طور خلاصه در جدول ٦ نشان داده شده است.

**جدول ٦**

**جدول مقایسه نتایج بدست آمده توسط دو روش رگرسیون گام به گام و هاشمینیا**

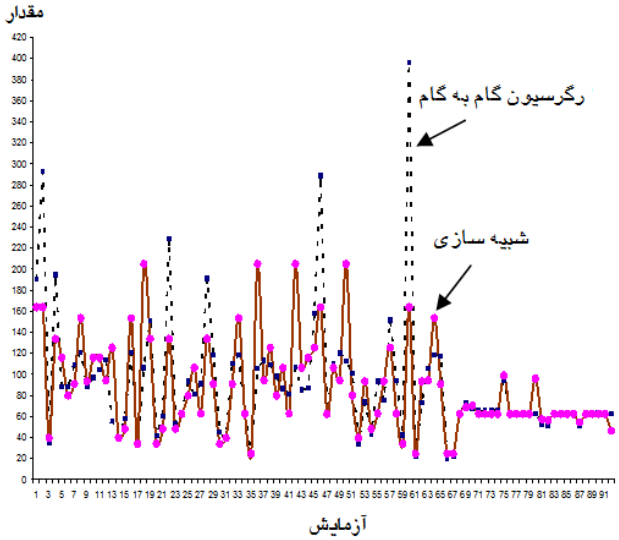
| روش رگرسیون | تعداد متغیرهای مدل | ضریب تبیین | میانگین مربعات خطا | ضریب چند همخطی | نرمال بودن |
|---|---|---|---|---|---|
| گام به گام | ۱۲ | ۰٫۸۸ | ۰٫۰۰۰۰۱٤۲ | √ | √ |
| **هاشمینیا** | **۱۲** | **۰٫٦۳** | **۰٫۰۰۰۱۲۱۰٦** | × | × |

با مقایسات انجام شده، می توان نتیجه گرفت که مدل بدست آمده توسط رگرسیون گام به گام، کفایت لازم را دارد و نسبت به مدل بدست آمده توسط روش هاشمینیا کاراتر است. بنابراین تابع هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی با سیاست کنترل موجودی مرور دائم $(R,Q)$، با یک انبار مرکزی و چهار خرده فروش غیر یکسان در حالت فروش از دست رفته، با استفاده ازتکنیک رگرسیون به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} TC' = {} & 0.01591 - 0.00146\times Q'_R - 0.00178\times Q'_w \\ & - 0.00413\times R'_w - 0.00556\times P' - 0.00168\times R'^2_4 \\ & + 0.00086841\times Q'_w R'_w + 0.00172\times Q'_w P' \\ & - 0.00241\times R'_1 R'_2 + 0.00083077\times R'_1 \lambda'_1 \\ & - 0.00163\times R'_2 \lambda'_1 + 0.00081603\times R'_3 \lambda'_2 \\ & + 0.00505\times R'_3 P' \end{aligned} \qquad (١٤)$$

که در این تابع $TC' = \frac{1}{TC}$ است.

میزان خطای تابع تخمین زده شده توسط رگرسیون گام به گام نسبت به مقادیر اصلی شبیه سازی شده، به طور متوسط برابر ٪ ۲۰ است. در شکل (٤) نمودار مقایسه نتایج بدست آمده توسط مدل رگرسیونی گام به گام با مقادیر اصلی که توسط شبیه سازی حاصل شده است نشان داده شده است.




شکل ۴- نمودار نتایج رگرسیون گام به گام و مقادیر

## ۸- بهینه سازی مدل

زمانی که تابع هزینه سیستم موجودی، معلوم است، می توان با کمینه کردن آن به دوسؤال اصلی که، چه موقع $(R)$ و به چه میزان $(Q)$ سفارش داده شود تا هزینه کل سیستم موجودی در یک زنجیره عرضه حداقل شود، پاسخ داد. برای بهینه سازی ابتدا باید مقادیر پارامترهای نرخ ورود مشتری و هزینه نگهداری معلوم باشد، زیرا متغیرهای نرخ ورود مشتری و هزینه نگهداری $(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,P)$ جزء پارامترهای ورودی مسأله می باشند. سپس با کمینه کردن تابع هزینه، مقادیر بهینه نقاط سفارش و میزان سفارش بدست می‌آیند [۱۱]. مدل ریاضی که می بایست حل شود به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} Min\ TC' = {} & 0.01591 - 0.00146\times Q'_R - \\ & 0.00178\times Q'_w - 0.00413\times R'_w \\ & - 0.00556\times P' - 0.00168\times R'^{\,2}_4 \\ & + 0.00086841\times Q'_w\, R'_w + 0.00172\times Q'_w\, P' \\ & - 0.00241\times R'_1\, R'_2 + 0.00083077\times R'_1\, \lambda'_1 \\ & - 0.00163\times R'_2\, \lambda'_1 + 0.00081603\times R'_3\, \lambda'_2 \\ & + 0.00505\times R'_3\, P' \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

$$\text{S.T}:$$

$$\lambda_i = cte \ \ \& \ \ -1 \le \lambda_i \le 1 \qquad , i = 1,2,3,4$$
$$p = cte \ \ \& \ \ -1 \le p \le 1$$
$$-1 \le R_i \le 1 \qquad , i = 1,2,3,4$$
$$-1 \le Q_r \le 1$$
$$-1 \le R_w \le 1$$
$$-1 \le Q_w \le 1$$

## ۹- مثال عددی

یک سیستم موجودی دو سطحی با چهار خرده فروش و یک انبار مرکزی را در نظر بگیرید. ورود مشتریان به خرده فروشان دارای توزیع پواسون با پارامترهای $\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0.5, \lambda_2 = 1.5$ و هزینه کمبود برابر با $P = 5$ است. مقادیر کد شده این متغیرها با استفاده از «رابطه (۱۰)» به شکل زیر است:

$$p = -1,\ \lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_4 = -1, \lambda_2 = 1$$

هم اکنون می بایست، با موجود بودن تابع هزینه سیستم موجودی «رابطه (۱٤)» مقادیر نقاط سفارش و میزان سفارش را بگونه ای تعیین کنیم که هزینه کل سیستم موجودی حداقل شود. مدل ریاضی که می بایست برای این مثال حل شود به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} Min\ TC' = {} & 0.01591 - 0.00146\times Q'_R - 0.00178\times Q'_w \\ & - 0.00413\times R'_w - 0.00556\times P' - 0.00168\times R'^{\,2}_4 \\ & + 0.00086841\times Q'_w\, R'_w + 0.00172\times Q'_w\, P' \\ & - 0.00241\times R'_1\, R'_2 + 0.00083077\times R'_1\, \lambda'_1 \\ & - 0.00163\times R'_2\, \lambda'_1 + 0.00081603\times R'_3\, \lambda'_2 \\ & + 0.00505\times R'_3\, P'' \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

$$\text{S.T}:$$

$$\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_4 = -1\ ,\lambda_2 = 1$$
$$p = -1$$
$$-1 \le R_i \le 1 \quad , i = 1,2,3,4$$
$$-1 \le Q_r \le 1$$
$$-1 \le R_w \le 1$$
$$-1 \le Q_w \le 1$$

نتایج این مدل پس ازحل توسط نرم افزار *Lingo* به شرح ذیل است:

$$Q_i = -1,\ Q_w = -1,\ R_w = -1,\ R_1 = -1, R_2 = 1,\ R_3 = 1,\ R_4 = 0$$

که مقادیر تبدیل شده آنها برابر است با:

$$Q_i = 8,\ Q_w = 32,\ R_w = -32,\ R_1 = 1, R_2 = 7,\ R_3 = 7,\ R_4 = 4$$

با در نظر گرفتن مقادیر نرخ ورود مشتریان و هزینه کمبود سیستم، در صورتی که مقادیر نقاط سفارش و میزان سفارش بدست آمده را انتخاب کنیم، هزینه کل سیستم موجودی، حداقل می شود. مقدار هزینه بدست آمده، با قرار دادن مقادیر فوق در «رابطه (۱٤)» برابر ۲۳٫۷۱ است. برای تست این موضوع، مقادیر فوق را در شبیه سازی قرار داده و مقدار هزینه برابر ۲۲٫٤۳٤ شده است. البته لازم به ذکر است، به لحاظ اینکه تابع مورد نظر غیر خطی است جواب بدست آمده توسط

نرم افزار *Lingo* بهینه مطلق نمی باشد. میزان خطای مدل ما برابر ٪ ۵٫۳ است.

## ۱۰- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این تحقیق ابتدا یک سیستم موجودی دو سطحی با یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش غیر یکسان در حالت فروش از دست رفته (نقطه قوت این تحقیق، بحث غیر یکسان بودن خرده فروشان در حالت فروش از دست رفته است) که تمامی اجزای آن از سیاست کنترل موجودی مرور دائم $(R,Q)$ پیروی می کند، توسط نرم افزار ریاضی *Matlab*، شبیه سازی شد. سپس تعدادی آزمایش توسط طرح مرکب مرکزی متمرکز شده با $2^{(12-6)}$ آزمایش با الحاق ٤ نقطه مرکزی و ٢٤ نقطه محوری ($\alpha=\pm1$) (تولید شده توسط نرم افزارآماری *Minitab*) ایجاد و نتایج مقادیر هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی را با استفاده از شبیه سازی بدست آوردیم. سپس با استفاده از رگرسیون گام به گام که از متداول ترین روش های انتخاب متغیر است (توسط از نرم افزار آماری *SAS*)، و الگوریتم ژنتیک هاشمینیا (٢٠٠٦) که رویکردی را برای پیدا کردن تابع رگرسیون پیشنهاد کرده اند، دو تابع تخمین زدیم که با مقایسه کفایتِ دو مدل، مدل بدست آمده توسط رگرسیون گام به گام با ضریب تبیین ۰٫۸۸ و میانگین مربع خطای ۰٫۰۰۰۰۱٤۲ به عنوان تابع هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی انتخاب و با استفاده از شبیه سازی، دقت این تخمین از طریق مثالهای عددی تولید شده مورد بررسی قرار گرفت.

برای ادامه کار پیشنهاد می گردد که بر روی زمینه های تخمین تابع هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی با سیاست کنترل موجودی مرور دائم با یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش غیر یکسان درحالت فروش از دست رفته، با میانگین مربعات خطای پایین تر و ضریب تبیین بالاتر(دقت بالاتر)، تعیین تابع دقیق هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی (یا بالاتر) با سیاست کنترل موجودی مرور دائم و یا مرور دوره ای با یک انبار مرکزی و چندین خرده فروش غیر یکسان درحالت فروش از دست رفته، شبیه سازی وتخمین تابع سیستم موجودی بیشتر از دو سطح با سیاست کنترل موجودی مرور دائم و یا مرور دوره ای با در نظر گرفتن فرض های قابل تعمیر بودن اقلام موجودی، فازی بودن بعضی پارامترها مانند مدت زمان تحویل و یا احتمالی بودن مدت زمان تحویل و یا با در نظر گرفتن فرض تقاضای پواسون مرکب و یا سایر الگوهای تقاضا مانند تقاضای نرمال، شبیه سازی و تخمین تابع هزینه کل سیستم موجودی دو سطحی و یا بالاتر در حالت چند محصولی، شبیه سازی و تخمین تابع هزینه کل و تابع سطح خدمت سیستم موجودی دو سطحی و یا بالاتر و تعیین بهترین تابع رگرسیون، با استفاده از الگوریتم های متاهیورستیکی، مانند جستجو ممنوع، الگوریتم مورچگان و غیره تحقیق شود.

## ۱۱- مراجع


[1] Sherbrooke, C.C.; "*METRIC: a multi-echelon technique for recoverable item control*", Proc. Operations Research, vol. 16, p.p. 122-141, 1968

[2] Deuermeyer, B.; Schwarz, L.B.; "*A model for the analysis of system service level in warehouse/retailer distribution system: the identical retailer case*", Multilevel Production/Inventory Control Systems, Chap. 13 (TIMS Studies in Management Science 16), L. Schwarz (ed.). Elsevier, New York , 1981.

[3] Axsäter, S.; "*Simple solution procedures for a class of two-echelon inventory problems*", Proc. Operations Research, 38, 64-69, 1990.

[4] Axsäter, S.; "*Exact and approximate evaluation of batch-ordering policies for two-level inventory systems*", Proc. Operations Research vol. 41, p.p. 777-785, 1993.

[5] Axsäter, S.; "*Evaluation of installation stock-based (R , Q) policies for two-level inventory systems with Poisson demand*", Proc. Operations Research, vol. 46, p.p. 135-145, 1998.

[6] Forsberg, R.; "*Exact evaluation of (R, Q)-policies for two-level inventory systems with Poisson demand*", Proc. European Journal of 138, 1996.-Operational Research, vol. 96, p.p. 130.

[7] Andersson, J.; Melchiors, P.; "*A two echelon inventory model with lost sales*", Proc. International Journal of Production Economics, , vol. 69, p.p. 307-315, 2001.

*[8] Seifbarghy, M.; Akbari J.; "Cost evaluation of a two- echelon inventory system with lost sales and approximately normal demand", Production Economics, vol. 102, p.p. Proc. International Journal of 244-254, 2006.*

۹- راس، شلدون؛ پارسیان، احمد؛ زینل همدانی، علی؛ **" مبانی احتمال "** انتشارات شیخ بهایی، اصفهان، ویرایش چهارم، ۱۳۷۹.

۱۰- داگلاس سی، مونت گمری؛ شاهکار، غلام حسین؛ **" طرح و تحلیل آزمایشات "** مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۸۰.

*[11] Montgomery, D. C.; Responce Surface Methedology . New York: Wiley, 2004.*

*[12] Hasheminia, H.; Akhavan, N., Seyed, T.; "A Genetic Algorithm Approach to Find the Best Regression/Econometric Model among the Candidates", Proc. Mathematics and Computation, vol. 183, p.p., 337-349, 2006.*

*[13] Hocking, R.R.; F.M.Speed.; M.J. Lynn.; "A Class of Biased Estimators in Linear Regression", Proc. Technometrics ;Vol.18, PP 425-437, 1976.*

۱۴- آلبرت ه، باوکر؛ جرالد ج، لیبرمن؛ محلوجی، هاشم؛ **" آمار مهندسی "** مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ، ۱۳۷۵.