# تاثیر نقدشوندگی و متنوع‌سازی بر انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری

عباس خادم‌پور آرانی[۱]، مهدی معدنچی زاج[۲،*]، امیررضا کیقبادی[۳]، غلامرضا زمردیان[۴]

[۱] دانشجوی دکتری، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

[۲] استادیار، گروه مدیریت مالی، واحد الکترونیکی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران،ایران (عهده‌دار مکاتبات)

[۳] استادیار، گروه حسابداری، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

[۴] استادیار، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

تاریخ دریافت: آبان ۱۴۰۱، اصلاحیه: بهمن ۱۴۰۱، پذیرش: اسفند ۱۴۰۱

**چکیده**

امروزه در بازارهای رقابتی، ریسک نقدشوندگی یکی از شاخص‌های مهم تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران در سرمایه‌گذاری بر روی دارائیها و ابزارهای مالی است. این ریسک در شرایط بحران‌های مالی و رکود در بازار از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در چهت اهمیت دادن سرمایه‌گذاران به کاهش ریسک سرمایه‌گذاری، یکی دیگر از استراتژیهایی که برای انتخاب یک سبد سرمایه‌گذاری بهینه بکار گرفته می‌شود موضوع متنوع‌سازی پرتفوی سرمایه‌گذاری است. در این پژوهش سعی شده است با ارائه یک مدل و تعریف شاخصی از ریسک نقدشوندگی و بکارگیری یکی از شاخص‌های متنوع‌سازی(شاخص آنتروپی شانون)، تاثیر این دو معیار بر انتخاب پرتفوی بهینه بررسی شود. داده‌های آماری این پژوهش، شامل بازده شاخص قیمتی و شکاف قیمتی روزانه برای ۴ گروه صنعتی بورس تهران در فاصله سالهای ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۹ می باشد. با توجه به لزوم مدل‌سازی و وجود ناهمسانی واریانس در داده‌های پژوهش از روش گارچ چند متغیره استفاد شده است و نهایتاً وزن بهینه با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار متلب *Matlab* و استفاده از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب نسخه دوم(*NSGA-II*)، برای صنایع منتخب محاسبه شده است و با توجه به مدل ارائه شده داده‌های خروجی در سه حالت بررسی و تحلیل شده‌اند. بررسی نتایج در حالتی که هزینه نقدشوندگی و شاخص تنوع‌بخشی در مدل وجود دارد، نشان می‌دهد که صنایعی که ثبات بیشتری در قیمت سهامشان در طول زمان وجود دارد، وزنشان در پرتفوی بهینه بیشتر است. ضمن اینکه انجام تحلیل آماری با داده‌های بازده شاخص کل در این حالت، وجود رابطه معنی‌داری بین داده‌های میانگین بازده پرتفوی با میانگین بازده شاخص کل را نشان نمی‌دهد. با حذف هزینه نقدشوندگی از مدل، بررسی داده‌های خروجی نشان میدهد که متوسط سهم وزنی صنعت فرآورده‌های نفتی و صنعت کانه‌های فلزی نسبت به حالت قبل بیشتر می‌شود که به معنای نقدشوندگی کمتر این دو صنعت می‌باشد؛ ضمن اینکه متوسط بازده و ارزش در معرض خطر پرتفوی در این حالت نیز افزایش می‌یابد. انجام تحلیل آماری با داده‌های بازده شاخص کل در این حالت رابطه معنی‌داری بین میانگین بازده پرتفوی با میانگین بازده شاخص کل را نشان میدهد. در حالت حذف محدودیت متنوع‌سازی از مدل، نتایج خروجی پژوهش در این حالت نشان میدهد متوسط وزن صنایع منتخب در پرتفوی بهینه اگرچه تغییر میکند اما این تغییر چندان محسوس نمی‌باشد و نتیجه اینکه میتوان این محدودیت را در مدل نادیده گرفت؛ ضمن اینکه انجام تحلیل آماری با داده‌های بازده شاخص کل از نشان از وجود رابطه معنی‌داری بین داده‌های میانگین پرتفوی در این حالت با میانگین بازده شاخص دارد.

**واژه‌های اصلی** : ریسک نقدشوندگی، متنوع‌سازی، پرتفوی بهینه، گارچ چند متغیره

## ۱- مقدمه

برای رشد و توسعه اقتصادی، سرمایه‌گذاری در ابعاد خرد و کلان، فردی و در سطح جامعه اجتناب ناپذیر است. هر جامعه، کشور و حتی افراد آن برای رسیدن به مطلوبیتی بالاتر(رشد)، خصوصاً رشد اقتصادی، نیازمند سرمایه‌گذاری است و برای بهره‌مندی هر چه بهتر از منابع، بازده این سرمایه‌گذاری(منافع) باید هر چه بیشتر اثربخش‌تر و بهینه‌تر باشد. بازده یک سرمایه‌گذاری اگرچه موضوع قابل توجهی است اما سرمایه‌گذاری بهینه به عنوان مصالحه‌ای بین ریسک و بازده، در نظر گرفته می‌شود. انتشار نظریه پرتفوی سهام مارکویتز[۱]، اصلی‌ترین و مهمترین موفقیت در این راستا بود[۱۴]. از زمانی که مارکویتز مدل خود را منتشر کرد این مدل تغییرات و بهبودهای فراوانی را در شیوه نگرش به سرمایه‌گذاری و

[1] Harry Markowitz

*Madanchi@iauec.ac.ir

بکار گرفته شد. مارکویتز پیشنهاد کرد که سرمایه‌گذاران ریسک و بازده را به صورت توامان در نظر گرفته و میزان تخصیص سرمایه بین فرصتهای سرمایه‌گذاری گوناگون را بر اساس تعامل بین این دو انتخاب نمایند[۶]. ویژگی در نظر گرفتن ریسک در کنار بازده این است که با کاهش ریسک سرمایه‌گذاری از تلاطم بازده در طول مدت سرمایه‌گذاری جلوگیری می‌شود. سرمایه‌گذاری و مدیریت بهینه پرتفوی(سبد) یکی از مهم‌ترین موضوعات تئوریک در دانش سرمایه گذاری و مدیریت مالی و یکی از زمینه‌های تحقیقی و پژوهشی است که پژوهش‌ها و تحقیقات مالی بسیاری در مباحث مرتبط با آن صورت گرفته به صورتی که تمرکز عمده پژوهشها در خصوص سرمایه گذاری بهینه، در قالب کلی کاهش ریسک و تنوع‌بخشی در سرمایه‌گذاری است.

با معرفی تئوری مارکویتز و بعد از آن تئوری فرامدرن پرتفوی، تعریف و ارائه معیارهای در نظر گرفته شده برای ریسک ابعاد گسترده‌ای پیدا کرد و در طول این چندین دهه، معیارها، تعابیر و مفاهیم جدیدی از ریسک مطرح شده است. یکی از ابعاد ریسک، ریسک نقدشوندگی دارایی است. و این ریسک خصوصاً بعد از بحران‌های مالی ایجاد شده از اهمیت و جایگاه ویژه‌ای برخوردار شده است. از دیگر استراتژی‌ها برای کاهش ریسک در انتخاب پرتفوی، متنوع‌سازی پرتفوی است که در تحقیقات و پژوهش‌ها، این استراتژی با استفاده از رویکردها و شاخص‌های متفاوت محاسبه می‌شود[۱۸] و تحقیقات بسیاری این واقعیت را ثابت کرد که متنوع‌سازی پرتفوی به از بین رفتن ریسک مربوطه کمک می‌کند[۴].

دامنه پژوهشهایی که در زمینه انتخاب پرتفوی بهینه انجام شده است بسیار گسترده و متنوع است. با توجه به در نظرگرفتن دو مفهوم ریسک و بازده در بهینه‌سازی پرتفوی، انتخاب پرتفوی بهینه در قالب یک مدل صورت میگیرد و طبیعتاً نوع مدل، اهداف مدل، روش مدل‌سازی نوسانات، معیار انتخاب ریسک مدل و روش حل مدل که غالباً مدلهای چند هدفه هستند، موجب تنوع تحقیقات و پژوهشها روی موضوع بهینه‌سازی سبد سهام شده است.

با بررسی و بهره‌گیری از پژوهشهای قبلی انجام شده، این تحقیق با ارائه یک مدل جدید، بدنبال آنست تا با بهره‌گیری از مفهوم ارزش در معرض خطر نقدشوندگی[1] به عنوان شاخصی از ریسک نقدشوندگی و مفهوم آنتروپی با شاخص آنتروپی شانون، به عنوان معیاری از متنوع‌سازی، در قالب یک مدل سه هدفه تاثیر توامان این دو شاخص بر انتخاب یک سبد سرمایه‌گذاری را بررسی نماید.

## ۲- مروری بر پیشینه پژوهش

در بررسی پیشینه پژوهش‌های مرتبط با موضوع تحقیق، به بررسی نزدیکترین پژوهش‌های موضوعی با زمینه نقدشوندگی، متنوع‌سازی، روشهای مدلسازی گارچ چند متغیره و چالش‌های مرتبط با این تحقیق در موضوع بهینه‌یابی چند هدفه پرداخته شده است.

در موضوع استفاده از معیار نقدشوندگی به عنوان یکی از معیارهای انتخاب پرتفوی، اسلامی بیدگلی و سارنج[۱] در پژوهشی با عنوان" انتخاب پرتفوی با استفاده از سه معیار میانگین بازدهی، انحراف معیار بازدهی و نقدشوندگی در بورس اوراق بهادار تهران" به بررسی انتخاب بهینه پرتفوی پرداختند. در این پژوهش مطرح شده است که: از جمله انتقاداتی که به مدل مارکویتز وارد شد، این بود که در این مدل تنها به دو معیار میانگین و انحراف معیار بازده ها توجه میشود و این در حالی است که سرمایه‌گذاران عملاً معیارهای گوناگونی را هنگام تشکیل پرتفوی، مورد توجه قرار میدهند. نقدشوندگی یکی از مهمترین معیارهای مورد توجه سرمایه‌گذاران در هنگام تشکیل پرتفوی میباشد. این تحقیق بر آن شده است که معیار نقدشوندگی را در مدل پیشنهادی مارکویتز با استفاده از دو رویکرد فیلترینگ و محدودیت نقدشوندگی در بازار سرمایه ایران ادغام کرده و در نهایت به مدلی برسد که با استفاده از آن، سرمایه‌گذاران بتوانند پرتفویی تشکیل دهند که از لحاظ بازدهی، ریسک و نقدشوندگی بهینه باشد. نتایج تحقیق نشان میدهد که نقدشوندگی در سطوح بالا، بر روی تصمیمات سرمایه‌گذاران مؤثر بوده و بنابراین مرزهای کارآ را تحت تأثیر قرار میدهد.

در موضوع استفاده از مدلهای گارچ چند متغیره به همراه استفاده از مفهوم ارزش در معرض خطر، پژوهشی توسط رستمی و حقیقی[۷] انجام شده است که در این پژوهش عملکرد مدلهای GARCH چندمتغیره، برای محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک، مقایسه شده است. بدین منظور از پرتفویی شامل شاخص‌های هفتگی TEDPIX، KLSE و XU ۱۰۰ برای مدت ده سال استفاده شده و برای تخمین ارزش در معرض خطر، ابتدا مدلهای CCC، DCC انگل، DCC تز و تسو و GARCH-DECO با استفاده از نرم افزار OxMetrics تخمین زده شده‌اند و سپس با کمینه کردن معیارهای اطلاعاتی و حداکثر درستنمایی مقدار وقفه‌های بهینه به دست آمده و پس از تأیید کفایت مدلها، ماتریس واریانس - کواریانس آنها برای تخمین ریسک استفاده شده است. در این تحقیق نتایج نشان داده شده که گرچه مدل CCC، ماتریس واریانس را بهتر تخمین میزند، ولی مدل GARCH-DECO به واسطهٔ به کارگیری کاملتر اطلاعات ماتریس همبستگی، بهتر از دیگر مدلها، ارزش در معرض ریسک را محاسبه میکند.

در پژوهش دیگری با رویکرد استفاده از معیار ارزش در معرض خطر و استفاده از مدلهای گارچ چند متغیره، عباسی و صادقی[۲] به برآورد ارزش در معرض خطر فلزات اساسی با استفاده از رویکرد گارچ چند متغیره پرداختند. در این پژوهش به محاسبه ارزش در معرض ریسک(VaR) سبدی از ۴ فلز اساسی بورس لندن شامل روی، سرب، مس و آلومینیوم پرداخته می‌شود که در بازه زمانی ده سال از ۲ ژانویه ۲۰۰۳ الی ۱۹ ژانویه ۲۰۱۳ و شامل ۲۷۰۴ مشاهده می‌باشد که از سایت بورس لندن گرفته شده است. به دلیل فقدان داده‌های مناسب و کافی جهت بررسی فلزات در بورس کالای ایران، از داده‌های معادل در بورس فلزات لندن(LME) استفاده شد. علت این جایگزینی، ارتباط مستقیم قیمت این فلزات در بورس کالای ایران با بورس فلزات لندن می‌باشد. به

[1] Liquidity Value at Risk (LVaR)

همین منظور برای تخمین ماتریس کوواریانس شرطی از سه مدل گارچ چند متغیره پارامتریک یعنی BEKK،VECH و CCC دو فرض نرمال بودن توزیع بازده دارایی‌ها و دارا بودن توزیع t استیودنت برای آن‌ها استفاده می‌شود و سپس سبد فلزات را یک‌بار با اوزان بهینه و بار دیگر با اوزان مساوی تشکیل داده و ارزش در معرض ریسک آن‌ها محاسبه و با هم مقایسه شده‌اند. در پایان نیز از طریق آزمون پس نگر مبتنی بر تابع زیان و آزمون نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک، دقت مدل‌های VaR بررسی شده است. نتایج نشان داده است که انتخاب سطوح اطمینان مختلف و اوزان متفاوت بر نتایج محاسبات ارزش در معرض ریسک تأثیرگذار است. همچنین با استفاده از آزمون پس‌نگر مبتنی بر تابع زیان با اوزان بهینه مدل VECH و با اوزان مساوی مدل BEKK دقت بیشتری دارند و با استفاده از آزمون نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک با اوزان بهینه مدل CCC و با اوزان مساوی مدل BEKK و VECH دارای دقت بیشتری هستند.

در پژوهش دیگری در موضوع استفاده از آنتروپی در بهینه‌سازی پرتفوی، پژوهشی توسط راعی و همکاران[۸] با عنوان "بهینه‌سازی پرتفوی چند هدفه بر اساس میانگین، واریانس، آنتروپی و الگوریتم ازدحام ذرات[1]" انجام شده است. هدف این پژوهش بهینه‌سازی پرتفوی با چند معیار بوده است و از این‌رو معیاری جدید به نام آنتروپی شانون معرفی شده است که برخلاف واریانس، وابسته به تقارن توزیع بازده دارایی‌ها نیست و می‌توان از آن به عنوان معیاری جدید برای محاسبه ریسک سبد سهام در کنار واریانس استفاده کرد. در این پژوهش مدلی بر مبنای میانگین- واریانس و آنتروپی برای حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی ارائه شده است. در این پژوهش بر اساس مدل‌های اقتصادسنجی *ARIMA_GARCH*، ریسک(واریانس) و بازده برای شرکت‌های حاضر در پرتفوی برای دوره سه ماهه بعدی پیش‌بینی شده و با ورود داده‌ها به مدل پیشنهادی و از طریق الگوریتم ازدحام ذرات (*PSO*) اقدام به حل مسئله بهینه‌سازی شده است. برای مقایسه مدل پژوهش با مدل میانگین - واریانس مارکویتز با استفاده از شاخص شارپ پرتفوی‌های محاسبه شده توسط هرکدام از روش‌ها نشان داده شده است که مدل پیشنهادی پژوهش(میانگین - واریانس - آنتروپی) با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات از کارایی بالاتری نسبت به مدل میانگین - واریانس مارکویتز برخوردار است.

موسوی، غلامی و سامعی[۱۵] به بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری شرکت سرمایه‌گذاری بانک سپه با استفاده از مدل ترکیبی مارکویتز و گارچ چند متغیره پرداختند. یافته‌ها نشان می‌دهند هر زمان که ریسک کمتری در هر یک از صنایع وجود داشته، سهم آن‌ها در سبد سرمایه‌گذاری بیشتر است. به‌علاوه در میان این چهار صنعت بالاترین سهم به‌طور متوسط مربوط به صنعت استخراج کانی‌های غیرفلزی است و صنایع استخراج کانی‌های فلزی، شرکت‌های معظم چند رشته‌ای و صنعت مواد و محصولات شیمیایی به ترتیب در جایگاه‌های بعدی قرار دارند.

در تحقیق دیگری توسط مندس و همکاران [۲۳] با عنوان" بهینه‌سازی پرتفوی چند هدفه بر اساس سریهای زمانی *ARMA GARCH* و مبتنی بر طراحی آزمایشات" تلاش شده است تا با ارائه یک مدل کلاسیک از بهینه یابی پرتفوی(بهینه یابی میانگین- واریانس مارکویتز) در کنار معرفی مفهوم آنتروپی و شاخص آنتروپی شانون به عنوان معیاری جهت تنوع‌بخشی به پرتفوی یک سبد بهینه از سهام شرکت‌های نفتی ارائه کند. در این تحقیق یک مدل چند هدفه(سه هدف) و مرکب از ماکزیمم‌سازی بازده، مینیمم‌سازی واریانس و ماکزیمم‌سازی شاخص شانون ارائه شده و داده‌های قیمت نفت در چهار کشور دنیا شامل: امارات متحده عربی، ونزوئلا، چین و اندونزی در فاصله سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۵ مورد بررسی و مدل‌سازی قرارگرفته، بازده و واریانس قیمتی با استفاده از مدل‌سازی*ARMA GARCH* مدل‌سازی شده و سپس با استفاده از روش طراحی آزمایشات[2] مقدار بهینه این سهام نفتی در پرتفوی بهینه به دست آمده است.

## ۳- مبانی نظری پژوهش

دامنه تعریف، معیارها و شاخص‌های محاسبه ریسک در طول چندین دهه بسیار گسترده شده است. بعد از معرفی واریانس به عنوان معیار ریسک در تئوری پرتفوی مارکویتز، معیارهای مختلفی برای ریسک مطرح شد. دسته‌ای از این معیارهای ریسک تحت عنوان و مفهوم ریسک نامطلوب[3] قرار دارند که اگرچه در سالیان دور مورد توجه محققین و اندیشمندان مالی قرار داشت اما بعدها پایه و اساس طرح نظریه فرامدرن پرتفوی قرار گرفت. در زیر مجموعه این دسته از معیارهای ریسک، معیار ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر نقدشوندگی است که این دو معیار بعد از بحرانهای مالی بسیار مورد توجه قرار گرفتند. مشخصه اصلی بحرانهای مالی رکود در بازارها و عدم امکان و یا قابلیت کم نقدشوندگی دارائیهاست و این ریسک برای یک سرمایه‌گذار بسیار مهم است. سرمایه‌گذاران بدنبال سرمایه‌گذاری در دارائیهایی هستند که در شرایط مقتضی با حداقل هزینه و حداقل زمان ممکن، دارائیهایشان را به وجه نقد تبدیل نمایند. بنابراین ریسک نقدشوندگی و مقداری از دارایی، که در اثر این ریسک در معرض خطر است از این جهت برای سرمایه‌گذاری و سرمایه‌گذاران دارای اهمیت است.

### *۳-۱- مدل مفهومی ریسک بازار و ریسک نقدشوندگی*

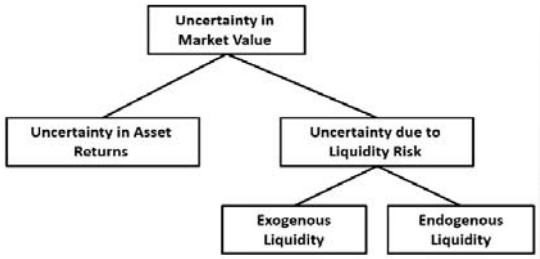
به صورت متعارف و سنتی، ریسک بازار را مرتبط به عدم اطمینان در مورد قیمت‌ها یا بازده ناشی از حرکت بازار میدانیم و بنابراین در این حالت اندازه‌گیری ریسک بازار مرتبط با توصیف و مدل‌سازی توزیع بازده یک دارایی مالی است. اما این شرایط اصطلاحاً در یک بازار بدون اصطکاک امکان‌پذیر است. در عمل بین تقاضای فروش و تقاضای خرید دارایی مالی در بازار فاصله قیمتی وجود دارد و این امر منجر به عدم نقدشوندگی آن دارایی در بازار می‌شود این ریسک مرتبط با ماهیت بازار

[1] Particle Swarm Optimization(PSO)

[2] Experimental Design Method

[3] Downside Risk

است و طبیعتاً این ویژگی می‌بایست در محاسبات ریسک بازار وارد شود. بطور کلی مفهوم نقدشوندگی در بازارهای مالی بر توانایی مبادله ابزارهای مالی در حجم بزرگ با سرعت بالا و هزینه‌های معاملاتی ناچیز و کم دلالت دارد.




**شکل (۱): طبقه بندی ریسکهای مرتبط با بازار [۱۶]**

ریسک مرتبط با نقدشوندگی بازار را می‌توان به دو دسته نقدشوندگی برون‌زا[1] و نقدشوندگی درون‌زا[2] تقسیم کرد. در هر دو دسته نقدشوندگی، ریسک یا عدم نقدشوندگی مرتبط با شکاف قیمتی است اما تفاوتی اساسی در شکل‌گیری شکاف قیمتی در بازارها باعث می‌شود، بین این دو دسته تمایز قائل شویم[۱۶]. نقدشوندگی برون‌زا برای یک دارائی یا ابزار مالی، نتیجه ویژگی‌های بازار آن است. این ویژگی برای همه فعالان بازار مشترک است و تحت تأثیر اقدامات سرمایه‌گذاران قرار نمی‌گیرد. در چنین بازارهایی مثل بازار ارزهای پرکاربرد، حجم معاملات بالا، پایدار و شکاف قیمتی بسیار کوچک[3] می‌باشد، در مقابل بازار ارزهای پرکاربرد، بازارهای ارزهای نوظهور[4] یا اوراق قرضه بنجل قرار دارند که ویژگی آن‌ها معاملات در حجم کم، عدم نقدشوندگی و با نوسانات شکاف قیمتی بزرگ همراه هستند. درواقع در نقدشوندگی برون‌زا، شکاف قیمت مرتبط با ویژگی بازار است و تحت تأثیر بازیگران یا سرمایه‌گذاران قرار نمی‌گیرد. در مقابل نقدشوندگی درون‌زا قرار دارد. نقدشوندگی درون‌زا مختص موقعیت هر فرد در بازار است و به مقدار و اندازه موقعیت[5] هر فرد بستگی دارد هر چه اندازه موقعیت فرد بیشتر باشد شکاف قیمتی بیشتر و درنتیجه عدم نقدشوندگی و ریسک نیز بیشتر است [۱۶].

### ۳-۲- مدل‌سازی نقدشوندگی برون‌زا با استفاده از مفهوم $VaR$

روش، معیار و یا شاخص ارزش در معرض خطر برای چندین سال تکنیک غالب برای اندازه گیری ماکزیمم زیان ناشی از یک دارایی مالی در افق زمانی با یک احتمال مشخص بود. بر اساس چارچوب مفهومی و دسته‌بندی فوق در خصوص ریسک بازار و معرفی مفاهیم مرتبط با نقدشوندگی مشکلی که شاخص ارزش در معرض خطر دارد این است که هزینه‌های نقدشوندگی(Liquidity Cost) در آن محاسبه نمی‌شود و این موضوع باعث می شود که ریسک محاسبه شده کمتر برآورد شود و همین امر موجب می‌شود تا بنگاه‌ها و شرکت‌های مالی و سرمایه‌گذاری برای مدیریت پرتفوی خود در بازار ذخیره کمتری در نظر گرفته و نتیجه اینکه مدیریت پرتفوی ممکن است دچار زیان و اختلال شود. مهمترین مدل‌های محاسبه ریسک نقدشوندگی برون‌زا، مدل‌هایی است که با مفهوم و معیار ارزش در معرض خطر تلفیق شده‌اند. شاخص ارزش در معرض خطر برای چندین سال تکنیک غالب برای اندازه‌گیری ماکزیمم زیان ناشی از یک پرتفوی در افق زمانی با یک احتمال مشخص بود، اما همان‌طور که به‌صورت مفهومی اشاره شد این تکنیک ریسک ناشی از نوسانات بازده دارایی را در بازار محاسبه می‌نماید و دربرگیرنده ریسک ناشی از نقدشوندگی دارایی نیست. رویکرد محاسبه ریسک با استفاده از $VaR$ با مفهوم محاسبه ریسک ناشی از نقدشوندگی تلفیق و معیاری بنام LVaR[6] در پژوهش‌ها پیشنهادشده است[۲۷].

یکی از پرکاربردترین روش‌های محاسبه برای نقدشوندگی مدلی است که توسط بانجیا و همکاران[7](۱۹۹۹) ارائه‌شده است. در این روش محاسبه همانند بسیاری از روش‌ها، از شکاف قیمتی به‌عنوان معیاری از نقدشوندگی در محاسبات استفاده‌شده است.

### ۳-۳- ارزش در معرض خطر[8] و ارزش در معرض خطر نقدشوندگی[9]

ارزش در معرض ریسک یک رویکرد متعارف برای محاسبه ریسک است. برآوردهای نادرست از ارزش در معرض ریسک پرتفوی داراییها می تواند بنگاه‌ها را به حفظ ذخایر ناکافی سرمایه برای پوشش ریسکهای خود هدایت کند. نقدشوندگی داراییها عبارت است از توانایی معامله سریع حجم بالایی از اوراق بهادار با هزینه پایین و تأثیر قیمتی کم. تاثیر قیمتی کم به این معنی است که قیمت دارایی در فاصله میان سفارش تا خرید، تغییر چندانی نداشته باشد. نقدشوندگی، یک معیار چند بعدی است و از آن جا که هنوز معیارمنحصر به فردی وجود ندارد که بتواند تمام ابعاد نقدشوندگی را پوشش دهد، لذا در پژوهشها ناچاراً از چندین معیار مجزا که هر یک بیانگر یک بعد از نقدشوندگی است، استفاده میگردد[۱].

ارزش در معرض خطر برای متغیر تصادفی بازده یک سهم $(r)$ با توزیع نرمال $[r \sim N(\mu, \sigma)]$ و با سطح $\alpha$ درصد اطمینان میتوان به صورت رابطه (۱) محاسبه کرد.

$$VaR_{\alpha} = \sigma_r z_{\alpha} - \mu_r \qquad (1)$$

این رابطه را برای یک پرتفوی و به صوت رابطه (۲) می‌توان بکار گرفت که در آن $\mu_p$ میانگین بازده قیمتی پرتفوی و $\sigma_p$ انحراف معیار بازده قیمتی پرتفوی است[۲۷].

$$VaR_{\alpha,p} = \sigma_p z_{\alpha} - \mu_p \qquad (2)$$

اگر این دارایی داری شکاف قیمتی در خرید و فروش نیز باشد، هزینه نقد شوندگی[10] این دارایی به صورت رابطه (۴) محاسبه می‌شود[۱۵] که درآن $P_t$ قیمت متوسط دارایی در زمان $t$، $\mu_s$ میانگین شکاف قیمتی

[1] Exogenous illiquidity
[2] Endogenous illiquidity
[3] Small bid-ask spreads
[4] Emerging currencies
[5] Size of the position

[6] liquidity adjusted Value at Risk
[7] Bangia et al. (1999)
[8] Value at Risk(VaR)
[9] Liquidity Value at Risk(LVaR)
[10] Cost of Liquidity(COL)

نسبی[1] و $\sigma_s$ انحراف معیار شکاف قیمتی دارایی و شکاف قیمتی به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود و که $BA$ بهترین قیمت خریدار و $BB$ بهترین قیمت فروشنده و $P_{mid}$ متوسط این دو قیمت است

$$LVaR = VaR + COL \quad (3)$$
$$COL = {}^1\!/_2\,[P_t(\mu_s + z_\alpha \sigma_s)] \quad (4)$$
$$spread = \frac{BA - BB}{P_{mid}} \quad (5)$$

در برخی پژوهش‌ها مقدار $z_\alpha\ \sigma_s$ برابر $(a\ \sigma_s)$ در نظر گرفته شده که $a$ فاکتوری مقداری است که شکاف قیمتی را تصحیح می‌نماید. شایان‌ذکر است مقدار $Z_\alpha$ نیز می‌تواند با استفاده از رابطه کورنیش -فیشر[2] تصحیح گردد[۲۶] و [۲۹]. رابطه کورنیش- فیشر(۶) رابطه‌ای است که با توجه به اینکه توزیع متغیرها، توزیع نرمال کامل نخواهد بود با توجه به مقدار مفهوم چولگی$(\gamma)$[3] و کشیدگی$(k)$[4] مقدار $z_\alpha$ می‌تواند به مقدار $\tilde{z}_\alpha$ تصحیح گردد.

$$\tilde{z}_\alpha = z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1) * \gamma + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha) * k - \frac{1}{36}(2z_\alpha^3 - 5z_\alpha) * \gamma^2 \quad (6)$$

رابطه LVaR با تعریف رابطه (۳) و (۴) به‌صورت رابطه (۷) در می‌آید.

$$LVaR_\alpha = VaR + COL = \tilde{z}_\alpha\ \sigma - \mu + {}^1\!/_2\,[(\mu_s + \tilde{z}_\alpha \sigma_s)] \quad (7)$$

### ۳-۴- متنوع‌سازی، آنتروپی و شاخص آنتروپی شانون

موضوع متنوع‌سازی پرتفوی یکی از استراتژی‌هایی است که برای کاهش ریسک در انتخاب پرتفوی بکار گرفته می‌شود و در تحقیقات و پژوهش‌ها، این استراتژی با استفاده از رویکردها و شاخص‌های متفاوت محاسبه می‌شود[۱۸]. از دید مارکویتز متنوع‌سازی شامل ترکیب اوراق با حداقل همبستگی مثبت، به‌منظور کاهش ریسک در پرتفوی، بدون از دست دادن بازده پرتفوی است. وقتی که انواع اوراق بهادار در پرتفوی افزایش می‌یابد، انحراف معیار کاهش می‌یابد، اما به صفر نمی‌رسد[۵]. تحقیقات بسیاری این واقعیت را ثابت کرد که متنوع‌سازی پرتفوی به از بین رفتن ریسک مربوطه کمک می‌کند[۱۸]. با وجود اینکه متنوع‌سازی پرتفوهای متشکل از بازارهای داخلی، ریسک پرتفوی را کاهش می‌دهد، اما تحقیقات بسیاری حاکی از این امر است که مزایای متنوع‌سازی بین المللی، خصوصاً در بازارهای نوظهور بسیار است و فرصتهای بیشتری را برای کاهش ریسک پرتفوی فراهم میکند[۴] . انحراف معیار به عنوان اولین معیار ریسک، بوسیله مارکویتز معرفی شد؛ اما این معیار دارای کاستیهایی بود. بعدها در پژوهشها با ارائه ابعاد دیگری از ریسک و معرفی معیار مرتبط، مدل‌های انتخاب سبد سهام توسعه داده شد. از مهمترین معیارهای ریسک مطرح شده معیار آنتروپی است[۸]. در خصوص استفاده از شاخص‌های متنوع‌سازی در مطالعات و پژوهش‌ها، می‌توان به روش بازدهی شکاف(RG)[5] در پژوهش استاتمن و شید(۲۰۰۵)، شاخص متنوع سازی سبد سهام (PDI)[6] در مطالعات رودین و مورگان (۲۰۰۶)، شاخص تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی(PCA)[7] در مطالعات میوسی و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از آنتروپی شانون و تعداد سرمایه‌گذاری‌های مؤثر(ENB)[8]، اشاره کرد[۴].

**جدول (۱): ویژگی شاخص های متنوع سازی در پژوهشها[۴].**

| عنوان روش | ویژگی روش |
|---|---|
| شاخص پرگونه سازی سبد سهام و ریسک سیستماتیک صندوق سرمایه‌گذاری تامینی | اعمال روش تجزیه و تحلیل مولفه های اصلی(PCA) به ماتریس همبستگی دارایی‌ها به منظور محاسبه شاخص پرگونه سازی سهام |
| اندازه‌گیری تنوع و تعداد مطلوب سهام در یک سبد سرمایه گذاری | شناسایی بین پرگونه‌سازی و متمرکز سازی سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از شاخصهای پرگونه سازی سهام(PDI) و پیچیدگی ماتریس همبستگی |
| استفاده از الگوریتم ژنتیک در حل مدلهای تخصیص سبد سرمایه‌گذاری مبتنی بر آنتروپی نسبی و میانگین و واریانس | استفاده از شاخص واگرایی کولبک لیبلر یا آنتروپی نسبی به عنوان معیار اندازه‌گیری دو توزیع و بکارگیری آن به همراه میانگین و واریانس با الگوریتم ژنتیک به منظور تخصیص بهینه سبد سهام و بیشینه سازی پرگونگی |
| شاخص بیشینه پرگونگی | برآورد پرگونه سازی ریسک مجموعه‌ای از سرمایه‌گذاری با استفاده از ماتریس کوواریانس و توسعه شاخص بیشینه پرگونه سازی رودرین و مورگان(MDI) با الگوریتم ژنتیک |
| پرگونه سازی سبد سرمایه‌گذاری جهانی با استفاده از الگوریم ژنتیک | استفاده از ضریب بتا به عنوان ابزار پرگونه سازی ریسک سرمایه‌گذاری در سهام، اوراق قرضه و ارز به عنوان سبد دارایی |
| یکپارچه سازی مقیاس‌های اندازه‌گیری پرگونگی سبد سهام با استفاده از آنتروپی درجه دوم رانو | تعریف نتروپی درجه دوم رانو در خصوص سبد سهام به عنوان شاخص پرگونگی با استفاده از توزیع احتمالی و تفاوت زوجی بین جمعیت سهام |
| اندازه‌گیری پرگونگی سبد سهام | استفاده از آنتروپی اطلاعات توزیع احتمالی ارزش نهایی یک سبد سرمایه‌گذاری به عنوان معیار پرگونگی |

از مزایای استفاده از آنتروپی، عدم وابستگی این معیار به تقارن توزیع تابع است. به این معنی که برخلاف واریانس به دلیل تقارن توزیع بازده دارایی، کارایی خود را ازدست نمی‌دهد. از طرفی برخی دیگر از پژوهشگران به این نتیجه رسیدند که سرمایه‌گذاران ترجیح میدهند که درجه بالاتری از چولگی را انتخاب کنند. به طور کلی بیشتر پژوهش‌های انجام شده در

[1] Relative Spread
[2] Cornish-Fisher
[3] Skewness'
[4] kurtosis
[5] Return Gaps
[6] Portfolio Diversification Indices
[7] Principal Component Analysis
[8] Effective Number of Bets

زمینه انتخاب و تشکیل سبد سرمایه‌گذاری مبتنی بر دو فرض اولیه هستند. فرض اول نرمال بودن توزیع بازده دارایی‌هاست و فرض دوم بر پایه همسانی واریانسها بنا نهاده شده است. البته در این مورد در بسیاری از داده‌های سری زمانی به ویژه داده‌های اقتصادی ممکن است برقرار نباشد و فقط استفاده از انحراف معیار و بازده نمیتواند توصیف‌کننده یک پرتفوی با توزیع متقارن باشد[۶].

آنتروپی در نظریه اطلاعات، معیاری عددی از میزان اطلاعات یا میزان تصادفی بودن یک متغیر تصادفی است. به بیان دقیق‌تر آنتروپی یک متغیر تصادفی، امید ریاضی میزان اطلاعات حاصل از مشاهده آن است. در علوم و مهندسی، آنتروپی معیاری از میزان ابهام یا بی‌نظمی است. کلود شانون در مقاله انقلابی خود با نام نظریه ریاضی ارتباطات « A Mathematical Theory of Communication» در سال ۱۹۴۸، آنتروپی شانون را معرفی کرد و پایه‌گذار نظریه اطلاعات شد[۲۵].

مفهوم آنتروپی ریشه در علم ترمودینامیک دارد، با این حال، مزایای آن در اندازه‌گیری ریسک و توصیف توزیع داده‌ها در تئوری مالی است که به‌طور گسترده‌ای موردتوجه قرارگرفته است[۲۷] ضمن اینکه یکی از رایج‌ترین کاربرد آنتروپی شانون در تحلیل تاپسیس[1] و تعیین وزنهای معیارهای در نظر گرفته شده در این روش است. در موضوع انتخاب پرتفوی، در ابتدا مفهوم آنتروپی برای اندازه‌گیری ریسک با جایگزینی واریانس مورد استفاده قرار گرفت. از سوی دیگر، برخی از نویسندگان استدلال کردند که یکی از معایب در تئوری پرتفوی، تمرکز بر روی تعداد محدودی از دارایی است که احتمالاً به نتیجه بهینه نیز منجر نمی‌شود. برای دستیابی به تنوع در پرتفوی، از ویژگی به حداکثر رساندن شاخص آنتروپی شانون می‌توان استفاده کرد. شاخص آنتروپی شانون که همچنین به‌عنوان شاخص شانون- وینر[2] نیز نامیده می‌شود، یکی از چندین شاخصهایی است که برای اندازه‌گیری تنوع در داده‌های طبقه‌ای استفاده می‌شد[۲۷] و تحقیقات زیادی از مفهوم آنتروپی و خصوصاً شاخص شانون- وینر جهت تنوع‌سازی در پرتفوهای چند هدفه استفاده کرده‌اند[۱۹].

بر اساس مطالعات گروب و همکاران[3] شاخص شانون - وینر به صورت رضایت‌بخشی در مفهوم متنوع‌سازی در پرتفوی بکار گرفته‌شده است. برای یک متغیر تصادفی $X$ اگر میانگین و واریانس در دسترس باشد توزیع احتمال مداوم که آنتروپی دیفرانسیل شانون را به حداکثر می‌رساند، توزیع طبیعی است و آنتروپی دیفرانسیل شانون را می‌توان برای یک تابع $f_x(t)$ به‌صورت پیوسته به شکل رابطه (۸) نوشت[۲۵].

$$E_s(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} f_x(t)\, log f_x(t)\, dt \qquad (8)$$

که این رابطه برای حالت گسسته و برای یک متغیر تصادفی $X$ به شکل رابطه (۹) خواهد بود.

$$E_s(x) = -\sum_{i=1}^{n+1} f_x(t)\, log f_x(t) = -\sum_{i=1}^{n+1} x_i\ \log(x_i) \qquad (9)$$

### ۳-۵- ناهمسانی واریانس[4] و مدلهای ناهمسانی واریانس شرطی چند متغیره

داده‌های مالی دارای دو ویژگی مهم یعنی نوسانات خوشه‌ای بازده و دنباله‌های پهن توزیع احتمال هستند. بر اساس تحقیقات مندلبورت و فاما[5] روی سری‌های زمانی داده‌های مالی، تلاطم خوشه‌ای در داده‌های مالی وجود داشته و دوره‌های مربوط به بازده‌های بزرگ به‌صورت متمرکز و مجزا از دوره‌های با بازده اندک دیده می‌شوند و لذا چنانچه تلاطم برحسب واریانس یا ریشه آن، اندازه‌گیری شود، آنگاه این تصور منطقی خواهد بود که واریانس یا زمان تغییر می‌کند. پدیده نوسانات خوشه‌ای به این موضوع اشاره دارد که نوسان بازده‌ها ثابت نیست و برحسب زمان تغییر می‌کند[۱۲].

مدل‌های خودرگرسیونی مشروط ناهمسانی واریانس و نوع تعمیم‌یافته آن یعنی خودرگرسیونی مشروط ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته، دقیقاً برای تحلیل این مجموعه از داده‌ها طراحی شده‌اند. این مدل‌ها از آن جهت که پدیده تلاطم خوشه‌ای متداول در میان سری‌های زمانی، را لحاظ می‌کنند، بسیار مورد توجه قرار دارند. و به ابزاری بسیار رایج برای مواجهه با مدل‌های سری زمانی که از مشخصه ناهمسانی واریانس برخوردارند تبدیل‌شده‌اند[۱۱]. نوسان‌پذیری یک متغیر غیر قابل مشاهده است از این رو در مطالعات و پژوهشها دو رویکرد متفاوت برای برآورد این متغیر مورد استفاده قرار گرفته است. رویکرد مدل‌سازی تصادفی(SV) و GARCH دو رویکرد مهم در مدل‌سازی نوسان‌پذیری هستند. مدل‌های GARCH مسئله ناهمسانی واریانس را از طریق مدل‌سازی واریانس مرتفع می‌سازند. درنتیجه علاوه بر رفع مشکل مدل حداقل مجذورات، یک پیش‌بینی برای واریانس هر جمله خطا ارائه می‌گردد. این پیش‌بینی به‌خصوص بسیار موردعلاقه متخصصان مالی است[۱۲]. در ادامه مدل‌های ARCH و GARCH تک متغیره به مدل‌های ARCH(m) و MGARCH[6] بسط یافته‌اند که قادرند ویژگی‌های بارز بازدهی بازارهای سهام شامل کشیدگی‌ها[7]، اثرات اهرمی[8] و خوشه‌بندی نوسانات[9] را به دست آورند که به‌وسیله مدل‌های آرچ و گارچ تک متغیره قابل برآورد نبودند[۴]. تصریحات زیادی از مدل گارچ چند متغیره در پژوهش‌ها ارائه شده است اما در پژوهش‌ها و تحقیقات، بیشترین تصریحاتی که استفاده شده‌اند، مدل گارچ برداری $(VECH)$ بولرسلو، انگل و وولدریج( ۱۹۸۸)[10]، خودهمبستگی شرطی ثابت $(CCC)$ بلرسلو(۱۹۹۰)[11]، مدل $BEKK$ بابا،

[1] Topsis
[2] Shannon–Wiener Index
[3] Grubb et al.

[4] Heteroscedasticity
[5] Mandelbrot & Fama
[6] Multivariate GARCH
[7] Leptokurtosis
[8] Leverage Effects
[9] Volatility Clustering
[10] Bollerslev, Engle and Wooldridge(1998)
[11] Bollerslev(1990)

انگـل، کرافـت و کرونـر(۱۹۹۰)[1] و انگـل و کرونـر( ۱۹۹۳)[2] و مـدل خودهمبستگی شرطی پویا$(DCC)$ انگل(۲۰۰۲)[3] می‌باشند[۱۴].

- *مدل گارچ چند متغیره VEC*[4]

مدل گارچ برداری یا گارچ چند متغیره توسط بولرسلو و همکاران(۱۹۸۸) برای یافتن ماتریس واریانس کوواریانس معرفی شد. این مدل ماتریس واریانس کوواریانس را به‌صورت رابطه(۱۰) فرموله می‌کند و نسبت به مدل‌های دیگر یک تصریح عمومی‌تر را ارائه می‌کند. در این تصریح از ماتریس واریانس کوواریانس شرطی، واریانس‌ها و واریانس‌های شرطی، تابعی از مقادیر، تمامی واریانس‌ها و واریانس‌های شرطی و همچنین مقادیر پسماند با وقفه‌های قبلی هستند. بر اساس پژوهش شیر و ریباریتز(۲۰۰۷)[5] [14]، این مدل درزمانی که تعداد متغیرها بیش از دو تا باشد، انعطاف‌پذیرتر است.

تصریح مدل گارچ چند متغیره $VEC$ برای $GARCH(p,q)$ به‌صورت رابطه (۱۰) می‌باشد:

$$ch(H_t) = C + \sum_{i=1}^{p} A_i\, vech(u_{t-i}\, u'_{t-i}) + \sum_{i=1}^{q} B_i\, vech(H_{t-i}) \qquad (10)$$

در صورتی که از GARCH(1,1) برای مدل‌سازی استفاده شود تنها نتایج وقفه‌های قبلی را در محاسبات دخالت داده می‌شود و این تصریح به‌صورت رابطه (۱۱) درمی‌آید. لازم به ذکر است نتایج بیشتر مطالعات تجربی بر کفایت این فرض در مدل‌سازی بسیاری از سری‌های زمانی مالی تأکید دارند با این وجود تعداد زیاد پارامترهای محاسباتی مشکل عمده این روش است.

$$vech(H_t) = C + A\, vech(u_{t-1}\, u'_{t-1}) + B\, vech(H_{t-1}) \qquad (11)$$

از طرفی واریانس مثبت است و طبق ماتریس واریانس کوواریانس ($H_t$) می‌بایست به ازای تمام t ها مثبت معین باشد. و تصریح VEC، چنین شرطی را تضمین نمی‌کند.

$$var(p)_t = \sigma^2{}_{p,t} = w^T\, H_t\, w \qquad (12)$$

- *مدل گارچ چند متغیره DVEC*[6]

مدل مقید $VEC$ یا $DVEC$ توسط بولرسلو و دیگران معرفی‌شده است[۱۴]. در این مدل فرض بر این است که هریک از واریانس‌ها فقط با واریانس‌ها و خطای گذشته همان متغیر و همچنین کوواریانس‌ها نیز فقط به خطا و کوواریانس‌ها همان متغیر مورد بررسی وابسته هستند. بنابر این در این مدل ماتریس‌های $B$ و$A$ ماتریس‌های قطری هستند و در نتیجه در این مدل تعداد پارامترهای محاسباتی تا حد زیادی کاهش می‌یابد.

- *مدل گارچ چند متغیره BEKK*

این مدل توسط بابا، انگل، کرافت و کرونر(۱۹۹۰)[7] معرفی شد و از این‌جهت به مدل BEKK معروف شده است و در واقع این مدل با استفاده از نوعی تجزیه ریاضی بنام تجزیه چولسکی[8] برای تضمین مثبت معین بودن ماتریس واریانس کوواریانس($H_t$) پیشنهاد شده است. تصریح کلی مدل برای GARCH(p,q) و N تعداد متغیر به صورت رابطه (۱۳) می‌باشد.

$$H_t = CC' + \sum_{i=1}^{p} A'_{ji}\, u_{t-i}\, u'_{t-i}\, A_{ji} + \sum_{i=1}^{q} B'_{ji}\, H_{t-i} B_{ji} \qquad (13)$$

C ماتریس بالا مثلثی، A و B همگی با ابعاد N×N می‌باشند و برای حالت ساده یعنی زمانی که از GARCH(1,1) استفاده شود رابطه فوق به‌صورت رابطه (۱۴) در می‌آید.

$$H_t = CC' + A'\, u_{t-1}\, u'_{t-1}\, A + B'\, H_{t-1}\, B \qquad (14)$$

- *مدل همبستگی شرطی ثابت CCC*[9]

مدل همبستگی شرطی ثابت$(CCC)$ که توسط بلرسلو(۱۹۹۰) ارائه شد ماتریس واریانس کوواریانس $H_t$ را به صورت تجزیه‌شده رابطه (۱۵) در نظر می‌گیرد.

$$\sum_t = H_t = D_t\, R\, D_t \qquad (15)$$

در این مدل$D_t$ ماتریسی قطری با ابعاد$(N \times N)$ و با عناصر $Var_{t-1}(u_{it})$ است.$diag()$ عملگری است که بر روی بردار سطری$(N \times 1)$ عمل کرده و آن را تبدیل به ماتریس قطری$(N \times N)$ میکند. ماتریس$R_t$ ماتریس ضرایب همبستگی شرطی با ابعاد$(N \times N)$ و با مقادیر ثابت(عدم وابستگی به زمان) است. یعنی $\rho_{ijt} = \rho_{ij}$ .

$$D_t = diag\left(h_{ii,t}{}^{1/2}\right) = diag\left(h_{11,t}^{1/2}, \dots, h_{NN,t}^{1/2}\right) = \begin{bmatrix} h_{11,t}^{1/2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & h_{NN,t}^{1/2} \end{bmatrix} \qquad (16)$$

$$R_t = R = (\rho_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \cdots & \rho_{2N} \\ \rho_{31} & \cdots & 1 & \cdots & \rho_{3N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ \rho_{N1} & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \qquad (17)$$

که در آن $R$ ماتریس همبستگی شرطی بوده و عناصر آن به زمان $t$ بستگی نداشته و به‌صورت رابطه (۱۸) تعریف می‌شوند:

$$\rho_{ijt} = \frac{Cov(u_{it}, u_{jt})}{Var_{t-1}(u_{it})^{1/2}.Var_{t-1}(u_{jt})^{1/2}} \qquad (18)$$

$$\sigma_{ij,t} = \rho_{ij}\, \sigma_{ii,t}\sigma_{jj,t} = \rho_{ij}\; h_{ii,t}^{\frac{1}{2}}\; h_{jj,t}^{\frac{1}{2}} \qquad (19)$$

با فرضیات فوق این مدل تنها به برآورد $N$ مدل گارچ تک متغیره احتیاج خواهد داشت و معادله واریانس بر اساس آن به‌صورت رابطه (۲۰) خواهد

[1] Baba, Engle, Kraft and Kroner(1990)
[2] Engle and Kroner(1993)
[3] Engle(2002)
[4] vectorized GARCH
[5] Scherre and Ribarits(2007)
[6] Diagonal VEC
[7] Baba, Engle, Kraft and Kroner
[8] Cholesky Decomposition
[9] Constant Conditional Correlations

بود.

$$h_t = C + \sum_{i=1}^{p} A_i u_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{q} B_j h_{t-j} \qquad (20)$$

که $C$ ماتریس$(N \times 1)$، $A$ و $B$ ماتریس قطری $(N \times N)$ می‌باشد و با فرض فوق این مدل تنها به برآورد $N$ مدل گارچ تک متغیره احتیاج خواهد داشت.

## ۴- قلمرو پژوهش

روش پژوهش حاضر با توجه به استفاده از داده‌های تاریخی، توصیفی و داده‌های مورد استفاده در این تحقیق مربوط به بازده شاخصی و بازده شکاف قیمتی خرید و فروش چهار صنعت با بیشترین ارزش بازار در بورس ایران می‌باشند. این صنایع منتخب، صنعت فلزات اساسی، صنعت بانک، صنعت فرآورده های نفتی و صنعت کانه های فلزی هستند و داده‌های مربوط به بازده شاخصی و شکاف قیمتی خرید و فروش روزانه این گروه از صنایع منتخب از ابتدای سال ۱۳۹۵ تا انتهای سال ۱۳۹۹ انتخاب شده‌اند.

## ۵- روش شناسی پژوهش

با تعریفی که مفهوم نقدشوندگی و متنوع‌سازی و شاخص‌های بکارگیری شده در این تحقیق انجام شد، هدف این تحقیق بررسی تاثیر این دو مفهوم بر انتخاب سبد بهینه سهام در قالب رابطه و مدل ارائه شده (۲۱) میباشد. این مدل یک تابع سه هدفه است که عبارتند از مینیم‌سازی ریسک نقدشوندگی، ماکزیمم کردن بازده پرتفوی و افزایش متنوع‌سازی با استفاده از معیار آنتروپی شانون.

$$Min\ (LVaR_p) = z_\alpha \sqrt{W^T H_r W} - w^T \bar{R} + \frac{1}{2}\left(w^T \bar{R}_s + z_\alpha \sqrt{W^T H_s W}\right)$$

$$(21)\quad \begin{cases} Max\ R_p = \sum_{i=1}^{N} w_i R_i \\ Max\ E_s = -\sum_{i=1}^{N} w_i \log(w_i) \\ Subject\ to: \quad (\ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1\ ,\ w_i \geq 0) \end{cases}$$

$LVAR_P$ : مقدار ارزش در معرض ریسک نقدشوندگی پرتفوی

$N$ : تعداد دارایی‌ها (تعداد صنایع منتخب)

$W$ : بردار وزن‌های پرتفوی و $W^T$ ترانهاده بردار $W$

$H_r$ ماتریس واریانس-کوواریانس بین بازده صنعت $i$ ام و $j$ ام

$H_s$ ماتریس واریانس-کوواریانس شکاف قیمتی خرید و فروش صنعت $i$ ام و $j$ ام

$\bar{R}$ : بردار میانگین بازده قیمتی مورد انتظار صنعت $i$ ام

$\bar{R}_s$ : بردار میانگین بازده شکاف قیمتی مورد انتظار صنعت $i$ ام

$z_\alpha$ : بازده اطمینان[1] در توزیع نرمال استاندارد

$\bar{R}_p$ : بازده مورد انتظار پرتفوی

$E_s$ : مقدار شاخص آنتروپی شانون

برای استفاده از مدل فوق جهت بهینه‌سازی پرتفوی، با توجه به اینکه داده‌ها دارای ناهمسانی واریانس هستند از مدل‌های گارچ چند متغیره و از نرم افزار EViews جهت تخمین معادلات گارچ چند متغیره به روش‌های VECH ،Diagonal DCC و روش Diagonal BEKK و نهایتاً انتخاب بهترین روش در تخمین، با توجه به معیارهای اطلاعاتی[2] برای مدل‌سازی انتخاب شده است.

## ۶- تجزیه و تحلیل نتایج

### ۶-۱- بررسی ویژگیهای آماری

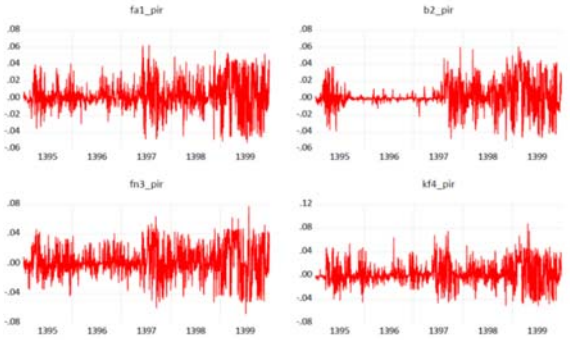
جهت دسته‌بندی و سهولت در نامگذاری و ارجاعات، چهار گروه صنایع منتخب شامل گروه فلزات اساسی، گروه بانک، گروه فرآورده‌های نفتی و گروه کانه‌های فلزی به ترتیب به صورت Fa1 ، B2 ، Fn3 و Kf4 نامگذاری شده‌اند. همچنین پسوند pir برای داده‌های شاخص قیمتی و پسوند sir برای داده‌های شکاف قیمتی استفاده شده است.

در بررسی آمار توصیفی و روند تغییرات داده‌های شاخص قیمتی و شکاف قیمتی در گروه‌های منتخب مشاهده می‌شود مقدار چولگی و کشیدگی هر چهار سری داده از مقادیر متناظر آن در داده‌های نرمال که مقدار صفر برای چولگی و مقدار ۳ برای کشیدگی می‌باشد، تفاوت معنی‌داری دارد ضمن اینکه آماره جارک برا و احتمال آن نیز به خوبی نشان میدهد که فرض صفر نرمال بودن داده‌های هر چهار سری داده در هر دو دسته شاخص قیمتی و شکاف قیمتی با درصد اطمینان بالایی رد می‌شود.

**جدول (۲): توصیف آماری داده‌های شاخص قیمتی(منبع: یافته‌های**

| | FA1_PIR | B2_PIR | FN3_PIR | KF4_PIR |
|---|---|---|---|---|
| Mean | 0.002789 | 0.001883 | 0.002359 | 0.002654 |
| Median | 0.001273 | -0.000171 | 0.000973 | 0.000170 |
| Maximum | 0.062713 | 0.060943 | 0.077454 | 0.087337 |
| Minimum | -0.052223 | -0.049764 | -0.067510 | -0.050485 |
| Std. Dev. | 0.018278 | 0.016088 | 0.021031 | 0.019703 |
| Skewness | 0.058165 | 0.235406 | -0.060026 | 0.307195 |
| Kurtosis | 3.838349 | 4.493374 | 3.356228 | 3.834417 |
| Jarque-Bera | 38.74318 | 132.6031 | 7.642547 | 58.07067 |
| Probability | 0.000000 | 0.000000 | 0.021900 | 0.000000 |
| Sum | 3.619973 | 2.443926 | 3.061855 | 3.445258 |
| Sum Sq. Dev. | 0.433291 | 0.335713 | 0.573663 | 0.503524 |
| Observations | 1298 | 1298 | 1298 | 1298 |

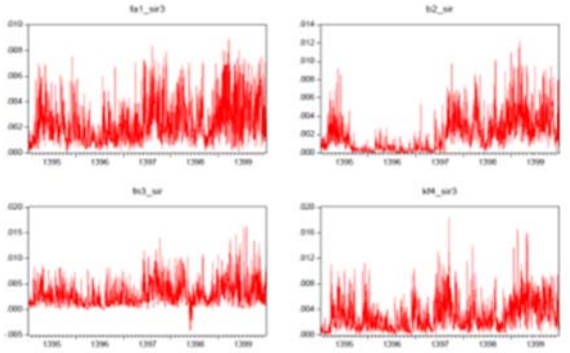
[1] Confidential Level
[2] Information Criteria




**شکل (۲): داده‌های بازده شاخص قیمتی**

**جدول (۳): توصیف آماری داده‌های شکاف قیمتی(منبع: یافته‌های پژوهشگر)**

| | LFA1_SIR | LB2_SIR | LFN3_SIR | LKF4_SIR |
|---|---|---|---|---|
| Mean | -6.287099 | -6.839898 | -6.161350 | -6.164205 |
| Median | -6.241608 | -6.583256 | -6.048896 | -6.078739 |
| Maximum | -4.037319 | -3.492976 | -4.122738 | -3.996315 |
| Minimum | -9.453675 | -10.78388 | -11.48005 | -9.359718 |
| Std. Dev. | 0.850273 | 1.348129 | 0.974166 | 0.952203 |
| Skewness | -0.284717 | -0.541323 | -0.793751 | -0.450179 |
| Kurtosis | 2.915595 | 2.585462 | 4.236516 | 2.775955 |
| Jarque-Bera | 17.92209 | 72.68607 | 218.9908 | 46.55713 |
| Probability | 0.000128 | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 |
| Sum | -8160.655 | -8878.187 | -7997.433 | -8001.138 |
| Sum Sq. Dev. | 937.6844 | 2357.234 | 1230.858 | 1175.978 |
| Observations | 1298 | 1298 | 1298 | 1298 |



**شکل (۳): داده‌های بازده شکاف قیمتی**

### ۶-۲- *بررسی مانایی در داده‌های پژوهش*

بمنظور آزمون مانایی سری بازده از آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته[1] به عنوان پرکاربردترین آزمون بررسی ریشه واحد استفاده شده است. در این آزمون فرض صفر وجود ریشه واحد(نامانایی) و فرض مقابل عدم وجود ریشه واحد در سری زمانی می باشد. بنابراین چنانچه آماره آزمون فاصله معناداری از صفر نداشته باشد، فرض صفر رد نمی‌شود و در غیر این صورت رد خواهد شد.

[1] Augmented Dickey-Fuller Test

**جدول (۴): بررسی مانایی داده‌های شاخص قیمتی(منبع: یافته‌های پژوهشگر)**

| | | FA1_SIR | B2_SIR | FN3_SIR | KF4_SIR |
|---|---|---|---|---|---|
| | Exogenous | Constant, Linear Trend | Constant, Linear Trend | Constant, Linear Trend | Constant, Linear Trend |
| مقدار بحرانی آماره t | ۱٪ | -۳/۹۶۵۱۴۸ | -۳/۹۶۵۱۴۸ | -۳/۹۶۵۱۴۸ | -۳/۹۶۵۱۴۸ |
| | ADF | -۱۲/۳۶۹۷۸۰ | -۵/۴۳۰۵۷۶ | -۱۰/۶۸۲۴۵۰ | -۸/۷۱۰۴۴۵ |
| | prob | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ |

**جدول (۵): بررسی مانایی داده‌های شاخص قیمتی(منبع: یافته‌های پژوهشگر)**

| | | FA1_PIR | B2_PIR | FN3_PIR | KF4_PIR |
|---|---|---|---|---|---|
| | Exogenous | Constant, Linear Trend | Constant, Linear Trend | Constant, Linear Trend | Constant, Linear Trend |
| مقدار بحرانی آماره t | ۱٪ | -۳/۹۶۵۱۴۸ | -۳/۹۶۵۱۴۸ | -۳/۹۶۵۱۴۸ | -۳/۹۶۵۱۴۸ |
| | ADF | -۱۶/۱۰۰۹۰۰ | -۱۵/۳۰۸۴۱۰ | -۱۵/۰۳۳۷۰۰ | -۱۷/۳۲۰۷۷۰ |
| | prob | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۵۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ |

نتایج آزمون ADF برای هر دو دسته داده‌های شاخص قیمتی و داده‌های شکاف قیمتی در همه صنایع منتخب نشان می‌دهد که همه این سریهای زمانی با سطح معنی‌داری ۱ درصد و در سط ج $I_0$ مانا هستند.

### ۶-۳- *بررسی ناهمسانی واریانس در داده‌های پژوهش*

به‌منظور بررسی وجود اثرات ناهمسانی واریانس در یک سری زمانی، نمی‌توان با مشاهده نموداری آن تشخیص دقیقی در این زمینه داشت و نیازمند استناد به یک آزمون آماری هستیم. آزمون ARCH که توسط انگل در سال ۱۹۸۲ پیشنهاد گردیده است، دقیق‌ترین آزمون در این زمینه است. این آزمون بر پایه آزمون ضریب لاگرانژ بنا نهاده شده است.

**جدول (۶): آزمون ناهمسانی واریانس داده‌های شاخص قیمتی**

**(منبع: یافته‌های پژوهشگر)**

| آماره | FA1_PIR | B2_PIR | FN3_PIR | KF4_PIR |
|---|---|---|---|---|
| F-statistic | ۱۹۸/۵۹۰۸۰۰ | ۲۶۰/۴۵۲۸۰۰ | ۱۵۲/۰۲۸۲۰۰ | ۱۳۲/۸۳۰۷۰۰ |
| prob | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ |
| $\chi^2$ | ۱۷۲/۴۵۱۷۰۰ | ۰/۰۶۸۸۸۹ | ۱۳۷/۰۶۷۵۰۰ | ۱۲۰/۴۵۹۴۰۰ |
| prob | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰۰ |
| ناهمسانی واریانس | دارد | دارد | دارد | دارد |

**جدول (۷): آزمون ناهمسانی واریانس داده‌های شکاف قیمتی**

(منبع: یافته‌های پژوهشگر)

| آماره | FA1_SIR | B2_SIR | FN3_SIR | KF4_SIR |
|---|---|---|---|---|
| F-statistic | ۳/۸۷۸۱۴۱ | ۴/۲۳۱۲۱۰ | ۱۰/۲۵۴۱۰۰ | ۵/۷۴۷۲۲۷ |
| prob | ۰/۰۴۴۱۰۰ | ۰/۰۳۹۴۰۰ | ۰/۰۰۱۴۰۰ | ۰/۰۱۴۹۰۰ |
| $\chi^2$ | ۳/۸۷۲۵۸۳ | ۴/۲۲۳۹۴۴ | ۱۰/۱۹۴۱۸۰ | ۵/۷۰۱۰۲۵ |
| prob | ۰/۰۴۴۱۰۰ | ۰/۰۳۹۴۰۰ | ۰/۰۰۱۴۰۰ | ۰/۰۱۷۰۰۰ |
| ناهمسانی واریانس | دارد | دارد | دارد | دارد |

نتایج آزمون ناهمسانی واریانس برای همه داده‌های سری زمانی صنایع منتخب در هر دو دسته داده‌های شاخص قیمتی و داده‌های شکاف قیمتی صنایع منتخب نشان می‌دهد که با سطح اطمینان ۹۵ درصد در همه سریهای زمانی ناهمسانی واریانس داریم.

### ۶-۴- تعیین وقفه بهینه VAR برای معادلات میانگین

با توجه به وجود ناهمسانی واریانس و تعداد متغیرها و تاثیر این متغیرها بر روی یکدیگر، از رویکرد گارچ چند متغیره برای مدل‌سازی نوسانات استفاده شده است. در روشهای گارچ چند متغیره معادلات میانگین و معادلات واریانس باید مدل‌سازی شوند. برای مدل‌سازی معادلات میانگین، از آنجائیکه نحوه تاثیر متغیرها، مبتنی بر هیچ نظریه و یا تئوری در خصوص متغیرها نیست، ناچاریم برای مدل‌سازی از خود داده‌های موجود استفاده کنیم، به عبارت دیگر خود داده‌ها باید رفتارشان را توضیح دهند. بنابراین از مدل‌های VAR برای مدل‌سازی متغیرها در معادلات میانگین استفاده می کنیم؛ ضمن اینکه ماتریس همبستگی بین سریهای زمانی داده‌ها نشان میدهد بازده‌های صنایع منتخب چه در داده‌های بازده قیمتی و چه در داده‌های شکاف قیمتی با هم همبستگی دارند.

انتخاب وقفه‌های بهینه در مدلهای VAR بسیار مهم است. چنانچه تعداد وقفه‌ها بیش از اندازه کم باشد، باقیمانده‌های حاصل از تخمن مدل رگرسیونی دارای رفتار یک الگوی خالص نبوده و دچار همبستگی هستند. از سوی دیگر با افزایش تعداد وقفه‌ها، تعداد پارامترهای اضافی در مدل افزایش و در نتیجه درجه آزادی و قدرت آزمون ریشه واحد کاهش خواهد یافت. از این رو برای انتخاب وقفه های بهینه به طور معمول از معیارهایی تحت عنوان معیار اطلاعات استفاده می‌شود.

این معیارها در حالت کلی شامل دو جزء هستند که جزء اول تابعی از مجموع مجذورات باقیمانده‌ای مدل اولیه برازش شده و جزء دوم حاوی جمله‌ای است که زیان ناشی از کاهش درجه آزادی را در صورت افزودن وقفه‌های مختلف به مدل اولیه اندازه‌گیری می‌کند. سه معیار آکایکه[1]، شوارتز[2] و هنان کوئین[3] مهمترین معیارهای اطلاعاتی هستند. البته معیارهای اطلاعاتی دیگری نیز هستند. در بیشتر مقالات و تحقیقات از معیار شوارتز برای تعیین وقفه‌های بهینه استفاده شده است.

نکته دیگری که وجود دارد این است که با توجه به اینکه ضرایب این دسته از معادلات به عنوان معادلات میانگین بعدها در کنار ضرایب معادلات واریانس محاسبه می شود؛ از این جهت تنها به تخمین وقفه بهینه از این دسته از معادلات نیاز داریم تا در به همراه معادلات واریانس با استفاده از روشهای گارچ چند متغیره ضرایب معادلات میانگین استخراج شود. بر اساس خروجی گرفته شده از نرم افزار ایویوز تعداد وقفه های بهینه برای مدل سازی متغیرهای شاخص قیمتی صنایع منتخب یک وقفه است و بنابراین هر متغیر از چهار متغیر شاخص های قیمتی تابعی از یک وقفه قبلی خود و یک وقفه قبلی دیگر متغیرها می‌باشد.

[1] Akaike information criterion(AIC)
[2] Schwartz Information Criteria(SIC)
[3] Hannan-Quinn Information Criteria(HQ)

**جدول (۸): وقفه بهینه داده‌های شکاف قیمتی(منبع: یافته‌های پژوهشگر)**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -6925.365 | NA | 0.558073 | 10.76824 | 10.78428 | 10.77426 |
| 1 | -6253.624 | 1338.262 | 0.201435 | 9.749222 | 9.829409 | 9.779323 |
| 2 | -6149.627 | 206.5401 | 0.175690 | 9.612474 | 9.756811 | 9.666657 |
| 3 | -6092.020 | 114.0499 | 0.164690 | 9.547817 | 9.756304* | 9.626081 |
| 4 | -6048.836 | 85.22792 | 0.157878 | 9.505572 | 9.778210 | 9.607917* |
| 5 | -6030.414 | 36.24118 | 0.157286 | 9.501809 | 9.838597 | 9.628236 |
| 6 | -6005.418 | 49.02167 | 0.155104 | 9.487829 | 9.888767 | 9.638337 |
| 7 | -5984.903 | 40.10631 | 0.154021* | 9.480812* | 9.945900 | 9.655401 |
| 8 | -5974.155 | 20.94432 | 0.155286 | 9.488974 | 10.01821 | 9.687645 |
| 9 | -5958.430 | 30.54479 | 0.155355 | 9.489402 | 10.08279 | 9.712154 |
| 10 | -5949.449 | 17.39088 | 0.157062 | 9.500309 | 10.15785 | 9.747142 |
| 11 | -5931.565 | 34.51712* | 0.156607 | 9.497381 | 10.21907 | 9.768296 |

همچنین بر اساس خروجی گرفته شده از نرم‌افزار ایویوز تعداد وقفه‌های بهینه برای مدلسازی متغیرهای شکاف قیمتی صنایع منتخب سه وقفه است و بنابراین هر متغیر از چهار متغیر شاخص‌های قیمتی تابعی از سه وقفه قبلی خود و سه وقفه قبلی دیگر متغیرها می‌باشد.

**جدول (۹): وقفه بهینه داده‌های شکاف قیمتی(منبع: یافته‌های پژوهشگر)**

| Lag | LogL | LR | FPE | AIC | SC | HQ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -6925.365 | NA | 0.558073 | 10.76824 | 10.78428 | 10.77426 |
| 1 | -6253.624 | 1338.262 | 0.201435 | 9.749222 | 9.829409 | 9.779323 |
| 2 | -6149.627 | 206.5401 | 0.175690 | 9.612474 | 9.756811 | 9.666657 |
| 3 | -6092.020 | 114.0499 | 0.164690 | 9.547817 | 9.756304* | 9.626081 |
| 4 | -6048.836 | 85.22792 | 0.157878 | 9.505572 | 9.778210 | 9.607917* |
| 5 | -6030.414 | 36.24118 | 0.157286 | 9.501809 | 9.838597 | 9.628236 |
| 6 | -6005.418 | 49.02167 | 0.155104 | 9.487829 | 9.888767 | 9.638337 |
| 7 | -5984.903 | 40.10631 | 0.154021* | 9.480812* | 9.945900 | 9.655401 |
| 8 | -5974.155 | 20.94432 | 0.155286 | 9.488974 | 10.01821 | 9.687645 |
| 9 | -5958.430 | 30.54479 | 0.155355 | 9.489402 | 10.08279 | 9.712154 |
| 10 | -5949.449 | 17.39088 | 0.157062 | 9.500309 | 10.15785 | 9.747142 |
| 11 | -5931.565 | 34.51712* | 0.156607 | 9.497381 | 10.21907 | 9.768296 |

### ۶-۵- تخمین معادلات گارچ چند متغیره

همانطور که اشاره شد برای معادلات میانگین از معادلات رگرسیونی خودرگرسیونی VAR استفاده می شود و تعداد وقفه های بهینه برای هر دو سری از داده ها مشخص گردید. برای معادلات واریانس با توجه به اینکه این معادلات ترکیبی از وقفه‌های قبلی جملات پسماند و وقفه‌های قبلی جملات واریانس می‌باشند. موضوع تعداد وقفه‌ها برای معادلات واریانس موجب تنوع زیادی در انتخاب نوع مدل می‌شود. با توجه به موارد ذیل مدل GARCH(1,1) برای تخمین معادلات از روش‌های Diagonal VECH، CCC و Diagonal BEKK استفاده شده است.

- ✓ با توجه به اینکه تخمین معادلات گارچ چند متغیره بر اساس تابع حداکثر درست نمایی[4] انجام می‌شود بررسی و انجام تخمین معادلات گارچ بر اساس وقفه‌های پسماند و واریانس بالاتر نشان می‌دهند مقدار تابع حداکثر درستنمایی تغییر قابل‌توجهی نمی‌کند.
- ✓ اصولاً انتخاب و یافتن تقریبی منطقی از حداقل وقفه‌ها در معادلات رگرسیونی مدنظر است. این اصل به‌عنوان اصل صرفه‌جویی[5] مطرح است. در حالت کلی تردیدی نیست که افزودن وقفه‌ای بیشتر به مدل مقدار $R^2$ را افزایش می‌دهد اما این کار سبب کاهش آزادی درجه

[4] Likelihood Function
[5] Parsimony

- ✓ مدل می‌شود. درواقع هدف از مدل‌سازی سری‌های زمانی، یافتن تقریبی منطقی از فرآیند تولید داده‌ها با حداقل ضرایب است و نه فرآیند واقعی و دقیق آن‌ها با تعداد پارامترها و ضرایب زیاد.
- ✓ نتایج بیشتر مطالعات و پژوهش‌های انجام‌شده بر کفایت**GARCH(1,1)**، در مدل‌سازی تأکیددارند. (حکیمی پور، نادر؛ رضایی، اسعداله؛ نریمانی، رضا ۱۳۹۲)

با توجه به موارد فوق مدل GARCH(1,1) را برای تخمین از سه روش Diagonal VECH، CCC و Diagonal BEKK استفاده شده است.

در روش‌های گارچ چند متغیره با تعداد زیادی از متغیرها مواجه هستیم و قطعاً ضرایب تعدادی از این متغیرها معنی‌دار نخواهد بود و بهترین راهی که برای بررسی خوبی برازش در روش‌های گارچ چند متغیره استفاده می‌شود استفاده از معیارهای اطلاعاتی می‌باشد. این معیارهای اطلاعاتی را نرم‌افزار ایویوز در پایان پردازش هر روش ارائه می‌کند.

**جدول (۱۰): معیارهای اطلاعاتی داده‌های شکاف قیمتی**

**(منبع: یافته های پژوهشگر)**

| شاخصها و معیار ها | | Log likelihood | Avg. log likelihood | Akaike info criterion | Schwarz criterion | Hannan-Quinn criter. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| روش‌ها | Diagonal VECH | ۲۵۷۱۲٫۲۰ | ۴٫۶۶۳۷۴۶ | -۴۶٫۵۸۳۳۳ | -۴۶٫۲۵۶۱۹ | -۴۶٫۴۶۰۵۶ |
| | CCC | ۲۵۶۸۶٫۴۱ | ۴٫۶۵۸۷۶۷ | -۴۶٫۵۶۲۰۳ | -۴۶٫۲۸۲۷۷ | -۴۶٫۴۵۷۲۳ |
| | Diagonal BEKK | ۲۵۶۲۰٫۴۹ | ۴٫۶۴۶۰۲۲ | -۴۶٫۴۷۳۹۷ | -۴۶٫۲۳۰۶۲ | -۴۶٫۴۸۲۶۴ |

**جدول (۱۱): معیارهای اطلاعاتی داده‌های شاخص قیمتی (منبع: یافته‌های پژوهشگر)**

| شاخصها و معیار ها | | Log likelihood | Avg. log likelihood | Akaike info criterion | Schwarz criterion | Hannan-Quinn criter. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| روش‌ها | Diagonal VECH | ۱۵۷۹۹٫۴۵ | ۳٫۰۴۵۳۸۳ | -۲۴٫۲۸۵۹۶ | -۲۴٫۰۸۶۷۴ | -۲۴٫۲۱۱۲۰ |
| | CCC | ۱۵۶۵۷٫۴۳ | ۳٫۰۱۸۰۰۹ | -۲۴٫۰۸۵۴۸ | -۲۳٫۹۳۴۰۷ | -۲۴٫۰۲۸۶۶ |
| | Diagonal BEKK | ۱۵۶۳۹٫۳۹ | ۳٫۰۱۴۵۳۲ | -۲۴٫۰۷۱۵۴ | -۲۳٫۹۵۵۹۹ | -۲۴٫۰۲۸۱۸ |

با تخمین داده‌های شاخص قیمتی از سه روش Diagonal VECH، CCC و Diagonal BEKK مقادیر زیر برای معیارهای اطلاعاتی به دست می‌آیند.

تقریباً تمامی معیار اطلاعاتی تأکید دارند که برازش و تخمین انجام‌شده برای داده‌های شاخص قیمتی صنایع منتخب از روش Diagonal BEKK بهترین تخمین می‌باشد. همچنین با تخمین داده‌های شکاف قیمتی از سه روش Diagonal VECH، CCC و Diagonal BEKK مقادیر زیر برای معیاری‌ها اطلاعاتی به دست می‌آیند.

در این حالت نیز تمامی معیار اطلاعاتی تأکید دارند که برازش و تخمین انجام‌شده برای داده‌های شکاف قیمتی صنایع منتخب از روش Diagonal BEKK بهترین تخمین می‌باشد.

تصریح مدل Diagonal BEKK برای حالتی که از GARCH(1,1) استفاده شود به صورت رابطه (۲۲) است.

$$H_t = CC' + A'\, u_{t-1}\, u'_{t-1}\, A + B'\, H_{t-1}\, B \quad (22)$$

که در آن $C$ ماتریس بالا مثلثی(یا پایین مثلثی)، $A$ و $B$ با ابعاد $N \times N$ و قطری می‌باشند.

شایان ذکر است که حاصل ضرب یک ماتریس در ترانهاده‌اش، یک ماتریس متقارن میباشد و بنابراین حاصل $CC'$ یک ماتریس متقارن است.

پارامترهای مدل Diagonal BEKK برای داده‌های بازده شاخص قیمتی به صورت روابط (۲۳)، (۲۴) و (۲۵) استخراج و تخمین زده شده‌اند.

$$= \begin{bmatrix} 3.57E-06 & 7.26E-08 & 1.12E-06 & 2.91E-06 \\ 7.26E-08 & 2.16E-07 & 5.84E-08 & 7.29E-08 \\ 1.12E-06 & 5.84E-08 & 4.27E-06 & 1.48E-06 \\ 2.91E-06 & 7.29E-08 & 1.48E-06 & 7.20E-06 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$[A]_{ij} = \begin{bmatrix} 0.271544 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.289054 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.226107 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.298793 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$[B]_{ij} = \begin{bmatrix} 0.955291 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.960609 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.968161 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.942929 \end{bmatrix} \quad (25)$$

و پارامترهای مدل Diagonal BEKK برای داده‌های شکاف قیمتی به صورت روابط (۲۶)، (۲۷) و (۲۸) استخراج و تخمین زده شده‌اند.

$$[CC']_{ij} = \begin{bmatrix} 4.15E-08 & 1.72E-09 & 1.02E-08 & 1.10E-07 \\ 1.72E-09 & 6.36E-09 & 3.09E-09 & 4.33E-09 \\ 1.02E-08 & 3.09E-09 & 7.17E-08 & 1.79E-08 \\ 1.10E-07 & 4.33E-09 & 1.79E-08 & 1.10E-07 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$[A]_{ij} = \begin{bmatrix} 0.165047 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.225177 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.167153 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.257508 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[B]_{ij} = \begin{bmatrix} 0.978865 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.975822 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.979865 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.958835 \end{bmatrix} \quad (28)$$

## ۷- نتایج خروجی مدل

میانگین و واریانسها در روش گارچ، شرطی وابسته به زمان هستند و در واقع با تخمین انجام شده، مقادیر بازده‌های $R$، $\bar{R}$، $\bar{R}_s$ و ماتریسهای واریانس-کوواریانس $H_r$، $H_s$ برای هر مقطع زمانی با استفاده از مقادیر وقفه قبلی قابل محاسبه هستند

### ۷-۱- متوسط وزن صنایع منتخب در پرتفوی بهینه با محدودیتهای کامل مدل پژوهش

اجرای کامل مدل پژوهش و بررسی نتایج برای متوسط اوزان بهینه در این حالت برای صنایع منتخب نشان می‌دهد که متوسط سهم وزنی صنایعی که نوسانات بازدهی کمتری دارند در پرتفوی بهینه بیشتر است. در واقع
نتایج نشان می‌دهد صنایعی که ثبات بیشتری در قیمت سهامشان و یا به تعبیری نوسانات کمتری در بازدهی سهامشان در طول زمان وجود دارد، وزنشان در پرتفوی بهینه بیشتر است. ضمن اینکه در این حالت ریسک نقدشوندگی نیز در مدل لحاظ شده است یعنی اوزان بهینه طوری انتخاب شده‌اند که ریسک نقدشوندگی کمتر باشد.

**جدول (۱۲): وزن بهینه صنایع منتخب و تحلیل آماری با بازده شاخص کل در پرتفوی بهینه با لحاظ محودیتهای کامل( منبع: یافته‌های پژوهشگر)**

| | FA1 | B2 | FN3 | KF4 |
|---|---|---|---|---|
| std.Dev. | ۰/۰۱۸۲۷۸ | ۰/۰۱۶۰۸۸ | ۰/۰۲۱۰۳۱ | ۰/۰۱۹۷۰۳ |
| W-Optimum برای مدل کامل | ۰/۲۵۶۳۱۵ | ۰/۳۰۸۵۰۳ | ۰/۲۰۳۵۴۷ | ۰/۲۳۱۶۳۵ |

| | بازده شاخص کل | Rp1 |
|---|---|---|
| Mean | 0.002397293 | 0.007783164 |
| Variance | 0.000174408 | 9.93952E-05 |
| Observations | 1298 | 1298 |
| Pooled Variance | 0.000136901 | |
| Hypothesized Mean Difference | 0 | |
| df | 2594 | |
| t Stat | 1.426659708 | |
| P(T<=t) one-tail | 2.77652E-31 | |
| t Critical one-tail | 1.645441259 | |
| P(T<=t) two-tail | 5.55304E-31 | |
| t Critical two-tail | 1.960878927 | |

### ۷-۲- متوسط وزن صنایع منتخب در پرتفوی بهینه با حذف محدودیت نقدشوندگی در مدل

اجرای مدل پژوهش در این حالت یعنی با حذف محدودیت نقدشوندگی و بررسی نتایج برای اوزان بهینه برای صنایع منتخب نشان می‌دهد که با حذف محدودیت نقدشوندگی متوسط سهم وزنی صنعت فرآورده‌های نفتی و صنعت کانه‌های فلزی نسبت به حالت قبل بیشتر می‌شود و این بدین معنی است که( با توجه اینکه محدودیت نقدشوندگی حذف شده است) این دو صنعت از نقدشوندگی کمتری برخوردارند؛ ضمن اینکه متوسط بازده پرتفوی و ارزش در معرض خطر در این حالت(حذف محدودیت نقدشوندگی) نیز افزایش می‌یابد.

**جدول (۱۳): وزن بهینه صنایع منتخب و تحلیل آماری با بازده شاخص کل در پرتفوی بهینه با لحاظ حذف محدودیت نقدشوندگی(یافته ای پژوهشگر)**

| | FA1 | B2 | FN3 | KF4 |
|---|---|---|---|---|
| W-Optimum با حذف محدودیت نقدشوندگی | ۰/۲۵۳۴۶۶ | ۰/۲۸۸۲۹۰ | ۰/۲۱۵۶۸۱ | ۰/۲۴۲۵۶۳ |

| | بازده شاخص کل | Rp2 |
|---|---|---|
| Mean | 0.002397293 | 0.010836255 |
| Variance | 0.000174408 | 0.00015802 |
| Observations | 1298 | 1298 |
| Pooled Variance | 0.000166214 | |
| Hypothesized Mean Difference | 0 | |
| df | 2594 | |
| t Stat | 2.675466076 | |
| P(T<=t) one-tail | 1.09456E-59 | |
| t Critical one-tail | 1.645441259 | |
| P(T<=t) two-tail | 2.18911E-59 | |
| t Critical two-tail | 1.960878927 | |

### ۷-۳- متوسط وزن صنایع منتخب در پرتفوی بهینه با حذف محدودیت آنتروپی به عنوان معیاری از متنوع‌سازی

در این حالت نتایج پژوهش نشان می‌دهد متوسط وزن صنایع منتخب در پرتفوی بهینه، اگرچه تغییر میکند اما این تغییر چندان محسوس نمی‌باشد و به نظر میرسد میتوان این محدودیت را در مدل نادیده گرفت.

**جدول (۱۴): وزن بهینه صنایع منتخب و تحلیل آماری با بازده شاخص کل در پرتفوی بهینه با لحاظ حذف محدودیت آنتروپی(منبع: یافته های پژوهشگر)**

| | FA1 | B2 | FN3 | KF4 |
|---|---|---|---|---|
| W-Optimum با حذف شاخص متنوع سازی | ۰/۲۵۸۵۶۷ | ۰/۲۹۷۱۷۴ | ۰/۲۰۸۴۳۶ | ۰/۲۳۵۸۲۳ |

| | بازده شاخص کل | Rp3 |
|---|---|---|
| Mean | 0.002397293 | 0.008038468 |
| Variance | 0.000174408 | 0.000102527 |
| Observations | 1298 | 1298 |
| Pooled Variance | 0.000138467 | |
| Hypothesized Mean Difference | 0 | |
| df | 2594 | |
| t Stat | 1.21288501 | |
| P(T<=t) one-tail | 1.0759E-33 | |
| t Critical one-tail | 1.645441259 | |
| P(T<=t) two-tail | 2.15179E-33 | |
| t Critical two-tail | 1.960878927 | |

## ۸- نتیجه‌گیری

در این پژوهش تلاش شده تا با ارائه مدلی که شامل شاخص نقدشوندگی و متنوع‌سازی است، تاثیر معیار نقدشوندگی و متنوع‌سازی بر انتخاب پرتفوی بهینه بررسی شود. جهت استفاده از رویکرد اقتصادسنجی و با توجه به محدودیتهای موجود در روش گارچ چند متغیره جهت مدل‌سازی، از داده‌های شاخص قیمتی و داده‌های بازده شکاف قیمتی ۴ گروه منتخب بورس تهران شامل گروه‌های فلزات اساسی، بانکها، فرآورده‌های نفتی و کانه‌های فلزی که بیشترین ارزش بازار بورس ایران را در اختیار دارند، استفاده شده است.

با بررسی تخمین‌ها و مقایسه شاخص‌های مرتبط در این زمینه، در هر دو دسته داده‌های شاخص قیمتی و داده‌های شکاف قیمتی، ازبین روشهای گارچ چند متغیره DVECH، DCC و DBEKK بهترین تخمین را روش DBEKK ارائه می‌دهد.

با استفاده از تخمین‌های انجام شده و محاسبه ورودی‌های لازم برای مدل(با استفاده از تخمینهای روش DBEKK) و بهینه‌سازی مدل در محیط متلب با استفاده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه NSGA-II، با توجه به مدل ارائه شده داده‌های خروجی در سه حالت بررسی و تحلیل شده‌اند.

در حالتی که هزینه نقدشوندگی و شاخص تنوع‌بخشی در مدل وجود دارد بررسی نتایج برای متوسط اوزان بهینه در این حالت، برای صنایع منتخب نشان میدهد که متوسط سهم وزنی صنایعی که نوسانات بازدهی کمتری دارند در پرتفوی بهینه بیشتر است. در واقع نتایج نشان میدهد صنایعی که ثبات بیشتری در قیمت سهامشان و یا به تعبیری نوسانات کمتری در بازدهی سهامشان در طول زمان وجود دارد، وزنشان در پرتفوی بهینه بیشتر است؛ ضمن اینکه انجام تحلیل آماری با داده‌های بازده شاخص کل نشان میدهد رابطه معنی‌داری بین داده‌های میانگین بازده پرتفوی در این حالت با میانگین بازده شاخص کل وجود ندارد.

با حذف هزینه نقدشوندگی از مدل، بررسی داده‌های خروجی نشان میدهد که متوسط سهم وزنی صنعت فرآورده‌های نفتی و صنعت کانه‌های فلزی نسبت به حالت قبل بیشتر می‌شود که به معنای نقدشوندگی کمتر این دو صنعت می‌باشد؛ ضمن اینکه متوسط بازده و ارزش در معرض خطر پرتفوی در این حالت نیز افزایش می‌یابد. انجام تحلیل آماری با داده‌های بازده شاخص کل در این حالت نشان میدهد رابطه معنی‌داری بین میانگین بازده پرتفوی با میانگین بازده شاخص کل وجود دارد.

در حالت حذف محدودیت متنوع‌سازی از مدل، نتایج خروجی پژوهش در این حالت نشان میدهد متوسط وزن صنایع منتخب در پرتفوی بهینه اگرچه تغییر میکند اما این تغییر چندان محسوس نمی‌باشد و به نظر میرسد میتوان این محدودیت را در مدل نادیده گرفت؛ ضمن اینکه انجام تحلیل آماری با داده‌های بازده شاخص کل نشان میدهد رابطه معنی‌داری بین داده‌های میانگین پرتفوی در این حالت با میانگین بازده شاخص وجود ندارد.

در خصوص پیشنهادات برای تحقیقات آتی، با توجه به محدودیت اشاره شده میتوان در تحقیقات آینده با کمک گرفتن از روش تاپسیس[1]، وزن‌های بدست آمده در هر صنعت را بین شرکت‌های مختلف آن صنعت با در نظر گرفتن معیارها و رجوع به نظرات خبرگان آن صنعت با تدوین یک پرسشنامه مناسب، توزیع کرد. بدین ترتیب میتوان با ترکیب یک تحقیق پیمایشی به این تحقیق محدودیت تعداد سهام در پرتفو را تا اندازه‌ای مرتفع کرد. به عنوان یک پیشنهاد دیگر در تحقیقات آتی، ضمن استفاده از مدل چند هدفه این تحقیق، برای مدل‌سازی نوسانات و بدست آوردن ماتریس واریانس-کوواریانس از روش نوسان‌پذیری تصادفی(SV)[2] میتوان استفاده کرد. بررسی کارایی و سرعت رسیدن به جوابهای بهینه با استفاده از دیگر روشهای Meta Heuristic (مثل TSA ، SA ، AC و ... ) و روش شبکه عصبی مصنوعی(ANN) در حل مدل نیز میتواند در تحقیقات آتی مد نظر قرار گیرد.

## منابع و مأخذ


[۱] اسلامی بیدگلی، غلامرضا. سارنج، علیرضا. (۱۳۸۷). **انتخاب پرتفوی با استفاده از سه معیار میانگین بازدهی. انحراف معیار بازدهی و نقدشوندگی در بورس اوراق بهادار تهران**. بررسیهای حسابداری و حسابرسی، ۳-۱۶.

[۲] اصغرپور، حسین. رضازاده، علی.(۱۳۹۴). تعیین **سبد بهینه سهام با استفاده از روش ارزش در معرض خطر**. فصلنامه نظریه های کاربردی اقتصاد، ۹۳-۱۱۸.

[۳] حکیمی پور، نادر. رضایی، اسعداله. نریمانی، رضا. (۱۳۹۲). **کاربرد روش شبکه عصبی مصنوعی و مدل های واریانس ناهمسانی شرطی در محاسبه ارزش در معرض خطر**. فصلنامه علوم اقتصادی، سال هفتم، شماره بیست و چهارم.

[۴] خاک بیز، مسلم. رضائی پندری، عباس. دهقان نیری، محمود. (۱۳۹۶). **طراحی مدل ریاضی متنوع سازی سبد سهام و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک**. چشم انداز مدیریت صنعتی (۲۵)، ۱۷۳-۱۹۶.

[۵] رستمی، علی. نیک نیا، نرگس. (۱۳۹۲). **تأثیر متنوع سازی پرتفوی بر ارزش در معرض ریسک در بورس اوراق بهادار تهران**. فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه گذاری.

[۶] راعی، رضا. محمدی، شاپور. فیض آباد، آرش.(۱۳۸۷). **محاسبه ارزش در معرض ریسک پارامتریک با استفاده از مدلهای ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران**. تحقیقات مالی، ۱۰ (۲۵)،۱۰۹-۱۲۴.

[۷] رهنما، فریدون. صالحی، الله کرم. (۱۳۸۹). **مکاتب و تئوریهای مالی و حسابداری**. تهران: دانشگاه آزاد اسلامی مرکز انتشارات علمی.

[۸] رهنمای رود پشتی، فریدون. نیکو مرام، هاشم. (۱۳۹۴). **بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی براساس مدل پایدار با بهینه سازی کلاسیک در پیش بینی ریسک و بازده پرتفوی**. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار.

[۹] رستمی، محمد رضا. حقیقی، فاطمه. (۱۳۹۲).**مقایسهٔ عملکرد مدلهای GARCH چندمتغیره در تعیین ریسک پرتفوی**. تحقیقات مالی، دانشکده


[1] TOPSIS
[2] Stochastic volatility

مدیریت دانشگاه تهران ۲۱۵-۲۲۸.

[۱۰] شاهوردیانی، شادی. احدزاده نمین، مهناز. (۱۳۹۷). **ارزیابی مالی شرکت های بیمه خصوصی و دولتی با استفاده از روش تلفیقی کارای متقاطع و آنتروپی شانون**. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار.

[۱۱] فلاح شمس، میر فیض. پناهی، یعقوب. (۱۳۹۳). **مقایسه کارایی مدل های خانواده GARCH در مدل سازی و اندازه گیری ریسک نقدشوندگی بورس اوراق بهادار تهران**. فصلنامـه علمی پژوهشی دانش سرمایه گـذاری.

[۱۲] کیقبادی، امیر رضا. احمدی، محمد. (۱۳۹۵). **مقایسه کارایی روش های GARCH و ARCH در پیش بینی ارزش در معرض ریسک جهت انتخاب پرتفولیوی بهینه** . پژوهش های حسابداری مالی و حسابرسی، ۶۳-۸۲.

[۱۳] محمدی، تیمور. فلیحی، نعمت. شاه کرم اوغلی، معصومه.( ۱۳۹۳). **تحلیل تأثیر بازار بورس بین المللی بر بازار بورس ایران: استفاده از رهیافت سیستم دینامیکی و GARCH**. فصلنامه علوم اقتصادی.

[۱۴] منصور فر، غلامرضا. دیدار، حمزه. محمدی، میر سعید. (۱۳۹۲). **مقایسه رفتار سبد دارایی های بین المللی بهینه شده براساس مدل های مبتنی بر روش های همبستگی ثابت و شرطی پویا**. فصلنامه علمی- پژوهشی مدیریت دارایی و تامین مالی، ۷۵-۹۲.

[۱۵] موسوی، یگانه. الهام، غلامی. سامعی، ساجده. (۱۳۹۵). **بهینه سازی سبد سرمایه گذاری شرکت سرمایه گذاری بانک سپه با استفاده از مدل ترکیبی مارکوویتز و GARCH چند متغیره**. فصلنامه اقتصاد کاربردی.

[۱۶] نجفی، حامد. صدری، حامد. (۲۰۱۸). **کاربرد مدلهای گارچ چند متغیره در مدیریت و تصمیم گیری های مالی**. نخستین کنفرانس ملی تحقیق و توسعه در مدیریت و اقتصاد مقاومتی. پایگاه استنادی علوم جهان اسلام.

[۱۷] عبده تبریزی، حسین. رادپور، میثم. (۱۳۸۸). **اندازه گیری و مدیریت ریسک بازار: رویکرد ارزش در معرض خطر**. انتشارات آگاه.

[18] Aktas, C., Orcan, C. (2012). **Measurement of Liquidity-Adjusted Market Risk by VaR and Expected Shortfall: Evidence from Turkish Banks.** Journal of Applied Finance & Banking, 137-147.

[19] Bangia, A., Francis X. Diebold, F.X. (1998). **Modeling Liquidity Risk, With Implications for Traditional Market Risk Measurement and Management.** (Universiy of Pennsylvania).

[20] Bonga, L. (2018). **Assessing Portfolio Market Risk in the Brics Economies: Use of Multivariate GARCH Models.** International Economics 87-128.

[21] Bera, A. K., Park, S.Y. (2008). **Optimal Portfolio Diversification Using the Maximum Entropy Principle.** Economic, 484-512.

[22] Botha, M. (2008). **Portfolio Liquidity-Adjusted Value-at-Risk.** Financial Markets and Portfolio Management, 203-215.

[23] Christian, F., Zakoian, J.M. (2019). **GARCH Models: Structure, Statistical Inference, and Financial Applications.** A John Wiley and Sons, Ltd., Publication.

[24] Chun, T. CH., Lee, T.S. (2017). **Liquidity-Adjusted Value-at-Risk for TWSE Leverage / Inverse ETFs: A Hellinger Distance Measure Research.** Journal of Economics and Management, 53-81.

[25] Dong, L., Cheung, J. (2006). **Liquidity Adjusted Value-at-Risk for Portfolios of Assets. Dissertation, Financial Risk Management Program.**

[26] Ebrahimi, S. B., Emadi, S.M. (2017). **Portfolio Optimization for Retail Investors, With the Approach of Multivariate GARCH Models.** International Journal of Industrial Engineering & Production Management, 149-160.

[27] Krokhmal, P., Zabarankin, M., Stan Uryasev, S. (2011). **Modeling and Optimization of Risk.** Surveys in Operations Research and Management Science, 49-66.

[28] Mukhodobwane, R. M., Garira, W., Chagwiza, W. (2020). **Volatility Modelling of the BRICS Stock Markets.** Statistics, Optimization and Information Computing, 12-23.

[29] Mendes, R.R.A., Paiva, A.P., Peruchi, R.S., Balestrassi, P.P. (2016). **Multiobjective Portfolio Optimization of ARMA–GARCH Time Series Based on Experimental Designs.** Computers & Operations Research, 434-444.

[30] Naimy, V. (2014). **Asset Liquidity Adjusted VAR.** Journal of Business & Financial Affairs.

[31] PEARSON, N. D. (2002). **Risk Budgeting, Portfolio Problem Solving with Value-at-Risk.** John Wiley & Sons, Inc.

[32] Roy, S. (2004). **Liquidity Adjustment in Value at Risk (VaR), Model: Evidence from the Indian Debt Market**. Occasional Papers, Reserve Bank of India, 55-69.

[33] Stange, S. (2009). **Market Liquidity Risk**. Dissertation-Technische Universität München.

[34] Yilmaz, T. (2010). **Improving Portfolio Optimization by Dcc and Deco Garch Evidence from Istanbul Stock Exchange."** Munich Personal Repec Archive.

[35] Yassine, B., Ellaia, R. (2017). **Estimation of Volatility and Correlation with Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models: An Application to Moroccan Stock Markets.** International Journal of Economics and Financial Issues, 384-396.