

تحلیل سازه‌ای و شبیه‌سازی عددی تیر کامپوزیت تحت بار متحرک نوسانی بر روی بستر ویسکوالاستیک پسترنک

محمد جواد رضوانی^{1*}، روح الله رضایی²

1- استادیار گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
2 - کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
*سمنان، صندوق پستی 35135-179، نویسنده مسئول: m.rezvani@semnaniau.ac.ir

چکیده

در این مقاله، پاسخ دینامیکی تیر تیموشنکو با طول بینهایت تحت اثر بار متحرک نوسانی با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی مطالعه می‌شود. تیر مورد نظر از جنس ماده مرکب ساخته شده و روی بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک قرار دارد. خصوصیات مکانیکی تیر در جهت ضخامت تغییر می‌کند ولی در جهت محور تیر ثابت فرض می‌شود. ابتدا با توجه به لایه‌گذاری ضربدری میدان جابجایی مناسب انتخاب می‌شود. سپس توسط اصل مینیمم کل انرژی پتانسیل معادلات دیفرانسیل حرکت استخراج گشته و با اعمال تبدیل فوریه مختلط نامتناهی حل می‌گردند. در این مطالعه، با استفاده از شبیه‌سازی عددی اثر پارامترهایی مختلف از قبیل سرعت بار متحرک، فرکانس بار متحرک، سفتی قائم بستر و ضریب ویسکوزیته بستر بر روی خیز تیر، نیروی برش و تنش بر حسب فاصله از بار متحرک رسم شده است. نتایج نشان دادند که با افزایش سفتی قائم بستر، ضریب ویسکوزیته لایه برشی بستر و فرکانس بار متحرک باعث کاهش خیز، نیروی برش و تنش خمشی تیر می‌شود. همچنین، نتایج حاصل از تئوری مرتبه اول برشی با نتایج شبیه‌سازی عددی مقایسه شده و تطابق خوبی حاصل شده است. بنابراین شبیه‌سازی عددی می‌تواند پاسخ دینامیکی تیر کامپوزیت تحت بار متحرک را به خوبی بدست آورد.

کلید واژگان

تئوری مرتبه اول برشی، شبیه‌سازی عددی، تیر مرکب، بار متحرک نوسانی، بستر ویسکوالاستیک پسترنک

Structural analysis and numerical simulation of composite beam subjected to a harmonic moving load on Pasternak viscoelastic foundation

Mohammad javad Rezvani^{1*}, Roohallah Rezai²

1- Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, Islamic Azad University, semnan, Iran.
2- Master of science of Mechanical Engineering, Semnan Branch, Islamic Azad University, semnan, Iran
*P.O.B. 35135-179 Semnan, Iran, m.rezvani@semnaniau.ac.ir

Abstract

In this paper, dynamic response of an infinite Timoshenko beam subjected to a harmonic moving load based on the first order shear deformation theory (FSDT) is studied. The beam made of a symmetric laminated composite that is located on a generalized Pasternak viscoelastic foundation. It is assumed that the mechanical properties of the beam change in the direction of the beam thickness but remain constant in the axial direction. By selection of an appropriate displacement field for the composite beam, and using the principle of total minimum potential energy, the governing partial differential equations of motion are obtained and solved through a complex infinite Fourier transformation method. In this study, by using numerical simulation, the effects of stiffness, damping and shear layer viscosity coefficient of foundation, velocity and frequency of the moving load over the beam response are studied. Then, the numerical simulation results for deflection, shear force and bending stress are obtained. The results show that, when the normal stiffness, shear layer viscosity coefficient, velocity and frequency of the moving load increases, the deflection, shear force and bending stress of the composite beam decreases. The results obtained from the FSDT are compared with the results of a finite element and good agreement is found. Therefore, the dynamic responses of the composite beam under moving load can be found with high accuracy by using the finite element method.

Keywords

FSDT, Numerical simulation, Composite beam, Harmonic moving load, Pasternak viscoelastic foundation

1- مقدمه

تحلیل دینامیکی تیرها تحت بار متحرک زمانی مورد توجه قرار گرفت که سرعت و وزن خودروها و قطارها بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافت. تیرها یکی از مهمترین اجزاء سازه‌هایی مانند ریل‌های راه‌آهن، پل‌ها و جرثقیل‌های سقفی می‌باشند که همواره تحت تاثیر بار متحرک هستند. از طرفی به دلیل وزن کم و استحکام بالای تیرهای مرکب، کاربردهای عملی بسیار زیادی داشته و اهمیت زیادی در طراحی مهندسی دارند. در زمینه تحلیل دینامیکی بار متحرک بر روی بسترالاستیک و ویسکوالاستیک

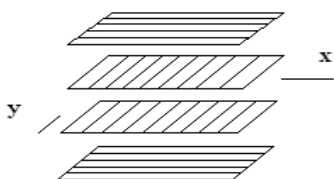
کارهای بسیاری انجام شده است. در مرجع [1] بسترهای الاستیک و ویسکوالاستیک مورد مطالعه قرار گرفت. ساده‌ترین مدل برای بستر الاستیک پیوسته مدل وینگر می‌باشد. در آن مدل فرض شده است که بستر از یک سری فنرهای خطی مستقل تشکیل شده و رابطه بین نیرو و خیز بستر خطی می‌باشد، سپس مدل‌های الاستیک دیگری از جمله مدل الاستیک فیلونکو- برودیچ، مدل الاستیک هتتی، مدل الاستیک پسترنک، مدل الاستیک رایزنر مورد بحث قرار گرفته است. در مرجع [2] ماتریس سختی دینامیکی تیر تیموشنکو با طول نامحدود روی بستر

5- طول تیر نامحدود در نظر گرفته شده است و به علت کوچک بودن عرض تیر در مقایسه با طول آن، از تغییرات مولفه‌های میدان جابجایی در امتداد عرض صرف‌نظر شده و مولفه‌های میدان جابجایی فقط تابعی از مختصه طولی و ضخامت تیر می‌باشند.

6- لایه‌های ماده مرکب در زمان ارتعاش تیر همواره به هم چسبیده‌اند و فرض بر عدم جدایش یا لغزش لایه‌های مرکب در حین ارتعاش وجود دارد.

7- شرایط مرزی در بینهایت صفر می‌باشد.

8- در طول تیر، در اثر حرکت بار جدایش بین بار و تیر صورت نمی‌گیرد.



شکل 1 تعداد لایه‌های متقارن ضربدری

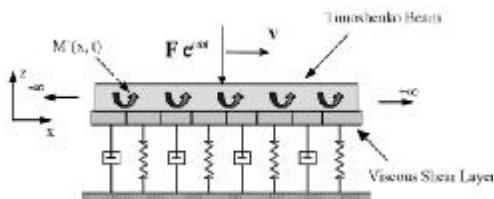
بر اساس مرجع [11] هرگاه لایه‌گذاری تیر مرکب به صورت ضربدری باشد، در نظر گرفتن خیز و زاویه دوران ناشی از خمش برای توصیف میدان جابجایی کافی است. بنابراین میدان جابجایی برای تیر با لایه‌گذاری ضربدری از دیدگاه تئوری مرتبه اول برشی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} U(x, y, z, t) &= z \psi_x(x, t) \\ V(x, y, z, t) &= 0 \\ W(x, y, z, t) &= w(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه فوق U ، V و W مولفه‌های جابجایی تیر و $w(x, t)$ و $\psi_x(x, t)$ به ترتیب معرف خیز و زاویه دوران ناشی از خمش می‌باشند.

شکل 2 بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک با لایه برشی ویسکوز را نشان می‌دهد. این بستر علاوه بر حرکت انتقالی، حرکت دورانی المانهای تیر را مقید می‌کند که با فرض خطی بودن فنرها و دمپرها قائم و دورانی برای نیرو و گشتاور انتقال یافته از بستر به تیر خواهیم داشت [4]:

$$\begin{aligned} \bar{M}(x, t) &= -k_\psi \psi_x(x, t) - \eta_\psi \frac{\partial \psi_x(x, t)}{\partial t} \\ q(x, t) &= -k w(x, t) - \eta \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial t \partial x^2} \end{aligned} \quad (2)$$



شکل 2 بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک با لایه برشی ویسکوز

در رابطه فوق $\bar{M}(x, t)$ گشتاور انتقالی بدلیل دوران ناشی از خمش و $q(x, t)$ نیروی انتقالی بدلیل خیز از طرف بستر به تیر می‌باشند. همچنین k ، η و μ به ترتیب سفتی قائم، سفتی دورانی و ضریب

ویسکوالاستیک تحت بار متحرک نوسانی استخراج گردید. به طور کلی ماتریس سختی دینامیکی تابعی از سرعت حرکت باری است که تیر تحت تاثیر آن قرار دارد. هرگاه سرعت حرکت بار صفر شود این ماتریس سختی دینامیک در مورد بارهای استاتیکی نیز می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. در مرجع [3] پاسخ حالت پایدار یک تیر تیموشنکو روی بستر ویسکوالاستیک تحت بار متحرک نوسانی با استفاده از تبدیل فوریه بدست آمد. در مرجع [4] پاسخ دینامیکی یک تیر تیموشنکو با سطح مقطع یکنواخت و طول بینهایت روی بستر ویسکوالاستیک پسترنک تحت بار متحرک نوسانی بدست آمد. نتایج حاصل از تحلیل به صورت دیاگرام خیز، ممان خمش و نیروی برش برحسب فاصله از بار متحرک رسم گردید. بعداً، در مرجع [5] پاسخ حالت پایدار تیر تیموشنکو تحت دو نوع بار متحرک نوسانی شامل بار متحرک متمرکز نوسانی و بار گسترده نوسانی با سرعت و فرکانس ثابت بدست آمد. تحلیل دینامیکی تیرها روی بستر ویسکوالاستیک پسترنک تحت بارهای وابسته به زمان در مرجع [6] انجام شد. اگر چه پاسخ دینامیکی تیرها روی بستر ویسکوالاستیک به طور گسترده انجام شده، اما مطالعات اندکی در زمینه تیرهای مرکب تحت بار متحرک صورت گرفته است. تحلیل دینامیکی یک تیر بینهایت تیموشنکو ساخته شده از مواد مرکب تحت بار متحرک متمرکز در مرجع [7] انجام گرفت. در این مطالعه تیر مرکب با لایه‌های متقارن روی بستر ویسکوالاستیک قرار داشت. در ادامه پاسخ دینامیکی تیر تیموشنکو ساخته شده از دو نوع ماده مرکب تحت بار متحرک نوسانی با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی بررسی شد [8]. دز مرجع [9] ارتعاش آزاد تیرهای مرکب با زاویه لایه‌های مختلف مورد مطالعه قرار گرفت و بواسطه زوایای نامتقارن لایه‌ها پدیده کوپلینگ بوجود آمد. در مرجع [10] با استفاده از روش المان محدود بر اساس تئوری مرتبه اول برشی معادلات دینامیکی تیر کامپوزیت چند لایه تحت بار متحرک نوسانی استخراج گردید.

در این مقاله، پاسخ دینامیکی تیر تیموشنکو با طول بینهایت روی بستر ویسکوالاستیک پسترنک با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی¹ به صورت تحلیلی و شبیه‌سازی عددی بدست آمد. در این مطالعه، معادلات دینامیکی حاکم بر تیر مرکب تحت بار متحرک متمرکز نوسانی براساس اصل مینیمم کل انرژی پتانسیل استخراج گردید. به منظور بررسی صحت نتایج تحلیلی شامل خیز تیر، نیروی برشی تیر و تنش، شبیه‌سازی عددی با استفاده از نرم افزار انسیس² انجام گرفت که مطابقت خوبی با نتایج تحلیلی بدست آمد.

2- فرضیات و فرمول‌بندی مساله

برای استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر ارتعاش تیر تحت تاثیر بار متحرک لازم است که فرضیات زیر در نظر گرفته شود:

- 1- خیز تیر کوچک فرض شده است.
- 2- مقطع تیر پس از تغییر شکل مسطح باقی می‌ماند.
- 3- خصوصیات هندسی تیر در امتداد طول و ضخامت ثابت می‌باشد. خصوصیات مکانیکی تیر در امتداد طول ثابت بوده ولی در امتداد ضخامت تغییر می‌کند.
- 4- مطابق شکل 1 لایه‌های تیر به صورت ضربدری می‌باشند.

1 First shear deformation theory
2 Ansys

3- حل معادلات دیفرانسیل حرکت با استفاده از تبدیل فوریه مختلط نامتناهی

تبدیل فوریه نامتناهی یک تابع و معکوس آن را بصورت زیر در نظر می‌گیریم [13]:

$$F(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s)e^{-isq} ds, \quad f(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(q)e^{isq} dq \quad (10)$$

با اعمال تبدیل فوریه بر طرفین رابطه (9) و حل دستگاه معادلات جبری بدست آمده در فضای فوریه، خواهیم داشت:

$$\psi_x(q) = \frac{(C_4 q)F(q)}{P_1 q^5 + iP_2 q^4 + P_3 q^3 + iP_4 q^2 + P_5 q + iP_6}$$

$$w(q) = \frac{(iP_7 q^2 + P_8 q + iP_9)F(q)}{P_1 q^5 + iP_2 q^4 + P_3 q^3 + iP_4 q^2 + P_5 q + iP_6}$$

(11)

که ضرائب P_1 تا P_9 در پیوست (ب) آورده شده است.

با استفاده از تبدیل فوریه معکوس از معادلات (11) می‌توان $w(s)$ و $\psi_x(s)$ را بدست آورد:

$$\psi_x(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(C_4 q)F(q)}{P_1 q^5 + iP_2 q^4 + P_3 q^3 + iP_4 q^2 + P_5 q + iP_6} dq$$

$$w(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(iP_7 q^2 + P_8 q + iP_9)F(q)}{P_1 q^5 + iP_2 q^4 + P_3 q^3 + iP_4 q^2 + P_5 q + iP_6} dq \quad (12)$$

برای محاسبه انتگرالهای فوق می‌توان با استفاده از نرم‌افزارهای کامپیوتری و یا انتگرال‌گیری به روش مانده‌ها استفاده نمود. پس از محاسبه شدن مولفه‌های میدان جابجایی به صورت تحلیلی بر حسب فاصله از بار متحرک، با استفاده از روابط خطی کرنش-جابجایی در تغییر شکلهای کوچک، مولفه‌های کرنش مشخص شده و طبق روابط زیر مولفه‌های تنش، لنگر خمشی، نیروی برشی بصورت تحلیلی بر حسب فاصله از بار متحرک بدست می‌آیند [12].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (13)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} z \sigma_x^{(k)} dz \quad (14)$$

$$Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz} dz \quad (15)$$

ویسکوزیته لایه برشی بستر و $k\psi$ و $\eta\psi$ به ترتیب سفتی و میرایی دورانی خمشی بستر می‌باشند.

با بکار بردن اصل مینیمم کل انرژی پتانسیل معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی تیر مرکب روی بستر ویسکوالاستیک تعمیم یافته پسترنک تحت تاثیر بار متحرک نوسانی از دیدگاه تئوری مرتبه اول برشی برای لایه گذاری صریحی به صورت زیر می‌باشند:

$$b \frac{\partial}{\partial x} (D_{11} \frac{\partial \psi_x}{\partial x}) - b K^2 A_{55} (\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x}) - k_\psi \psi_x - \eta_\psi \frac{\partial \psi_x}{\partial t} = b I_2 \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$b \frac{\partial}{\partial x} (K^2 A_{55} (\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x})) + p(x, t) - kw - \eta \frac{\partial w}{\partial t} + \mu \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} = b I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (4)$$

در روابط فوق K^2 معرف ضریب تصحیح نیروی برشی، b عرض تیر، $p(x, t) = F\delta(x - vt)e^{i\omega t}$ بار متحرک نوسانی، D, A, I_0, I_2 به ترتیب ماتریس سختی کششی، ماتریس سختی خمشی، ممان اینرسی مرتبه صفر و مرتبه دوم می‌باشند که بصورت زیر بیان می‌شوند [12].

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} \int_{z_k}^{z_{k+1}} dz = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} t_k \quad (i, j = 4, 5) \quad (5)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} \int_{z_k}^{z_{k+1}} z^2 dz = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (t_k \bar{z}_k^2 + \frac{t_k^3}{12}) \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (6)$$

$$I_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho dz, \quad I_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho z^2 dz \quad (7)$$

در روابط فوق ρ معرف چگالی و $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$ معرف تبدیل سختی کاهش یافته می‌باشد. برای آنالیز پاسخ حالت پایدار تیر، پارامتر S را که معرف فاصله از بار متحرک می‌باشد بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$s = x - vt \quad (8)$$

در این نوع تحلیل پاسخ تیر نسبت به مختصات متصل به بار متحرک ساکن فرض می‌شود. بنابراین، با اعمال تغییر متغیر رابطه (8) و بکار بردن قانون زنجیره‌ای مشتق، معادلات حاکم بر ارتعاشات تیر مرکب روی بستر ویسکوالاستیک تحت تاثیر بار متحرک نوسانی به صورت زیر می‌باشد:

$$C_1 \frac{d^2 \psi_x}{ds^2} + C_2 \frac{d\psi_x}{ds} + C_3 \psi_x + C_4 \frac{dw}{ds} = 0$$

$$C_5 \frac{d^3 w}{ds^3} + C_6 \frac{d^2 w}{ds^2} + C_7 \frac{dw}{ds} + C_8 w + C_4 \frac{d\psi_x}{ds} = F(s) \quad (9)$$

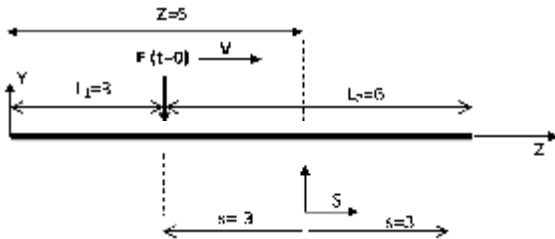
در رابطه فوق ضرائب C_1 تا C_8 در پیوست (الف) معرفی شده‌اند.

جدول 4 خصوصیات بار متحرک

144600	F (اندازه نیروی متمرکز) (N/m)
40	v (سرعت بار متحرک) (m/s)
200	ω (فرکانس بار متحرک) (Hz)

5- شبیه‌سازی عددی

در این مطالعه، با توجه به عدم مدل کردن یک تیر با طول بینهایت در نرم افزار انسیس، یک تیر با طول محدود در نظر گرفته شده است. در تحلیل حاضر به منظور مقایسه اولیه نتایج با مدل تحلیلی، طول تیر 9 متر در نظر گرفته شد که از $s=-3m$ شروع و تا $s=6m$ ادامه پیدا می‌کند (شکل 3).



شکل 3 شماتیکی از تیر و دستگاههای مختصات

در بعضی حالات به منظور افزایش دقت نتایج، بر طول اولیه و یا مسیر حرکت بار متحرک افزوده گردیده است. حرکت بار نیز با سرعت v از $z=3m$ تا $z=6m$ و به عبارت دیگر از $s=-3m$ تا $s=0$ در نظر گرفته شد. در لحظه‌ای که بار متحرک F در نقطه‌ی $z=6m$ یا $s=0m$ قرار می‌گیرد، خیز تیر و دیگر نتایج مورد نیاز استخراج خواهد شد.

مدلسازی بدنه اصلی تیر با المان سه بعدی سالید 95¹ انجام شده است. با توجه به دقت بالاتر آن المان نسبت به سایر المانهای مشابه و استفاده از گره‌های میانی در اعمال پیوسته‌تر بار متمرکز، در تحلیل حاضر در مدلسازی تیر کامپوزیت از این المان استفاده شده است. شکل 4، نمایی از بکارگیری المانهای سالید 95 را در بدنه‌ی تیر کامپوزیت نشان می‌دهد. تعداد المانها در راستای ارتفاع سطح مقطع تیر 8 عدد در نظر گرفته شده است. به عبارت دیگر با توجه به اینکه تعداد لایه‌های کامپوزیتی 4 لایه می‌باشد، برای هر لایه 2 المان در نظر گرفته شده که البته تعداد آنها در برنامه قابل افزایش است. برای مدلسازی فنر و دمپرهای خطی و دورانی در این تحلیل از المان کامبین 14² (که دارای درجه‌ی آزادی U_y هستند) استفاده شده است (شکل 5).

4- مثال عددی

1-4- خصوصیات هندسی لایه‌های مرکب

به منظور تحلیل دینامیکی و شبیه‌سازی عددی تیر مرکب، ابعاد هندسی تیر و زاویه قرارگیری الیاف مطابق جدول 1 می‌باشد.

جدول 1 خصوصیات هندسی تیر کامپوزیت

4	N (تعداد لایه)
5	b (عرض لایه) (cm)
10	h (ضخامت کل تیر) (cm)
(0/90/90/0)	زاویه الیاف

2-4- خصوصیات مکانیکی ماده مرکب

در این مطالعه، نوع ماده مرکب به کار رفته T300/5208 می‌باشد که خصوصیات مکانیکی آن مطابق جدول 2 داده شده است.

جدول 2 خصوصیات مکانیکی ماده مرکب T300/5208 [8]

1540	ρ (kg/m^3)
132	E_1 (GPa)
10/8	E_2 (GPa)
5/65	G_{12} (GPa)
3/38	G_{13} (GPa)
3/38	G_{23} (GPa)
0/24	ν_{12}
0/59	ν_{13}
0/59	ν_{23}

3-4- ضریب تصحیح نیروی برشی

ضریب تصحیح نیروی برشی برابر $K = 5/6$ می‌باشد [12]

4-4- خصوصیات مکانیکی بستر تعمیم یافته پسترنک

همانطور که اشاره شد تیر مرکب روی بستر ویسکوالاستیک پسترنک قرار دارد که خصوصیات آن مطابق جدول 3 می‌باشد.

جدول 3 خصوصیات مکانیکی بستر ویسکوالاستیک پسترنک [8]

13/8	k_ψ (سفتی خمشی بستر) (MN)
5520	η_ψ (میرایی خمشی بستر) (N.s)
69	μ (ضریب ویسکوزیته لایه برشی بستر) (kN.s)
69	k (سفتی قائم بستر) (MPa)
138	η (میرایی قائم بستر) (kN.s/m ²)

5-4- اندازه بار متحرک، سرعت حرکت بار و فرکانس بار

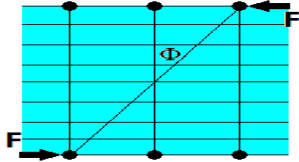
مطابق جدول 4، اندازه نیروی متمرکز متحرک، سرعت بار متحرک و فرکانس بار داده شده است.

¹ SOLID95² COMBIN14

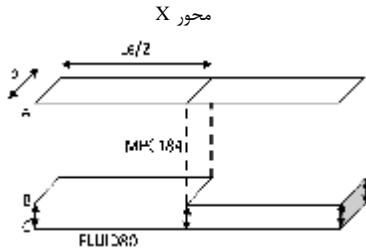
$$BC = h_v = h/8$$

$$AB = \frac{h}{2} + h_v = \frac{h}{2} + \frac{h}{8} = 5h/8 \quad (18)$$

پارامترهای AB و BC در شکل 7 نشان داده شده‌اند.



شکل 6 نحوه تاثیر المان خطی کامبین 14 در ایجاد مقاومت چرخشی حول



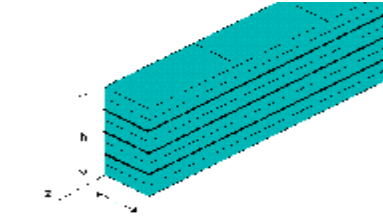
شکل 7 مدلسازی لایه‌ی برشی ویسکوزیته بستر

هر کدام از جفت المانهای مکعبی فلونئید⁸⁰ توسط دو میله به دو گره از گره‌های موجود در صفحه‌ی میانی تیر متصل می‌شود. برای مدلسازی میله‌ها از المان ام پی سی¹⁸⁴ استفاده شده است. المان ام پی سی¹⁸⁴ انواع مختلفی دارد که در اینجا از نوع عضو صلب³ که در مقابل تیر صلب⁴ قرار دارد به کار گرفته شده است. با توجه به اینکه در اینجا تنها از خاصیت ویسکوزیته‌ی المان فلونئید⁸⁰ استفاده می‌شود، مدول الاستیسیته‌ی آن برابر با 1 پاسکال (که در مقایسه با مدول الاستیسیته‌ی سالیید⁹⁵ در حد صفر است) در نظر گرفته شد. به همین دلیل برای جلوگیری از کش آمدن یا فشردگی بیش از حد این المان در جریان تحلیل، چهار ضلع عمودی المانهای فلونئید⁸⁰ توسط المانهای ام پی سی¹⁸⁴ مقیود شده‌اند. این سری از المانهای ام پی سی¹⁸⁴ غیر از آن چهار المان ام پی سی¹⁸⁴ است که در اتصال فلونئید⁸⁰ به چهار گره از صفحه‌ی میانی به کار گرفته شدند. چهار المان ام پی سی¹⁸⁴ سری دوم در شکل 7 با فلش‌های دو طرفه نشان داده شده‌اند. این‌ها نیز از نوع عضو صلب هستند. نیروها و ممانهای وارده از بستر به تیر بنابر رابطه‌ی (2) به شکل زیر می‌باشد:

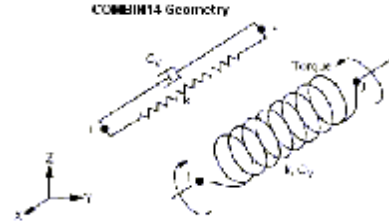
$$\tilde{M}(x, t) = -k_{\psi} \psi_x(x, t) - \eta_{\psi} \frac{\partial \psi_x(x, t)}{\partial t} \quad (19)$$

$$q(x, t) = -k w(x, t) - \eta \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial t \partial x^2} \quad (20)$$

ترمهای سمت راست رابطه (19) و دو ترم اول سمت راست رابطه (20) توسط المانهای کامبین 14 برای تشکیل سفتی و میرایی قائم و دورانی مدلسازی گردید. ترم آخر در سمت راست رابطه‌ی (20) که دارای



شکل 4 شماتیکی از المانهای سالیید 95 در بدنه‌ی تیر



شکل 5 شماتیکی از المان کامبین 14

این المان دارای دو مدل خطی و دورانی است که در این مسئله از مدل خطی آن استفاده شده است. از نوع خطی این المان با درجه آزادی U_y برای مدل سازی سفتی و میرایی قائم و از نوع خطی با درجه آزادی U_z برای مدلسازی سفتی و میرایی دورانی خمشی بستر استفاده شده است. برای مدلسازی سفتی و میرایی دورانی بستر نیز از المانهای خطی کامبین 14 استفاده شده است ولی با این تفاوت که درجه آزادی آنها U_z است در حالی که درجه آزادی کامبین 14 در سفتی و میرایی بستر U_y بود. شکل 6 به صورت شماتیک تاثیر این المانها را در ایجاد مقاومت چرخشی (حول محور X) نشان می‌دهد. چرخش سطح مقطع تیر به اندازه زاویه Φ باعث ایجاد جابجایی U_z به اندازه $\Phi \times h/2$ در المانهای کامبین 14 واقع در دو صفحه‌ی $y = h/2 \pm h/2$ و در نتیجه ایجاد ممان سفتی دورانی و ممان میرایی دورانی به ترتیب به اندازه $(4 \times \Phi \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{2} \times \eta'_{\psi})$ و $(4 \times \Phi \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{2} \times k'_{\psi})$ خواهد شد. منظور از k'_{ψ} و η'_{ψ} سفتی و میرایی خطی المانهای کامبین 14 است که با توجه به مقادیر تعریف شده‌ی k_{ψ} و η_{ψ} محاسبه می‌گردند که مقدار آنها با توجه به شکل 6 چنین به دست می‌آید:

$$k'_{\psi} = 0.25 \times k_{\psi} \times \frac{Le}{2} / (h/2) / (h/2) \quad (16)$$

$$\eta'_{\psi} = 0.25 \times \eta_{\psi} \times \frac{Le}{2} / (h/2) / (h/2) \quad (17)$$

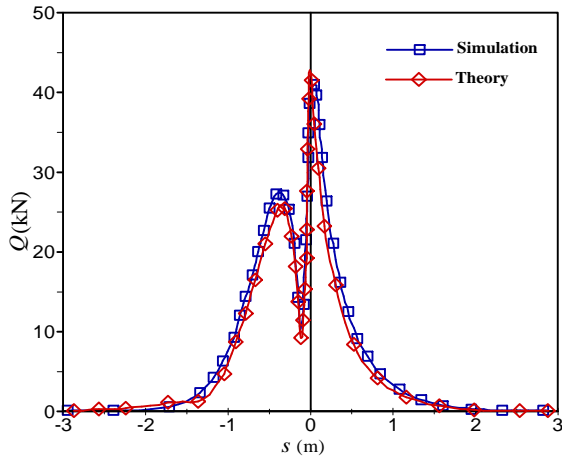
برای مدلسازی لایه‌ی برشی ویسکوز در این تحقیق از المان سیالاتی فلونئید⁸⁰ استفاده شده است. المان فلونئید⁸⁰ برای مدل کردن سیالاتی به کار می‌رود که درون یک ظرف بوده و فاقد هر گونه جریانی هستند. از خاصیت ویسکوزیته‌ی المان فلونئید⁸⁰ برای مدلسازی ویسکوزیته‌ی برشی بستر استفاده می‌شود. شکل 7، نحوه‌ی بکارگیری المان مزبور را در مدلسازی لایه برشی نشان می‌دهد. اگر L طول تیر باشد آنگاه $(h_v = L/Le)$. ضخامت لایه برشی یا در واقع ضخامت المان فلونئید⁸⁰ برابر با نصف ضخامت لایه‌ی اصلی تیر $(h/8)$ گرفته شده است $(h_v = h/8)$.

² MPC184

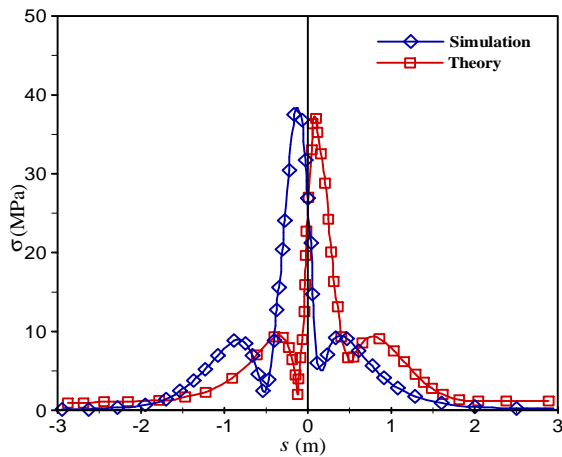
³ rigid link

⁴ rigid beam

¹ FLUID80



شکل 9 مقایسه نیروی برش تیر کامپوزیت بین شبیه‌سازی عددی و مدل تحلیلی



شکل 10 مقایسه تنش عمودی تیر کامپوزیت بین شبیه‌سازی عددی و مدل تحلیلی

4-6- تاثیر پارامترهای مختلف روی نمودار خیز تیر با استفاده از شبیه‌سازی عددی

شکل 11، تاثیر سفتی قائم بستر (k) بر روی اندازه خیز تیر تحت بار متحرک نوسانی نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، وقتی سفتی قائم بستر $k=5$ MPa است طولی از تیر که تحت تاثیر بار متحرک قرار دارد بین $-3 < s < 3$ می‌باشد. اما وقتی $k=100$ MPa در نظر گرفته می‌شود، طولی از تیر که تحت تاثیر بار متحرک قرار دارد بین $-1 < s < 1$ می‌باشد. بنابراین، با افزایش مقدار k ، ماکزیمم خیز تیر کاهش یافته و به محل اعمال بار نزدیکتر می‌شود. همچنین با افزایش سفتی قائم بستر، طول کمتری از تیر تحت تاثیر بار متحرک نوسانی قرار می‌گیرد.

شکل 12، تاثیر ضریب ویسکوزیته لایه برشی بستر (μ) بر روی خیز تیر تحت بار متحرک نوسانی نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش ضریب μ ، مقدار ماکزیمم خیز تیر کاهش یافته و به تدریج از محور اعمال بار ($s = 0$) دور می‌شود.

ضریب μ می‌باشد، مربوط به نیروی قائم وارده از سوی لایه‌ی برشی ویسکوز به تیر می‌باشد. منظور از μ ضریب ویسکوزیته‌ی برشی بستر است.

6- بحث و بررسی نتایج

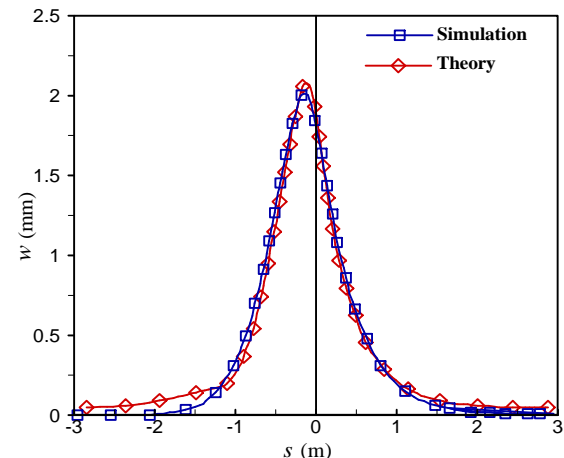
6-1- مقایسه نمودار خیز حاصل از نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی عددی نمودار اندازه خیز تیر کامپوزیت تحت بار متحرک نوسانی حاصل از مدل تحلیلی و نتایج شبیه‌سازی در شکل 8 نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود ماکزیمم خیز تیر درست در نقطه‌ای قبل از اعمال بار متحرک ایجاد شده و همچنین مطابقت خوبی بین نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی عددی وجود دارد.

6-2- مقایسه نمودار نیروی برش حاصل از نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی عددی

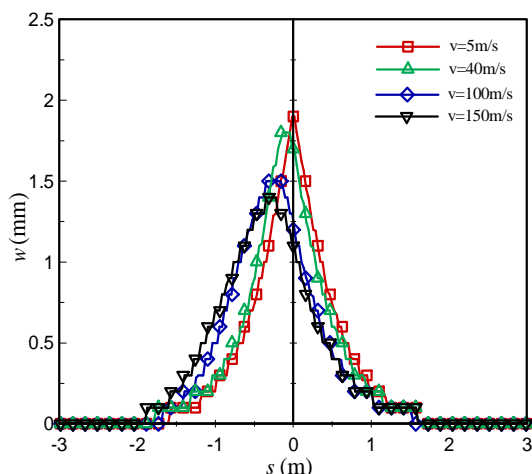
در شکل 9، نمودار اندازه نیروی برش تیر کامپوزیت تحت بار متحرک نوسانی حاصل از مدل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، نمودار نیروی برش دارای مقدار ماکزیمم در محل اعمال بار و یک ماکزیمم نسبی قبل از نقطه اعمال بار می‌باشد. در این شکل نیز مطابقت خوبی بین مدل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی ایجاد گردید.

6-3- مقایسه نمودار تنش σ_x حاصل از نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی عددی

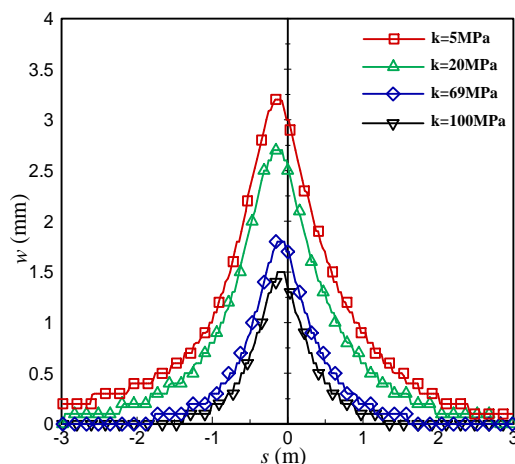
نمودار اندازه تنش σ_x تیر کامپوزیت تحت بار متحرک نوسانی حاصل از مدل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در شکل 10 نشان داده شده است. همانطور که در روند کلی نمودار مشاهده می‌شود، مقادیر بیشینه و کمینه با تقریب قابل قبولی توسط شبیه‌سازی عددی برآورد شده است. بنابراین شبیه‌سازی عددی می‌تواند مدل تحلیلی تیر کامپوزیت روی بستر ویسکوالاستیک تحت بار متحرک نوسانی را به خوبی برآورد کند.



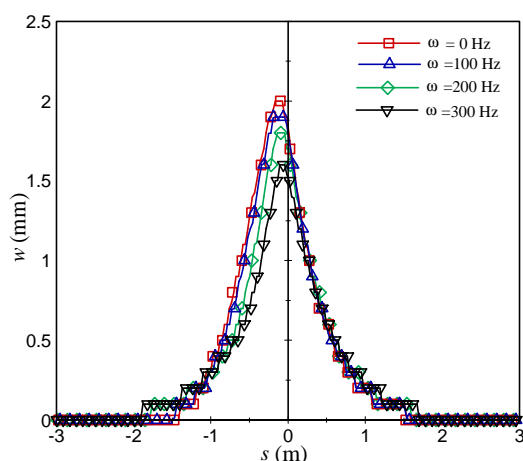
شکل 8 مقایسه خیز تیر کامپوزیت بین شبیه‌سازی عددی و مدل تحلیلی



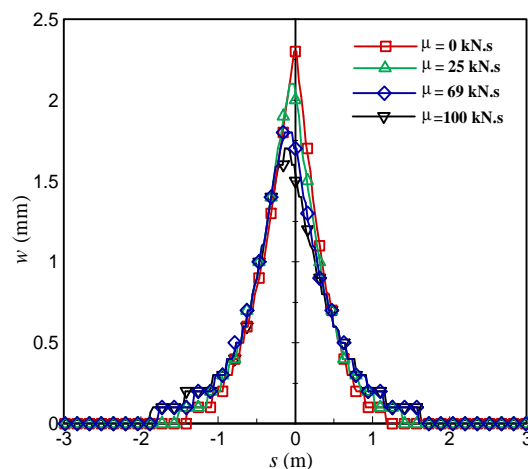
شکل 13 تاثیر سرعت بار متحرک بر روی خیز تیر کامپوزیت



شکل 11 تاثیر سفتی قائم بستر بر روی خیز تیر کامپوزیت



شکل 14 تاثیر فرکانس بار متحرک بر روی خیز تیر کامپوزیت



شکل 12 تاثیر ضریب ویسکوزیته لایه برشی بستر بر روی خیز تیر کامپوزیت

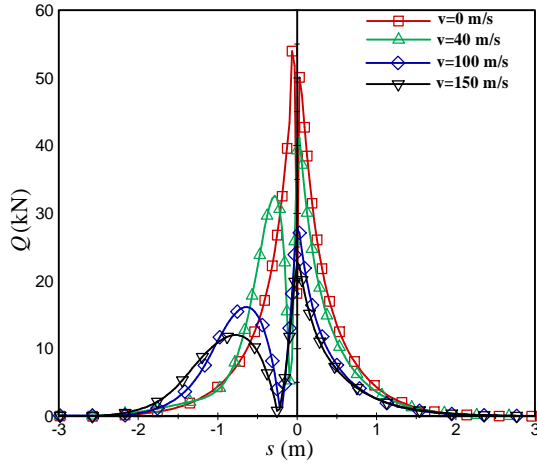
6-5- تاثیر پارامترهای مختلف روی نمودار نیروی برشی با استفاده از شبیه‌سازی عددی

شکل 15، تاثیر سفتی قائم بستر بر روی اندازه منحنی نیروی برش تحت تاثیر بار متحرک نوسانی را نشان می‌دهد. همانطوری که ملاحظه می‌شود، نیروی برشی دارای یک نقطه ماکزیمم نسبی قبل از نقطه اعمال بار است و نیز دارای نقطه بیشینه اندازه نیروی برشی در محل اعمال بار می‌باشد. با افزایش سفتی قائم بستر ماکزیمم نسبی نیروی برش کاهش یافته و طولی از تیر که تحت تاثیر نیروی برشی قرار می‌گیرد کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش سفتی قائم بستر ماکزیمم نسبی نیروی برش به محل اعمال بار نزدیکتر می‌شود.

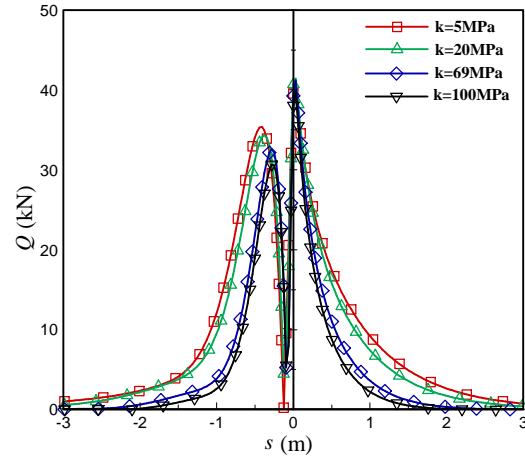
شکل 16، تاثیر ضریب ویسکوزیته بستر بر روی اندازه منحنی نیروی برشی تحت تاثیر بار متحرک نوسانی را نشان می‌دهد. با افزایش ضریب ویسکوزیته بستر تقارن منحنی نسبت به نقطه اعمال بار از بین می‌رود و بیشینه نیروی برشی کاهش یافته و نقطه ماکزیمم نسبی نیروی برشی به عقبتر از محل اعمال بار انتقال پیدا می‌کند.

شکل 13، تاثیر سرعت حرکت بار بر روی اندازه خیز تیر کامپوزیت با استفاده از شبیه‌سازی عددی را نشان می‌دهد. به طور کلی با افزایش سرعت بار، ماکزیمم خیز تیر کاهش یافته و به نقطه‌ای قبل از نقطه اعمال بار انتقال می‌یابد. همچنین، همانطور که از شکل دیده می‌شود با افزایش سرعت بار متحرک طول بیشتری از تیر تحت تاثیر بار متحرک قرار می‌گیرد.

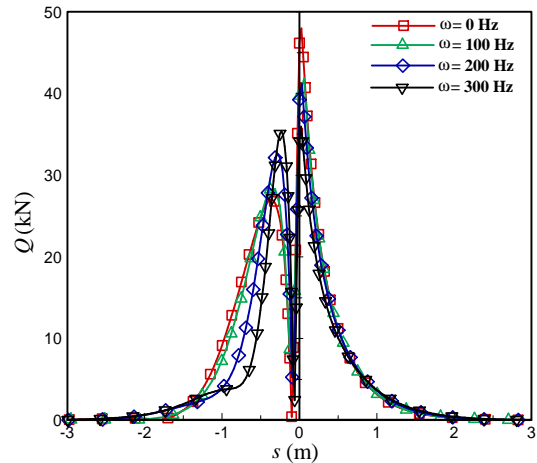
شکل 14، تاثیر تغییرات فرکانس بار متحرک بر روی خیز تیر تحت بار متحرک نوسانی نشان می‌دهد. همانطوری که مشاهده می‌شود، با افزایش فرکانس بار متحرک، ماکزیمم خیز تیر کاهش یافته و به محل اعمال بار متحرک (s = 0) نزدیکتر می‌شود. همچنین، همانطور که از شکل دیده می‌شود با افزایش فرکانس بار متحرک طول بیشتری از تیر تحت تاثیر بار متحرک قرار می‌گیرد.



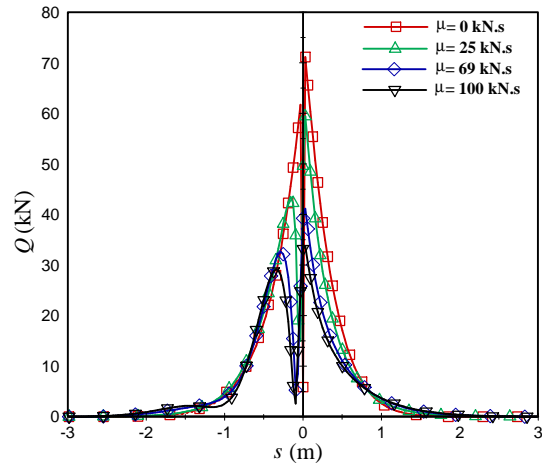
شکل 17 تاثیر سرعت بار متحرک بر روی نیروی برشی تیر کامپوزیت



شکل 15 تاثیر سفتی قائم بستر بر روی نیروی برشی تیر کامپوزیت



شکل 18 تاثیر فرکانس بار متحرک بر روی خیز تیر کامپوزیت



شکل 16 تاثیر ضریب ویسکوزیته بستر بر روی نیروی برشی تیر کامپوزیت

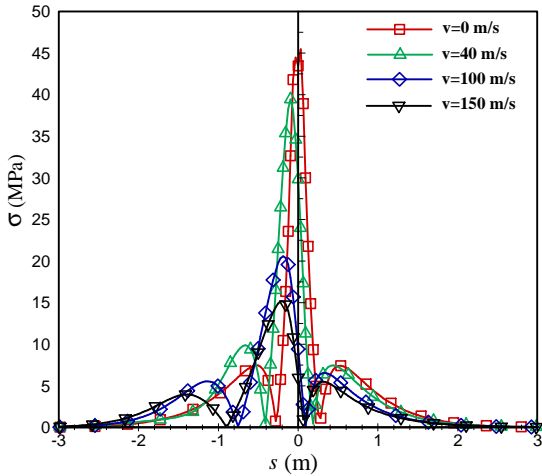
6-6- تاثیر تغییر پارامترهای مختلف روی نمودار تنش نرمال

شکل 19 تاثیر سفتی قائم بستر بر روی اندازه منحنی تنش σ_x تحت تاثیر بار متحرک نوسانی را نشان می‌دهد. همانطوری که ملاحظه می‌شود، نمودار تنش σ_x دارای نقطه بیشینه می‌باشد که قبل از نقطه اعمال بار اتفاق می‌افتد. بطور کلی با افزایش سفتی قائم بستر مقدار بیشینه اندازه تنش σ_x کاهش یافته و طولی کمتری از تیر تحت تاثیر این تنش قرار می‌گیرد.

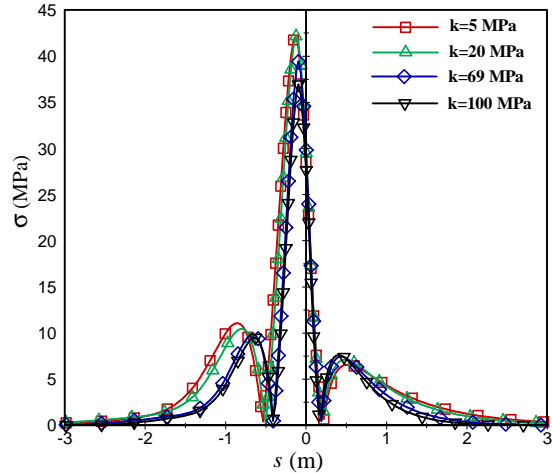
شکل 20، تاثیر ضریب ویسکوزیته لایه برشی بستر بر روی اندازه تنش σ_x تحت بار متحرک نوسانی را نشان می‌دهد. همانطوری که ملاحظه می‌شود، هرگاه ضریب ویسکوزیته برشی بستر صفر باشد منحنی تنش σ_x دارای یک نقطه بیشینه در محل اعمال بار ($s = 0$) است. بطور کلی با افزایش ضریب ویسکوزیته بستر این نقطه بیشینه کاهش یافته و به نقطه‌ای قبل از نقطه اعمال بار انتقال می‌یابد.

شکل 17، تاثیر سرعت حرکت بار بر روی اندازه منحنی نیروی برشی تحت تاثیر بار متحرک نوسانی را نشان می‌دهد. همانطوری که ملاحظه می‌شود، هرگاه سرعت حرکت بار صفر باشد (حالت استاتیکی)، منحنی اندازه نیروی برشی در نقطه اعمال بار ($s = 0$) متقارن می‌باشد. اما با افزایش سرعت حرکت بار، اندازه بیشینه نیروی برشی کاهش یافته و نقطه ماکزیمم نسبی منحنی نیروی برشی به عقبتر از محل اعمال بار انتقال می‌یابد.

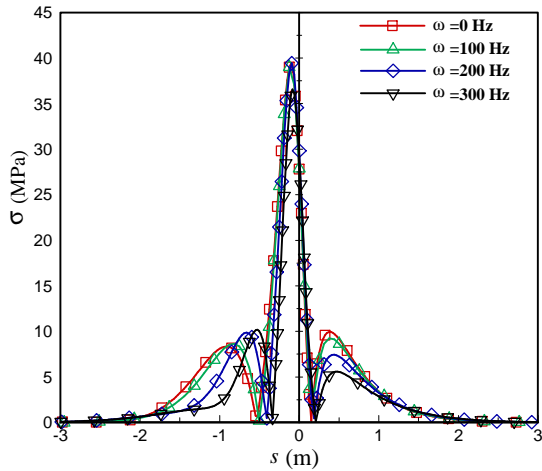
شکل 18، تاثیر فرکانس بار بر روی اندازه منحنی نیروی برشی تحت تاثیر بار متحرک نوسانی را نشان می‌دهد. با افزایش فرکانس نوسان بار اندازه نیروی برشی در نقطه ماکزیمم نسبی که قبل از نقطه اعمال بار رخ می‌دهد افزایش یافته و به محل اعمال بار نزدیکتر می‌شود. همچنین با افزایش فرکانس نوسان بار نقطه بیشینه اندازه نیروی برشی که در محل اعمال بار رخ می‌دهد کاهش می‌یابد.



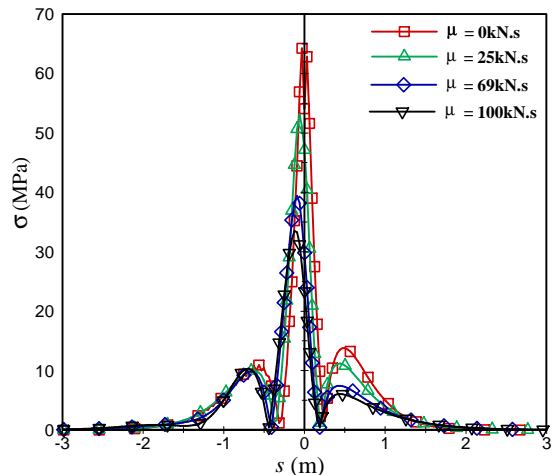
شکل 21 تاثیر سرعت حرکت بار متحرک بر روی تنش عمودی تیر کامپوزیت



شکل 19 تاثیر سفتی قائم بستر بر روی تنش عمودی تیر کامپوزیت



شکل 22 تاثیر فرکانس بار متحرک بر روی تنش عمودی تیر کامپوزیت



شکل 20 تاثیر ضریب ویسکوزیته لایه برشی بستر بر روی تنش عمودی تیر کامپوزیت

7- نتیجه‌گیری

در این مقاله تحلیل دینامیکی تیر مرکب روی بستر تعمیم یافته پسترنک با لایه برشی ویسکوز تحت تاثیر بار متحرک نوسانی انجام شد. با استفاده از اصل مینیمم کل انرژی پتانسیل معادلات دیفرانسیل حرکت استخراج گردید و با اعمال تبدیل فوریه مختلط نامتناهی خیز و زاویه ناشی از خمش تیر بدست آمد. به منظور بررسی صحت نتایج تحلیلی، شبیه‌سازی عددی با استفاده از نرم افزار انسیس انجام گرفت و اثر پارامترهایی مختلف از قبیل سرعت بار متحرک، فرکانس بار متحرک، سفتی قائم بستر و ضریب ویسکوزیته بستر بر روی منحنی خیز تیر، نیروی برش و تنش برحسب فاصله از بار متحرک رسم گردید. نتایج نشان دادند که:

- افزایش سفتی قائم بستر سبب کاهش خیز، کاهش ماکزیمم نسبی نیروی برش و کاهش مقدار بیشینه اندازه تنش σ_x گردید. همچنین با افزایش سفتی قائم بستر منحنی خیز، نیروی برش و تنش نسبت به نقطه اعمال بار تقارن بیشتری پیدا کرد و طول کمتری از تیر تحت تاثیر نیروی برش و تنش قرار گرفت.
- افزایش ضریب ویسکوزیته لایه برشی بستر منجر به کاهش اندازه خیز تیر، اندازه نیروی برش و اندازه تنش گردید. همچنین با افزایش

شکل 21، تاثیر سرعت حرکت بار بر روی اندازه تنش عمودی σ_x تحت بار متحرک نوسانی را نشان می‌دهد. همانطوری که ملاحظه می‌شود، هرگاه سرعت حرکت بار صفر باشد (حالت استاتیکی)، منحنی توزیع تنش σ_x متقارن و دارای نقطه بیشینه در محل اعمال بار است. با افزایش سرعت حرکت بار این نقطه بیشینه به قبل از نقطه اعمال بار انتقال یافته و اندازه تنش σ_x در طول تیر کاهش می‌یابد.

شکل 22، تاثیر فرکانس بار بر روی اندازه تنش عمودی σ_x تحت بار متحرک نوسانی را نشان می‌دهد. همانطوری که دیده می‌شود، هرگاه فرکانس بار صفر باشد منحنی تنش σ_x دارای یک نقطه بیشینه قبل از اعمال بار ($s = 0$) دارد. با افزایش فرکانس نوسان بار ماکزیمم مقدار تنش کاهش یافته و به نقطه اعمال بار نزدیکتر می‌شود. همچنین با افزایش فرکانس نوسان بار طول کمتری از تیر تحت تاثیر بار متحرک قرار می‌گیرد.

- rotary inertia under the action of moving loads, *Finite elements in Analysis and Design*, vol. 29, pp. 259-273, 1998.
- [10] S. Mohebpour, A. Fiouz and A. Ahmadzadeh, Dynamic investigation of laminated composite beams with shear and rotary inertia effect subjected to the moving oscillators using FEM, *Composite Structures*, vol. 93, pp. 1118-1126, 2011.
- [11] H. Abramovich and A. Livshits, Free vibrations of non-symmetric cross-ply laminated composite beams, *Journal of sound and vibration*, vol. 176, pp. 597-612, 1994.
- [12] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*: CRC press, 2004.
- [13] A. Wunsch, "Complex Variables with Applications. 2004," ed: Addison-Wesley, New York, NY, USA.

ضرب ویسکوزیته لایه برشی بستر منحنی خیز تیر، نیروی برش و تنش به نقطه‌ای قبل از نقطه اعمال بار انتقال یافتند.

- وقتی سرعت حرکت بار صفر باشد (حالت استاتیکی)، منحنی توزیع خیز، نیروی برش و تنش، متقارن و دارای نقطه بیشینه در محل اعمال بار است. اما افزایش سرعت بار متحرک، باعث کاهش اندازه خیز تیر، نیروی برش و تنش گشته و به نقطه‌ای قبل از نقطه اعمال بار انتقال یافتند.
- وقتی فرکانس بار متحرک صفر باشد، منحنی توزیع خیز، نیروی برش و تنش دارای ماکزیمم مقدار قبل از نقطه اعمال می‌باشد. با افزایش فرکانس بار متحرک، اندازه خیز تیر، نیروی برش و تنش کاهش یافته و به محل اعمال بار متحرک ($s = 0$) نزدیکتر گردید.

8- پیوست ها

8-1- پیوست الف:

$$\begin{aligned} C_1 &= b \cdot D_{11} - b \cdot I_2 \cdot v^2 \\ C_2 &= \eta_{\psi} \cdot v + 2 \cdot i \cdot b \cdot W \cdot I_2 \cdot v \\ C_3 &= -b \cdot K^2 \cdot A_{55} - k_{\psi} - i \cdot \eta_{\psi} \cdot W + b \cdot I_2 \cdot W^2 \\ C_4 &= -b \cdot K^2 \cdot A_{55} \\ C_5 &= \mu \cdot v \\ C_6 &= -b \cdot K^2 \cdot A_{55} + b \cdot I_0 \cdot v^2 - i \cdot \mu \cdot W \\ C_7 &= -\eta \cdot v + 2 \cdot i \cdot b \cdot W \cdot I_0 \cdot v \\ C_8 &= k + i \cdot \eta \cdot W - b \cdot I_0 \cdot W^2 \end{aligned}$$

8-2- پیوست ب:

$$\begin{aligned} P_1 &= -C_1 C_5 \\ P_2 &= C_1 C_6 + C_2 C_5 \\ P_3 &= C_1 C_7 + C_2 C_6 + C_3 C_5 \\ P_4 &= C_4^2 - C_3 C_8 - C_2 C_7 - C_3 C_6 \\ P_5 &= -C_2 C_8 - C_3 C_7 \\ P_6 &= C_3 C_8 \\ P_7 &= -C_1 \\ P_8 &= -C_2 \\ P_9 &= C_3 \end{aligned}$$

9- مراجع

- [1] A. D. Kerr, Elastic and viscoelastic foundation models, *Journal of Applied Mechanics*, vol. 31, pp. 491-498, 1964.
- [2] Y.-H. Chen, Y.-H. Huang and C.-T. Shih, Response of an infinite Timoshenko beam on a viscoelastic foundation to a harmonic moving load, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 241, pp. 809-824, 2001.
- [3] L. Sun, A closed-form solution of a Bernoulli-Euler beam on a viscoelastic foundation under harmonic line loads, *Journal of Sound and vibration*, vol. 242, pp. 619-627, 2001.
- [4] M. Kargarnovin and D. Younesian, Dynamics of Timoshenko beams on Pasternak foundation under moving load, *Mechanics Research Communications*, vol. 31, pp. 713-723, 2004.
- [5] M. Kargarnovin, D. Younesian, D. Thompson and C. Jones, Response of beams on nonlinear viscoelastic foundations to harmonic moving loads, *Computers & Structures*, vol. 83, pp. 1865-1877, 2005.
- [6] F. F. Çalim, Dynamic analysis of beams on viscoelastic foundation, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 28, pp. 469-476, 2009.
- [7] M. Rezvani and K. M. Khorramabadi, Dynamic analysis of a composite beam subjected to a moving load, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 223, pp. 1543-1554, 2009.
- [8] M. J. Rezvani, M. H. Kargarnovin and D. Younesian, Dynamic analysis of composite beam subjected to harmonic moving load based on the third-order shear deformation theory, *Frontiers of Mechanical Engineering*, vol. 6, pp. 409-418, 2011.
- [9] M. Kadivar and S. Mohebpour, Finite element dynamic analysis of unsymmetric composite laminated beams with shear effect and