نشریه علمی ***ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی***
دورهٔ چهاردهم، شماره یک، تابستان ۱۴۰۳، صص ۱۸۳-۱۴۸
مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۲/۲۸
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۶/۱۹

بررسی اثربخشی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در توسعه تفکر خلاق و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان دوره اول متوسطه

معصومه مؤذن‌زاده[۱] نعمت‌الله موسی‌پور ۲ صادق نصری ۳ مریم صفرزاده ۴

چکیده

هدف کلی پژوهش حاضر بررسی اثربخشی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در توسعه تفکر خلاق و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان دوره اول متوسطه بوده است. روش پژوهش از نوع نیمه آزمایشی بود که به شکل پیش‌آزمون پس‌آزمون با گروه کنترل اجرا شد. جامعه آماری شامل ۴۰ نفر از دانش آموزان اول متوسطه دوره‌دیده آموزش راه‌حل‌های چندگانه در شهر بندرعباس بودند که به‌صورت گمارش تصادفی در دو گروه آزمایش و کنترل به‌صورت مساوی گمارده شدند. ابزار پژوهش، آزمون پیشرفت تحصیلی و تشخیصی ریاضی و پرسشنامه خلاقیت بودند. پس از اجرای پیش‌آزمون، ابزار پژوهش بر هر دو گروه (آزمایش و کنترل) اجرا شد سپس متغیر مستقل (بسته آموزشی راه‌حل‌های چندگانه ریاضی) طی ۸ جلسه ۴۵ دقیقه‌ای بر گروه آزمایش اجرا شد، گروه کنترل هیچ‌گونه آموزشی را دریافت نکرد. آنگاه در مرحله پس‌آزمون مجدداً ابزار پژوهش بر هر دو گروه اجرا شد. برای تحلیل داده‌ها، از آزمون مقایسه میانگین‌ها و آزمون تحلیل کوواریانس بین گروهی استفاده شد. نتایج نشان داد که بین نمرات پس‌آزمون و پیش‌آزمون گروه آزمایش در مقایسه با گروه کنترل، تفاوت معناداری وجود دارد. ضمن تأیید فرضیه اصلی تحقیق، نتایج نشان داد آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش آموزان تأثیر داشته است.

کلیدواژگان: راه‌حل‌های چندگانه، پیشرفت تحصیلی، خلاقیت، تفکر خلاق، آموزش ریاضی

۱. گروه علوم تربیتی - برنامه درسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران(مسئول مکاتبات)
Masomeh.Moazenzadeh.bnd@gmail.com
۲. گروه علوم تربیتی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران.
۳. گروه علوم تربیتی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه شهید رجایی، تهران، ایران.
۴. دبیرخانه شورای آموزش دندانپزشکی و تخصصی معاونت آموزش وزارت بهداشت، درمان و آموزش پزشکی

مقدمه

به باور بسیاری از پژوهشگران، شیوه‌های سنتی آموزش و پرورش نه تنها به رشد خلاقیت دانش آموزان کمک نمی‌کند، بلکه آنان را از حرکت در این راستا باز می‌دارد. لازمه رسیدن به آموزش و پرورش خلاق، دور شدن از روش‌های سنتی آموزش و به‌کارگیری روش‌های نو در جریان تدریس است (سیمونز وتامپسون[1]،۲۰۰۸). نقش حل مسئله برای بیش از چهار دهه یک جنبه ثابت و مهم در آموزش ریاضیات باقی مانده است. در حالی که اسناد راهنما درزمینهٔ آموزش ریاضی در فراخوان خود برای آموزش از طریق حل مسئله ثابت مانده است، استفاده از وظایف شناختی به‌عنوان ابزاری برای آموزش ریاضی از طریق حل مسئله، تدریجی بوده است (پریش و برید[2]،۲۰۲۲). ریاضیات امروزه، محصول خلاقانه تخیل انسان است؛ ریاضیات به‌عنوان وسیله‌ای برای برقراری ارتباط، حل مشکلات عملی، سرگرمی، جستجوی برای درک موضوع این که سیستم‌های جهان ما چگونه به هم متصل می‌شوند و عمل می‌کنند و برای کشف ایده‌ها زیبا و ظریف به وجود آمده است (مان[3]،۲۰۲۰). اهمیت خلاقیت را در ریاضیات توسط بولر[4] (۲۰۱۶) نیز وی بیان کرد متفکران قدرتمند کسانی هستند که ارتباط برقرار می‌کنند، منطقی فکر می‌کنند و از فضا، داده‌ها و اعداد خلاقانه استفاده می‌کنند. وی خلاقیت ریاضی به‌عنوان یک ساختار ذهنی انعطاف‌پذیر شناسایی کرد و اهمیت گنجاندن خلاقیت در آموزش و یادگیری ریاضیات را برجسته کرد. تحقیقات نشان می‌دهد که یکی از راه‌هایی که خلاقیت در هر رشته‌ای نمونه است، زمانی است که راه‌حل‌های جایگزین برای یک مشکل شناسایی می‌شود (بولر،۲۰۱۶). با نگاهی به تحقیقات در مورد خلاقیت در آموزش ریاضی، بسیاری از جنبه‌های مختلف و همچنین بسیاری از مفروضات نظری اساسی در مورد خلاقیت وجود دارد)لیکین و سریرامان[5]،۲۰۱۷؛

---

1. Simmons & Thompson
2. Parrish, C. W. & Bryd, K. O.
3. Mann, E. L
4. Boaler, J.
5. Leikin & Sriraman

پیتا-پانتازی و همکاران[1]،۲۰۱۸). با توجه به تنوع تحقیقات آموزش ریاضی در مورد خلاقیت، برای محققان دشوار است که روش‌های درک خلاقیت و نظریه‌های زیربنایی مربوط به آن را خلاصه کنند. چشم‌انداز تحقیقات آموزش ریاضی درزمینهٔ خلاقیت گسترده و ناهمگن است. با این حال، برای توسعه این رشته و برای ایجاد مطالعات جدید بر اساس تحقیقات دیگر، برای محققان مهم است که حوزه کلی را درک کرده و مرور کنند. به همین دلیل، محققان در آموزش ریاضی شروع به مرتب‌سازی و تعیین نقشه راه مطالعات موجود کرده‌اند. برای مثال، پیتا- پانتازی و همکاران (۲۰۱۸) تحقیقات درزمینهٔ خلاقیت ریاضی را سازمان‌دهی کردند. با این حال، این پرسش‌ها مطرح می‌شوند که آیا مدل‌هایی که برای جذب خلاقیت ریاضی‌دانان حرفه‌ای ایجاد شده‌اند، می‌توانند فرآیندهای خلاقانه را در بین دانش‌آموزان مدرسه نیز ثبت کنند و این که فرآیند خلاقیت دانش‌آموزان اصولاً چگونه به نظر می‌رسد؟ (هاولد و بیرکلند[2]،۲۰۱۷). هدف از آموزش ریاضیات، تحقق پتانسیل ریاضی دانش آموزان است و وظیفه معلم فراهم کردن فرصت‌های یادگیری است که این امکان را فراهم می‌آورد. فرصت‌های یادگیری باید چالش‌برانگیز باشند و نقش معلم تشویق دانش آموزان برای غلبه بر چالش‌ها و حمایت از تلاش‌های دانش آموزان است (لیکین[3]،۲۰۲۰). فعالیت‌های هدایت‌شده خلاقیت (فعالیت‌هایی که هدف آن‌ها پیشبرد خلاقیت دانش آموزان است) ذاتاً چالش‌برانگیز و درنتیجه برای پیشرفت دانش آموزان ضروری است (لیکین، ۲۰۱۸).

نتایج آزمون تیمز[4] سال ۲۰۱۹ نشان می‌دهد؛ هر چند دانش‌آموزان ایرانی در آزمون تیمز ۲۰۱۹ نسبت به آزمون سال ۲۰۱۵ پیشرفت داشته‌اند؛ اما همچنان نمرات دانش‌آموزانی ایرانی به نقطه معیار بین‌المللی متوسط (نمره ۴۷۵) و نمره میانی آزمون (نمره ۵۰۰) نرسیده‌اند. این در حالی است که روند نمرات دانش آموزان ایران در پایه چهارم نشان می‌دهد ایران در

---

1. Pitta-Pantazi et al
2. Haavold & Birkeland
3. Leikin
4. TIMSS

سال ۲۰۱۵ در نمره ریاضی دچار رکود شده است و پیشرفت اتفاق افتاده در سال ۲۰۱۹ در مقایسه با رکود و سقوط سال ۲۰۱۵ چندان مطلوب نیست و پیشرفت سال ۲۰۱۹ تازه توانسته است ایران را به جایگاه خود به سال ۲۰۱۱ نزدیک کند با این وجود ایران در طول ۲۴ سال گذشته به معیار متوسط جهانی نمره (۴۷۵) نرسیده است. (حکیم زاده،۱۳۹۹)؛ بنابراین باید دانش آموزان را در معرض تجربه‌های عمیق معنادار و عملی قرار دهیم که بتوانند به درک معنادار مفاهیم علمی دست پیدا کنند. لذا پرسش مهمی که در بطن این ناملایمات می‌روید این است که آموزش ریاضیات در ایران دستخوش چه بحرانی است که آن را از مأموریت اساسی پرورش تفکر خلاقانه و فراگیر به دور انداخته و به سطحی ابزاری و رویه‌ای تنزل داده است؟ معلمان ریاضی و روانشناسان ریاضی سال‌ها تلاش کرده‌اند تا رابطه بین خلاقیت و پیشرفت ریاضی را درک کنند. اگرچه ادبیات خلاقیت و ریاضیات نشان داده است که خلاقیت عمومی، خلاقیت ریاضی و پیشرفت ریاضی دانش‌آموزان به هم مرتبط هستند، هرچند نحوه ارتباط دقیق این نتایج مبهم باقی مانده است (شوورز و همکاران[1]،۲۰۲۰). در حین بررسی رابطه بین خلاقیت و پیشرفت ریاضی، محققان یا تحقیقات خود را با در نظر گرفتن خلاقیت به‌عنوان یک حوزه عمومی و حوزه خاص (خلاقیت ریاضی) انجام داده‌اند و یا تنها یکی از حوزه‌ها را در رابطه با پیشرفت ریاضی مورد بررسی قرار داده‌اند (بایسر و همکاران[2]،۲۰۲۱). توصیه‌های شورای معلمان ریاضی عبارت بودند از این که تکالیف ریاضی دارای مسیرهای راه‌حل چندگانه، ازنظر فرهنگی به یکدیگر مرتبط هستند و به دانش آموزان اجازه می‌دهند تا وجوه دانش خود را ترسیم کنند (شورای معلمان ریاضی[3]،۲۰۱۹؛۲۰۲۰ الف؛۲۰۲۰ ب). تحقیقات آموزش ریاضی به‌طور فزاینده‌ای بر خلاقیت ریاضی متمرکز است (سینگر[4]، ۲۰۱۸). نشان داده‌شده است که استفاده از راه‌حل چندگانه در آموزش ریاضی تأثیر مثبتی بر رشد شایستگی‌های مختلف ریاضی دانش‌آموزان دارد و

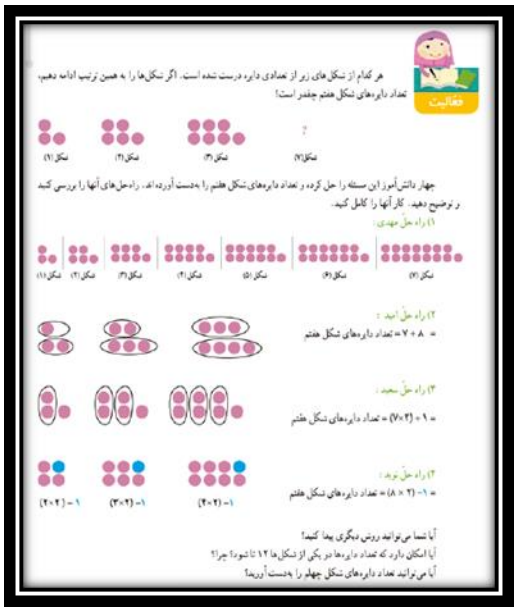
---

1. Schoevers et al
2. Bicer et al
3. National Council of Teachers of Mathematics
4. Singer, M. F.

ممکن است برای ارزیابی برخی از توانایی‌های ریاضی مورداستفاده قرار گیرد).مهلابا[1]، ۲۰۲۰). تشویق دانش آموزان برای پیگیری راه‌حل‌های چندگانه برای مسائل ریاضی می‌تواند اثربخشی و انعطاف‌پذیری آن‌ها را در حل چنین مسائلی بهبود بخشد (داهر و همکاران[2]،۲۰۱۷) اگرچه همیشه بر عملکرد آن‌ها در ریاضیات تأثیر نمی‌گذارد)شیندلر و همکاران[3]،۲۰۱۸). مشارکت در فعالیت تولید چندین راه‌حل از طریق راه‌حل‌های چندگانه به دانش آموزان این امکان را می‌دهد تا حل مسئله غیرمعمول را تمرین کنند، تفکر خلاق و انتقادی خود را به نمایش بگذارند و از همه مهم‌تر دانش خود را بسازند، همه این‌ها فعالیت‌هایی است که فراگیران می‌توانند برای توسعه مهارت‌های تفکر ریاضیات مرتبه بالاتر مشارکت نمایند (آپینو و رتناواتی[4]،۲۰۱۷).

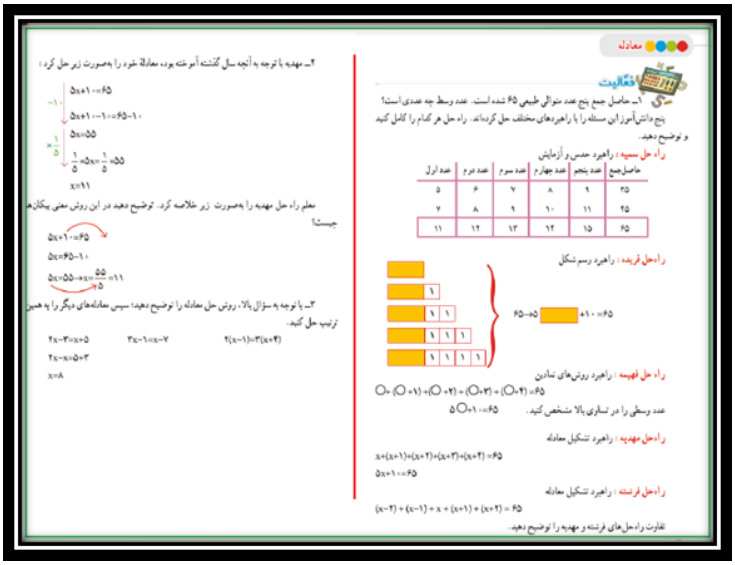
بیشتر تحقیقات در مورد راه‌حل‌های چندگانه ریاضی، نظری است: این تحقیق‌ها عمدتاً معطوف به نشان دادن یک مسئله در آزمون‌های ملی ریاضی (سامسون[5]، ۲۰۱۷؛ سامسون و کرون[6]، ۲۰۱۹)، مسئله المپیادهای ریاضی (کریستیسون[7]، ۲۰۱۹؛ دی ویلیرز[8]، ۲۰۱۷)، یا یک مشکل رقابت (پیلای[9]، ۲۰۱۷) راه‌حل‌های چندگانه دارند. برای روشن شدن مفهوم راه‌حل‌های چندگانه با رجوع به کتاب‌های درسی ریاضی ایران به بیان چند مثال خواهیم پرداخت:

1. Mahlaba, S. C.
2. Daher et al
3. Schindler et al
4. Apino & Retnawati
5. Samson
6. Samson & Kroon
7. Christison
8. De Villiers
9. Pillay



شکل ۱. روش‌های مختلف برای یک مسئله ریاضی پایه چهارم (۱۳۹۹) به روش راه‌حل‌های چندگانه

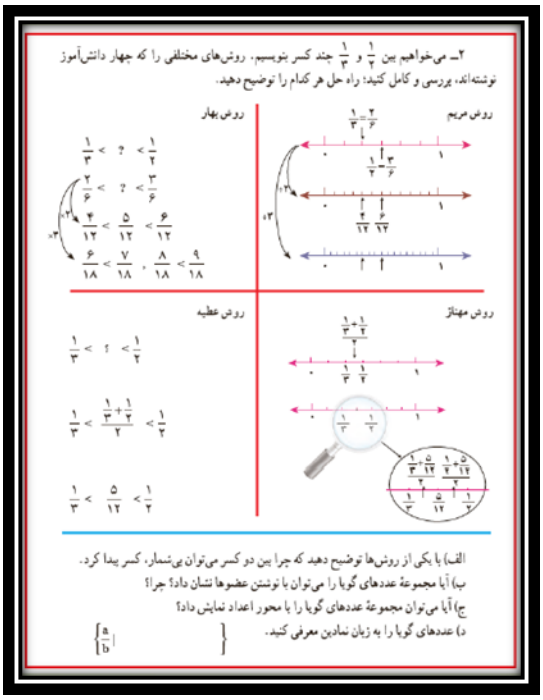
منبع: ریحانی،۱۳۹۹



شکل ۲. روش‌های مختلف برای یک مسئله ریاضی پایه هشتم (۱۳۹۹)

به روش راه‌حل‌های چندگانه منبع: ریحانی،۱۳۹۹

پژوهش‌های متعددی در زمینهٔ خلاقیت ریاضی در سطوح مدرسه‌ای انجام یافته است؛ اما باوجود پژوهش‌های انجام‌گرفته، بررسی‌ها نشان می‌دهد که هنوز بسیاری از ابعاد و وجوه آن به‌ویژه توسعه تفکر خلاقانه با رویکرد راه‌حل‌های چندگانه در محیط‌های آموزشی متوسطه برای صاحب‌نظران در ایران ناشناخته است. سهم کشور ما در این پژوهش‌ها، کم‌رنگ بوده است و اکثر این پژوهش‌ها ابعادی از حل مسئله و طرح مسئله در ریاضی را اساس کار قرار داده است؛ ولی ارتباط و تحلیل آن با خلاقیت ریاضی و پیشرفت تحصیلی کمتر مدنظر بوده است (برای مثال، اسکندری، ۱۳۹۲؛ ریحانی و همکاران، ۱۳۹۳؛ رحیمی،۱۳۹۵)؛ بنابراین انجام پژوهش‌های متعدد درزمینهٔ توسعه تفکر خلاقانه ریاضی و پیشرفت تحصیلی با رویکرد راه‌حل‌های چندگانه در حوزه عمومی دانش آموزان ضروری به نظر می‌رسد. باید توجه داشت که خلاقیت ریاضی مقوله‌ای مستقل در ذهن افراد نیست که بتوان آن را بدون توجه به عوامل مختلف ازجمله بافت فرهنگی که فعالیت‌های خلاقانه ریاضی افراد در آن شکل گرفته، بررسی کرد. درواقع، باید در شرایط مختلف و در جوامع و بافت‌های مختلف بررسی شود. اگرچه خلاقیت می‌تواند پیشرفت دانش‌آموزان را در ریاضیات بهبود بخشد (کاروفسکی و همکاران،۲۰۲۰)، با این حال اکثر تحقیقات در مورد خلاقیت دانش‌آموزان در بین دانش‌آموزان با استعداد انجام شده است (زناسنی و همکاران،۲۰۱۶) و تحقیقات محدودی در مورد خلاقیت دانش‌آموزان در سطح عمومی انجام شده است.



شکل ۳. روش‌های مختلف برای یک مسئله ریاضی پایه نهم (۱۳۹۹)
به روش راه‌حل‌های چندگانه

پژوهش حاضر، تلاشی است تا ابعادی از پدیدهٔ خلاقیت ریاضی را در سطوح آموزشی، با تأکید بر ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی، در جامعهٔ دانش آموزان متوسطه عمومی اول ایران بررسی کند و به سؤالاتی در این خصوص پاسخ دهد. پژوهش حاضر درصدد ارزیابی و به‌کارگیری آثار آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه بر یادگیری ریاضی آنان می‌باشد؛ بنابراین، فرضیه اساسی پژوهش حاضر این است که:

بین اثربخشی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در توسعه تفکر خلاق و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان دوره اول متوسطه رابطه‌ای وجود دارد.

روش پژوهش

هدف اساسی پژوهش حاضر بررسی اثربخشی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در توسعه تفکر خلاق و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان دوره اول متوسطه بود. پژوهش حاضر بر اساس هدف پژوهش، بنیادی کاربردی؛ ازنظر زمان گردآوری داده‌ها مقطعی و ازنظر روش- اجرای پژوهش نیمه آزمایشی از نوع طرح پیش‌آزمون پس‌آزمون همراه با گروه کنترل بود. پژوهش حاضر در شهر بندرعباس (مرکز استان هرمزگان) و در بین دانش آموزان دوره اول متوسطه عمومی که دوره آموزش راه‌حل‌های چندگانه را دیده بودند، انجام شده است. به دلیل شرایط خاص کرونایی، ابتدا از میان مدارس دوره متوسطه اول شهر بندرعباس یک دبیرستان که تعداد کلاس‌های آن بیشتر از ۴ کلاس می‌باشد مشخص شد. آنگاه دانش آموزان طبق ملاک‌های ورود (سن بین ۱۵-۱۳) مدرک تحصیلی پدر دیپلم و بالاتر و شاغل ... و ملاک خروج (عدم تمایل دانش‌آموزان به شرکت در پژوهش)، تعداد ۴۰ نفر به‌عنوان نمونه انتخاب و به ۲ دسته مساوی تقسیم و به حکم قرعه عنوان گروه آزمایش (۲۰ نفر) و یک گروه کنترل (۲۰ نفر) سازمان‌دهی شدند. در این پژوهش، آموزش راه‌حل‌های چندگانه در بین دانش آموزان گروه آزمایش ارائه شد. ابتدا برای گروه کنترل و آزمایش پیش‌آزمون متغیرهای وابسته (آزمون پیشرفت تحصیلی و تشخیصی ریاضی و پرسشنامه خلاقیت عابدی) انجام شد و بعد از اجرای متغیر مستقل (آموزش بسته آموزشی راه‌حل‌های چندگانه ریاضی طی ۸ جلسه ۴۵ دقیقه‌ای) صرفاً برای گروه آزمایش اجرا گردید. آنگاه در مرحله پس‌آزمون مجدداً پرسشنامه‌های تحقیق (آزمون پیشرفت تحصیلی و تشخیصی ریاضی و پرسشنامه خلاقیت) روی هر دو گروه اجرا شد. نتایج حاصل از تحلیل کوواریانس بین گروهی نشان داد آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان (نزدیک به حد متوسط) تأثیرگذار بوده است.

جدول ۳-۲ طرح پیش‌آزمون –پس‌آزمون با گروه کنترل

مرحله پس‌آزمون	متغیر مستقل	مرحله پیش‌آزمون	مرحله گروه
T_a	X	T_b	گروه آزمایش
T_a	-	T_b	گروه کنترل

ابزار پژوهش حاضر عبارت بودند از:

۱- آزمون پیشرفت تحصیلی و تشخیصی ریاضی

این آزمون این آزمون توسط شلو و همکاران (۱۹۹۳) بر اساس مدل‌های پردازش عددی، هرم یادگیری بلوم و اصول و استانداردهای آموزش ریاضی ساخته شده است. پرسش‌نامه‌ی مذکور به گونه‌ای طراحی شده که دارای خرده آزمون‌هایی برای سنجش‌های فهم عددی، تولید عددی، محاسبه‌ی عددی، استانداردهای محتوایی و استانداردهای فرایندی است. نحوه‌ی سنجش این استانداردها، مهارت‌ها، سطوح یادگیری و حوزه‌های عصب-شناختی مطابق با جداول ۱-۳ می‌باشد:

جدول ۱. نحوه‌ی سنجش استانداردها، مهارت‌ها، سطوح یادگیری و حوزه‌های عصب‌شناختی

ردیف	مدل عصب‌شناختی مک کلوسکی	حوزه‌ی شناختی بلوم	استاندارد محتوایی	استاندارد فرآیندی	امتیاز
۱	شناخت	یادآوری	اعداد گویا	بازنمایی	۹ (هر عدد ۳ نمره)
۲	تولید	یادآوری	اعداد گویا	بازنمایی	۱۰ (هر عدد ۵ نمره)
۳	تولید	یادآوری	اعداد گویا	بازنمایی	۹ (هر عدد ۳ نمره)
۴	تولید	یادآوری	اعداد گویا	بازنمایی	۱۲ (هر عدد ۳ نمره)
۵	محاسبه، تولید	درک	اعداد گویا،	بازنمایی،	۱۲

ردیف	مدل عصب‌شناختی مک کلوسکی	حوزه‌ی شناختی بلوم	استاندارد محتوایی	استاندارد فرآیندی	امتیاز
			اعداد گنگ	استدلال، حل مسئله	(هر عدد در جای درست، ۴ نمره)
۶	محاسبه، تولید	درک	اعداد گویا، اعداد گنگ	بازنمایی، استدلال	۱۰ (تشخیص گویا بودن یا نبودن هر عدد، ۲ نمره)
۷	شناخت	درک	قدر مطلق	استدلال، حل مسئله	۶ (هر جواب درست، ۳ نمره)
۸	شناخت	تجزیه‌وتحلیل	نامساوی‌ها	استدلال، حل مسئله	۱۰ (هر جواب درست، ۵ نمره)
۹	محاسبه، تولید	کاربرد	قدر مطلق، اعداد صحیح، عملیات جمع و تفریق	بازنمایی، استدلال، حل مسئله	۱۲ (هر عبارت، ۲ نمره)
۱۰	شناخت، محاسبه، تولید	نقد و بررسی، خلق	جمع و تفریق اعداد گویا و گنگ، هندسه	بازنمایی، استدلال، حل مسئله، اتصالات	۱۰ نمره (درستی مسئله: ۳ نمره، کاربردی بودن: ۳ نمره، خلاقیت: ۴ نمره)

جدول ۲. سؤالات مرتبط با حوزه‌های پرسشنامه پیشرفت تحصیلی

پیشرفت تحصیلی و تشخیصی	سؤالات	سؤالاتی که در هر بخش اندازه‌گیری می‌شود
حوزه‌های عصب‌شناختی	فهم اعداد گویا و گنگ	شامل ۸ خرده آزمون: 1+2+2+3
	تولید اعداد گویا و گنگ	شامل ۹ خرده آزمون: 4 + 3 + 2

پیشرفت تحصیلی و تشخیصی	سؤالات	سؤالاتی که در هر بخش اندازه‌گیری می‌شود
	محاسبه اعداد گویا و گنگ	شامل ۱۰ خرده آزمون: 2+5+3
حوزه‌ی شناختی بلوم	یادآوری	شامل ۴ خرده آزمون
	درک	شامل ۳ خرده آزمون
	کاربرد	شامل ۱ خرده آزمون
	تجزیه‌وتحلیل	شامل ۱ خرده آزمون
	نقد و بررسی	شامل ۱ خرده آزمون
	خلق	شامل ۱ خرده آزمون
استاندارد محتوایی	اعداد و عملیات	شامل ۲۸ خرده آزمون (اعدادا و عملیات، موضوع اصلی این فصل از کتاب درسی بوده است)
	جبر	شامل ۳ خرده آزمون
	هندسه	شامل ۱ خرده آزمون
	اندازه‌گیری	-
	آمار و احتمال	-
استاندارد فرآیندی	حل مسئله	شامل ۵ خرده آزمون
	استدلال و اثبات	شامل ۶ خرده آزمون
	ارتباطات	- (به دلیل انفرادی بودن فرایند پاسخ‌گویی)
	اتصالات	شامل ۱ خرده آزمون
	بازنمایی	شامل ۸ خرده آزمون

جدول ۳. سؤالات پرسشنامه‌ی پیشرفت تحصیلی ریاضی دوره اول متوسطه عمومی (پایه نهم)

ردیف	سؤال	مدل عصب‌شناختی مک کلوسکی	حوزه‌ی شناختی بلوم	استاندارد محتوایی / مهارت	استاندارد فرآیندی
۱	این اعداد را چگونه می‌خوانید؟ (با حروف بنویسید)	شناخت	یادآوری	نوشتن عبارت‌های	بازنمایی

ردیف	سؤال	مدل عصب‌شناختی مک کلوسکی	حوزه‌ی شناختی بلوم	استاندارد محتوایی / مهارت	استاندارد فرآیندی
	$\frac{\pi-3}{\sqrt{2}}$ ، 30/0006،20003			شامل کسر به حروف	
۲	این اعداد را با ارقام و علامت‌های مناسب بنویسید: • سی و هفت و چهار هزارم. • هفت به روی ریشه‌ی نهم پنج.	شناخت و تولید	یادآوری	نوشتن عبارت‌های نوشتاری شامل کسر با رقم و علائم ریاضی	بازنمایی
۳	این اعداد را بخوانید (صدا را ضبط کنید) $\frac{\pi+1}{\pi-1}$، 11/09006،40302	شناخت و تولید (صوتی و نوشتاری)	یادآوری	خواندن عبارت‌های شامل کسر	بازنمایی
۴	اعداد خوانده‌شده را بنویسید (اعداد $\sqrt[4]{2}$، $\sqrt[7]{2^3}-1$، -2^6 و 768.4302 خوانده و صدا پخش می‌شود): الف- ب- ج- د-	شناخت و تولید (صوتی و نوشتاری)	یادآوری	نوشتن عبارت‌های شنیداری شامل کسر	بازنمایی
۵	اعداد داده‌شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید و از چپ به راست بنویسید: $\sqrt{2}-1$ ، $\pi-3$ ، $3-\sqrt{8}$	شناخت، محاسبه، تولید	درک	محاسبه‌ی تقریبی اعداد حقیقی مقایسه‌ی اعداد حقیقی	بازنمایی، استدلال، حل مسئله
۶	کدام یک از اعداد زیر، گویا است؟	شناخت، محاسبه، تولید	درک	شناخت اعداد گویا	بازنمایی، استدلال

ردیف	سؤال	مدل عصب‌شناختی مک کلوسکی	حوزه‌ی شناختی بلوم	استاندارد محتوایی / مهارت	استاندارد فرآیندی
	$\frac{\sqrt{3}}{4}$. $\frac{6}{7}$. $\frac{\pi}{2}$. $\sqrt{9-5}$. $\sqrt{5}$			شناخت اعداد گنگ	
۷	آیا این جمله درست است؟ چرا؟ قدر مطلق هر عدد حقیقی، مثبت است.	شناخت	درک	شناخت مفهوم قدر مطلق	استدلال، حل مسئله
۸	اگر $ab \geq 0$ و $ac < 0$ درباره‌ی علامت اعداد b و c چه می‌توان گفت؟	شناخت	تجزیه‌وتحلیل	نامساوی‌ها	استدلال، حل مسئله
۹	حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید: $\lvert -3\rvert . \lvert 7-2\rvert . \lvert -2+6\rvert . \lvert 3-11\rvert . \lvert -5-1\rvert . \lvert -9+9\rvert$	شناخت، محاسبه، تولید	کاربرد	قدر مطلق جمع و تفریق اعداد صحیح	بازنمایی، استدلال، حل مسئله
۱۰	برای عبارت $\sqrt{7}-\sqrt{3}$ یک مسئله بسازید.	شناخت، محاسبه، تولید	نقد و بررسی و خلق	قضیه‌ی فیثاغورس جمع و تفریق اعداد گویا و گنگ استفاده از ابزارهای ترسیم هندسی	بازنمایی، استدلال، حل مسئله، اتصالات

روایی و پایایی آزمون پیشرفت تحصیلی و تشخیصی ریاضی: برای تعیین روایی محتوایی، ابتدا آزمون (پیشرفت تحصیلی و تشخیصی ریاضی) همراه با اهداف و سؤال‌های پژوهش به تعدادی از اساتید که درزمینهٔ موضوع از تخصص و تجربه کافی برخوردارند داده شد تا درزمینهٔ محتوای آزمون و ارتباط آن با اهداف و زمینه پژوهش قضاوت و داوری کنند آنگاه سؤال‌هایی را که هم اساتید روی آن توافق دارند نگهداری و آزمون بعد از اصلاح روی آزمودنی‌ها اجرا شد. ضریب پایایی آزمون با استفاده از روش آلفای کرونباخ ۰/۹۵ گزارش شده است که نشان‌دهنده پایایی قابل قبول و بالای این آزمون می‌باشد.

۲-پرسشنامه خلاقیت

برای سنجش خلاقیت دانش آموزان در پیش‌آزمون و پس‌آزمون از پرسشنامه خلاقیت عابدی (۱۳۷۲) استفاده شد. این پرسشنامه در ۶۰ ماده، تهیه شده است (۲۲ ماده در بخش سیالی، ۱۱ ماده در بخش بسط، ۱۶ ماده در بخش ابتکار و ۱۱ ماده در بخش انعطاف‌پذیری) که در تحلیل آن از نمرات صفر، یک و دو استفاده می‌شود. دامنه‌ی امتیازهای آزمون از ۰ تا ۱۲۰ است.

جدول ۴. پرسشنامه خلاقیت عابدی (۱۳۷۲) بر حسب بخش و سؤالات

متغیر	بخش / سؤالات	سؤالاتی که در هر بخش اندازه‌گیری می‌شود
پرسشنامه خلاقیت عابدی (۱۳۷۲)	سیالی	۲۲ سؤال
	بسط	۱۱ سؤال
	ابتکار	۱۶ سؤال
	انعطاف‌پذیری	۱۱ سؤال

عابدی (۱۳۷۲)، میزان پایایی[1] آن را به روش آلفای کرونباخ[2] برای چهار مقیاس درونی به‌این‌ترتیب محاسبه کرده است: سیالی ۰/۷۵، ابتکار ۰/۶۷، انعطاف ۰/۶۱ و بسط ۰/۶۱.

1. Reliability

همچنین روائی[1] آزمون با اجرا بر روی ۲۰۰ نفر، از طریق همبستگی نتایج آن با آزمون خلاقیت تورنس ۰/۴۶ تعیین گردیده است. محاسبه ضریب پایایی: ابتدا ۲۰ نفر از دانش آموزان به‌صورت تصادفی انتخاب و پرسشنامه (خلاقیت عابدی) روی آن‌ها اجرا و با استفاده از روش آلفای کرونباخ ضریب پایایی محاسبه شد که برابر با ۸۱٪ به دست آمد.

۳- بسته آموزشی راه‌حل‌های چندگانه

جدول ۵. خلاصه محتوای دوره آموزشی راه‌حل‌های چندگانه برای گروه آزمایش

ردیف	شماره‌ی جلسه	محتوا
۱	جلسه‌ی اول	آشنایی با اعضای گروه و موضوعات دوره آموزشی (معارفه و ایجاد رابطه حسنه آشنا کردن اعضا با راه‌حل‌های چندگانه ریاضی) تعریف مسئله و حل مسئله، معرفی راهبردهای حل مسئله در این جلسه به موضوعات زیر پرداخته می‌شود: تعریف مسئله تفاوت مسئله با تمرین دلیل نیاز به مسئله برای آموزش ریاضی تعریف حل مسئله گام‌های حل مسئله تعریف راهبرد حل مسئله معرفی تعدادی از راهبردهای حل مسئله دیدگاه‌های مختلف درباره‌ی جایگاه حل مسئله در آموزش ریاضی آموزش برای حل مسئله آموزش درباره‌ی حل مسئله آموزش از طریق حل مسئله مثال‌هایی برای هر دیدگاه ارائه می‌گردد و نقاط ضعف و قوت آن‌ها مقایسه می‌گردد.

[2]. Cronbach Alpha
[1]. Validity

ردیف	شماره‌ی جلسه	محتوا
۲	جلسه‌ی دوم	مثال‌هایی از راهبردهای رسم شکل، الگوسازی، حذف حالت‌های نامطلوب و الگویابی برای حل مسئله در این جلسه به تعریف و تشریح ۴ تا از راهبردهای مورداستفاده در حل مسئله می‌پردازیم و ویژگی‌های هرکدام و نقاط قوت و ضعفشان را بیان می‌کنیم. این ۴ راهبرد عبارت‌اند از: رسم شکل الگوسازی حذف حالت‌های نامطلوب الگویابی برای حل مسئله سپس برای هر یک از آن‌ها چند مثال ارائه می‌کنیم. این مثال‌ها نسبتاً ساده انتخاب‌شده‌اند تا تمرکز اصلی بر روی راهبرد مورداستفاده باشد.
۳	جلسه‌ی سوم	مثال‌هایی از راهبردهای حل مسئله‌ی ساده‌تر، زیر مسئله، حدس و آزمایش و روش نمادین برای حل مسئله در این جلسه به تعریف و تشریح ۴ تای دیگر از راهبردهای مورداستفاده در حل مسئله می‌پردازیم و ویژگی‌های هرکدام و نقاط قوت و ضعفشان را بیان می‌کنیم. این ۴ راهبرد عبارت‌اند از: حل مسئله‌ی ساده‌تر زیر مسئله حدس و آزمایش روش نمادین سپس برای هر یک از آن‌ها چند مثال ارائه می‌کنیم. این مثال‌ها نیز نسبتاً ساده انتخاب‌شده‌اند تا تمرکز اصلی بر روی راهبرد مورداستفاده باشد.
۴	جلسه‌ی چهارم	معرفی راه‌حل‌های چندگانه و جایگاه راه‌حل‌های چندگانه در فرآیند حل مسئله و معیارهای خلاقیت مثال اول (مرغ‌ها و گوسفندان) برای راه‌حل‌های چندگانه در این جلسه به این موضوعات می‌پردازیم: تعریف راه‌حل‌های چندگانه ویژگی‌های راه‌حل‌های چندگانه بازنمایی‌های مختلف استفاده از ویژگی‌های مختلف یک موضوع

ردیف	شماره‌ی جلسه	محتوا
		استفاده از موضوعات مختلف ریاضی
		استفاده از ایجاد پیوند بین موضوعات مختلف ریاضی
		جایگاه راه‌حل‌های چندگانه در فرآیند حل مسئله
		معرفی معیارهای خلاقیت
		تعریف هر یک از معیارهای خلاقیت
		ارائه‌ی یک مثال برای راه‌حل‌های چندگانه (مرغ‌ها و گوسفندان)
		استفاده از راهبرد مسئله‌ی ساده‌تر
		استفاده از راهبرد رسم شکل
		استفاده از راهبرد حدس و آزمایش
		استفاده از راهبرد روش نمادین
۵	جلسه‌ی پنجم	مثال دوم (پوشاندن مستطیل ۱ در ۶) برای راه‌حل‌های چندگانه
		مطالب موردبحث در این جلسه:
		ارائه‌ی یک مثال برای راه‌حل‌های چندگانه (پوشاندن مستطیل ۱ در ۶)
		استفاده از راهبرد مسئله‌ی ساده‌تر
		استفاده از راهبرد رسم شکل
		استفاده از راهبرد الگوسازی
		استفاده از راهبرد الگویابی
		استفاده از راهبرد روش زیر مسئله
		روشی دیگری از حل با راهبرد الگوسازی
۶	جلسه‌ی ششم	مثال سوم (تعداد مسیرها) برای راه‌حل‌های چندگانه
		مطالب موردبحث در این جلسه:
		ارائه‌ی یک مثال برای راه‌حل‌های چندگانه (تعداد مسیرها)
		استفاده از راهبرد مسئله‌ی ساده‌تر
		استفاده از راهبرد رسم شکل
		استفاده از راهبرد الگوسازی
		استفاده از راهبرد زیر مسئله
۷	جلسه‌ی هفتم	مثال چهارم (گروه‌های خونی) برای راه‌حل‌های چندگانه
		مطالب موردبحث در این جلسه:

ردیف	شماره‌ی جلسه	محتوا
		ارائه‌ی یک مثال برای راه‌حل‌های چندگانه (گروه‌های خونی)
		استفاده از راهبرد رسم شکل
		استفاده از راهبرد الگوسازی
		نمودار درختی
		جدول نظام‌دار
		مثال پنجم (تعداد زیرمجموعه‌ها) برای راه‌حل‌های چندگانه
		مطالب موردبحث در این جلسه:
		ارائه‌ی یک مثال برای راه‌حل‌های چندگانه (تعداد زیرمجموعه‌ها)
		استفاده از راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر
۸	جلسه‌ی هشتم	استفاده از راهبرد الگوسازی
		نمودار درختی
		جدول نظام‌دار
		استفاده از راهبرد زیر مسئله
		اجرای پرسشنامه‌های تحقیق

در این بسته آموزشی جلسه‌های چهارم تا هشتم، پنج مسئله‌ی ریاضی حل‌شده‌اند. برای حل هر یک از این مسائل، راهبردهای مختلفی به‌صورت مستقل یا ترکیبی به کار گرفته‌شده‌اند. همچنین بازنمایی‌های متفاوتی برای مفاهیم ریاضی به نمایش درآمده‌اند. از طرف دیگر، برای حل این مسئله‌ها از ویژگی‌های مختلف راه‌حل‌های چندگانه استفاده‌شده است.

جهت تحلیل داده‌ها از آمار توصیفی (فراوانی، درصد، میانگین و ...) استفاده شد. جهت بررسی فرضیه اساسی پژوهش از آمار استنباطی (با استفاده از نرم‌افزار Spss) و در ادامه نیز به‌منظور سنجش اثربخشی آموزش بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان از تحلیل کوواریانس بین گروهی استفاده شد.

یافته‌های پژوهش

به‌منظور تجزیه‌وتحلیل داده‌های کمی پژوهش حاضر، ابتدا اطلاعات حاصل از پرسشنامه‌ها در مراحل پیش‌آزمون و پس‌آزمون استخراج و در جدول اطلاعات کلی تنظیم شد، سپس کلیه اطلاعات با استفاده از نرم‌افزار آماری SPSS در دو بخش روش‌های توصیفی و استنباطی مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفت. میانگین و انحراف معیار متغیرهای اساسی و وابسته تحقیق یعنی خلاقیت و پیشرفت تحصیلی در گروه‌های آزمایش و کنترل در جدول ۶ ارائه‌شده است.

جدول ۶. مقایسه نمرات خلاقیت و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان گروه آزمایش و کنترل در مراحل پیش‌آزمون، پس‌آزمون

متغیر	گروه	آزمایش		کنترل	
	مرحله	میانگین	انحراف معیار	میانگین	انحراف معیار
خلاقیت	پیش‌آزمون	۵۰/۲	۱/۱	۴۹/۸	۱/۴
	پس‌آزمون	۶۲/۴	۱/۲	۵۰/۱	۱/۳
پیشرفت تحصیلی	پیش‌آزمون	۳۵/۲	۱۲/۴	۳۵/۳	۱۰/۸
	پس‌آزمون	۵۴/۵	۱۱/۶	۳۵/۲	۱۰/۳

نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد در مرحله پیش‌آزمون میانگین نمره خلاقیت افراد گروه آزمایش برابر با ۵۰/۲ بوده است و در مرحله پس‌آزمون به ۶۲/۴ رسیده است. میانگین نمره پیشرفت تحصیلی فرادگروه آزمایش برابر با ۳۵/۲ بوده است و در مرحله پس‌آزمون به ۵۴/۵ افزایش‌یافته است. میانگین نمره خلاقیت افراد کنترل هم برابر با ۴۹/۸ بوده است و در مرحله پس‌آزمون هم به ۵۰/۱ رسیده که تغییری نداشته است. میانگین نمره پیشرفت تحصیلی افراد کنترل هم برابر با ۳۵/۳ بوده است و در مرحله پس‌آزمون هم به ۳۵/۲ رسیده که تغییری نداشته است.

قبل از اجرای هر تحلیل کوواریانس، مفروضه‌های این روش آماری یعنی پیش‌فرض نرمال بودن توزیع، همگنی واریانس‌ها و همگنی شیب‌خط رگرسیون موردبررسی قرار گرفت.

- نرمال بودن توزیع:

جدول ۷. بررسی نرمالیته توزیع نمرات خلاقیت و پیشرفت تحصیلی با استفاده از شاپیروو ویلک

متغیر	مرحله	گروه	z	سطح معنی‌داری	نتیجه نرمال بودن
خلاقیت	پیش‌آزمون	گروه آزمایش	۰/۹۷	۰/۸۵	نرمال است
		گروه کنترل	۰/۸۷	۰/۱۲	نرمال است
	پس‌آزمون	گروه آزمایش	۰/۷۹	۰/۴۳	نرمال است
		گروه کنترل	۰/۸۳	۰/۲۱	نرمال است
پیشرفت تحصیلی	پیش‌آزمون	گروه آزمایش	۰/۹۴	۰/۷۳	نرمال است
		گروه کنترل	۰/۹۱	۰/۳۲	نرمال است
	پس‌آزمون	گروه آزمایش	۰/۴۹	۰/۹۸	نرمال است
		گروه کنترل	۰/۸۸	۰/۷۲	نرمال است

نمرات مندرج در جدول ۷ نشان می‌دهد توزیع متغیرهای پژوهش نرمال است؛ و برای تحلیل داده‌ها می‌توان از

همگنی واریانس‌ها

جدول ۸. نتیجه آزمون لون همگنی واریانس‌ها

آزمون‌های همگنی واریانس متغیرهای پژوهشی	مقدار F	$df\ 1$	$df\ 2$	معناداری (sig)
پس‌آزمون خلاقیت	۱/۱۴	1	۳۸	۰/۲۰۱
پس‌آزمون پیشرفت تحصیلی	۱/۵	1	۳۸	۰/۱۸۱

بر اساس نتایج گزارش‌شده در جدول ۸ و با توجه به میزان fدر متغیرهای خلاقیت و پیشرفت تحصیلی در پس‌آزمون گروه آزمایش و کنترل، این مقدار در بین گروه‌ها معنادار نیست یعنی نمرات گروه‌های پژوهش در پس‌آزمون نمرات خلاقیت و پیشرفت تحصیلی دارای واریانس برابری هستند. به‌این‌ترتیب شرط دیگر اجرای آزمون کوواریانس برقرار است.

- همگنی شیب‌خط رگرسیون

جدول ۹. نتایج تحلیل واریانس برای بررسی همگنی رگرسیون

متغیر	منبع	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	معناداری (P)
خلاقیت	پیش‌آزمون*گروه	۸۴/۵۴	۱	۸۴/۵۴	۱/۴	۰/۲۴
پیشرفت تحصیلی	پیش‌آزمون*گروه	۱/۰۹۷	۱	۱/۰۹۷	۰/۰۲۷	۰/۸۶۹

همان‌طوری که در جدول ۹ نشان داده‌شده است، بر اساس نتایج حاصل از آزمون تأثیرات بین آزمودنی‌ها، فرضیه همگنی شیب رگرسیون معنادار نیست. (p>0/05) یا به عبارتی شیب‌خط رگرسیون بین متغیر همپراش و وابسته در سطوح مختلف متغیر مستقل (گروه کنترل و آزمایش) در متغیرهای خلاقیت و پیشرفت تحصیلی یکسان است؛ بنابراین مجوز استفاده از مدل تحلیل کوواریانس برای داده‌های تحقیق وجود دارد.

جدول ۱۰. نتایج تجزیه‌وتحلیل کوواریانس بین گروهی میانگین نمرات پس‌آزمون نمره خلاقیت افراد نمونه آماری

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	معناداری (P)	مجذور اتا
تعامل	139.519	1	139.519	31.499	۰/۰۰۱	.460
پیش‌آزمون	112.418	1	112.418	25.381	۰/۰۰۱	.407

خلاقیت						
گروه	98.734	1	98.734	22.291	۰/۰۰۱	.376
خطا	163.882	37	4.429			
کل	2672.000	40				

نتایج جدول ۱۰ نشان می‌دهد با در نظر گرفتن نمرات پیش‌آزمون «خلاقیت»، تفاوت بین عملکرد دو گروه بعد از آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه معنی‌دار است. ($p<0/05$). اندازه تأثیر کل اصلاح‌شده برابر ۰/۳۷۶ است. با در نظر گرفتن مجذور اتا می‌توان گفت ۳۷/۶٪ از این تغییرات ناشی از تأثیر متغیر مستقل (آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه) می‌باشد که این میزان مطابق با ملاک‌های کوهن کمتر از حد متوسط است و ازنظر آماری هم معنادار می‌باشد. ($p<0/05$). بنا بر شواهد فوق می‌توان اذعان نمود آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت دانش آموزان تأثیر داشته است.

جدول ۱۱. نتایج تجزیه‌وتحلیل کوواریانس بین گروهی میانگین نمرات پس‌آزمون پیشرفت تحصیلی افراد نمونه آماری

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	معناداری (P)	مجذور اتا
تعامل	22.009	1	22.009	16.811	۰/۰۰۱	.316
پیش‌آزمون پیشرفت تحصیلی	.961	1	.961	14.734	۰/۰۰۱	.119
گروه	.026	1	.026	18.020	۰/۰۰۱	.312
خطا	48.439	37	1.309			
کل	172.000	40				

نتایج جدول ۱۱ نشان می‌دهد با در نظر گرفتن نمرات پیش‌آزمون «پیشرفت تحصیلی»، تفاوت بین عملکرد دو گروه بعد از آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه معنی‌دار

است. ($p<0/05$). اندازه تأثیر کل اصلاح‌شده برابر ۰/۳۱۲ است. با در نظر گرفتن مجذور اتا می‌توان گفت ۳۱/۲٪ از این تغییرات ناشی از تأثیر متغیر مستقل (آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه) می‌باشد که این میزان مطابق با ملاک‌های کوهن در حد کمتر از متوسط است و ازنظر آماری هم معنادار می‌باشد. ($p<0/05$). بنا بر شواهد فوق می‌توان اذعان نمود آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر پیشرفت تحصیلی دانش آموزان تأثیر داشته است.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف این بررسی اثربخشی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در توسعه تفکر خلاق و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان دوره اول متوسطه عمومی بود. برای رسیدن به این هدف، تعداد ۴۰ نفر از یک دبیرستان پسرانه در شهر بندرعباس (مرکز استان هرمزگان) و در بین دانش آموزان دوره اول متوسطه عمومی انتخاب شدند و سپس به‌طور تصادفی به‌قیدقرعه در دو گروه ۲۰ نفری (آزمایش و کنترل) قرار گرفتند. ابتدا برای گروه کنترل و آزمایش پیش‌آزمون متغیرهای وابسته (پرسشنامه آزمون پیشرفت تحصیلی و تشخیصی و پرسشنامه خلاقیت عابدی) انجام شد و بعد از اجرای متغیر مستقل آموزش بسته آموزشی راه‌حل‌های چندگانه ریاضی طی ۸ جلسه ۴۵ دقیقه‌ای صرفاً برای گروه آزمایش به اجرا درآمد. آنگاه در مرحله پس‌آزمون مجدداً پرسشنامه‌های تحقیق روی هر دو گروه کنترل و آزمایش اجرا شد. داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار آماری به دو شکل توصیفی و استنباطی مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفت. فرضیه اصلی عبارت بود از: *(آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در توسعه تفکر خلاق و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی دانش‌آموزان دوره اول متوسطه عمومی مؤثر است)*. نتایج حاصل از تحلیل کوواریانس بین گروهی نشان داد فرضیه اصلی تأیید شد یعنی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان اول متوسطه

(نزدیک به حد متوسط) تأثیرگذار بوده است؛ بنابراین اثربخشی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل چندگانه در توسعه تفکر خلاق و پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش آموزان دوره اول متوسطه تأیید گردید.

نتایج نشان داد آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان دوره اول متوسطه تأثیر داشته است. با در نظر گرفتن نمرات پیش‌آزمون «خلاقیت»، تفاوت بین عملکرد دو گروه آزمایش و کنترل بعد از آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه معنی‌دار است. این تغییرات ناشی از تأثیر متغیر مستقل (آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه) می‌باشد که این میزان کمتر از حد متوسط است و ازنظر آماری هم معنادار می‌باشد. بنا بر شواهد فوق می‌توان اذعان نمود آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت دانش آموزان تأثیر داشته است. فاصله معنادار گروه آزمایش و کنترل در متغیرهای خلاقیت و پیشرفت تحصیلی نشان می‌دهد که رویکرد آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه توانسته است در بهبود نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضی موفق عمل کند. نتایج این بخش از تحقیق با بخش‌هایی از نتایج و یافته‌های پژوهشگرانی نظیر عزیزی محمودآباد و همکاران (۱۳۹۸)، رحیمی (۱۳۹۵)، پژوهش احمدی و همکاران (۱۳۹۴)، محرابی (۱۳۹۱)، گرونتوویچ[1] (۲۰۲۰)، مهلبا[2] (۲۰۲۰)، شوئورز و همکاران[3] (۲۰۲۰) اردیانسیاه و آسیکین[4] (۲۰۲۰) همسو و منطبق و بامطالعه شیندلرو لیلینتال[5] (۲۰۲۰) ناهم‌سو می‌باشد.

نتایج مطالعه عزیزی محمودآباد و همکاران (۱۳۹۸) نشان داده است، بیش‌ترین توجه برای توزیع و حضور مسائل کلامی ریاضی به ترتیب به مسائل بازنمایی عریان، بازنمایی ضروری، بازنمایی کمک‌کننده و درنهایت به مسائل بازنمایی بی‌فایده شده است.

---

1. Gruntowicz, B
2. Mahlaba, S. C.
3. Schoevers, E. M et al
4. Ardiansyah, A. S. & Asikin, M.
5. Schindler, M. & Lilienthal, A. J.

تحلیل نتایج مطالعه رحیمی (۱۳۹۵) نشان داد، بسیاری از دانش آموزان فهم درستی از اثبات، ضرورت اثبات، ویژگی‌های اثبات معتبر و تمایز بین نمایش و محتوای اثبات ندارند. بر همین اساس پتانسیل‌های روش تدریس راه‌حل چندگانه را می‌توان ایجاد فهم بهتر و عمیق‌تر، ایجاد لذت یادگیری و حل مسئله، آفرینش احساس توانمندی و خودباوری در دانش آموزان، خلق کلاس پویا، تقویت جوّ مشارکتی و بهبود ارتباط معلم و دانش‌آموز دانست. نتایج پژوهش احمدی و همکاران (۱۳۹۴) نیز نشان داد توانایی استدلال ریاضی و استدلال استنتاجی دانش‌آموزان گروه آزمایشی نسبت به گروه گواه افزایش‌یافته است. نتایج پژوهش محرابی (۱۳۹۱) نیز نشان داد بین میزان پیشرفت تحصیلی و خلاقیت دانش‌آموزانی که با روش حل مسئله در گروه آزمایش آموزش می‌بینند و دانش‌آموزانی که با روش سنتی در گروه گواه آموزش می‌بینند تفاوت معناداری وجود دارد. همچنین بین نمرات ابتکار و بسط مطلب دو گروه آزمایش و کنترل تفاوت معنادار وجود داشت ولی بین نمرات سیالی و انعطاف‌پذیری دو گروه تفاوت معناداری مشاهده نشد.

در مطالعه گرونتوویچ (۲۰۲۰) به دانش آموزان نمرات روانی، انعطاف‌پذیری، اصالت و خلاقیت کلی ریاضی داده شد. برای دانش آموزان استفاده از تنظیمات حل مسئله به عمل آمد و نمرات مربوط به روانی (سیالیت)، انعطاف‌پذیری، اصالت و خلاقیت ریاضی بین قبل و بعد مداخله را مورد مقایسه قراردادند. نتایج مطالعه گرونتوویچ به روش‌های مؤثر برای توسعه خلاقیت ریاضی دانش آموزان اشاره کرد. مهلبا[1] (۲۰۲۰) در مطالعه خود، گنجاندن تکالیف با راه‌حل‌های چندگانه در آموزش ریاضی را در توسعه مهارت‌های گوناگون قرن بیست و یکم، مانند حل مسائل به روش‌های مختلف، خلاقیت، نوآوری، همکاری و تفکر مرتبه بالاتر، امیدوارکننده می‌داند. نتایج مطالعه شوئورز و همکاران (۲۰۲۰) نیز نشان داد که مدل‌های خلاقیت عمومی و توانایی ریاضی هردو خلاقیت ریاضی را پیش‌بینی کرده و بهتر از مدل‌هایی عمل می‌کند که در آن‌ها خلاقیت ریاضی و عمومی توانایی ریاضی را پیش‌بینی

[1]. Mahlaba, S. C.

می‌کنند. این مطالعه نشان داد که خلاقیت عمومی و توانایی ریاضی برای تفکر خلاق در ریاضیات مهم هستند. نتایج مطالعه اردیانسیاه و آسیکین (۲۰۲۰) بهبود قابل‌ملاحظه‌ای در خلاقیت ریاضی دانش آموزان در تکالیف راه‌حل‌های چندگانه پس از اجرای یادگیری مبتنی بر چالش و تفاوت را نشان داد. طوری که بهبود خلاقیت ریاضی دانش آموزان در کلاس یادگیری مبتنی بر چالش (گروه تجربی) بیش از دانش آموزان کلاس یادگیری مسئله محور (گروه کنترل) بود. مطالعه موردی شیندلرو لیلینتال (۲۰۲۰) نیز نشان می‌دهد که نه مدل‌های موجود در فرآیند خلاق و نه در حل مسئله، فرآیند خلاق را به‌طور کامل ثبت می‌کنند و این نشان‌دهنده نیاز به تجدیدنظر در روند خلاقانه دانش آموزان در تکالیف راه‌حل چندگانه ریاضی است.

در تبیین و تحلیل نتایج این بخش از تحقیق می‌توان اذعان نمود:

چمبرلین و مون[1] (۲۰۰۵) نیز تفکر واگرا[2] را، درواقع توصیف پذیرفته‌شده‌ای از خلاقیت ریاضی می‌دانند. منظور از تفکر واگرا، به گفته گیلفورد[3] (۱۹۸۷)، تفکری است که بر جواب‌های چندگانه و در نظر گرفتن مسئله از دیدگاه‌های مختلف تأکید می‌کند و شامل چهار مؤلفه سیالی[4]، انعطاف‌پذیری[5]، بِکربودن[6] و بسط[7] است. «سیالی» بر راه‌حل‌های متعدد در حل مسئله توجه می‌کند؛ «انعطاف‌پذیری» به این توانایی می‌پردازد که شخص می‌تواند ایده‌های متنوعی را تولید کند؛ «بِکربودن» به تولید جواب‌های جدید و غیرمنتظره دلالت دارد و بالاخره منظور از بسط، توصیف و گسترش یک ایده و توجه به جزئیات است. به‌کارگیری آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر بعد سیالیت ذهن دانش آموزان تأثیر دارد . سیالی بودن ذهن، کمیت ایده‌ها و تعداد پاسخ‌هایی است که فرد به یک مسئله می‌دهد.

1. Chamberlin and Moon
2. Divergent thinking
3. Guilford
4. fluency
5. flexibility
6. originality
7. elaboration

سیالی موجب افزایش قدرت ذهن و سرعت عمل برای تولید ایده در موقعیت‌های عادی یا خاص می‌شود .از سوی دیگر به‌کارگیری روش مبتنی بر راه‌حل چندگانه حل مسئله در انعطاف‌پذیری ذهن دانش آموزان مؤثر است .به‌طوری‌که انعطاف‌پذیری ذهن، توانایی تفکر به راه‌های مختلف و چندگانه برای حل مسئله جدید یا دیدگاه‌های گوناگون فرد در مورد یک موقعیت یا شیء است .همچنین روش مبتنی بر راه‌حل چندگانه موجب افزایش این توانمندی و ابتکار در دانش آموزان خواهد شد و توانایی بسط ذهنی دانش آموزان را ارتقا می‌بخشد. نتایج این بخش از پژوهش به‌خوبی نشان داد آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت دانش آموزان تأثیر مثبت و معناداری دارد.

همچنین نتایج نشان می‌دهد با در نظر گرفتن نمرات پیش‌آزمون «پیشرفت تحصیلی»، تفاوت بین عملکرد دو گروه آزمایش و کنترل بعد از آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه معنی‌دار است. این تغییرات ناشی از تأثیر متغیر مستقل (آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه) می‌باشد که ازنظر آماری هم معنادار می‌باشد. بنا بر شواهد فوق می‌توان اذعان نمود آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر پیشرفت تحصیلی دانش آموزان تأثیر داشته است.

نتایج این بخش از تحقیق با بخش‌هایی از نتایج و یافته‌های پژوهشگرانی نظیر عزیزی محمودآباد و همکاران (۱۳۹۸)، رحیمی (۱۳۹۵)، احمدی و همکاران (۱۳۹۴)، محرابی (۱۳۹۱)، نای و همکاران[1] (۲۰۱۸) و بایسر[2] (۲۰۲۱)، همسو می‌باشد.

در مطالعه، نای و همکاران[3] (۲۰۱۸) رابطه بین ویژگی‌های وظایف شناختی و دستاوردهای پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان در سه حوزه برنامه درسی ریاضی شامل تسلط محاسباتی، درک مفهومی و حل مسئله‌های پیچیده بررسی گردید. نای و همکاران (۲۰۱۸) دریافتند هنگام در نظر گرفتن پیشرفت تحصیلی دانش‌آموز، نتایج حاکی از بهبود معنادار

---

1. Ni et al
2. Bicer
3. Ni et al

آماری در پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان برای هر یک از سه حوزه درس ریاضی بود. تکالیف ریاضی شامل نمایش‌های راه‌حل چندگانه، به‌عنوان پیش‌بینی کننده آماری معنادار پیشرفت تحصیلی دانش‌آموز در حل مسائل پیچیده ریاضی بودند. در مطالعه بایسر (۲۰۲۱) نیز رابطه بین پیشرفت ریاضی دانش آموزان و توانایی خلاقیت معنادار بود. برای اینکه دانش‌آموزان نمرات بالایی در این تکلیف خلاقیت ریاضی دریافت کنند از آن‌ها انتظار می‌رود که این مشکل را با ارائه راه‌حل‌های چندگانه متمایز از یکدیگر حل کنند و راه‌حل‌های آن‌ها نباید به‌طورمعمول توسط همسالانشان ارائه شود.

نتایج تحقیق بایسر و همکاران (۲۰۲۱) نشان داد که بین پیشرفت تحصیلی ریاضی و توانایی‌های خلاقانه دانش‌آموزان رابطه متوسط و مثبتی وجود دارد. پژوهش حاضر، همسو با رحیمی (۱۳۹۵) بر این باور است علاوه بر آنکه اثر مثبت استفاده ازاین‌روش را در دانش آموزان با توانایی بالاتر در ریاضیات تأیید می‌کند، اثربخشی آن را در دانش آموزان با توانایی کمتر، مردود نمی‌داند. لذا رشد خود پنداره‌ی مثبت دانش آموزان و دستیابی به احساسی بهتر در خصوص خود و توانایی‌های خود، می‌تواند به‌عنوان متغیری واسطه‌ای بر بهبود پیشرفت تحصیلی و عملکرد دانش آموزان مؤثر افتد و ازاین‌رو می‌توان مدعی اثربخشی و موفقیت آموزش با راه‌حل‌های چندگانه در درس ریاضی دانش آموزان اول متوسطه بود

در تحلیل و تبیین نتایج این قسمت از تحقیق می‌توان گفت:

اجرای آموزش مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه درس ریاضی، پتانسیل ارزشمندی در ایجاد موقعیت‌ها و مقولاتی دارد که هر یک به‌مثابه‌ی چرخ‌دنده‌ای ریز یا درشت، سیالیت جریان آموزش را تضمین می‌کند. برخی مطالعات پیش‌گفته استفاده از رویکرد راه‌حل چندگانه را برای دستیابی به تسلط بیشتر در دانش ریاضی و پیشرفت درس ریاضی به رسمیت شناخته‌اند. به این نکته نیز باید واقف بود که عملکرد موفق در این شیوه، بسیار به دانش غنی محتوایی و پداگوژیک معلم وابسته است و معلم همواره باید این هنر را داشته

باشد که چند گام بعد را پیش‌بینی کند و سکّان هدایت بحث را به شایستگی در دست گیرد. ویژگی‌هایی نظیر انگیزه پیشرفت سطح بالا، کنجکاوی فراوان، علاقه زیاد به نظم، قدرت ابراز وجود و خودکفایی، شخصیت غیرمتعارف و کامروا، پشتکار و انضباط در کارها، منجر به شکل‌گیری توانایی‌های حل مسئله به روش‌های چندگانه، مفهوم‌سازی و نظریه‌پردازی در دانش آموزان می‌شود. دانش آموزان با برخوردار بودن از این خصلت‌ها باانگیزه و تلاش بیشتری به دنبال یادگیری مطالب درسی خواهند بود و همچنین توانایی خوبی در یادگیری و تحلیل مطالب درس ریاضی خواهند داشت که این خصلت‌ها به یادگیری راحت‌تر مطالب و پیشرفت تحصیلی مطلوب در محیط کلاسی و جلسه امتحان منجر می‌شود. نتایج این بخش از تحقیق نیز به‌خوبی آشکار نمود آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر پیشرفت تحصیلی دانش آموزان تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای دارد و لذا اهمیت و توجه به مقوله آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بیش‌ازپیش آشکارشده است. این‌گونه آموزش‌ها قادر است بر توانمندی‌های دانش آموزان و بر نحوه یادگیری ایشان تأثیرگذار باشد و درنتیجه علاوه بر تأثیر بر رشد فکری، پیشرفت تحصیلی ایشان را در پی داشته باشد.

پیشنهادات:

- پیشنهاد می‌شود برای کلیه معلمان درزمینهٔ آشنایی با خلاقیت، موانع خلاقیت، راهکارهای برطرف نمودن آن موانع و روش‌ها و تکنیک‌های خلاقیت ریاضی ازجمله تکالیف راهبردهای چندگانه، تکالیف چند نتیجه‌ای، تکالیف مرتب‌سازی، بازنمایی‌های چندگانه، تجسم خلاق و روش همیاری در دوره‌های ضمن خدمت معلمان به‌طور مستمر برگزار گردد.
- گنجاندن فعالیت‌هایی بر اساس تکنیک‌های خلاقیت در متن و محتوای کلیه دروس، توسط برنامه ریزان آموزشی و درسی در دروس دانشگاه فرهنگیان.

- برگزاری دوره‌های آموزش خلاقیت در برنامه‌های آموزش خانواده دانش آموزان در مدارس و مناطق آموزشی
- تخصیص امتیاز ویژه به خلاقیت معلم و معلمانی که از روش‌های تدریس خلاق استفاده می‌کنند
- پیشنهاد می‌شود تحقیقات بیشتری برای شناخت عوامل مؤثر بر پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش آموزان در مقاطع گوناگون انجام گیرد.

منابع و مأخذ

احمدی، غلامعلی، ریحانی، ابراهیم، نخستین روحی، ندا. (۱۳۹۴). تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه .روان‌شناسی مدرسه، 4(1)، 22-37.

اسکندری، مجتبی (۱۳۹۲). بررسی تأثیر پرورش مهارت‌های طرح مسئله ریاضی بر توانایی حل مسئله دانش‌آموزان مقطع راهنمایی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، تهران: دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه.

حکیم زاده، رضوان (۱۳۹۹) واقعیت‌هایی که تیمز ۲۰۱۹ برای ایران فاش کرد. خبرگزاری تسنیم، ۱۸ بهمن ۱۳۹۹.

رحیمی، زهرا (۱۳۹۵) طراحی الگوی تدریس مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه، برای تحقق تفکر ریاضی‌وار در دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه. رساله دکتری علوم تربیتی، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده علوم انسانی.

ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۹) مروری بر ساختارها و رویکردهای آموزشی کتاب‌های ریاضی ایران. وبینار ابراهیم ریحانی، دانشگاه تربیت دبیر رجائی.

ریحانی، ابراهیم؛ بخشعلی‌زاده، شهرناز و اسکندری، مجتبی. (۱۳۹۳). بررسی عملکرد دانش‌آموزان سال سوم راهنمایی در موقعیت‌های طرح مسئله ریاضی. مجله مطالعات آموزش و یادگیری، (۱)۶، ۹۳-۶۷.

عزیزی محمودآباد، مهران، لیاقتدار، محمدجواد، عریضی، حمیدرضا. (۱۳۹۸). بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی‌های تصویری بر توانایی حل مسائل کلامی ریاضی دانش‌آموزان .پژوهش‌های برنامه درسی،(2)9 ، .224-200

محرابی، مجتبی (۱۳۹۱) تأثیر روش تدریس فعال (حل مسئله) بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش‌آموزان پسر پایه اول راهنمایی شهرستان اقلید سال تحصیلی ۹۱-۹۰. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرودشت، دانشکده علوم تربیتی و روانشناسی.

Apino، E. & Retnawati، H. (2017). Developing Instructional Design to Improve Mathematical Higher Order Thinking Skills of Students. Journal of Physics: onference Series، 812، 012100.

Ardiansyah، A. S. & Asikin، M. (2020). Challenging students to improve their mathematical creativity in solving multiple solution task on challenge based learning class. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1567، No. 2، p. 022088). IOP Publishing.

Bicer، A. (2021). A systematic literature review: Discipline-specific and general instructional practices fostering the mathematical creativity of students. International Journal of Education in Mathematics، Science، and Technology، 9(2)، 252–28

Bicer، A. Chamberlin، S. & Perihan، C. (2021). A Meta-Analysis of the Relationship between Mathematics Achievement and Creativity. The Journal of Creative Behavior، 55(3)، 569-590.

Boaler، J. (2016). Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math ،inspiring messages and innovative teaching. John Wiley & Sons.

Chamberlin، S. A. & Moon، S. M. (2005). Model-eliciting activities as tool to develop and identify creativity gifted

mathematicians. Journal of Secondary Gifted Education، 17(1)، 37–47.

Christison، A. (2019). A look back: the International Mathematics Olympiad، 1959. Learning and Teaching Mathematics، 2019(27)، 26-29.

Daher، W. Tabaja-Kidan، A. & Gierdien، F. (2017). Educating Grade 6 students for higher-order thinking and its influence on creativity. Pythagoras، 38(1)، 1-12.

De Villiers، M. (2017). A multiple solution task: another SA Mathematics Olympiad problem. Learning and Teaching Mathematics، 2017(22)، 42-46.

Gruntowicz، B. (2020). Mathematical Creativity and Problem Solving. (Masters Thesis). University of Montana. Retrieved from https://scholarworks.umt.edu/etd/11562

Guilford، J. P. (1987). Creativity research: Past، present and future. Frontiers of creativity research: Beyond the basics، 33-65.

Haavold، P. O. & Birkeland، A. (2017). Contradictory concepts of creativity in mathematics teacher education. In R. A. Beghetto & B. Sriraman (Eds.)، Creative contradictions in education. Cross disciplinary paradoxes and perspectives (pp. 181–200). Cham، SL: Springer.

Karwowski، M. Jankowska، D. M. Brzeski، A. Czerwonka، M. Gajda، A. Lebuda، I. & Beghetto، R. A. (2020). Delving into creativity and learning. Creativity Research Journal، 32(1)، 4-16.

Leikin، R. (2018). Leikin، R. (2018). Openness and constraints associated with creativity-directed activities in mathematics for all students. In Broadening the scope of research on

mathematical problem solving (pp.387–397). Cham، Switzerland: Springer.

Leikin، R. (2020). Characterization of mathematics teacher educators' knowledge in terms of teachers' professional potential and challenging content mathematics teachers. In M. Goose & K. Beswick (Eds). The learning and development of mathematics teacher educators: International perspectives and challenges.Springer.

Leikin، R. & Sriraman، B. (2017). Introduction to interdisciplinary perspectives to creativity and giftedness. In R. Leikin & B. Sriraman (Eds.)، Advances in mathematics education. Creativity and giftedness: Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond (pp. 1–3). Springer International Publishing.

Mahlaba، S. C. (2020). The State of South African Mathematics Education: Situating the Hidden Promise of Multiple-solution Tasks. EURASIA Journal of Mathematics، Science and Technology Education، 16(12)، em1921.

Mann، E. L. (2020). Mathematics. In M. Runco & S. Pritzker (Eds.)، Encyclopedia of creativity (3rd ed. Vol. 2، pp. 80-85). Elsevier، Academic Press.

National Council of Teachers of Mathematics. (2019). Catalyzing change in high school mathematics: Initiating critical conversations.

National Council of Teachers of Mathematics. (2020a). Catalyzing change in early childhood and elementary mathematics: Initiating critical conversations.

National Council of Teachers of Mathematics. (2020b). Catalyzing change in middle school mathematics: Initiating critical conversations.

Ni، Y. Zhou، D. R. Cai، J. Li، X. Li، Q. & Sun، I. X. (2018). Improving cognitive and affective learning outcomes of students through

mathematics instructional tasks of high cognitive demand. The Journal of Educational Research، 111(6)، 704-719.

Parrish، C. W. & Bryd، K. O. (2022). Cognitively Demanding Tasks: Supporting Students and Teachers during Engagement and Implementation. International Electronic Journal of Mathematics Education، 17(1)، em0671.

Pillay، P. (2017). A multiple solution problem. Learning & Teaching Mathematics، 23، 32-37.

Pitta-Pantazi، D. Kattou، M. & Christou، C. (2018). Mathematical creativity: Product، person، process and press. In F. M. Singer (Ed.)، ICME-13 monographs. Mathematical creativity and mathematical giftedness: Enhancing creative capacities in mathematically promising students (pp. 27–53).

Samson، D. (2017). Euclidean geometry - Nurturing multiple solutions. Learning & Teaching Mathematics، 23، 15-18.

Samson، D. & Kroon، S. (2019). A multiple solution task. Learning and Teaching Mathematics، 2019(26)، 7-11.

Schindler، M. & Lilienthal، A. J. (2020). Students' creative process in mathematics: insights from eye-tracking-stimulated recall interview on students' work on multiple solution tasks. International Journal of Science and Mathematics Education، 18(8)، 1565-1586.

Schindler، M. Joklitschke، J. & Rott، B. (2018). Mathematical creativity and its subdomain-specificity. Investigating the appropriateness of solutions in multiple solution tasks. In M.F. Singer (Ed.) ، Mathematical creativity and mathematical giftedness. Enhancing creative capacities in mathematically promising students (pp. 115–142). New York: Springer.

Schoevers، E. M. Kroesbergen، E. H. & Kattou، M. (2020). Mathematical creativity: A combination of domain-general creative and domain-specific mathematical skills. The Journal of Creative Behavior، 54(2)، 242-252.

Simmons، R. & Thompson، R. (2008). Creativity and performativity: The case of further education. British Educational Research Journal، 34(5)، 601-618.

Singer، M. F. (2018). Enhancing creative capacities in mathematically-promising students. Challenges and limits. In M. F. Singer (Ed.)، Mathematical creativity and mathematical giftedness. Enhancing creative capacities in mathematically promising students (pp. 1–23). New York: Springer.

Zenasni، F. Mourgues، C. Nelson، J. Muter، C. & Myszkowski، N. (2016). How does creative giftedness differ from academic giftedness? A multidimensional conception. Learning and Individual Differences، 52، 216-223.