مطالعات کمّی در مدیریت، سال دوم، شماره دوم- تابستان ۱۳۹۰- صص ۶۲- ۴۳

توسعه مدل کنترل موجودی (r,Q) با رویکرد چند هدفه احتمالی- فازی

محمد امین نایبی [۱]
عباس پناهی نیا [۲]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/٤/۵
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۵/۱۹

چکیده

مدلهای سنتی به تنهایی قادر به اعمال دقت و قطعیت منطق ریاضی کلاسیک نیستند. در واقع، یک موقعیت واقعی زمانی که نادقیقی و عدم قطعیت به دلیل ساختار مدل نادیده انگاشته می‌شود، زیاد هم واقعی نیست. بدین‌منظور در این مقاله مدل سنتی کنترل موجودی (r,Q) به صورت یک مدل چند کالایی با دو هدف کمینه سازی هزینه‌ها و سطح خطر و تحت محدودیتهای میزان بودجه در دسترس، حداقل سطح عملکرد، فضای انبار و تعداد کمبود مجاز توسعه یافته است. در این مدل تقاضا احتمالی است و از توزیع نمایی پیروی می کند و تقاضای اضافی با فروش از دست رفته مواجه می شود. فضای انبار پارامتری احتمالی - فازی با توزیع نرمال است. پارامترهای بودجه در دسترس و حداکثر کمبود مجاز فازی و از نوع مثلثی می‌باشد. ابتدا مدل قطعی و سپس مدل احتمالی- فازی توسعه می‌یابد. در متدولوژی حل با استفاده از روش نافازی سازی محدودیتهای فازی و روش بر نامه ریزی محدودیتهای احتمالی فازی مدل به یک مسئله قطعی چند هدفه تبدیل شده و سپس از طریق روش فازی حل می‌گردد. در پایان یک مثال عددی جهت توصیف مدل و روش حل آمده است که با نرم‌افزار لینگو حل شده است.

واژگان کلیدی:

مدل کنترل موجودی (r,Q)، برنامه ریزی چند هدفه، برنامه ریزی محدودیتهای احتمالی فازی.

---

[۱]. مربی گروه مدیریت صنعتی دانشگاه آزاد اسلامی قزوین

[۲]. مدرس دانشگاه آزاد اسلامی نقده

۱- مقدمه

پس از اینکه هریس مدل EOQ را مطرح نمود تغییرات و پیچیدگی‌های زیادی موجب عدم کارایی و لزوم توسعه این مـدلها شـده است (Manas&Maiti, ۲۰۰۵) . پیچیدگی در مدلسازی یک موقعیت واقعی در محیط کنترل موجـودی بـه علـت وجـود برخـی اطلاعات که قابل تشخیص و شناسایی نیستند افزایش یافته است به این مفهوم که مدلهای سنتی به تنهایی قادر بـه اعمـال دقـت و قطعیت منطق ریاضی کلاسیک نیستند. در واقع یک موقعیت واقعی زمانی که نادقیقی و عدم قطعـی بـه دلیـل سـاختار مـدل نادیـده انگاشته می‌شود، زیاد هم واقعی نیست(Das et at, ۲۰۰٤). یکی از موضوعات مورد مطالعه در ادبیات موجودی مدل (r,Q) می‌باش‌نـد. این مدل از ابتدای تئوری موجودی در مکاتب آموزشی و کاربردی شناخته شده است و روشهای محاسباتی متعـددی در کتابهـای درسی و مقالات پژوهشی برای تعیین پارامترهای میزان سفارش و نقطه سفارش مجدد منظور شده است. در مدل(r,Q) با توجـه به تقاضای احتمالی، هرگاه موجودی به سطح "r" یا کمتر از آن برسد به مقدار ثابت "Q"سفارش داده می‌شـود (Sarfaraz et al, ۲۰۰٦. بهینه سازی یک سیستم موجودی دستیابی به سطحی از r وQ است که متوسط هزینه هر دوره را کمینه نماید (Yadvalliet al.۲۰۰۵. اما در دنیای واقعی تصمیم گیرنده علاوه بر کاهش هزینه با اهداف دیگری نیز روبروست و در این فرایند تصمیم گیری با محدودیتهای مختلفی مواجه است. از طرف دیگر با ظهور مجموعه‌های فازی استفاده از این منطق در دستیابی بـه یـک تصـمیم بهینه در مدیریت موجودی بیشتر احساس می‌شود. در ادامه مروری بر ادبیات مرتبط در این زمینه خواهیم داشت. پس از ارائه مدل کلاسیک EOQ توسط هریس تحقیقات زیادی بر روی این مدل انجام شده است کـه نتـایج ایـن تحقیقـات در کتابهـای مرجـع و مقالات پژوهشی در دسـترس هسـتند.(clark, ۱۹۷۲, Goswami, ۱۹۹۱, Ouayang, ۲۰۰۱ , Manas, ۲۰۰۵) مطالعـات زیـادی همچو(Das, ۲۰۰٤; Yauhua, ۲۰۰۵, Bhunia, ۱۹۹۷, Balkhi, ۱۹۹۸) مدلهای موجودی را با نرخ جایگذاری متغییر توسعه دادند. در مطالعات دیگر(cheng, ۱۹۸۹) برخی مدلهای موجودی را در حالتی که تقاضا و هزینه تولید یک کالا وابسته به کالای دیگر است را توسعه داده وتوسط برنامه ریزی هندسی حل نمودند. مدلهای موجودی تحت محدودیتهایی همچون بودجه، فضـای انبـار، تعـداد سفارشـات و. . . در کتابهـای معروفـی همچـون (Churchman, ۱۹۵۷, Goswami, ۱۹۹۱, Manas, ۲۰۰۵, Raymond ۱۹۳۱) ارائه شده است. (Ben-Daya, ۱۹۹۳)یک مدل موجودی چند کالایی را با تقاضـای احتمـالی مـورد بحـث قرار داده و در (Abou-El-ata, ۱۹۹۷) یک مدل موجودی قطعی با دو محدودیت توسعه یافته است. مجموعه‌های فـازی بـرای اولین بار در سال ۱۹٦۵ توسط لطفی زاده بیان شد و زیمرمن(Zimmerman, ۱۹۹٦) این تئوری را بـرای حـل مسـائل تصـمیم گیری بکار برد. نمونه‌هایی از کاربرد مجوعه‌های فازی در کنترل موجودی درمطالعـاتی نظیـر (Tersine ۱۹۹٤, Silver, ۱۹۸۵) آمده است. مطالعه‌ای (Dos et al.۲۰۰٤) تحت عنـوان "مـدلهای کنتـرل موجـودی احتمـالی چنـدکالایی و احتمـالی فـازی بـا دومحدودیت" منتشر شد که در آن دو محدودیت بودجه ای و فضای انبار بصورت فازی بوده و یک هدف کمینه سازی مجمـوع هزینه‌ها در نظر گرفته شده بود و مدلها به عنوان مسائل احتمالی و غیر خطی مدل شده و در حل از روش محدودیتهای احتمـالی و تکنیک گرادیان استفاده شده بود. در دو رویه برای تعیین مقدار بهینه دو پارامتر r وQ در زمانی که هزینـه نگهـداری غیـر شـبه محدب بودند ارائه شده است. (Yadvalli, et.al.,۲۰۰۵)شکل جدیدی از خط مشی پس افت جزئی (PB۲) با حـدود کنترلـی پس افت دو قسمتی در معرفی شده است (chu et.al.,۲۰۰۵). در یک مدل موجودی فازی با دو انبار تحت محـدودیتهای احتمـالی ارائه و توسط روش برنامه ریزی آرمانی و الگوریتم ژنتیک حل شده است. (lewise, ۱۹۷۰)یک مـدل موجـودی احتمـالی در بحـث شـــــده و در آن ســـــعی شـــــده اســـــت مفهـــــوم مجموعـــــه فـــــازی مـــــرتبط

بـــا عـــدم قطعیـــت بـــا تقاضـــای پـــس افـــت یـــا فـــروش از دســـت رفتـــه نشـــان داده شـــود. (Ougang et.al.۲۰۰۳) در یک مدل احتمالی کنترل موجودی مرور دائمی(r,Q) ارائه شده و یک روش تعـاملی بـرای تعیـین مقدار بهینه اقتصادی سفارش توسعه داده شده است.(Hadely et.al., ۱۹٦۳) یک سیستم مرور دوره ای با تقاضـای احتمـالی و هزینه‌های متغییر در (Eynan et.al.,۲۰۰٦)آورده شده که از بسط سری تیلور برای تقریب بخشی از تابع هزینه‌ها استفاده شـده است. نمونه‌های دیگری از توسعه مدلهای احتمـالی کنتـرل موجـودی در (ouayang, ۲۰۰۱,Nanda,۲۰۰٦, wu,۲۰۰۱) آورده شده است. در تحقیقات داخلی نیز نمونه‌هایی از مطالعات کنترل موجودی انتشار یافته است که از جمله می‌توان به مطالعه جولای، ربانی و هنرور اشاره نمود. آنها یک مدل کنترل موجودی با سیاست مرور دائم برای اقلام فساد پذیر در حالت تقاضای احتمـالی و کمبود غیر مجاز ارائه نمودند. در مطالعه‌ای دیگر [۵] محققین به ارائه یک مدل کنتـرل موجـودی بـا در نظـر گـرفتن هزینـه‌هـای لجستیک در حالت منبع یابی چندگانه پرداختند. جولای و اسودی یک مدل کنترل موجودی دو سطحی برای اقـلام فاسـد شـدنی با در نظر گرفتن اثرات تورمی ارائه نمودند. فاطمی قمی و اسدی به بررسی یک مدل کنتـرل موجـودی بـا اسـتفاده از یـک مـدل تصمیم‌گیری چند معیاره- چند تصمیم گیرنده در یک ساختار غیر سری با تقاضای احتمالی نرمال پرداختند. در یک بررسی فاطمه قمی و روغنی به مطالعه یک مدل کنترل موجودی دوسطحی با تقاضای احتمالی و بدون زمان تدارک و در مطالعه‌ای دیگـر همـین مدل را با زمان تدارک ثابت توسعه بخشیدند. . یک مدل کنترل موجودی در حالتی کـه تقاضـا قطعـی و هزینـه‌هـای نگهـداری و سفارش و قیمت هر کالا یک عدد فازی ذوزنقه‌ای است. در مطالعه فاطمی قمی و رضایی دیده می‌شود. امروزه وجود یک محیط ترکیبی یا همراهی عدم دقت و عدم قطعیت در یک مدل موجودی پدیده ای واقعی است(Daset al, ۲۰۰٤). به همین منظـور در این مقاله مدل کنترل موجودی (r,Q) با دو هدف بهینه سازی هزینه و سطح خطر بـه همـراه محـدودیتهای بودجـه در دسـترس، سطح عملکرد، تعداد کمبود و محدودیت احتمالی–فازی فضای انبار توسعه یافته است. هزینه‌های موجودی وابسته به مقدار است. کمبود مجاز بوده و با فروش از دست رفته مواجه می‌شود. میزان بودجه در دسترس فازی بـوده و فضـای انبـار نیـز یـک پـارامتر احتمالی با میانگین و انحراف معیار فازی است. محدودیت فضای انبار بصورت احتمـالی ارضـا شـده و حـد اقـل احتمـال مجـاز محدودیت یک عدد فازی و تعریف شده است. تمامی پارامترهای تصادفی مستقل بوده، پارامتر فضای انبار از توزیع نرمال و تقاضا از توزیع نمایی پیروی می‌کند. در این مدل مقدار سفارش ثابت بر اساس میزان سفارش اقتصادی محاسبه شده است. در این مقالـه محدودیتهای فازی از طریق نافازی سازی و محدودیت احتمالی- فازی فضای انبار توسـط برنامـه ریـزی محـدودیتهای احتمـالی فازی به یک محدودیت قطعی تبدیل یافته و مدل حاصله که یک مدل برنامه ریزی چند هدفه قطعی است از طریق تکنیـک منطـق فازی حل می‌گردد. در انتها یک مثال عددی جهت توصیف مدل و روش حل آمده است که با نرم افزار لینگو حل شده است. ایـن مقاله بصورت زیر سازماندهی می‌شود: در ابتدا به طور مختصر در بخش اول طبقه بنـدی سیسـتم‌هـای سفارشـدهی و بخـش دوم نمادها وعلائم بیان می‌شود در بخش سوم مدل و مفروضات آن ذکر می‌گردد، در بخش چهارم به توسعه مدل پرداختـه، در بخـش پنجم متدولوژی حل مطرح خواهد گردید ودر بخش ششم یک مثـال عـددی آورده مـی‌شـود و در بخـش نهـایی نتیجـه گیـری وتحقیقات آتی بیان می‌گردد.

۲- نمادها وعلائم

۲-۱- نمادها

n: تعداد کالاها، B: میزان بودجه در دسترس، A: فضای در دسترس انبار، ~: نماد فازی

۲-۲- متغیرهای تصمیم و پارامترها

متغیرهای تصمیم و پارامترها برای کالای iام (i=۱,۲,. . ,n) به قرار زیر است:

h_i: هزینه نگهداری سالیانه هر واحد از کالای iام r_i: نقطه سفارش کالای iام

$1/\lambda_{Li}$: میانگین تقاضای کالای iام در طی مدت تحویل L

Q_i: مقدار سفارش کالای iام P_{0i} : حداقل سطح عملکرد مجاز کالای iام

λ_{Li}: نرخ تقاضای کالای iام در طی مدت تحویل L π_i: هزینه کمبود سالیانه کالای iام a_i: فضای اشغالی توسط کالای iام

A_i' : هزینه سفارش دهی کالای iام

PC_i:هزینه خرید هر واحد کالای iام D_i: متوسط تقاضای سالیانه کالای iام

$P(D_{Li} > r_i)$: سطح خطر کالای iام N_i: حداکثر کمبود مجاز کالای iام

$C(r)$: تابع هزینه سیستم (r,Q) $\tilde{P}_A$: حداقل احتمال مجاز محدودیت انبار

۲- مدل و مفروضات(Sarfaraz, ۲۰۰٦):

مدل (r,Q) با تابع هزینه زیر مد نظر است:

$$\text{(r,Q)تابع هزینه} = C(r) = h.ss + \pi.\frac{D}{Q}.\bar{b}(r) \quad (۱)$$

و مفروضات مورد نظر شامل موارد ذیل است:

۱. rوQ مستقل از یکدیگر هستند.

۲. تقاضا با فروش از دست رفته تامین می‌گردد .

۳. تقاضا متغیری است احتمالی با تابع توزیع نمایی

۳- توسعه مدل

برای توسعه مدل (r,Q) ابتدا به توسعه مدل قطعی پرداخته و پس از آن به ارائه مدل احتمالی- فازی پرداخته خواهد شد. بدین منظور برای توسعه مدل دو تابع هدف و شش محدودیت در نظر گرفتیم.

۳-۱- توابع هدف:

۳-۱-۱- کمینه کردن هزینه‌ها: بدین منظور داریم:

$$Z_1 : \sum h_i SS_i + \frac{[\pi_i + (S_i - PC_i)]\bar{b}(r_i)}{Q_i \lambda_{Li}} \quad (۲)$$

جایی که:

$$SS_i = r_i - 1/\lambda_{Li} \quad (۳)$$

با توجه به این که:

$$\bar{b}(r) = \int_r^{+\infty} (x-r)\lambda e^{-\lambda x}.dx \quad (٤)$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow \bar{b}(r_i) = \frac{1}{\lambda_{Li}} e^{-\lambda r} \quad (۵)$$

۳-۱-۲- کمینه کردن سطح خطر:

در یک سیستم موجودی سطح خطر زمانی بیش از صفر است که تقاضای کالا فراتر از نقطه سفارش باشد. برای کمینه سازی سطح خطر داریم:

$$Min: P(D_L > r) = P((D - 1/\lambda_{Li}) > (r - 1/\lambda_{Li})) \quad (٦)$$

باتوجه به اینکه در حالتی که تقاضا احتمالی است، سطح خطر رابطه‌ای مستقیم با مقدار کمبود دارد و با تغییر کمبود همسو با آن تغییر خواهد نمود. بطوری که هر چه میزان کمبود افزایش یابد بدنبال آن سطح خطر نیز افزایش می‌یابد. بنابراین برای دستیابی به این هدف داریم:

$$Z_2 : e^{-\lambda_{Li} r_i} \quad (٧)$$

۳-۲- محدودیت‌ها:

بررسی ادبیات موضوعی مرتبط با مدلهای کنترل موجودی، بکارگیری محدودیتهای متعدی را نشان می‌دهد. در این مقاله ما شش محدودیت را در نظر گرفته‌ایم:

۳-۲-۱- محدودیت بودجه در دسترس:

$$(٨) \quad \sum_{i=1}^{n} (r_i - 1/\lambda_{Li}) \le B$$

۳-۲-۲- محدودیت میزان کمبود مجاز:

$$(٩) \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_{Li}} e^{-\lambda_{Li} r_i} \le N_i$$

۳-۲-۳- محدودیت فضای انبار:

$$(١٠) \quad \sum_{i=1}^{n} a_i I_{\max_i} \le A$$

جایی که:

$$(١١) \quad I_{\max i} = r_i - 1/\lambda_{Li} + Q_i$$

۳-۲-٤- محدودیت سطح خدمت: برای اینمنظور داریم:

$$(١٢) \quad P(D_{Li} \le r_i) \ge P_{0i}$$

بنابراین برای این محدودیت از رابطه۱۳ استفاده می‌کنیم:

$$(١٣) \quad (1 - e^{-\lambda_{Li} r_i}) \ge P_{0i}$$

۳-۲-۵- در این مقاله فرض بر این است که : $Q_i = Q_{wilson}$ ، بنابراین از فرمول EOQ بعنوان یک محدودیت استفاده خواهیم نمود:

جاییکه:

$$(١٤) \quad Q_i = \sqrt{\frac{2 D_i A_i'}{h_i}}$$

۳-۲-٦- محدودیت آخر مربوط به فضای احتمالی است. بدلیل اینکه احتمال عددی در بازه [۱و۰] است، محدودیت ۱۵ را می‌بایست در نظر گرفت:

$$(١٥) \quad 0 \le e^{-\lambda_{Li} r_i} \le 1$$

با توجه به موارد مذکور مدل توسعه یافته قطعی (r,Q) بصورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
&Min\ : Z_1 = \sum_{i=1}^{n} h_i (r_i - 1/\lambda_{Li}) + \frac{[\pi_i + (S_i - PC_i)] D_i e^{-\lambda_{Li} r_i}}{Q_i \lambda_{Li}} \\
&Min\ : Z_2 = e^{-\lambda_{Li} r_i} \\
&S.t: \\
&\sum_{i=1}^{n} (r_i - 1/\lambda_{Li}) PC_i \le B \\
&(1 - e^{-\lambda_{Li} r_i}) \ge P_{0i} \\
&\sum_{i=1}^{n} a_i (r_i - 1/\lambda_{Li} + Q_i) \le A \\
&1/\lambda_i \, e^{-\lambda_{Li} r_i} \le N_i \\
&Q_i = \sqrt{\frac{2 D_i A_i'}{h_i}} \\
&0 \le e^{-\lambda_{Li} r_i} \le 1 \\
(١٦)\ &r_i \ge 0
\end{aligned}
$$

۳-۳- مدل احتمالی – فازی

در این بخش برای توسعه مدل در فضای فازی و احتمالی میزان بودجه در دسترس و حداکثر کمبود مجاز بصورت یک عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شده و به ترتیب با نمادهای $\tilde{B}$ و $\tilde{N}_i$ نشان داده می‌شود. فضای انبار یک پارامتر احتمالی نرمال بـا میـانگین فازی $\tilde{m}_A$ و واریانس فازی $\tilde{\sigma}_A{}^2$ در نظر گرفته شده ($\tilde{A} \sim N(\tilde{m}_A, \tilde{\sigma}_A{}^2)$ و حداقل احتمال مجاز بر آن نیز یک عدد فـازی بـا نماد $\tilde{P}_A$ می‌باشد. با توجه به مفروضات بالا مدل احتمالی- فازی (r,Q) بصورت زیر می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Min\ : Z_1 = \sum_{i=1}^{n} h_i (r_i - 1/\lambda_{Li}) + \frac{[\pi_i + (S_i - PC_i)] D_i e^{-\lambda_{Li} r_i}}{Q_i \lambda_{Li}} \\
&Min\ : Z_2 = e^{-\lambda_{Li} r_i} \\
&S.t: \\
&\sum_{i=1}^{n} (r_i - 1/\lambda_{Li}) PC_i \le \tilde{B} \\
&(1 - e^{-\lambda_{Li} r_i}) \ge P_{0i} \\
&\tilde{P}(\sum_{i=1}^{n} a_i (r_i - 1/\lambda_{Li} + Q_i) \le \tilde{A} \approx N(\tilde{m}_A, \tilde{\sigma}^2) \ge \tilde{P}_A \\
&1/\lambda_i \, e^{-\lambda_{Li} r_i} \le \tilde{N}_i \\
&Q_i = \sqrt{\frac{2 D_i A_i'}{h_i}} \\
&0 \le e^{-\lambda_{Li} r_i} \le 1 \\
(١٧)\ &r_i \ge 0
\end{aligned}
$$

٤- متدولوژی حل

برای حل مدل احتمالی – فازی توسعه یافته ابتدا می‌بایست مدل مذکور به یک مدل قطعی مبدل گشته و سپس با استفاده از یکی از تکنیکها ی حل بر نامه ریزی چند هدفه حل گردد که مراحل پیشنهادی حل مدل بصورت گامهای زیر می‌باشد :

١-٤- گام اول : نافازی سازی محدودیتهای فازی

اگر یک مدل بر نامه ریزی به شکل زیر باشد[٢٣]:

$$Max : Z = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$s.t : \sum_{i=1}^{n} (s_{ij}, l_{ij}, r_{ij}) x_{ij} \le (t_i, u_i, v_i) \qquad (١٨)$$

$$(j \in N_n)\ (i \in N_m)\ x \ge 0$$

در جایی که در عدد فازی مورد نظر از سمت چپ عدد اول عدد میانه با درجه عضویت یک ($\mu = 1$)، عدد دوم فاصله عدد اول تا کران چپ و عدد سوم فاصله عدد اول تا کران راست باشد، برای حل مدل و نافازی سازی محدودیتها داریم :

$$(١٩) \quad Max : Z = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$s.t : \sum_{i=1, j=1}^{n} s_{ij} x_j \le t_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} (s_{ij} - l_{ij}) x_{ij} \le t_i - u_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} (s_{ij} - r_{ij}) x_i \le t_i - v_i$$

$$x_i \ge 0$$

٢-٤- گام دوم : تبدیل محدودیت احتمالی - فازی به یک محدودیت قطعی

١-٢-٤- برنامه ریزی محدودیت احتمالی-فازی [٢٧]. یک مسئله برنامه ریزی محدود به احتمال(CCP) قطعی نوعی از برنامه ریزی احتمالی است که به شکل زیر می‌باشد :

$$(٢٠) \quad Mininmise \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{Subject to:} \quad P(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i) \ge P_i$$

$$\sum_{j=1}^{n} b_{kj} x_j \ge h_k, k \ne i$$

$$i = 1,2,...m, k = 1,2,...k, 0 \le P_i \le 1, x_j \in R$$

جایی که حداقل یکی از c_j، a_{ij}، b_iها یک متغیر تصادفی هستند. حالت خاص محدودیت انبار در این مطالعه، حالتی است که b_iها متغیرهای تصادفی فازی هستند. فرض می‌کنیم مقادیر سمت راست محدودیت iام یک متغیر تصادفی فازی (FRV)[٣] است وبه صورت $\tilde{b}_i$ نشان داده می‌شود. یک متغیر تصادفی فازی یک تابع اندازه گیری از فضای احتمالی با مجموعه اعداد فازی است [٢١]. با توجه به این حالت خاص محدودیت iام این مسئله CCP به صورت زیر است :

---

[٣]. Fuzzy Random Variable

$$\tilde{P}(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le \tilde{b}_i) \ge \tilde{P}_i, a_{ij} \in R \quad (۲۱)$$

$\tilde{b}_i$یک متغیر تصادفی فازی(FRV) با توزیع نرمال است (در حقیقت می‌توان هر نوع از متغیر تصادفی فازی را در نظرگرفت)، که میانگین و واریانس آنها اعداد فازی $\tilde{m}_{bi}$ و $\tilde{\sigma}_{bi}$ می‌باشند $\alpha-$برش دو پارامتر مذکور به قرار زیر است:

$$\tilde{m}_{bi}[\alpha] = [m_{bi*}(\alpha), \tilde{m}_{bi}^{*}(\alpha)], \tilde{\sigma}_{bi}^{2}[\alpha] = [\sigma^{2}{}_{bi*}(\alpha), \sigma^{2*}{}_{bi}], \tilde{P}_i[\alpha] = [P_{i*}(\alpha), P_i^{*}(\alpha)] \quad (۲۲)$$

قضیه :اگر $\tilde{b}_i$یک متغیر تصادفی فازی(FRV) با توزیع نرمال باشد نامساوی مذکور برابر است با:

$$F\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - m_{bi*}(\alpha)}{\sigma_{bi*}(\alpha)}\right) \le 1 - P_i^{*}(\alpha) \quad (۲۳)$$

در نهایت نامساوی مذکور بصورت زیر خواهد شد :

$$1 - F\left(\frac{h_i - m_{bi*}(\alpha)}{\sigma_{bi*}(\alpha)}\right) \ge P_i^{*}(\alpha) \quad (۲٤)$$

در نتیجه CCP قطعی برای هر $\alpha \in [0,1]$بصورت زیر است:

$$\begin{gathered} Mininmise \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ 1 - F\left(\frac{h_i - m_{bi*}(\alpha)}{\sigma_{bi*}(\alpha)}\right) \ge P_i^{*}(\alpha) \quad (۲٥) \\ \sum_{j=1}^{n} b_{kj} x_j \ge h_k, k \ne i \\ i = 1,2,...m, k = 1,2,...k, 0 \le P_i \le 1, x_j \in R \end{gathered}$$

این مسئله می‌تواند با بکارگیری روش برنامه ریزی احتمالی حل گردد.

۳-٤-گام سوم : حل مسئله برنامه ریزی چند هدفه قطعی

در این مرحله مدل احتمالی– فازی تبدیل به یک مسئله قطعی چندهدفه شده است و می‌بایست بـا اسـتفاده از یکـی از روشـهای حل بر نامه ریزی چند هدفه به جواب رسید که در اینجا از روش منطق فازی استفاده می‌گردد.

۱-۳-٤-روش منطق فازی برای حل یک مسئله تصمیم گیری چند هدفه (MODM) [۳۸]

یک مسئله تصمیم گیری چند هدفه زیر را در نظر بگیرید:

$$Max: Z = f_i(x_1, x_2 ... x_n), i = 1,2,...k \quad (۲٦)$$

$$g_i(x_1, x_2, ... x_n) \le b_i, i = 1,2,...m \quad \text{Subject to:}$$

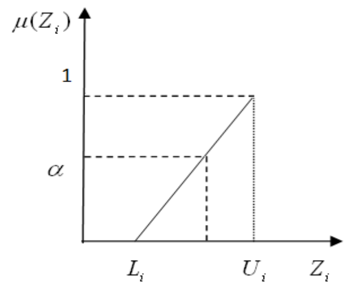
که n تعداد متغییرها، m تعداد محدودیتها، k تعداد توابع هدف است .

۱. ابتدا جدول زیر را تشکیل می‌دهیم

جدول شماره ۱- محاسبه مقادیر و متغیرهای توابع هدف

	Z_1	$Z_2 \cdots\cdots Z_k$	$X_1, X_2, \ldots X_n$
$Maz: Z_1$ $Maz: Z_2$ $\vdots$ $Maz: Z_k$	$\vdots$	------------	------------
(L_i, U_i)	(L_1, U_1)	$(L_2, U_2) \cdots\cdots (L_k, U_k)$	

سپس درجه عضویت تابع z_i را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:



شکل۱: تابع عضویت (Z_i)

بطوری که U_iبهترین مقدار و L_i بدترین مقدار و Δ_i تلورانس تابع iام می‌باشد. $\Delta_i = U_i - L_i$

$$\mu(Z_i) = \begin{cases} 0, where: Z_i \leq L_i \\ \dfrac{Z_i - L_i}{U_i - L_i}, where: L_i \leq Z_i \leq U_i \\ 1, where: Z_i \geq U_i \end{cases} \quad (۲۷)$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow Max \ : \alpha \\ &S.t: \alpha \leq \mu(Z_i), i = 1,2,\ldots k \\ &g_i(x_1, x_2, \ldots x_n) \underset{\geq}{\leq} b_i, i = 1,2,\ldots m \end{aligned} \quad (۲۸)$$

$$\alpha \leq \mu(Z_i), i = 1,2,\ldots k \quad (۲۹)$$

$$\alpha = Min(\mu(Z_1), \mu(Z_2), \ldots\ldots \mu(Z_k)) \quad (۳۰)$$

α= در صدی است که اهداف به حالت بهینه خود رسیده‌اند

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \alpha \leq \mu(Z_i) = \alpha \leq \frac{Z_i - L_i}{U_i - L_i} \quad (۳۱) \\ &\Rightarrow Z_i \geq U_i - \Delta_i(1 - \alpha) \end{aligned}$$

و در صورتی که αها یکسان نباشند خواهیم داشت :

$$\begin{aligned} &Max: \sum \alpha_i \\ &\alpha_i \leq \mu(Z_i), i = 1,2,\ldots k \end{aligned} \quad (۳۲)$$

در ادامه به ذکر یک مثال عددی جهت بکارگیری مدل وحل آ ن می‌پردازیم.

۵- مثال عددی

$\tilde{B} = (۳۵۰۰۰۰۰۰۰ ,۴۰۰۰۰۰۰۰۰ ,۴۵۰۰۰۰۰۰۰)$	$PC_۲ = ۱۱۷۰۰۰۰۰$	$h_۲ = ۶۰۰$	$h_۱ = ۵۰۰$
$\tilde{A} \sim N((۱۵۰۰,۱۷۰۰,۱۸۰۰),(۲۰,۲۴,۳۱)^۲)$	$a_۱ = ۶.۵$	$P_{۰۲} = ۰.۸$	$D_{L1} \sim Exp(\frac{۱}{۲۰})$
$\tilde{N}_۱ = (۱۵,۱۵,۲۰)$	$a_۲ = ۸$	$P_{۰۱} = ۰.۷$	$D_{L2} \sim Exp(\frac{۱}{۱۵})$
$S_۱ = ۷۳۰۰۰۰۰$	$\alpha = ۰.۷$	$\pi_۲ = ۲۳۰۰۰۰۰$	$\tilde{N}_۲ = (۸,۸,۹)$
$\tilde{P}_A = (۰.۸۳,۰.۸۵,۱)$	$PC_۱ = ۶۵۷۰۰۰۰$	$\pi_۱ = ۱۷۳۰۰۰۰$	$S_۲ = ۱۳۰۰۰۰۰۰$

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$
\begin{aligned}
&\text{Min} \;: Z_۱ = \sum_{i=۲}^{n} ۵۰۰\,(r_i - ۲۰) + \frac{[۲۴۶۰۰۰۰ \;]۳۰۰\, e^{-۰.۰۵\, r_۱}}{۰.۰۵\, Q_۱} + ۶۰۰\,(r_۲ - ۱۵) + \frac{[۳۶۰۰۰۰۰ \;]۲۰۰\, e^{-۰.۰۶۶\, r_۲}}{۰.۰۶۶\, Q_۲} \\
&\text{Min} \;: Z_۲ = e^{-۰.۰۵\, r_۱} \\
&\text{Min} \;: Z_۳ = e^{-۰.۰۶۶\, r_۲} \\
&\text{S.t}: \\
&\sum_{i=۲}^{n} (r_۱ - ۲۰)۶۵۷۰۰۰۰ + (r_۲ - ۱۵)۱۱۷۰۰۰۰۰ \le (۳۵۰۰۰۰۰۰۰ \;,۴۰۰۰۰۰۰۰۰ \;,۴۵۰۰۰۰۰۰۰ \;) \\
&(۱ - e^{-۱۵\, r_۱}) \ge ۰.۷ \\
&(۱ - e^{-۲۰\, r_۲}) \ge ۰.۸ \\
&\tilde{p}((۶.۵(r_۱ - ۱۵) + Q_۱) + (۸(r_۲ - ۲۰) + Q_۲) \le ((۱۵۰۰ ,۱۷۰۰ ,۱۸۰۰), (۲۰,۲۴,۳)^۲) \ge (۰.۸۳ ,۰.۸۵ ,۱) \\
&۲۰ e^{-۰.۲ r_۱} \le (۱۵,۱۵,۲۰) \\
&۱۵ e^{-۰.۰۶۶} \le (۸,۸,۹) \\
&Q_۱ = ۱۱ \\
&Q_۲ = ۱۵ \\
&۰ \le e^{-\lambda_i r_i} \le ۱ \\
&r_i \ge ۰
\end{aligned}
$$

با توجه به متدولوژی مذکور مدل چند هدفه قطعی بصورت ذیل خواهد بود:

$$\text{Min} \quad : Z_{١} = \sum_{i=٢}^{n} ٥٠٠\,(r_i - ٢٠) + \frac{[٢٤٦٠٠٠٠ \quad]٣٠٠\, e^{-٠.٠٥\, r_١}}{٠.٠٥\, Q_{١}} + ٦٠٠\,(r_٢ - ١٥) + \frac{[٣٦٠٠٠٠٠ \quad]٢٠٠\, e^{-٠.٠٦٦\, r_٢}}{٠.٠٦٦\, Q_{٢}}$$

$$\text{Min} \quad : Z_{٢} = e^{-٠.٠٥\, r_١}$$

$$\text{Min} \quad : Z_{٣} = e^{-٠.٠٦٦\, r_٢}$$

S.t :

$$٦٥٧٠٠٠٠ \quad (r_١ - ٢٠) + ١١٧٠٠٠٠٠ \quad (r_٢ - ١٥) \le ٤٥٠٠٠٠٠٠٠$$

$$٦٥٧٠٠٠٠ \quad (r_١ - ٢٠) + ١١٧٠٠٠٠٠ \quad (r_٢ - ١٥) \le ٤٠٠٠٠٠٠٠٠$$

$$٦٥٧٠٠٠٠ \quad (r_٢ - ٢٠) + ١١٧٠٠٠٠٠ \quad (r_٢ - ١٥) \le ٣٥٠٠٠٠٠٠٠$$

$$(١ - e^{-١٥\, r_١}) \ge ٠.٧$$

$$(١ - e^{-٢٠\, r_٢}) \ge ٠.٨$$

$$٦.٥ r_١ + ٨ r_٢ \le ١٧١٠ \quad .٤٦٨$$

$$٢٠\, e^{-٠.٠٥\, r_١} \le ١٥$$

$$٢٠\, e^{-٠.٠٥١} \le ٢٠$$

$$١٥\, e^{-٠.٠٦٦} \le ٨$$

$$١٥\, e^{-٠.٠٦٦} \le ٩$$

$$Q_{١} = ١١$$

$$Q_{٢} = ١٥$$

$$٠ \le e^{-\lambda\, Li\, r_i} \le ١$$

$$r_i \ge ٠$$

جدول شماره ۲- محاسبه مقادیر و متغیرهای توابع هدف مثال عددی

	$Z_{١١}$	$Z_{١٢}$	$Z_{١٣}$	$Z_{٢١}$	$Z_{٢٢}$	$Z_{٢٣}$	$Z_{٣١}$	$Z_{٣٢}$	$Z_{٣٣}$	$r_١$	$r_٢$
$Z_{١١}$	٨١٧٣٥٦.٦	٨١٧٣٥٦.٦	٨١٧٣٥٦.٦	٠.١٢٨٧٣	٠.١٢٨٧٣	٠.١٢٨٧٣	٠.١١٣١٧	٠.١١٣١٧	٠.١١٣١٧	٤١	٣٣
$Z_{١٢}$	٧١٢١١٩	٧١٢١١٩	٧١٢١١٩	٠.١١٦٤٩٧	٠.١١٦٤٩٧	٠.١١٦٤٩٧	٠.٠٩٢٩٢	٠.٠٩٢٩٢	٠.٠٩٢٩٢	٤٣	٣٦
$Z_{١٣}$	٦١٣٧٣٣	٦١٣٧٣٣	٦١٣٧٣٣	٠.٠٩٠٧١	٠.٠٩٠٧١	٠.٠٩٠٧١	٠.٠٨١٤	٠.٠٨١٤	٠.٠٨١٤	٤٧	٣٨
$Z_{٢١}$	١٠١٠٤٧٢	١٠١٠٤٧٢	١٠١٠٤٧٢	٠.٦٣٩٣٣١	٠.٦٣٩٣٣١	٠.٦٣٩٣٣١	٠.١٩٢٠٥٩	٠.١٩٢٠٥٩	٠.١٩٢٠٥٩	٥٥	٢٥
$Z_{٢٢}$	٩٦٢٦١٣	٩٦٢٦١٣	٩٦٢٦١٣	٠.٤٢٨٥٦	٠.٤٢٨٥٦	٠.٤٢٨٥٦	٠.١٩٢٠٥٩	٠.١٩٢٠٥٩	٠.١٩٢٠٥٩	٦٣	٢٥
$Z_{٢٣}$	٩٣٤٩٩٠	٩٣٤٩٩٠	٩٣٤٩٩٠	٠.٣٠٢٠٠٥	٠.٣٠٢٠٠٥	٠.٣٠٢٠٠٥	٠.١٩٢٠٥٩	٠.١٩٢٠٥٩	٠.١٩٢٠٥٩	٧٠	٢٥
$Z_{٣١}$	١١٤٧٩٥٩	١١٤٧٩٥٩	١١٤٧٩٥٩	٠.١٢٢٤٦٤	٠.١٢٢٤٦٤	٠.١٢٢٤٦٤	٠.٦٢٥٤٢٠٢	٠.٦٢٥٤٢٠٢	٠.٦٢٥٤٢٠٢	٤٢	٢٥
$Z_{٣٢}$	١٠٥٣٥١	١٠٩٥٣٥١	١٠٥٣٥١	٠.١٠٠٢٦	٠.١٠٠٢٦	٠.١٠٠٢٦	٠.٤٨٠٣١	٠.٤٨٠٣١	٠.٤٨٠٣١	٤٦	٢٥
$Z_{٣٣}$	١٠٥٢٦٤١	١٠٥٢٦٤١	١٠٥٢٦٤١	٠.٨٢٠٩١	٠.٨٢٠٩١	٠.٨٢٠٩١	٠.٣٦٨٨٦	٠.٣٦٨٨٦	٠.٣٦٨٨٦	٥٠	٢٥
U	١١٤٧٩٥٩			٠.٨٢٠٩١			٠.٦٢٥٤٢٠٢				
L	٦١٣٧٣٣			٠.٠٩٠٧١			٠.٠٨١٤				
Δ	٥٣٤٢٢٦			٠.٧٣٠٢			٠.٥٤٤٠٢٢٠٢				

برای هریک از اهداف با توجه به جدول شماره ۲ به تعریف توابع عضویت فازی می‌پردازیم:

$$\mu(Z_٣) = \begin{cases} ١, \text{ where} : Z_٣ \le ٠.٠٨١٤ \\ \dfrac{.٦٢٥٤٢٠٢ - z_٣}{٠.٥٤٤٠٢٢٠٢}, \quad \text{where} \quad ٠.٠٨١٤ \le Z_٣ \le ٠.٨٢٠٩١ \\ ٠, \text{ where} : Z_٣ \ge ٠.٦٢٥٤٢٠٢ \end{cases}$$

$$\mu(Z_١) = \begin{cases} ٠, \text{ where } Z_١ \ge ١١٤٧٩٥٩ \\ \dfrac{١١٤٧٩٥٩ - Z_١}{٥٣٤٢٢٦}, \quad \text{where} \quad ٦١٣٧٣٣ \le Z_١ \le ١١٤٧٩٥٩ \\ ١, \text{ where } Z_١ \le ٦١٣٧٣٣ \end{cases}$$

$$\mu(Z_٢) = \begin{cases} ١, \text{ where } Z_٢ \le ٠.٠٩٠٧١ \\ \dfrac{٠.٨٢٠٩١ - z_٢}{٠.٠٧٣٠٢}, \quad \text{where} \quad ٠.٠٩٠٧١ \le Z_٢ \le ٠.٨٢٠٩١ \\ ٠, \text{ where } Z_٢ \ge ٠.٨٢٠٩١ \end{cases}$$

در نتیجه مدل حاصل بصورت ذیل خواهد بود که پس از حل در نرم افزار لینگو نتایج حل آن در جدول شماره ۳آمده است.

جدول شماره ۳- خروجی لینگو

Variable	Value	Reduce Cost
α	۰.۲۰۳٤۱۰٦	۰.۰۰۰۰۰۰
R۱	۲۷.۰۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰۰۰
R۲	۲۵.۰۰۰۰۰	۰.۲۳۲۹۹۷۸E-۰۱
Row	**Slack or Surplus**	**Dual Price**
۱	۰.۲۰۳٤۱۰٦	۱.۰۰۰۰۰۰
۲	۷٥٤٥٥۳.٥	۰.۰۰۰۰۰۰
۳	۰.۲۰۰۰۳۱۹E-۰۱	۰.۰۰۰۰۰۰
٤	۰.۰۰۰۰۰۰	-۱.۸۳۸۱٦۸
٥	۰.۲۸۷۰۱۰۰E+۰۹	۰.۰۰۰۰۰۰
٦	۰.۲۳۷۰۱۰۰E+۰۹	۰.۰۰۰۰۰۰
۷	۰.۱۸۷۰۱۰۰E+۰۹	۰.۰۰۰۰۰۰
۸	۰.٤۰۷٤۹۲۰E-۰۱	۰.۰۰۰۰۰۰
۹	۰.۷۹٤۰٥٥۲E-۰۲	۰.۰۰۰۰۰۰
۱۰	۱۳۳٤.۹٦۸	۰.۰۰۰۰۰۰
۱۱	۱۳.۷۹۷۹۳	۰.۰۰۰۰۰۰
۱۱	٥.۹۱٥٦۹۸	۰.۰۰۰۰۰۰
۱۳	۰.۲۰۳٤۱۰٦	۰.۰۰۰۰۰۰
۱٤	۰.۷۹٦٥۸۹٤	۰.۰۰۰۰۰۰

$$\begin{aligned}
&\text{Max} \quad : \alpha \\
&\text{S.t :} \\
&Z_{۱} \geq ٦۱۳۷۳۳ + ٥۳٤۲۲٦\ \alpha \\
&Z_{۲} \geq ۰.۰۹۰۷۱۹ + ۰.۷۳۰۱۹۱\ \alpha \\
&Z_{۳} \geq ۰.۰۸۱٤ + ۰.٥٤٤۰۲\ \alpha \\
&٦٥۷۰۰۰۰\ (r_{۱} - ۲۰) + ۱۱۷۰۰۰۰۰\ (r_{۲} - ۱٥) \leq ٤٥۰۰۰۰۰۰۰ \\
&٦٥۷۰۰۰۰\ (r_{۱} - ۲۰) + ۱۱۷۰۰۰۰۰\ (r_{۲} - ۱٥) \leq ٤۰۰۰۰۰۰۰۰ \\
&٦٥۷۰۰۰۰\ (r_{۲} - ۲۰) + ۱۱۷۰۰۰۰۰\ (r_{۲} - ۱٥) \leq ۳٥۰۰۰۰۰۰۰ \\
&(۱ - e^{-۱٥ r_{۱}}) \geq ۰.۷ \\
&(۱ - e^{-۲۰ r_{۲}}) \geq ۰.۸ \\
&٦.٥ r_{۱} + ۸ r_{۲} \leq ۱۷۱۰.٤٦۸ \\
&۲۰ e^{-۰.۰٥ r_{۱}} \leq ۱٥ \\
&۲۰ e^{-۰.۰٥ r_{۱}} \leq ۲۰ \\
&۱٥ e^{-۰.۰٦٦ r_{۲}} \leq ۸ \\
&۱٥ e^{-۰.۰٦٦ r_{۲}} \leq ۹ \\
&۰ \leq e^{-\lambda_i r_i} \leq ۱ \\
&r_i \geq ۰
\end{aligned}$$

به منظور بررسی مدل توسعه یافته در فضای احتمالی و فازی به حل مدل مذکور در شرایط دقیق می‌پردازیم. برای اینکار عدد وسط منابع محدودیت‌هایی که بصورت فازی هستند را بعنوان عدد قطعی در نظر گرفته و بر اساس روش منطق فازی به حل این مدل چند هدفه قطعی پرداخته می‌شود. نتایج حاصل به شرح جدول ٤ است.

جدول شماره ٤- محاسبه مقادیر و متغیرهای توابع هدف مثال عددی در حالت غیر فازی

	$Z_۱$	$Z_۲$	$Z_۳$	$r_۱$	$r_۲$
$Z_۱$	۷۱۲۱۱۹	۰.۱۱٦٤۹	۰.۰۹۲۹۲	٤۳	۳٦
$Z_۲$	۹٦۲٦۲۳	۰.٤۲۸٥٦	۰.۱۹۲۰٥	٦۳	۲٥
$Z_۳$	۱۰٥۲٦٤۱	۰.۸۲۰۹۱	۰.٤۸۰۳۱	٤٦	۲٥
U	۱۰٥۲٦٤۱	۰.۸۲۰۹۱	۰.٤۸۰۳۱		
L	۷۱۲۱۱۹	۰.۱۱٦٤۹	۰.۱۹۲۰٥		
Δ	۳٤۰٥۲۲	۰.۷۰٤٤۲	۰.۲۸۸۲٦		

با توجه به جدول٤ توابع عضویت در حالت غیر فازی و دقیق بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\mu(Z_١)=\begin{cases} ٠, \text{where: } Z_١ \geq ١٠٥٢٦٤١ \\ \dfrac{١٠٥٢٦٤١-Z_١}{٣٤٠٥٢٢}, \quad \text{where} \quad ٧١٢١١٩ \leq Z_١ \leq ١٠٥٢٦٤١ \\ ١, \text{where: } Z_١ \leq ٧١٢١١٩ \end{cases}$$

$$\mu(Z_٢)=\begin{cases} ٠, \text{where: } Z_٢ \geq ٠.١١٦٤٩٧ \\ \dfrac{٠.٨٢٠٩١-Z_٢}{٠.٧٠٤٤٢}, \quad \text{where} \quad ٠.١١٦٤٩٧ \leq Z_٢ \leq ٠.٨٢٠٩١ \\ ١, \text{where: } Z_٢ \leq ٠.٨٢٠٩١ \end{cases}$$

$$\mu(Z_٣)=\begin{cases} ٠, \text{where: } Z_٣ \geq ٠.٤٨٠٣١ \\ \dfrac{٠.٤٨٠٣١-Z_٣}{٠.٢٨٨٢٦}, \quad \text{where} \quad ٠.١٩٢٠٥ \leq Z_٣ \leq ٠.٤٨٠٣١ \\ ١, \text{where: } Z_٣ \leq ٠.١٩٢٠٥ \end{cases}$$

با توجه به توابع هدف تعریف شده برای مدل مذکور در حالت دقیق، مدل تک هدفه حاصل بصورت زیر خواهد بود که نتایج آن در جدول٥ آمده است.

$$\begin{aligned}
&\text{Max} \quad : \alpha \\
&\text{S.t :} \\
&Z_١ \geq ٧١٢١١٩ + ٣٤٠٥٢٢\ \alpha \\
&Z_٢ \geq ٠.١١٦٤٩ + ٠.٧٠٤٤٢\ \alpha \\
&Z_٣ \geq ٠.٤٨٠٣١ + ٠.٢٨٨٢٦\ \alpha \\
&٦٥٧٠٠٠٠\ (r_١ - ٢٠) + ١١٧٠٠٠٠٠\ (r_٢ - ١٥) \leq ٤٠٠٠٠٠٠٠٠ \\
&(١ - e^{-١٥ r_١}) \geq ٠.٧ \\
&(١ - e^{-٢٠ r_٢}) \geq ٠.٨ \\
&٦.٥ r_١ + ٨ r_٢ \leq ١٧١٠\ .٤٦٨ \\
&٢٠ e^{-٠.٠٥ r_١} \leq ١٥ \\
&١٥ e^{-٠.٠٦٦ r_٢} \leq ٨ \\
&٠ \leq e^{-\lambda_i r_i} \leq ١ \\
&r_i \geq ٠
\end{aligned}$$

جدول شماره ٥: خروجی لینگو برای مدل غیر فازی

Variable	Value	Reduce Cost
α	٠. ٣٢٧٧٦٣٦E-٠٤	٠. ٠٠٠٠٠٠
R١	٢٩. ٠٠٠٠٠	٠. ٠٠٠٠٠٠
R٢	٢٥. ٠٠٠٠٠	٠. ٤٣٩٧٢٦٢E-٠١
Row	**Slack or Surplus**	**Dual Price**
١	٠. ٣٢٧٧٦٣٦E-٠٤	١. ٠٠٠٠٠٠
٢	٧٠٥١٣٤. ٨	٠. ٠٠٠٠٠٠
٣	٠. ١١٨٠٦٠٤	٠. ٠٠٠٠٠٠
٤	٠. ٠٠٠٠٠٠	-٣. ٤٦٩٠٩٠
٥	٠. ٢٢٣٨٧٠٠E+٠٩	٠. ٠٠٠٠٠٠
٦	٠. ٦٥٤١٩٤٧E-٠١	٠. ٠٠٠٠٠٠
٧	٠. ٧٩٤٠٥٥٢E-٠٢	٠. ٠٠٠٠٠٠
٨	١٣٢١. ٩٦٨	٠. ٠٠٠٠٠٠
٩	١٠. ٣٠٨٣٩	٠. ٠٠٠٠٠٠
١٠	٥. ١١٩١٠٨	٠. ٠٠٠٠٠٠
١١	٠. ٣٢٧٧٦٣٦E-٠٤	٠. ٠٠٠٠٠٠
١١	٠. ٩٩٩٩٦٧٢	٠. ٠٠٠٠٠٠
١٣	٠. ٢٣٤٥٨٠٥	٠. ٠٠٠٠٠٠
١٤	٠. ١٩٢٠٥٩٤	٠. ٠٠٠٠٠٠
١٥	٠. ٨٠٧٩٤٠٦	٠. ٠٠٠٠٠٠
١٦	٠. ٧٦٥٤١٩٥	٠. ٠٠٠٠٠٠
١٧	٠. ٠٠٠٠٠٠	-٠. ٤٠٤٣٩١٦

با توجه به این که در محیط سازمانها اطلاعات بصورت دقیق در دسترس نبوده و بصورت غیردقیق فراهم است، نتایج حاصل از دو مدل مذکور نشان میدهد میزان تحقق اهداف در مدلی که با اطلاعات فازی حل شده است بسیار مطلوب‌تر از حالتی است که اطلاعات بصورت دقیق است و نتایج حاکی از آن است که وارد نمودن پارامترهای فازی تا چه اندازه‌ای در بهینه‌سازی تصمیمات تاثیرگذار خواهد بود.

٦- نتیجه‌گیری وتحقیقات آتی

در این مقاله مدل سنتی کنترل موجودی (r,Q) با دو هدف کمینه سازی هزینه‌ها و سطح خطر و محدودیتهای بودجه ای، فضای انبار، تعداد کمبود مجاز و حداقل سطح عملکرد مجاز توسعه یافت. که برخی پارامترها بصورت فازی در نظر گرفته شده بود. محدودیت انبار در فضای احتمالی – فازی بیان گردید که با استفاده از روش بر نامه ریزی محدودیتهای احتمالی فازی به یک محدودیت قطعی تبدیل یافت و در نهایت مدل چند هدفه قطعی با روش منطق فازی حل گردید. مقایسه حل مدل ارائه شده در حالت فازی و غیر فازی نشان دهنده آن است که میزان دسترسی به اهداف در مدل فازی به مراتب بیشتر از مدل غیر فازی است. در تحقیقا ت آتی می‌توان مفروضات متفاوتی را به مسئله اضافه نمود، از توابع دیگری همچون ارلانگ و. . . در مورد توزیع تقاضا و فضای انبار استفاده نمود، می‌توان اهداف ومحدودیتهای دیگری را در نظر گرفت، به جای فازی مثلثی از ذوزنقه ای استفاده نمود، پارامترهای دیگری را بصورت فازی در نظر گرفت، از سایر روشهای حل برنامه‌ریزی چند هدفه همچون برنامه‌ریزی هندسی، روش تابع مطلوبیت و روش لکسیکوگراف استفاده نموده و نتایج حل را با یکدیگر مقایسه کرد.

فهرست منا بع و مآخذ

١. جولای فریبرز,اسودی کرمانی تور، "مدل کنترل موجودی دو سطحی اقلام فاسد شدنی با در نظر گرفتن اثرات تورم"، دانشکده فنی دانشگاه تهران، ٣٨(١ (پیاپی٨٣): ١٢١-١٣٢. ١٣٨٣.

٢. جولای فریبرز,ربانی مسعود,هنرور محبوبه، "مدل کنترل موجودی مرور دایم برای اقلام فاسد شدنی در حالت بدون کمبود با تقاضای احتمالی و امکان تسریع در سفارش"، دانشکده فنی دانشگاه تهران مهر ١٣٨٥; ٤٠(٤ (پیاپی ٩٨ (ویژه مهندسی صنایع):٤٨٧-٤٩٤. ١٣٨٥.

٣. رضایی جعفر,فاطمی‌قمی سیدمحمدتقی، " ارایه یک مدل کنترل موجودی فازی همراه با یک مورد کاربرد واقعی"، امیرکبیر ; ١٤(د-٥٥):٩٢٤-٩٣٦. ١٣٨٢.

٤. سر فراز، امیر همایون(١٣٨٤). "توسعه مدلهای EOQ و EPQ در محیط فازی". رساله دکتری تخصصی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات.

٥. سوخکیان محمدعلی,ربیعه مسعود,افسر امیر، "طراحی مدل کنترل موجودی با در نظر گرفتن هزینه‌های کل لجستیک در حالت منبع یابی چندگانه، علوم اجتماعی و انسانی دانشگاه شیراز، ٢٦(١) پیاپی ٥٠)):٧٥-٩٤. ١٣٨٦.

٦. فاطمی قمی سیدمحمدتقی,اسدی نگین، "طراحی یک مدل تصمیم گیری چند معیاره- چند تصمیم گیرنده برای کنترل موجودی در یک ساختار غیرسری زنجیره عرضه با تقاضای احتمالی دارای توزیع نمایی"، مجله بین المللی علوم مهندسی، ١٧(٤):١٣-٢١. ١٣٨٥.

۷. فاطمی قمی سیدمحمدتقی،روغنی مرتضی، " توسعه مدل کنترل موجودی دو سطحی با تقاضای احتمالی و بدون زمان تـدارک، مجله بین المللی علوم مهندسی، ۱۳(٤):۱۲۵-۱۳۳. ۱۳۸۱.

۸. فاطمی قمی سیدمحمدتقی، روغنی مرتضی، "توسعه مدل کنترل موجودی دو سطحی با تقاضای احتمالی و زمان تدارک ثابـت، امیرکبیر تابستان، ۱۳(۵۱):٤۷۵-٤۹۰. ۱۳۸۱.

۹. Abou-El-Ata, MO & Kotb, KAM. "Multi-item inventory model with varying holding cost under two restrictions : A geometric programming approach ". production planning and control. ۱۹۹۷.

۱۰. Balkhi ,Zt & Benkherof , L. "A production lot size inventory model for deteriorating items and arbitrary production and demand rates ". European journal of operation research;۹۲:۳۰۲-۹. ۱۹۹۸.

۱۱. Ben-daya,M & Raouf ,A . On the constrained multi-item single-period inventory problem . International journal of general system; ۱۳:۱۰٤-۱۲. ۱۹۹۳.

۱۲. Bhunia,Ak & Maiti,M. "Deterministic inventory models for variable production". Journal of operational research society ; ٤۸:۲۲۱-٤. ۱۹۹۷.

۱۳. Cheng ,Tce. "An Economic Order Quantity model with demand-dependent unit cost". European journal of operation research;٤۰:٤٥۲-٦. ۱۹۸۹.

۱٤. Cheng ,Tce. "An Economic Order Quantity model with demand-dependent unit production cost and imperfect production process". IIE transactions ; ۲۳:۲۳-۷. ۱۹۹۱.

۱٥. Chu,C. W & Patuwo,B. E & Mehrez,A. Robinowitz. "A dynamic two-segment partial backorder control of (r,Q) inventory system". Computers & Operation Research ۲۸, ۹۳٥-۹٥۳. ۱۹۹۹.

۱٦. Churchman ,CW & Ackoff ,RL & Arnoff EL. "Introduction to operation research. New York :Wiely,٦۰۳-۸. ۱۹٥۷.

۱۷. Clark , Aj. "An informal survey of multi-echelon inventory theory". Naval research logistics quarterly ;۱۹:٦۲۱-٥۰. ۱۹۷۲.

۱۸. Das,k & Roy,T. K & Maiti,M. "Multi-item stochastic and fuzzy-stochastic inventory models under two restrictions". Computer and operation research journal. ۳۱: ۱۷۹۳-۱۸۰٦. ۲۰۰٤.

۱۹. Eynan,Amit & Kropp,Dean. H. "Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems". European Journal of Operation Research . Article in press. ۲۰۰٦.

۲۰. Yauhua, Frank Chen. "Fractional programming approach to two stochastic inventory problems ". European journal of operation research. ۲۰۰٥.

۲۱. Goswami,A & Chaudhuri,KS. "An EOQ model for deteriorating items with shortages and a linear trend in demand". Journal of operational research society ;٤۲:۱۱۰٥-۱۰. ۱۹۹۱.

۲۲. Hadely , G & Whitin ,T. M. "Analysis of inventory systems". Englewood Cliffs ,NJ:Prentice-Hall. ۱۹٦۳.

۲۳. Hariga,M. A. "A stochastic inventory model with lead time and lot size interaction". Production planning & control ,vol. ۱۰,No. ٥,٤۳٤-٤۳۸. ۱۹۹۹.

٢٤. Kilir,Gorge J & Yuan,Bo. "Fuzzy sets and fuzzy logic theory and applications". Prentice,Hall of India. New Dehli. ٢٠٠١.

٢٥. Lewise,Cd. "Sientific inventory control ". London :Butterworth's. ١٩٧٠.

٢٦. Manas. Kumar & Maiti, Manoranjan. "Fuzzy inventory model with two warehouses under possibility constraints". Fuzzy Sets and systems ١٥٧,٥٢-٧٣. ٢٠٠٥.

٢٧. Naddor, E. "Inventory systems". New York :Wiely. ١٩٨٦.

٢٨. Nanda,S & Panda,G & Dash, J. K. "A new solution method for fuzzy chance constrained programming problem". Fuzzy Optim Decision Making. ٥:٣٥٥-٣٧٠. ٢٠٠٦.

٢٩. Nielsen,Christina & Larsen,Christian. "An analytical study of Q(s,S) policy applied to the joint replenishment problem". European Journal of Operation Research ١٦٣,٧٢١-٧٣٢. ٢٠٠٤.

٣٠. Ouyang,Liang-yuh & Wu,Kun-Shan & Ho. Chia-Huei. "Integrated vendor-buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time". Int. J. Production Economics ٩٢. ,٢٥٥-٢٦٦. ٢٠٠٣.

٣١. Ouayang,Liang-Yuh & Chang,Hung-Chi. "The variable lead time stochastic inventory model with a fuzzy backorder rate". Jornal of the operation research,Society of japan ,vol. ٤٤,No. ١. ٢٠٠١.

٣٢. Raymond ,Fe. "Quality and economic in manufacture. New York McGraw-Hill Book Co. ١٩٣١.

٣٣. Silver,Ea & Peterson, R. "Decision systems for inventory management and production planning". New York :Wiely. ١٩٨٥.

٣٤. Sarfaraz,A. H & Alizadeh Noghani,S &Sadjadi,S. J & Aryanezhad,M. B. "A multi-objective inventory model for deteriorating items with backorder and cost dependent demand". Journal of International Engineering International. Vol. ٢,No. ١ ,٦٥-٧٣. ٢٠٠٦.

٣٥. Tersine,R. J. "Principles of inventory and materials management", Prentice Hal publications. ١٩٩٤.

٣٦. Yadvalli, V. s. s & Jeeva. M & Rajalakshmi, Rajagopalan. "Multi Item deterministic Fuzzy inventory Model". Asia-Pacific Jornal of Operation Reaserch. Vol. ٢٢, No. ٣ ,٢٨٧-٢٩٥. ٢٠٠٥.

٣٧. Wu,Kun-Shan. "A mixed inventory model with variable lead time and random supplier capacity". Production planning & control,vol. ١٢,No. ٤,٣٥٣-٣٦١. ٢٠٠١.

٣٨. Zimmerman H. J. "Fuzzy sets and its applications". Kluwer Academic Publisher. ٣. th edition. ١٩٩٦