۶- پیوست

مشخصات واگن مسافری مطالعه شده

m_w = ۱۱۸۰ kg	$b_۱$ = ۱ m	K_{sx} = ۱۰۰۰ × ۱۰^۵ N/m
m_t = ۵۰۰ kg	$b_۲$ = ۱.۱ m	K_{sy} = ۱۰۰۰ × ۱۰^۵ N/m
m_c = ۳۲۰۰۰ kg	$b_۳$ = ۱.۱ m	K_{sz} = ۱۰۰۰ N/m
I_{wx} = ۶۸۰ kg.m^۲	$L_۱$ = ۰.۹ m	C_{sx} =۱۰۰۰ Ns/m
I_{wy} = ۷۳ kg.m^۲	$L_۲$ = ۰.۹ m	C_{sy} =۱۰۰۰ Ns/m
I_{wz} = ۶۸۰ kg.m^۲	L_c = ۹.۵ m	C_{sz} = ۱۰۰Ns/m
I_{tx} = ۲۵۰ kg.m^۲	h_T = ۰.۰۱۲ m	$f_{۱۱}$ = ۲.۲۱۲ × ۱۰^۶ N
I_{tz} = ۳۰۰ kg.m^۲	K_{px} = ۱۰۰۰ × ۱۰^۵ N/m	$f_{۱۲}$ = ۳۱۲۰ Nm^۲
I_{cx} = ۱۴۲۷۰ kg.m۲	K_{py} = ۱۰۰۰ × ۱۰^۵ N/m	$f_{۲۲}$ = ۱۶ N
I_{cz} = ۱۹۷۰۰۰۰ kg.m۲	K_{pz} = ۱۰۰۰ × ۱۰^۵ N/m	$f_{۳۳}$ = ۲.۵۶۳ × ۱۰^۶ N
$r_۰$ = ۰.۴۶ m	C_{py} = ۱۰۰۰ Ns/m	μ = ۰.۳
a = ۰.۷۱۷۵ m	C_{pz} = ۱۰۰ Ns/m	

منابع و مراجع

[1] S. Y. Lee, and Y. C. Cheng, “Hunting stability analysis of high-speed railway vehicle trucks on tangent tracks”, Journal of sound and vibration (2005),Vol. 282, pp. 898-881.
[2] E. H. Law, and N. K. Cooperrider, “A survey of railway vehicle dynamics research”, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control (June 1974), pp. 146–132.
[3] A. H. Wickens, “The hunting stability of railway vehicle wheelsets and bogies having profiled wheels”, International Journal of Solids and Structures (1965), Vol. 1, pp. 341–319.
[4] M. No, and J. K. Hedrick, “High speed stability for rail vehicles considering varying conicity and creep coefficients”, Vehicle Systems Dynamics (1984), Vol. 13, pp. 313–299.
[5] M. Ahmadian, and Y. Shaopu, “Effect of system nonlinearities on locomotive bogie hunting stability”, Vehicle System Dynamics (1998), Vol. 29, pp. 384–366.
[6] Y. C. Cheng, S. Y. Lee, and H. H. Chen, “Modeling and nonlinear hunting stability analysis of high-speed railway vehicle moving on curved tracks”, Journal of Sound and Vibration (2009), Vol. 324, pp. 160–139.
[۷] آ. قنبری، «تحلیـــل دینامیکی بوژی ZK3 هنگام عبور از مسیر قوسی شکل»، پایان نامه دوره کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، اسفند ۱۳۸۶.
[۸] ج. علیزاده کاکلر، و م. نوفرســتی، «بررسی میدانی گودی چرخ واگن‌های چینی با استفاده از معیارهای موجود در مراجع مختلف»، دهمین کنفرانس بین‌المللی حمل و نقل ریلی، آبان ۸۷، تهران.

بررسی دوشاخه‌شدگی و آشوب در سیستم‌های چرخ دنده‌ای دارای پارامترهای غیرخطی لقی، خطای انتقال و سختی درگیری متغیر با زمان

• انوشیروان فرشیدیان‌فر[۱]
Farshid@um.ac.ir
• امین ثقفی[۲]
a.i.saghafi@gmail.com
• ایمان ثقفی[۳]
me.i.saghafi@gmail.com

چکیده

این پژوهش به بررسی و تحلیل رفتار دینامیکی سیستم های غیرخطی انتقال چرخ‌دنده‌ای می‌پردازد. یک سیستم چرخ‌دنده‌ای با در نظر گرفتن پارامترهای غیر خطی موثر از جمله لقی، خطای انتقال استاتیکی و نیز سختی درگیری متغیر با زمان، مدل‌سازی و مشـــخصه‌های غیرخطی سیستم از قبیل پاسخ‌های تناوبی، دوشاخه شدگی (انشعاب)[۴] و آشوب[۵]، مورد بررسی قرار می‌گیرد. نمودارهای دوشـــاخه شـــدگی به منظور تعیین مشخصه‌های سیستم و با توجه به پارامترهای کنترل مختلف سیستم به دست می‌آید. روش بالانس هارمونیک افزاینده[۶] (IHB)، به عنوان یک روش تحلیلی برای محاسبه پاسخ تناوبی سیستم‌های غیرخطی مورد اســـتفاده قرار گرفته و نتایج به دســـت آمده از این روش با نتایج حاصل از روش عددی نیز مقایسه می‌شوند. پاسخ آشفته سیستم نیز با روش عددی محاسبه می‌شود. همچنین پاسخ زمانی، نگاشت پوانکاره و نمودار صفحه و فاز نیز برای مقایسه و درک بهتر این رفتارها ارائه می‌گردند.

واژه‌های کلیدی : دوشـــاخه شـــدگی، آشـــوب، روش بالانس هارمونیک افزاینده (IHB)، ارتعاشات غیرخطی، سیستم انتقال چرخ‌دنده

۱. دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد
۲. دانشجوی دکتری مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد
۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

4. Bifurcation
5. Chaos
6. Incremental Harmonic Balance

مقدمه

سیســتم‌های چرخ‌دنده‌ای از مهم‌ترین اجزای سیســتم‌های مکانیکی می‌باشــند. برای یک دوره‌ی طولانی، سیســتم‌های انتقال چرخ‌دنده‌ای با تئوری ارتعاشــات خطی بدون توجه به عوامل غیرخطی از قبیل لقی و سختی درگیری متغیر با زمان دندانه‌ها، مورد بررسی قرار می‌گرفت [۱]. رفته رفته معلوم شد که ارتعاش سیستم‌های چرخ‌دنده ای باید به صورت غیرخطی مورد بررســی قرار گیرد. تاثیرات پس زنی ، ســختی متغیر با زمان چرخ‌دنده، اصطکاک بین سطوح دندمه‌ها، خطاهای انتقال چرخ‌دنده و ســختی تکیه‌گاه متغیر با زمــان و غیره، بر روی سیســتم‌های چرخ‌دنده ای به طور وسیعی در سال‌های اخیر مورد بررسی قرار گرفته است [۲- ۴].

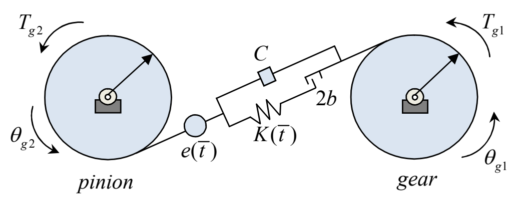
با پیشــرفت دینامیــک غیرخطی، مشــخصه‌های غیرخطی سیســتم از قبیل پاســخ‌های پریودیک، دوشــاخه شــدگی (انشــعاب) و آشوب مورد توجه بیشــتری قرار گرفت. به این منظور روش‌های عددی، تحلیلی و آزمایشــی برای بررســی پاسخ ارتعاشی چرخ‌دنده‌ها به کارگرفته شد. بر اساس تحقیقات Sato، Kamada و Takatsu [۵]، کــه وقــوع پدیده‌های پرش، نوســانات ســاب و ســوپر هارمونیک را یافتند، Sato، Yamamoto و Kawakami [۶]، یــک مــدل غیرخطی دارای لقی و سختی وابسته به زمان را ارائه و دو شاخه‌شدگی و همچنین پدیده‌های گذار آشوب را با استفاده از روش عددی بررســی کردنــد. Kahraman و Blankenship [۷]، به صورت آزمایشی سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای دارای لقی را بررسی نمودند. پدیده‌هایی شامل عدم پیوستگی در منحنی‌های پاسخ، رزونانس‌های ســاب‌هارمونیک و ســوپرهارمونیک، انشعابات و حرکت آشــفته، مشــاهده گردیــد. . Theodossiades و Natsiavas [۸] مشــخصه های پایداری و پاسخ دینامیکی یک سیستم دورانی چرخ‌دنده ای را بررسی کردند. آنها بسیاری از رفتارهای غیر پریودیک را مشــاهده نمودند. همچنین آنها [۹] یک سیستم جفت چرخ‌دنده دارای پس زنی را بررسی و به رفتار پریودیک و آشفته پی بردند. Chang-Jian و همکارنش [۱۰-۱۳] نیز یک مطالعه بر روی رفتار غیرپریودیک و آشفته سیستم‌های دورانی انجام داده‌اند.

روش بالانس هارمونیــک (HBM) نیز به عنوان یک روش تحلیلی موثر در سیستم‌های غیرخطی توسط Yakubovich و Starzhinskii [۱۴]، ارائه شــد. در این شیوه پاسخ حالت پایدار می‌تواند به صورت یک ســری فوریــه با نادیده گرفتن ســهم ترم‌های فرکانسی بالا بیان شــود. با جای‌گذاری سری فوریه در معادلات حاکم، مجموعه‌ای از معادلات جبری خطی به دســت می‌آید که با حل معادلات، ضرایب سری فوریه که همان ضرایب پاسخ سیستم می‌باشند، حاصل می‌شود. در این روش مقدار تقریبی پاسخ در تمام حوزه‌ی فرکانسی به دست می‌آید. روش IHB نیز مشابه روش بالانس هارمونیک دارای ترم‌هــای افزاینده و با کارایی بهتر در حل معادلات غیرخطی مورد اســتفاده قرار گرفته اســت. [۱۵- ۲۰]. به عنوان مثال Raghothama و Narayanan [۲۰]، با استفاده از روش IHB سیســتم چرخ‌دنده‌ای غیرخطی با لقی و ســختی‌های درگیری متغیر با زمان را بررسی نموده‌اند.

بــا توجه به کارایــی روش IHB، در این پژوهش از این روش به منظور بررســی و تحلیل ارتعاشات غیرخطی چرخ‌دنده‌ای و بررسی پدیده دوشاخه شــدگی و آشوب استفاده می‌گردد. معادلات ارتعاشــی برای یک مدل چرخ‌دنــده‌ای دارای لقی، خطای انتقال استاتیکی و نیز سختی درگیری متغیر با زمان استخراج و روش IHB برای بررسی پاسخ معادلات غیرخطی مربوطه به کار گرفته می‌شود. نمودار دوشاخه شدگی سیستم و همچنین پاسخ زمانی، نمودار صفحه- فاز و نگاشت پوانکاره نیز برای نمایش این پدیده‌ها بیان می‌گردد. برای بررسی دقت روش IHB ، نتایج با نتایج عددی نیز مقایسه می‌گردند.

مدل‌سازی و استخراج معادلات حاکم

در زمینه دینامیک غیرخطی چرخ‌دنده‌ها تحقیقات گسترده‌ای صورت پذیرفته اســت. مدل‌های ارائه شــده در بررســی‌های گسترده نشان دهنده تغییرات قابل توجهی نه فقط در تاثیرات در برگیرنــده آن، بلکه همچنین در فرضیات پایه و اساســی نیز اســت. مدل جامع ارائه شده برای یک جفت چرخ‌دنده در حال درگیری به صورت نشــان داده شده در شکل (۱) است. درگیری چرخ‌دنده به صورت دو دیســک صلب که توسط فنر و دمپر به یکدیگر متصل شده‌اند، مدل می‌شود [۲۱]. در این مدل خطای انتقال استاتیکی به صورت یک تحریک جابجایی $e(\bar{t})$ ، ارائه می‌گردد. منشــا این خطــا از منابع متعددی از جمله تغییر شکل دندانه تحت بار، سطح غیر یکنواخت دندانه، خطاهای ساخت پروفیل دندانه و ... است. سختی درگیری نیز به صورت یک تابع متغیر با زمان $K(\bar{t})$ و ضریب دمپینگ نیز به صورت ثابت و با C نمایش داده می‌شود.



شکل۱ : مدل جفت چرخدنده‌ی ساده

با توجه به مدل ارائه شده، معادلات حرکت به صورت زیر بیان می‌شوند :

(الف)

$$I_{g1}\frac{d^2\theta_{g1}}{d\bar{t}^2}+c(r_{g1}.\frac{d\theta_{g1}}{d\bar{t}}-r_{g2}.\frac{d\theta_{g2}}{d\bar{t}}-\frac{de}{d\bar{t}}).r_{g1}+r_{g1}K(\bar{t})f(r_{g1}\theta_{g1}-r_{g2}\theta_{g2}-e(\bar{t}))=T_{g1}$$

(ب)

$$I_{g2}\frac{d^2\theta_{g2}}{d\bar{t}^2}-c(r_{g1}.\frac{d\theta_{g1}}{d\bar{t}}-r_{g2}.\frac{d\theta_{g2}}{d\bar{t}}-\frac{de}{d\bar{t}}).r_{g2}-r_{g2}K(\bar{t})f(r_{g1}\theta_{g1}-r_{g2}\theta_{g2}-e(\bar{t}))=-T_{g2}$$

که θ_{g1}، θ_{g2} ،I_{g1} ،I_{g2} ،T_{g1} ،T_{g2} ،r_{g1} و r_{g2} به ترتیب بیانگر زاویه پیچش، ممان اینرســی، گشــتاور تحریک اعمال شده و شعاع‌های چرخ‌دنده و پینیون می‌باشد. با تعریف خطای انتقال دینامیکی به صورت ، معادله (۱) به شکل زیر بازنویسی می‌گردد:

(۲)

$$m\frac{d^2\delta}{d\bar{t}^2}+c\frac{d\delta}{d\bar{t}}+k(\bar{t})g(\delta)=T-m\frac{d^2e(\bar{t})}{d\bar{t}^2}$$

که:

(۳)

$$m=\frac{I_aI_b}{I_bR_a^2+I_aR_b^2},T=m(\frac{T_{g1}r_{g1}}{I_{g1}}+\frac{T_{g2}r_{g2}}{I_{g2}}),\ g(\delta)=\begin{cases}\delta-b & \delta>b\\ 0 & -b\le\delta\le b\\ \delta+b & \delta<-b\end{cases}$$

m معادل با اینرسی کل جفت چرخ‌دنده، T متوسط نیروی انتقال یافته توسط چرخ‌دنده و $g(\delta)$ تابع جابجایی غیرخطی به دلیــل وجود لقــی می‌باشــد. در حرکت پایدار سیســتم چرخ‌دنده، ســختی درگیری را می‌تــوان به صورت تقریبی با سری فوریه زیر بیان نمود [۲۲].

(۴)

$$K(\bar{t})=k\left[1+2\sum_{j=1}^{J}\varepsilon_j\cos(j\omega\bar{t})\right]$$

بــرای بی بعد نمودن معادلــه (۲) از جای‌گذاری روابط زیر در معادله استفاده می کنیم:

(۵)

$$x=\frac{\delta}{b},\ \omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\ \Omega=\frac{\omega}{\omega_n},\ \varepsilon\mu=\frac{c}{2m\omega_n},\ t=\omega_n\bar{t},\ T_0=\frac{T}{bk}$$

با بسط خطای انتقال با مرتبه‌ای یکسان با $K(\bar{t})$، معادله‌ی (۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

(۶)

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\varepsilon\mu\frac{dx}{dt}+\left[1+2\sum_{j=1}^{J}\varepsilon_j\cos(j\Omega t)\right]g(x)=T_0-\sum_{l=1}^{L}(j\Omega)^2T_j\cos(j\Omega t)$$

که:

(۷)

$$g(x)=\begin{cases}x-1 & x>1\\ 0 & -1\le x\le 1\\ x+1 & x<-1\end{cases}$$

با اعمال تغییر متغیی $\Omega t=\tau$ شکل کلی معادلات مربوطه به صورت زیر حاصل می‌گردد:

(۸)

$$\Omega^2\frac{d^2x(\tau)}{d\tau^2}+2\varepsilon\mu\Omega\frac{dx(\tau)}{d\tau}+f(x(\tau))=F(\tau)\Rightarrow H(\ddot{x},\dot{x},x,\Omega,\tau)=0$$

که

(۹)

$$f(x(\tau))=\left[1+2\sum_{j=1}^{J}\varepsilon_j\cos(j\tau)\right]g(x)$$

$$F(\tau)=T_0-\sum_{l=1}^{L}(j\Omega)^2T_j\cos(j\tau)$$

در ادامه برای حل معادله فوق از روش IHB استفاده می‌گردد.

شمای کلی روش بالانس هارمونیک افزاینده (IHB)

از آن‌جایی که روش بالانــس هارمونیک افزاینده در برخی از مقــالات مانند [۱۵- ۲۰] به کار گرفته شــده اســت، در این قسمت فرمولاســیون مربوطه به اختصار بیان می‌گردد. برای فرم کلی معادلات به شکل $H(\ddot{x},\dot{x},x,\Omega,\tau)$ پارامترهای x و Ω بــه صورت ترم‌های افزاینده بــه صورت زیر تعریف می‌شوند:

(۱۰)

$$x(\tau)=x_0(\tau)+\Delta x(\tau)\qquad \Omega=\Omega_0+\Delta\Omega$$

با جایگذاری روابط (۱۰) در معادله (۸) و پس از ســاده سازی داریم:

(۱۱)

$$\Omega_0{}^2\frac{d^2\Delta x}{d\tau^2}+2\varepsilon\mu\Omega_0\frac{d\Delta x}{d\tau}+f'(x_0)\Delta x=R+\Delta\Omega P$$

$$R=-[\Omega_0{}^2\frac{d^2x_0}{d\tau^2}+2\varepsilon\mu\Omega_0\frac{dx_0}{d\tau}+f(x_0)-F(\tau)]$$

$$P=-2\Omega_0\frac{d^2x_0}{d\tau^2}-2\varepsilon\mu\frac{dx_0}{d\tau}$$

پاســخ تناوبی مســئله و نیز مقدار تغییرات آن به صورت زیر فرض می‌شود:

(۱۲)

$$x(\tau)=a_0+\sum_{n=1}^{N}[a_n\cos(n\tau)+b_n\sin(n\tau)]$$

(۱۳)

$$\Delta x=\Delta a_0+\sum_{n=1}^{N}[\Delta a_n\cos(n\tau)+\Delta b_n\sin(n\tau)]$$

با اعمال روش گالرکین برای حل معادله (۱۱) خواهیم داشت:

$$\int_0^{2\pi} [\Omega_0{}^2 \frac{d^2\Delta x}{d\tau^2} + 2\varepsilon\Omega_0\mu\frac{d\Delta x}{d\tau} + f'(x_0)\Delta x]\delta(\Delta x)d\tau = \int_0^{2\pi} [R + \Delta\Omega P]\delta(\Delta x)d\tau \tag{۱۴}$$

با درنظر گرفتن بردارهای مختصات کلی Δa_n و Δb_n، بردار ضرایب $x(\tau)$ و بردار افزایشی آن به صورت زیر ارائه می گردد.

$$a = [a_0, a_1, \dots a_n, b_1, \dots b_n], \quad \Delta a = [\Delta a_0, \Delta a_1, \dots \Delta a_n, \Delta b_1, \dots \Delta b_n] \tag{۱۵}$$

با ساده سازی رابطه (۱۴)، یک دستگاه معادلات خطی با ۱+۲N معادله دارای ترم‌های Δa_n و Δb_n به فرم زیر حاصل می‌گردد.

$$\tilde{C}\Delta a = \tilde{R} + \Delta\Omega\tilde{P} \tag{۱۶}$$

برای به دست آوردن پاسخ مسأله مورد نظر پس از اعمال شرایط اولیه و با فرض اولیه از ضرایب $x(\tau)$، دستگاه معادلات برای هر مرحله به صورت زیر بازنویسی می‌گردد. برای ساده‌سازی بیشتر مسأله با ثابت نگه داشتن Ω از ترم افزاینده آن صرف نظر می‌گردد.

$$\tilde{C}^{(i)}\Delta a^{(i+1)} = \tilde{R}^{(i)} \qquad a^{(i+1)} = a^{(i)} + \Delta a^{(i+1)} \tag{۱۷}$$

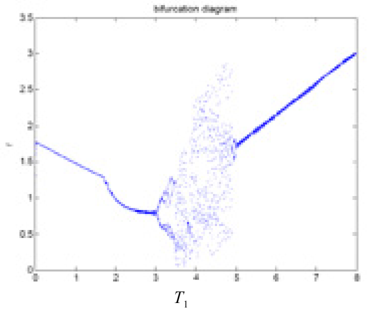
پس از هر مرحله ضرایب جدید بردار a به دست آمده و برای مرحله بعد ضرایب جدید بردار a جایگزین می‌شود. در نتیجه با تکرار مراحل، ضرایب a به یک مقدار ثابت که ضرایب پاسخ مسأله می‌باشند، همگرا می‌شوند.

نتایج عددی

در این قسمت با استفاده از روش IHB به بررسی پاسخ سیستم چرخ‌دنده‌ای که با معادله (۸) بیان شد، می‌پردازیم. در ابتدا با در نظرگرفتن یک ترم برای سختی و خطای انتقال استاتیکی در معادله (۸)، نمودار دو شاخه شدگی سیستم مزبور رسم می‌گردد. با توجه به این نمودار، پدیده دو شاخه شدگی و آشوب قابل تشخیص است. برای درک بهتر این رفتارها برای برخی از نقاط نمودار، پاسخ زمانی، نگاشت پوانکاره و نمودار صفحه- فاز ارائه می‌گردد. همچنین برای بررسی دقت روش IHB، حل عددی نیز ارائه و نتایج مقایسه می‌گردند.

در به دست آوردن نمودار دوشاخه‌شدگی نیاز به تعیین پارامتر کنترل است. هر کدام از پارامترهای متغیر در معادله می‌تواند به عنوان یک پارامتر کنترل انتخاب گردد. با درنظر گرفتن T_1 به عنوان پارامتر کنترل و انتخاب ، $\Omega = 0.5$ و $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0.05$، نمودار دوشاخه‌شدگی مطابق شکل (۲) به دست می‌آید. با توجه به این شکل، سیستم در ابتدا دارای یک مقدار است که بیانگر وجود یک جواب پریودیک با دامنه ثابت است. با افزایش T_1 در حدود $T_1 = 3$ سیستم دوشاخه می‌گردد که اشاره به وجود دو برابری پریود در پاسخ سیسستم دارد. با افزایش بیشتر T_1 دوشاخه شدگی‌ها ادامه یافته تا $T_1 = 4.99$ سیستم دچار آشوب می‌شود و سپس در حدود سیستم دوباره به حالت یک پریودی باز می‌گردد. برای بررسی صحت این نمودار پاسخ زمانی، نمودارهای صفحه فاز و پوانکاره به ازای چند مقدار T_1 ارائه می‌گردد. پاسخ سیستم برای $T_1 = 2.5, 3.14, 3.4, 5.5$ و با استفاده از روش IHB محاسبه می‌گردد. ضرایب به دست آمده برای پاسخ مسأله در جدول (۱) نشان داده شده است.

با توجه به شکل (۲)، به ازای $T_1 = 2.5$ نمودار دارای یک



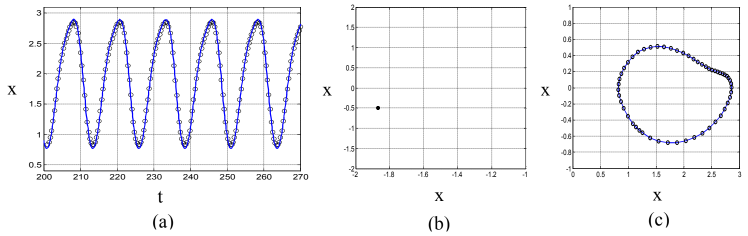
شکل ۲: نمودار دوشاخه شدگی با پارامتر کنترل T_1

جدول ۱: ضرایب پاسخ سیستم برای مقادیر مختلف T_1

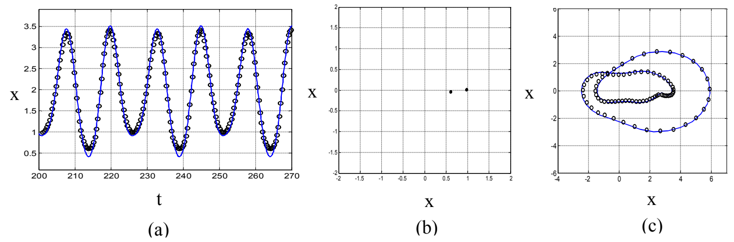
T_1	ضرایب پاسخ سیستم با روش IHB
$T_1 = 2.5$	$a_0 = 1.927$ $a_1 = -1.006, a_2 = -0.131, a_3 = 0.0215$ $b_1 = -0.057, b_2 = 0.105, b_3 = -0.00565$
$T_1 = 3.14$	$a_0 = 1.912$ $a_1 = 0.9193, a_2 = -1.297, a_3 = 0.1645, a_4 = 0.1481$ $b_1 = 0.00502, b_2 = -0.08534, b_3 = 0.05546, b_4 = 0.0215$
$T_1 = 3.4$	$a_0 = 1.884$ $a_1 = 0.0055, a_2 = 0.1606, a_3 = -0.01614, a_4 = -1.463$ $a_5 = 0.04645, a_6 = 0.2157, a_7 = -0.09677, a_8 = 0.3847$ $b_1 = -0.02681, b_2 = 0.01886, b_3 = 0.02507, b_4 = -0.1249$ $b_5 = -0.01971, b_6 = 0.1229, b_7 = -0.01568, b_8 = 0.04731$
$T_1 = 5.5$	$a_0 = 1.123$ $a_1 = -3.613, a_2 = 0.8054, a_3 = -0.1826$ $b_1 = -0.4192, b_2 = -0.136, b_3 = -0.0729$

مقدار است. در شکل (۳) پاسخ زمانی، نمودار صفحه فاز و همچنین نگاشت پوانکاره مربوطه رسم شده است. با توجه به پاسخ زمانی، جواب به یک مقدار ثابت همگرا می‌شود که در نمودار صفحه فاز به صورت یک سیکل حدی و در نگاشت پوانکاره به صورت یک نقطه مشخص می‌باشد. نتایج حاصل از حل عددی در نمودارهای پاسخ زمانی و صفحه- فاز نشان دهنده دقت روش IHB می‌باشند. برای $T_1 = 3.14$ با توجه به شکل (۲) سیستم دارای دو مقدار است که این امر بیانگر وجود پاسخی پریودیک با دو دامنه می‌باشد. درنمودار پاسخ زمانی، جواب به دو مقدار ثابت همگرا می‌شود که در نمودار صفحه فاز به صورت دو سیکل حدی و در نگاشت پوانکاره به‌صورت دو نقطه مشخص می‌باشد (شکل ۴). در شکل (۵) پاسخ برای $T_1 = 3.4$ برای حالتی که پاسخ دارای چهار دامنه می‌باشد، ترسیم شده است که با توجه به نمودار دوشاخه‌شدگی، سیستم دارای چهار مقدار است. در $T_1 = 4.5$ سیستم دچار آشوب شده که این موضوع در شکل (۶) قابل رویت است. پاسخ سیستم در حالت آشفته فقط با روش عددی محاسبه شده است. به دلیل فرض پاسخ پریودیک در روش IHB، این روش برای پاسخ های غیر پریودیک پاسخگو نیست. شکل (۷) نیز برای $T_1 = 5.5$، وجود یک پاسخ پریودیک با یک دامنه ثابت را تصدیق می‌کند.

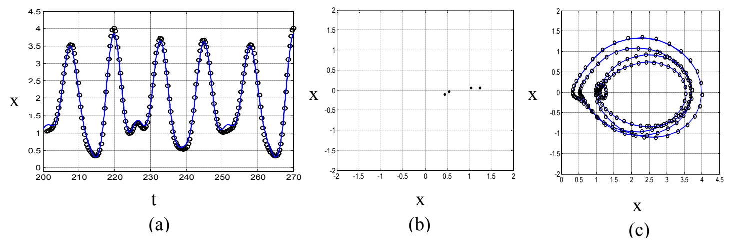
همان‌طور که اشاره شد هر کدام از متغیرهای سیستم می‌تواند



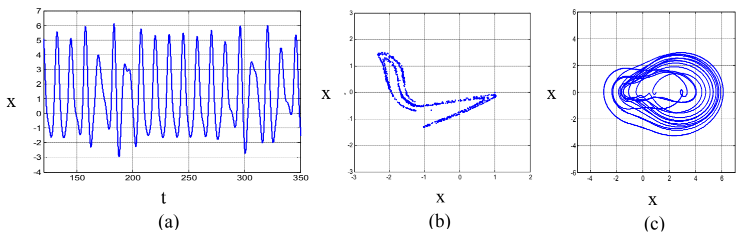
شکل ۳ : (a) پاسخ زمانی، (b) نگاشت پوانکاره، (c) نمودار صفحه- فاز به ازای $T_1 = 2.5$. (حل عددی o، روش IHB --)



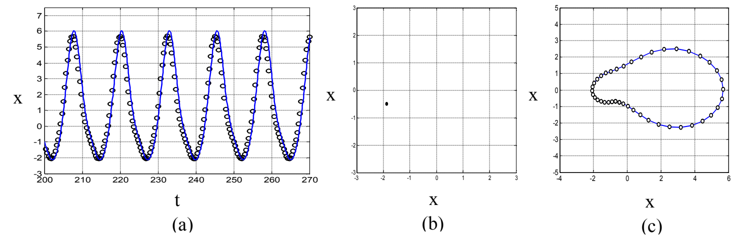
شکل ۴ : (a) پاسخ زمانی، (b) نگاشت پوانکاره، (c) نمودار صفحه- فاز به ازای $T_1 = 3.14$. (حل عددی o، روش IHB --)



شکل ۵ : (a) پاسخ زمانی، (b) نگاشت پوانکاره، (c) نمودار صفحه- فاز به ازای $T_1 = 3.4$. (حل عددی o، روش IHB --)



شکل ۶ : (a) پاسخ زمانی، (b) نگاشت پوانکاره، (c) نمودار صفحه- فاز به ازای $T_1 = 4.5$. (حل عددی o، روش IHB --)

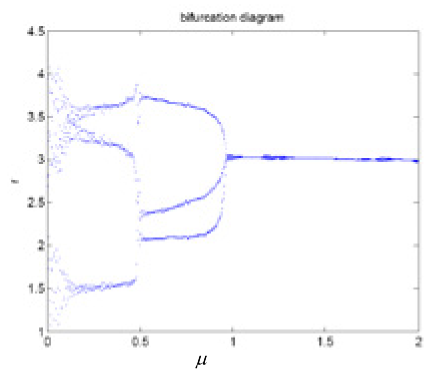


شکل ۷ : (a) پاسخ زمانی، (b) نگاشت پوانکاره، (c) نمودار صفحه- فاز به ازای $T_1 = 5.5$. (حل عددی o، روش IHB --)

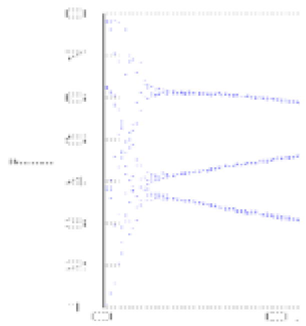
بـــه عنوان یک پارامتر کنترل بیان شـــود. در ادامه نمودارهای دوشـــاخه شـــدگی برای پارامترهای کنترل μ و ε نیز ارائه می گـــردد. با توجه بـــه معادله (۸) با انتخـــاب μ به عنوان عامل کنترل و با درنظر گرفتن پارامترهای سیستم به صورت $T_1 = 0.5$، $T_0 = 0.9$، $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0.05$، $\Omega = 1.25$، نمودار دوشاخه شدگی به صورت شکل (۸) به دست می‌آید. با توجه به شکل (۸)، به ازای مقادیر کوچک μ سیستم دارای آشوب می‌باشد و پس از آن سیستم به یک حالت با سه مقدار در نمودار دوشـــاخه شدگی دست می‌یابد که این مورد بیانگر وجود پاســـخ پریودیک با سه دامنه اســـت. با افزایش μ در حدود $\mu = 0.9$ سیستم به یک حالت پایدار با یک مقدار در نمودار دوشاخه شدگی تبدیل می‌گردد که معادل با وجود یک حرکت پریودیک با دامنه ثابت است.

درمعادله (۸) با درنظر گرفتن پارامترهای سیســـتم به صورت $\mu = 0.8$، $T_0 = 0.9$، $T_1 = 1.5$ $\varepsilon_1 = 0.05$، $\Omega = 1.25$ و بـــا انتخاب ε به عنوان پارامتر کنترل نمودار دوشـــاخه شدگی به صورت شکل (۹) است. با توجه به نمودار دوشاخه شـــدگی ، به ازای مقادیر کوچک ε سیستم دارای آشوب است و پس از آن سیستم به یک پاسخ پریودیک با سه دامنه تبدیل می‌گردد. با افزایش ε در حدود $\varepsilon = 0.084$ سیستم دارای پاسخ پریودیک با یک دامنه می‌گردد. این روند تـــا $\varepsilon = 0.16$ ادامـــه دارد و به ازای ε های بیشـــتر نمودار دو شاخه می‌شـــود و تا $\varepsilon = 0.25$ سیستم دارای دو مقدار می‌باشـــد. به ازای مقادیر بیشتر ε سیستم دارای یک مقدار اســـت. در این حالت پاسخ سیستم همواره به یک مقدار ثابت همگرا می‌گردد.

بنابراین نمودار دوشاخه شـــدگی را می‌توان برای پارامترهای کنترل مختلف و نیز برای مقادیر ثابت متفاوتی به دست آورد. با تغییر پارامترهای کنترل در نمودار دوشاخه‌شـــدگی شاهد مناطقی دارای حرکت آشـــفته می‌باشـــیم که نهایتاً طراحی سیســـتم بر اســـاس این نتایج و نمودارها و بـــرای اجتناب از قرارگرفتن در مناطق آشفته، صورت می‌گیرد.



شکل ۸: نمودار دوشاخه شدگی با پارامتر کنترل μ



شکل ۹: نمودار دوشاخه شدگی با پارامتر کنترل ε

نتیجه‌گیری

در ایـــن پژوهـــش روش بالانس هارمونیـــک افزاینده (IHB) برای حل معادلات غیرخطی یک سیستم چرخ‌دنده‌ای دارای لقی، خطای انتقال اســـتاتیکی و نیز ســـختی درگیری متغیر با زمان اســـتفاده گردید. نمودار دوشـــاخه شدگی با توجه به پارامترهای کنترل مختلف سیستم ترسیم و پاسخ سیستم و پدیده‌هایی مانند دوشـــاخه شـــدگی و آشوب در این سیستم ارتعاشی غیرخطی بررسی شد. با تغییر پارامترهای کنترل در نمودار دوشاخه‌شدگی شاهد مناطقی دارای حرکت آشفته و ناپایدار می‌باشیم. زمانی که ارتعاشـــات چرخ‌دنده در این بازه قرار می‌گیرد، ارتعاشات شدید و غیر قابل پیش‌بینی خواهیم داشت. این نوع ارتعاشات باعث وارد شدن صدمه به چرخ‌دنده و ایجاد صدای مزاحم خواهد شد. انتخاب پارامترهای سیستم با توجه با این نمودارها و برای اجتناب از وقوع پدیده‌ی آشوب امکان‌پذیر است.

مراجع

[1]Ozguven HN., Houser DR., Mathematical models used in gear dynamics—a review. J. Sound Vib., 411-383 (1988) (3)121.

[2] Yang, D.C.H. Lin, J.Y., Herztian damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics, ASME J. Mech., Transm., Autom. Des. 196-189 (1987) 109.

[3] Ozguven, H.N. Houser, D.R.,Dynamic analysis of high speed gears by using loaded ststic transmission error, J. Sound Vib. 83-71 (1988) 125.

[4] Galhoud, L.E. Masri, S .F. Anderson, J.C., Transfer function of a class of nonlinear multidegree of freedom oscillator, ASME J. Appl. Mech. 54 225-215 (1987).

[5] Sato, K. Kamada, O. Takatsu, N., Jump phenomena in geared system to random excitation, Bull. JSME, 1278-1271 (1979) 28.

[6] Sato, K. Yamamoto, S. Kawakami, T., Bifurcation sets and chaotic states of a geared system subjected to harmonic excitation, Computational Mech., Berlin 182–173 (1991) 7.

[7] Kahraman, A. Blankenship, G.W., Experiments on nonlinear dynamic behavior of an oscillator with clearance and periodically time-varying parameters, ASME J. Appl. Mech. -217 (1997) 64 226.

[8] Theodossiades, S., Natsiavas, S., On geared rotordynamic systems with oil journal bearings, J. Sound Vibration 745-721 (2001) (4) 243.

[9] Theodossiades, S., Natsiavas, S., Periodic and chaotic dynamics of motor-driven gear-pair systems with backlash, Chaos Solitons Fractals 12 2440-2427 (2001)

[10] Chang-Jian, C.W., Chen, C.K., Chaos and bifurcation of a flexible rub-impact rotor supported by oil film bearings with non-linear suspension, Mech. Mach. Theory 333-312 (2007) (3) 42.

[11] Chang-Jian, C.W., Chen, C.K., Bifurcation and chaos of a flexible rotor supported by turbulent journal bearingswith non-linear suspension, Transactions IMechE Part J- J. Eng. Tribol. 220 561-549 (2006).

[12] Chang-Jian, C.W., Chen, C.K., Nonlinear dynamic analysis of a flexible rotor supported bymicropolar fluid filmjournal bearings, Int. J. Eng. Sci. 1070-1050 (2006) 44.

[13] Chang-Jian, C.W., Chen, C.K., Bifurcation and chaos analysis of a flexible rotor supported by turbulent long journal bearings, Chaos Solitons Fractals 1179-1160 (2007) 34

[14] Yakubovich, V.A., Starzhinskii, V.M., Linear Differential Equations with Periodic Coefficients, John Wiley, New York (1975)

[15] Padmanabhan, C., Singh, R., Spectral coupling issues in a two-degree-of freedom system with clearance non-linearities, J. Sound Vib. (2)155 230-209 (1992).

[16] Comparin, R.J., Singh, R., Frequency response characteristics of a multi-degree-of freedom system with clearances, J. Sound Vib. -101 (1990) (1)142 124.

[17] Comparin, R.J., Singh, R., Non-linear frequency response characteristics of an impact pair, J. Sound Vib. 290-259 (1989) 134.

[18] Wong CW, Zhang WS, and Lau SL, Periodic forced vibration of unsymmetric piecewise-linear system by incremental harmonic balance method, J. Sound Vib. 105–91 (1991) 149.

[19] Kim, YB., Multiple harmonic balance method for aperiodic vibration of a piecewise-linear system, ASME J. Vibr. Acoust. 187-181 (1998) 120.

[20] Raghothama, A., Narayanan, S., Bifurcation and chaos in geared rotor bearing system by incremental harmonic balance method, J. Sound Vib. 492-469 (1999) (3)226.

[21] Tamminana, V.K., Kahraman, A., Vijayakar, S., An investigation of the relationship between the dynamic transmission error and dynamic factors of a spur gear pair, Journal of Mechanical Design 129 84-75 (2007).

[22] Theodossiades, S., Natsiavas, S., Non-linear dynamics of gear–pair systems with periodic stiffness and backlash, Journal of Sound and Vibration 310-287 (2000) 229.