



رویکردی نوین در حل مدل های مکانیابی چند لایه ای تسهیلات در شرایط عدم قطعیت با استفاده از شبیه سازی فازی

مهدی یوسفی نژاد عطاری (نویسنده مسؤل)

عضو هیات علمی گروه مهندسی صنایع، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران

Email:Mahdi_108108@yahoo.com

سعید کلاهی رنجی

باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد ایلخچی، دانشگاه آزاد اسلامی، ایلخچی، ایران

انسیه نیشابوری

استاد گروه مهندسی صنایع، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران

تاریخ دریافت: ۹۵/۶/۱۳ * تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۰/۲۸

چکیده

سیستمهای مختلف دارای رفتارهای پیچیده همراه با مباحث عدم قطعیت میباشند. تلفیق سیستمهای شبیهسازی گسسته پیشامد با تئوری مجموعههای فازی به منظور گنجاندن عدم قطعیت ارائه شده است. از جمله سیستمهای دارای رفتار پیچیده، مدلهای مکانیابی تسهیلات چند لایه ای میباشند. در این مدل مشتریان در لایههای مختلف نوع خدمات مختلفی را دریافت میکنند. در این تحقیق یک مدل مکانیابی تسهیلات چند لایه خدمت دهی با توجه به تراکم سیستم ارائه شده است. مدل ارائه شده به صورت یک مدل برنامه ریزی غیرخطی فازی بوده و در دسته مسائل با پیچیدگی بالا قرار داد. جهت حل مدل ریاضی ارائه شده، از رویکردهای شبیه سازی فازی استفاده گردیده است. در این راستا، توابع هدف شامل کمینهسازی مدت زمان سفر متقاضی به تسهیل مورد نظر و مدت زمان انتظار متقاضی درون صف میباشند. لازم به ذکر است پس از اجرای مدل پایه و سناریوهای ایجاد شده در نرم افزار Arena نتایج بدست آمده در حالت فازی رتبه بندی گردیده است.

کلمات کلیدی: تصمیمگیری چند هدفه، تئوری صف، سیستمهای فازی، شبیهسازی گسسته-پیشامد فازی، مکانیابی تسهیلات.

۱- مقدمه

تلفیق مسائل مکان‌یابی تسهیلات با رویکردهای دیگر مانند تئوری صف، مباحث قیمت‌گذاری، زنجیره تامین و غیره مورد توجه بیشتری قرار گرفته است. بدون تردید، مکان‌یابی هر چه دقیق‌تر باشد تسهیلات، اثرات مثبت خود را در منابع اقتصادی و رضایت مشتریان نشان خواهد داد. از آنجاییکه در دنیای واقعی، توزیع‌های احتمالی که بیان‌کننده رفتار سیستم هستند شناخته شده نیست و یا گاهی اوقات پارامترهای توزیع‌های احتمالی دارای عدم قطعیت می‌باشند، استفاده از شبیه‌سازی فازی لازم شمرده می‌شود. در کاربردهای گسترده صنعتی و خدماتی مسائل مکان‌یابی تسهیلات، همواره یکی از مهمترین سوالات تعیین تعداد بهینه تسهیلات و تخصیص مشتریان به تسهیلات انتخاب شده می‌باشد. از کاربردهای وسیع مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات چند لایه‌ای آرایه شده می‌توان به سیستم‌های اعطای تسهیلات بانکی، سیستم‌های پذیرش بیمار در مراکز پزشکی و درمانی، سیستم‌های ثبت‌نام حضوری مراکز مختلف آموزشی و سیستم‌های پرداخت خسارت مراکز بیمه و غیره اشاره کرد.

هدف تعیین مکان بهینه تسهیلات، تخصیص بهینه نقاط تقاضا به مشتریان می‌باشد. لذا در این مقاله یک مدل مکان‌یابی-تخصیص چند لایه‌ای با توجه به ساختار صف $M/M/1$ برای تسهیلات به صورت چند هدفه آرایه می‌شود. با توجه به NP-Hard بودن مسئله اصلی تحقیق، جهت حل مدل‌های آرایه شده از روش‌های حل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه و تکنیک‌های شبیه‌سازی فازی بهره گرفته می‌شود. ضرورت خاص تحقیق مورد نظر، دامنه ادبیات محدود تحقیقات در زمینه مسائل مکان‌یابی و تخصیص در چارچوب صف با در نظر گرفتن همزمان چند هدف می‌باشد. نتایج این تحقیق قابل پیاده‌سازی در موسسات خدماتی و صنعتی مانند دستگاه‌های ATM، ایستگاه‌های سوخت رسانی، مراکز خدماتی بین شهری مانند رستوران‌ها و هتل‌ها، سیستم‌های اعطای تسهیلات بانکی، سیستم‌های پذیرش بیمار در مراکز پزشکی و درمانی، سیستم‌های ثبت‌نام حضوری مراکز مختلف آموزشی و سیستم‌های پرداخت خسارت مراکز بیمه و دیگر کاربردها که سیستم فعالیتی آنها به شرایط مدل‌های آرایه شده نزدیک است، را دارد.

به طور کلی هشت مدل پایه مکان‌یابی در ادبیات مسایل مکان‌یابی معرفی شده‌اند که در این بخش تنها مدل n -میان‌ه را با توجه به هدف و محدوده این پژوهش شرح داده می‌شود (Hakimi, 1964). از مشهورترین مدل‌های مکان‌یابی شبکه‌ای، مدل‌های n -میان‌ه (n -median) است. مسئله n -میان‌ه اولین بار توسط حکیمی برای پیدا کردن میان‌ه‌ها بر روی شبکه‌ها و گراف‌ها مطرح گردید در مدل‌های n -میان‌ه هدف مکان‌یابی n وسیله جدید (میان‌ه) است به نحوی که مکان این n وسیله جدید موجود در شبکه در بین m وسیله موجود (گره‌ها) تعیین شود تا مجموع موزون مسافت‌ها یا زمان‌های طی شده بین وسایل موجود تا نزدیک‌ترین وسیله جدید حداقل شود (Hakimi, 1964). با توجه به یک رشته فرضیات مختلف که می‌توان در این گونه مسایل مکان‌یابی مطرح کرد مدل‌های مختلفی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. باید بدین نکات توجه کرد که با توجه به خاصیت بهینگی گره‌ها (Vertex optimality)، تنها گره‌های موجود می‌توانند به عنوان مکان‌های بالقوه برای استقرار وسایل جدید در نظر گرفته شوند.

انتظار در صف هر چند بسی ناخوشایند است اما متأسفانه بخشی از واقعیت اجتناب‌ناپذیر زندگی را تشکیل می‌دهد. انسان‌ها در زندگی روزمره خود با انواع مختلف صف که به از بین رفتن وقت، نیرو و سرمایه آنها می‌انجامد، روبه‌رو می‌شوند. در جوامع امروزی صف‌های مهمتری وجود دارد که هزینه‌های اقتصادی و اجتماعی آنها به مراتب بیش از نمونه‌های ساده فوق است. از آن جمله می‌توان صف‌های حاصل از ترافیک شهری، و نیز صف‌هایی را که در فرودگاه‌ها، بنادر، موسسات مخابراتی و در فرایندهای تولید تشکیل می‌شود نام برد. در مجموع شاید بتوان گفت که انتظار در صف دیگر استثنا نیست و به صورت قاعده درآمده است. از بین بردن نتایج نامساعد انتظار در صف بدون شناخت خصایص یک پدیده امکان‌پذیر نیست. نظریه صف که به مطالعه صف‌ها از دیدگاه ریاضی می‌پردازد، تاثیر عوامل تشکیل دهنده صف و راه‌های منطقی زمان انتظار را بررسی می‌کند.

سیستمی را در نظر بگیرید که خدمتی را ارائه می‌کند متقاضیانی برای دریافت این خدمت مراجعه می‌کنند، که آنها را اصطلاحاً مشتری می‌نامند. خدمت موردنظر توسط شخص، ماشین و یا امکانات دیگر، که خدمت دهنده نامیده می‌شوند، ارائه می‌شود. هنگامی که یک مشتری جهت دریافت خدمت موردنظر به سیستم مراجعه می‌کند، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد اگر

حداقل یکی از خدمت دهندگان بیکار باشد، بلافاصله ارائه خدمت به مشتری جدید شروع می شود اما چنانچه تمام خدمت دهندگان مشغول به کار باشند، مشتری باید منتظر بماند، و بدین ترتیب صف تشکیل می شود. بنابراین در هر سیستمی که خدمتی عرضه می شود چنانچه در یک لحظه تعداد مشتری بیش از ظرفیت سیستم باشد، بی شک صف تشکیل خواهد شد. مشتری های بالقوه سیستمی به عبارت دیگر مجموعه مشتری هایی که برای دریافت خدمت مراجعه می کنند را جمعیت مشتریان بالقوه می نامند. عملکرد سیستم به عوامل متعدد بستگی دارد که عمده ترین آنها عبارتند از:

الگوی ورود مشتری، منظور همان زمان هایی است که مشتریان برای دریافت خدمت مراجعه می کنند که وابسته به تعداد مشتری هایی دارد که به سیستم مراجعه می کنند.

الگوی خدمت دهی، منظور مدت زمانی که ارائه خدمت به یک مشتری به طول می انجامد. تعداد خدمت دهندگان، یعنی تعداد خدمت دهندگانی که به طور مستقل به یکی از مشتریان خدمت می دهند. گاهی به جای خدمت دهنده از عبارت کانال خدمت استفاده می شود.

ظرفیت صف، منظور از ظرفیت صف حداکثر تعداد مشتریانی است که می توانند در صف قرار گیرند. جمعیت مشتریان بالقوه، تعداد مشتریانی که می توانند مراجعه کنند.

نظم سیستم، منظور از نظم سیستم نحوه انتخاب مشتری های داخل صف برای ارائه خدمت است. متداولترین روش در نظر گرفتن نوبت است؛ یعنی اینکه کسی که زودتر وارد سیستم شده و جلوتر از همه در صف قرار گرفته باشد زودتر خدمت دریافت نماید، این نظم را (First-in first-out) FIFO می نامند.

مبنای ریاضیات کلاسیک، منطق ارسطویی است که در آن پدیده های مختلف تنها دو جنبه دارند، «درست» یا «نادرست»، به عبارت دیگر «صفر» یا «یک». در منطق ارسطویی شیوه استدلال «قطعی» یا «صریح» است. در صورتی که ریاضیات فازی بر پایه استدلال تقریبی بنا شده است که منطبق با طبیعت و سرشت سیستم های انسانی است.

با پیدایش مجموعه های فازی و قابلیت آن در مدل سازی اطلاعات نا دقیق و تقریبی، مسیر جدیدی پیش روی محققان قرار گرفت تا با بهره گیری از توانایی مدل سازی و تحلیل سیستم ها دخالت انسان افزایش یابد. هر چه میزان آگاهی از یک سیستم افزایش یابد پیچیدگی سیستم کاهش یافته و دقت درک و تحلیل آن افزایش می یابد. زمانی که پیچیدگی سیستم کاهش یابد، دقت روش مدل سازی افزایش خواهد یافت.

در تصمیم گیری های فازی چند صفتی، امتیاز بین انتخاب ها توسط اعداد فازی نشان داده می شود. برای یک انتخاب دقیق و قطعی از میان انواع انتخاب ها، ما نیاز به روشی برای مقایسه اعداد فازی داریم. با این حال، برخلاف اعداد حقیقی که می توانند به صورت خطی و با استفاده از ترتیب \leq مرتب شوند، اعداد فازی نمی توانند به صورت خطی مرتب گردند. روش های زیادی برای رتبه بندی اعداد فازی (Ranking fuzzy numbers) ارائه شده که باید به این نکته توجه کرد که هیچ کدام از آنها بی نقص نیستند. هر کدام از این روش ها می تواند برای وضعیت خاصی مطلوب و برای سایر وضعیت ها نامناسب باشند. در سال های ۱۹۹۷ و ۲۰۰۳ ارتقای سیستم شبیه سازی گسسته پیشامد با تئوری مجموعه های فازی به منظور گنجاندن عدم قطعیت ارائه شده است (Azzaro et al., 1997) (Grieco, Nucci & Anglani, 2003).

کاربردهای مختلف و متنوع ترکیب مسائل مکان یابی با ساختار صف در دنیای واقعی اهمیت دو چندان پیدا کرده است. بدین منظور برای اولین بار برمن وهمکاران مکان بهینه خدمت دهنده ها را در شبکه صف با ساختار M/G/1 تعیین نمودند (Berman, Larson & Chiu, 1985). این نوع مسائل یکی از انواع مسائل در محیط های تولیدی می باشد که تخصیص بهینه تعداد خدمت دهنده به مراکز کار طوری تعیین می شود که عملکرد شبکه صف بهینه شود. برندیو و چپو گروهی از مدل های مکان یابی را با مد نظر قرار دادن ساختار صف و با تنها یک خدمت دهنده مورد مطالعه قرار دادند (Brandeau & Chiu, 1990). ماریانو و رلوس مدلی را برای تعیین بهینه دستگاه های خودپرداز مینی بر کیفیت سرویس دهی ارائه دادند (Marianov, 1990). وانگ وهمکاران با بررسی و مطالعه کاربرد مکان یابی خدمت دهنده ها در شبکه های ارتباطاتی و دستگاه خودپرداز، چندین مدل برای تجهیزات مکان های که با محدودیت ظرفیت مواجه اند را ارائه نمودند (Wang, Batta & Rump, 2000).

2002) و (Wang, Batta & Rump, 2004). در واقع این مدل‌ها برای حالتیایی که مکان خدمت دهی ثابت و ظرفیت خدمت دهنده محدود و تقاضا تصادفی باشد گسترش یافته است.

شوندی و محلوچی مدل مکان‌یابی و تخصیص فازی برای سیستم‌های با محدودیت ظرفیت را ارائه کردند. آنها تئوری مجموعه فازی را به منظور گسترش مدل‌های مکان‌یابی با حداکثر پوشش صف‌بندی مورد استفاده قرار دادند و برای حل این مسئله از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند (Shavandi & Mahlooji, 2006). برمن و همکاران مدل صف $M/M/k/1$ برای مسائل مکان‌یابی را ارائه دادند. با این فرض که تعداد تجهیزاتی که انتخاب شده طول صفی محدود و برابر k دارند و درصدی از تقاضا مشتریان به دلیل محدودیت‌های مدل ممکن است از دست رود. این مقاله آزمایشات خود را با استفاده از نه الگوریتم ابتکاری تجزیه و تحلیل نمود (Berman, Krass & Wang, 2006).

برمن مسئله مکان‌یابی مجموعه‌ای از تجهیزات به روی شبکه با تقاضای تصادفی و ظرفیت محدود تجهیزات را به منظور حداکثر کردن تعداد تقاضا موردانتظار مشتریان مورد بررسی قرار دادند. مشتریان برای دریافت خدمت به طرف نزدیکترین تجهیز حرکت می‌کنند و در صورتی که ظرفیت تجهیز مورد نظر پر باشد به دیگر تجهیز نزدیک به خود تخصیص می‌یابد. ضمناً آنها مدل پیشنهادی را با استفاده از دو روش ابتکاری حل کردند (Berman, 2007).

پسندیده و نیایی مدلی دوهدفه برای مسائل مکان‌یابی - تخصیص تسهیلات در چارچوب مدل کلاسیک صف $M/M/1$ ارائه دادند. در صورت مسئله این تحقیق تقاضای مشتریان به صورت تصادفی بوده و مکان خدمت دهنده‌ها و نرخ خدمت‌دهی ثابت می‌باشد. هدف آنها حداقل کردن مجموع متوسط زمان سفر و زمان انتظار مشتریان به همراه حداقل کردن متوسط درصد بیکاری تجهیزات در نظر گرفته شده که با توجه به ساختار صف مسئله را مدل‌سازی کرده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تکنیک تابع مطلوبیت آن را حل نمودند (Pasandideh & Niaki, 2010). پسندیده و همکاران یک مدل چندهدفه مکان‌یابی تسهیلات با در نظر گرفتن ساختار صف ورود گروهی ارائه کرده و جهت حل آن دو الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید با رویکرد رمزگشایی نوین ارائه کردند (Pasandideh, Niaki & Hajipour, 2013). زرین‌پور و سیف‌برقی یک مدل مکان‌یابی تسهیلات با ساختار صف $M/M/m/k$ را با توجه به محیط رقابتی مدل‌سازی کرده و برای حل آن از الگوریتم ژنتیک و جستجوی ممنوع استفاده نمودند (Zarrinpoor & Seifbarghy, 2011).

در ادبیات مربوط به مسائل مکان‌یابی تسهیلات با در نظر گرفتن ساختار صف، دامنه وسیعی از مسائل به صورت تک هدفه ارائه شده است، بنابراین در نظر گرفتن چندین هدف برای این نوع از مسائل باعث نزدیکتر شدن مدل به شرایط دنیای واقعی می‌شود. زنجیرانی فراهانی و همکاران مروری بر اثرات اخیر مسائل مکان‌یابی چند معیاره انجام داده و این نوع از مسائل را در سه طبقه شامل دوهدفه، چندهدفه، و مسائل چند شاخصه ارائه دادند. هنگامی که مسئله‌ای دارای بیش از یک هدف باشد و اهداف با همدیگر سازگاری نداشته باشند، از روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه استفاده می‌شود (Farahani, Seifi & Asgari, 2010).

وانگ و همکاران برای حل مسائل بهینه‌سازی محدودیت دار پیچیده مانند مسئله طرح اولیه محصولات جدید به عنوان یک مدل برنامه‌ریزی نیمه نامتناهی با محدودیت‌های نامتناهی، الگوریتم (Immune Genetic Algorithm) IGA را در این مقاله معرفی کرده‌اند. در این روش در ابتدا، بعضی از آنتی ژن‌ها برای تولید و آموزش آنتی بادیها بطور تصادفی تولید می‌شوند. سپس یک سیستم ایمنی کارا با توانایی تشخیص آنتی ژن‌های خودی و غیرخودی بوسیله این آنتی بادیهای آموزش دیده پشتیبانی می‌شود. نتیجه سیستم ایمنی در الگوریتم ژنتیک بکار رفته و آنها می‌توانند کروموزوم‌های نشدنی را در طول تکرارهای ژنتیک شناسایی کرده و اصلاح کنند. الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله می‌تواند عملکرد الگوریتم‌های ژنتیک را مخصوصاً در مسائل بهینه‌سازی محدودیت دار پیچیده بهبود بخشد (Wang, Fung & Ip, 2009). چمبری و همکاران یک مدل دو هدفه مکان-یابی - صف ارائه کرده و جهت حل آن از الگوریتم‌های مبتنی بر پارتو به نام NSGAI و NRGAI بهره جستند (Chambari et al., 2011). مهدیزاده و همکاران یک مدل مکان‌یابی - تخصیص با در نظر گرفتن مکان مشتریان به صورت تصادفی و تقاضا به صورت فازی ارائه کردند. جهت حل مدل ارائه شده، با الهام از الگوریتم SA آنها یک الگوریتم بهینه‌سازی میرایی ارتعاش (Vibration Damping Optimization) ترکیب شده با الگوریتم سیمپلکس و شبیه‌سازی فازی ارائه کردند

(Mehdizadeh, Tavarroth & Hajipour, 2011). اخیرا، برمن و همکاران تلفیقی مکانیابی - قیمت گذاری - صف ارایه کردند تا کل سود سیستم بیشینه شود (Berman, Tong & Krass, 2010a). در ادامه برمن و همکاران تحقیق خود را با در نظر گرفتن چندین تسهیل توسعه دادند (Berman, Tong & Krass, 2010b). ابوعی - مهریزی و همکاران مکانیابی m تسهیل بر روی شبکه با n نقطه تقاضا را با در نظر گرفتن اینکه مشتریان می توانند قبل از ورود به سیستم با مشاهده طول صف در رابطه با ورود به سیستم تصمیم خود را اتخاذ نمایند، قیمت ارائه خدمت در کل تسهیلات یکسان در نظر گرفته شده است و سیستم صف در نظر گرفته شده به صورت $M/M/1$ ارایه شده است (Abouee-Mehrizi et al., 2011).

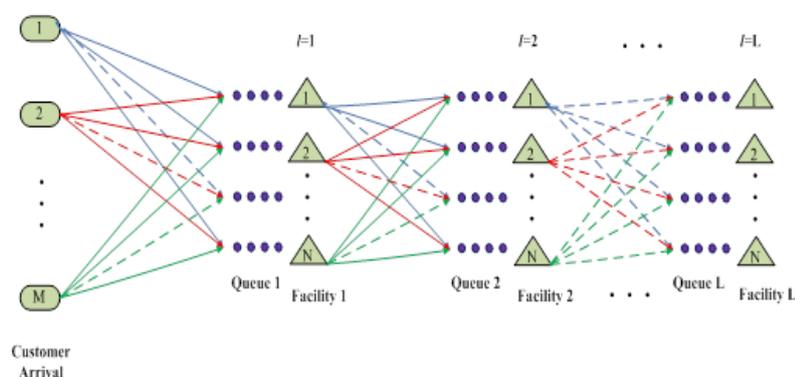
۲- مواد و روش ها

مسائل مکانیابی تسهیلات به مطالعه و بررسی در مورد چگونگی استقرار مجموعه ای از تسهیلات با توجه به اهداف و محدودیت های مختلف می پردازد. در این بخش، مدل مکانیابی - تخصیص چند لایه ای با توجه به ساختار صف $M/M/1$ برای تسهیلات به صورت چند هدفه ارایه می شود. در مسئله مورد نظر مشتریان وارد سیستم می شوند که جهت ورود مشتریان به لایه - ی اول می بایستی شرایط خاصی مطابق با محدودیت های مسئله در نظر گرفته شود. شکل (۱) شماتیک مسئله مکانیابی تسهیلات با چندین خدمت دهنده را نشان می دهد.

عدم قطعیت در تشخیص نوع رفتار نرخ تقاضا و نرخ سرویس دهی در لایه های مختلف مدل استقرار، استفاده از مفاهیم فازی را ضروری ساخته و بدین جهت در شبیه سازی فازی از استراتژی مشاهده فعالیت ها استفاده می شود. در این استراتژی مدیریت لیست وقایع و بروز کردن ساعت شبیه سازی دو مقوله کلیدی است.

اگر زمان های وقوع در لیست وقایع با مجموعه های فازی بیان شوند به الگوریتم رتبه بندی فازی نیاز خواهیم داشت. الگوریتم های رتبه بندی متفاوتی وجود دارد که افراد با درجه خوشبینی متفاوت تحت شرایط یکسان خروجی های متفاوتی خواهند داشت. استراتژی مشاهده فعالیت شبیه سازی را از طریق بررسی شرایط شروع فعالیت (در دسترس بودن منابع لازم یا وابستگی های منطقی مانند تکمیل فعالیت های پیشیناز قبلی) و بروز آوری زمان شبیه سازی از حال حاضر به زمان بعد یا تمام رویدادی که زودتر از سایر رویدادهای پایانی اتفاق خواهد افتاد، بهتری می سازد.

در مدل ارایه شده، جهت دریافت خدمت، مشتریان در لایه های مختلف نوع خدمات مختلفی را دریافت می کند. وقتی مشتری وارد سیستم می شود می بایستی تمامی خدمات را در لایه های مختلف دریافت نماید در واقع مشتری در لایه های میانی سیستم را ترک نخواهد کرد.

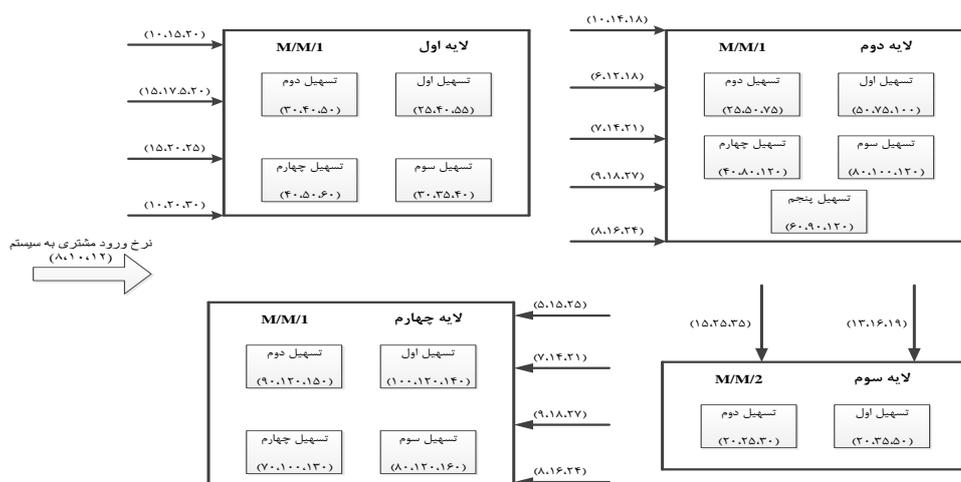


شکل شماره (۱): مسئله مکانیابی تسهیلات چند لایه ای با ساختار صف $M/M/1$

امروزه بسیاری از مسائل کاربردی در جهان واقعی، مسائل بهینه سازی ترکیباتی چندهدفه تشکیل می دهند که اهداف در تضاد با یکدیگر بوده و بهبود در یک هدف باعث بهتر شدن هدف دیگر نمی شود. اکثر مطالعات در زمینه ترکیب مسائل مکانیابی و صف به صورت تک معیاره و یا تک هدفه بررسی شده است در حالی که یک هدف یا معیار چندان در مسائل کاربردی واقعی و عملی کافی نمی باشد.

مساله مورد نظر در این تحقیق بصورت یک مسئله مکان یابی چهار لایه بوده که در هر کدام از لایه‌ها تعدادی خدمت دهنده وجود دارد که با نرخ‌های متفاوت اقدام به ارائه خدمت می‌کنند، خدمت‌گیرندگان باید مسافتی را جهت رسیدن به لایه‌ها دیگر طی نمایند که از تسهیلی به تسهیل دیگر متفاوت بود مطابق شکل (۲) مشخص گردیده است. توضیح اینکه توابع مثلثی فازی که روی فلش‌ها نشان داده شده است مدت زمان فازی سفر را از هر لایه به تسهیل مربوط به لایه بعدی را مشخص می‌سازد که واحد زمانی آن‌ها دقیقه بوده. و توابع مثلثی که درون باکس‌ها نوشته شده است مدت زمان فازی ارائه خدمات به هر کدام از خدمت‌گیرنده‌ها بوده که واحد زمانی آن نیز دقیقه است.

مشتریان با نرخ احتمالی تابع مثلثی وارد سیستم شده و به سمت تسهیلات لایه اول حرکت می‌کنند. سپس مدت زمانی احتمالی در صف خدمت دهنده مورد نظر منتظر مانده و پس از دریافت خدمت از تسهیل مربوط به آن لایه خارج شده و خدمت‌گیرنده تسهیل مورد نظر در لایه بعدی را انتخاب کرده و به سمت آن حرکت می‌نماید. بدین منظور مشتریان مراجعه کننده به هر یک از لایه‌ها با علم بر اینکه کدامیک از تسهیلات در لایه بعدی مربوطه دارای کمترین صف انتظار مشتری بوده، تسهیل مورد نظر خود را انتخاب کرده و به سمت آن تسهیل حرکت می‌کند. مدت زمان سفر از هر لایه به لایه دیگر نسبت به تسهیلهای مختلف، متفاوت بوده و همچنین مدت زمان انجام کار توسط یک خدمت دهنده در هر تسهیل متفاوت است. تابع هدف این تحقیق یک مساله دوهدفه بوده که توابع هدف کمینه کردن مدت زمان سفر بین لایه‌ها و مدت زمان انتظار در صفوف خدمت دهنده‌گان هست. ابتدا یک سناریو پایه بر اساس شکل (۲) ارائه شده است. سپس جهت بهینه‌سازی سناریوهایی مطرح شده و به مقایسه با حالت پایه خواهیم پرداخت.



شکل شماره (۲): مسئله مکان‌یابی ۴ لایه با چندین خدمت‌دهنده

مفروضات مدل به شرح ذیل می‌باشند:

- به منظور دریافت خدمت، نقاط تقاضا با تابع توزیع مثلثی به سمت تسهیلات حرکت می‌کنند.
- هر نقطه تقاضا فقط می‌تواند به یک خدمت دهنده در هر لایه تخصیص داده شود.
- نرخ مراجعه نقاط تقاضا به منظور دریافت خدمت به هر یک از تسهیلات از توزیع مثلثی تبعیت می‌کند.
- زمان خدمت دهی هر تسهیل از توزیع مثلثی پیروی می‌کند.
- زمان سفر از هر تسهیل به تسهیل در لایه بعدی از توزیع مثلثی تبعیت می‌کند.
- هر تسهیل انتخاب شده فقط یک خدمت دهنده دارد (M/M/1).
- تنها یک وسیله، خدمت‌گیرندگان را از یک تسهیل به تسهیل لایه بعدی منتقل می‌سازد.
- جهت دریافت خدمت، مشتری لایه‌های مختلف با نوع خدمات مختلفی را دریافت می‌کند.

• وقتی مشتری وارد سیستم می شود می بایستی تمامی خدمات را در لایه های مختلف دریافت نماید در واقع مشتری در لایه های میانی سیستم را ترک نخواهد کرد.

پارامترهای مدل به شکل زیر می باشند:

i: شاخص نقاط گروه مشتریان (i=1,2,...,M)

j: شاخص تسهیلات بالقوه (j=1,2,...,N)

s: شاخص تسهیلات بالقوه (s=1,2,...,N, j<s)

l: شاخص لایه های خدمت دهی (l=1,2,...,L)

M: حداکثر تعداد گره های گروه مشتریان

N: حداکثر تعداد گره های بالقوه تسهیلات

P_l : ماکزیمم تعداد خدمت دهندهایی که می توانند در لایه l خدمت ارائه کنند ($P_l \leq N; \forall l$)

\tilde{t}_{ij} : مدت زمان فازی سفر مشتری i به تسهیل j در لایه اول بر حسب واحد زمانی

\tilde{t}_{ijsl} : مدت زمان فازی سفر مشتری i از تسهیل j به تسهیل s در لایه l بر حسب واحد زمانی ($l > 1$)

$\tilde{\gamma}_j$: نرخ تقاضا برای تسهیل انتخاب شده j در لایه اول

$\tilde{\gamma}'_{sl}$: نرخ تقاضا فازی برای تسهیل انتخاب شده s در لایه l ($l > 1$)

\tilde{Z}_1 : مجموع مدت زمان فازی سفر در لایه های مختلف

\tilde{Z}_2 : مجموع انتظار فازی مشتریان در لایه های مختلف

$\tilde{\lambda}_i$: نرخ تقاضا فازی سرویس های درخواست شده از مشتری i در واحد زمانی

ψ : یک مقدار بزرگ

$\tilde{\mu}_j$: نرخ خدمت دهی فازی تسهیل j در لایه اول بر حسب واحد زمانی

$\tilde{\mu}'_{sl}$: نرخ خدمت دهی فازی تسهیل s در لایه l در واحد زمانی ($l > 1$)

x_{ij} : برابر است با یک اگر مشتری i به تسهیل j در لایه اول تخصیص داده شود و در غیر اینصورت صفر

y_{ijsl} : برابر است با یک اگر مشتری i در لایه s به تسهیل j موجود در لایه l تخصیص داده شود و در غیر اینصورت صفر

($l > 1$)

h_{jl} : برابر است با یک اگر تسهیل j در لایه l انتخاب شود و در غیر اینصورت صفر

مدل ریاضی مسئله به شرح ذیل می باشد:

$$\text{Min } \tilde{Z}_1 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \tilde{\lambda}_i \tilde{t}_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^S \sum_{l=2}^L \tilde{\lambda}_i \tilde{t}_{ijsl} y_{ijsl} + \sum_{j=1}^N \frac{\tilde{\gamma}_j}{\tilde{\mu}_j - \tilde{\gamma}_j} + \sum_{s=1}^N \sum_{l=2}^L \frac{\tilde{\gamma}'_{sl}}{\tilde{\mu}'_{sl} - \tilde{\gamma}'_{sl}} \quad (1)$$

$$\text{Min } \tilde{Z}_2 = \text{Max}_{j=1, \dots, N} \left\{ \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}_j}{\tilde{\mu}_j} \right) h_{jl} \right\} + \text{Max}_{s=1, \dots, N} \left\{ \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}'_{sl}}{\tilde{\mu}'_{sl}} \right) h_{sl} \right\} \quad (2)$$

Subject to: (3)

$$1 \leq \sum_{j=1}^N h_{jl} \leq P_l \quad ; \quad l = 1 \quad (4)$$

$$1 \leq \sum_{s=1}^N h'_{sl} \leq P_l \quad ; \quad l = 2, \dots, L \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1 \quad ; i = 1, \dots, M \quad (۶)$$

$$\sum_{s=1}^N y_{ijsl} = x_{ij} \quad ; i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N, \quad l = 2 \quad (۷)$$

$$\sum_{\forall s' \in N} y_{iss', l+1} = y_{ijsl} \quad ; i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N, \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L-1 \quad (۸)$$

$$h_{jl} \leq \sum_{i=1}^M x_{ij} \leq M \times h_{jl} \quad ; \quad j = 1, \dots, N, \quad l = 1 \quad (۹)$$

$$h'_{sl} \leq \sum_{i=1}^M y_{ijsl} \leq M \times h'_{sl} \quad ; \quad j = 1, \dots, N, \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L \quad (۱۰)$$

$$\sum_{i=1}^M \tilde{\lambda}_i x_{ij} \leq \tilde{\mu}_j \quad ; \quad j = 1, \dots, N \quad (۱۱)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \lambda_i y_{ijsl} \leq \mu'_{sl} \quad ; \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L \quad (۱۲)$$

$$h_{jl} \in \{0, 1\} \quad ; \quad j = 1, \dots, N, \quad l = 1, \dots, L \quad (۱۳)$$

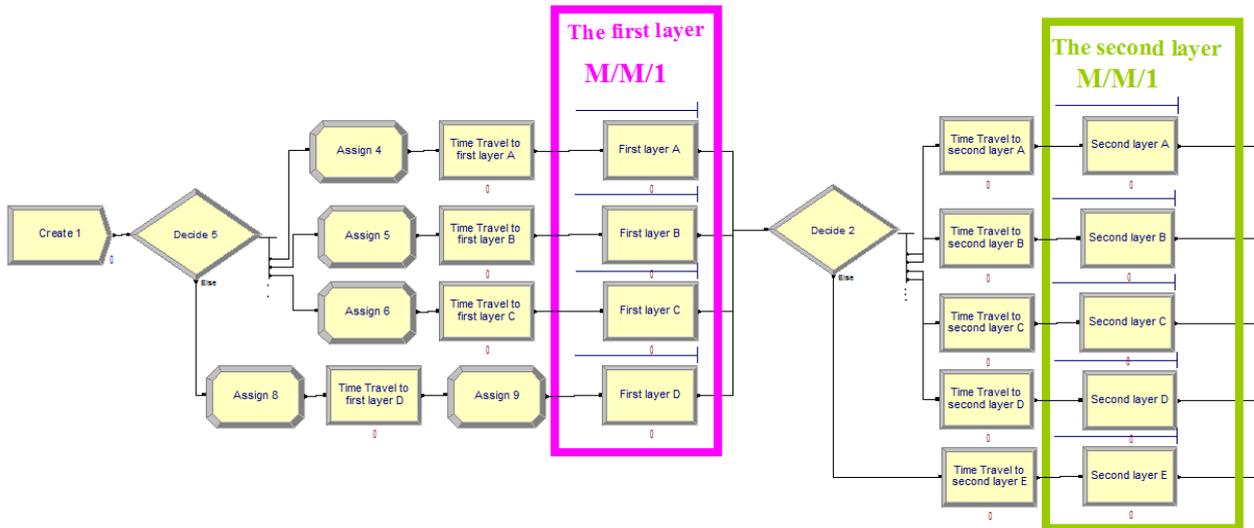
$$h'_{sl} \in \{0, 1\} \quad ; \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 1, \dots, L$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad ; \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N$$

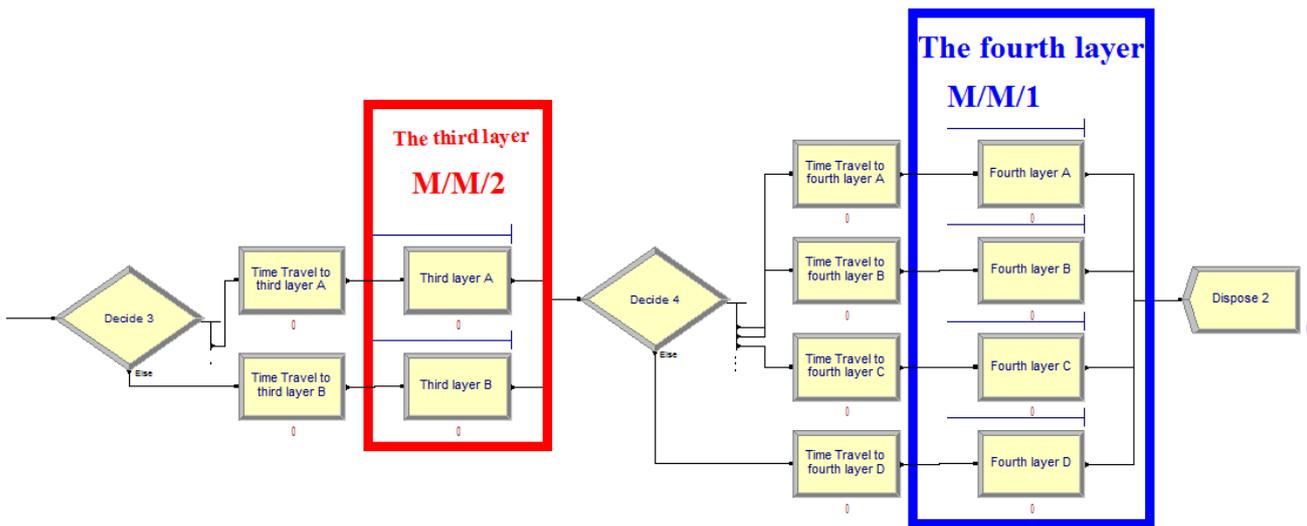
$$y_{ijsl} \in \{0, 1\} \quad ; \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N, \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L$$

$$\tilde{\gamma}_j = \sum_{i=1}^M \tilde{\lambda}_i x_{ij}, \quad \tilde{\gamma}'_{sl} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \tilde{\lambda}_i y_{ijsl} \quad ; \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L, \quad j = 1, \dots, N \quad (۱۴)$$

با توجه به مثال عددی بیان شده، شبیه‌سازی اولیه‌ای از مدل مکان‌یابی تسهیلات چند لایه در نرم‌افزار Arena ارائه داده می‌شود. در شکل (۳) و (۴) طرح اولیه‌ای براساس سناریو پایه ارائه شده است. در شکل (۳) ابتدا نهادها (ورود مشتریان داخل سیستم) توسط یک ماژول Create خلق گردیده و پس از آن نهادهای ایجاد شده وارد یک ماژول Decide شده و در این ماژول نسبت به تعیین انتخاب خدمت‌دهنده تصمیم‌گیری می‌شود. همانطور که قبلاً در بیان مساله اشاره شد انتخاب تسهیل خدمت‌دهنده در هر لایه براساس تعداد نهادهای (افراد یا سایر موجودی‌ها) منتظر در هر خدمت‌دهنده است. به این صورت که در هر کدام از خدمت-دهندگان هر لایه که تعداد افراد منتظر کمتری دارند، نهاد مربوط به سمت آن تسهیل حرکت خواهد کرد. پس از اینکه تسهیل مورد نظر انتخاب گردید، نهاد مربوط به تسهیل مربوط انتقال می‌یابد. که توسط ماژول Delay مدت زمانی برابر با مدت زمان سفر باعث تأخیر رسیدن نهاد به خدمت‌دهنده مربوط می‌شود. در مدل پیشنهادی شبیه‌سازی از ماژول Process برای تعیین مدت زمان خدمت‌دهی هر تسهیل استفاده کرده و منابع لازم برای هر کدام از این تسهیلات توسط این ماژول مشخص می‌گردد. طبق مدل پایه برای هر خدمت‌دهنده یک منبع در نظر گرفته شده و مساله پایه بصورت M/M/1 است.



شکل شماره (۳): مدل شبیه سازی مکان یابی تسهیلات، لایه اول و لایه دوم توسط نرم افزار Arena در مدل شبیه سازی جهت تعیین مدت زمان سفر هر نهاد قبل و بعد از ماژول Delay یک ماژول Assign قرار داده شده است تا زمان ورود و خروج نهاد به ماژول Delay تعیین گردد. قسمت دوم شبیه سازی مربوط به لایه سوم و چهارم بوده که مطابق شکل (۴) بود و طبق مفروضات بالا مدل گردیده است.



شکل شماره (۴): مدل شبیه سازی مکان یابی تسهیلات، لایه سوم و لایه چهارم توسط نرم افزار Arena همانطور که در مفروضات مساله بیان شد مشتریان در لایه های میانی، سیستم را نمی توانند ترک کنند به همین منظور در آخر شبیه سازی از یک ماژول Dispose جهت خروج نهادها (مشتریان) از سیستم تعبیه گردیده است. از مهم ترین کارها در طراحی مدل های شبیه سازی، تعیین اعتبار و صحت مدل است. به منظور تعیین اعتبار مدل های ارائه شده تغییراتی در منابع انجام شده است که سناریوها و تحلیل حساسیت این امر را نشان می دهند و تاثیر آن ها بر روی شاخص های عملکردی در نتایج و یافته ها ارائه می شود. برای تعیین صحت مدل، روند جریان ورودی ها و تغییر متغیرها به صورت گام به گام مورد بررسی قرار گرفت و تغییرات مورد نظر بررسی شد. در تکرارهای مختلف سناریوهای شبیه سازی شده در نرم افزار برای پایایی نتایج تقریباً یکسانی با پراکندگی کم بدست آمده است.

۳- نتایج و بحث

در ابتدای اجرای شبیه‌سازی، مدل خالی و بدون موجودی است. بنابراین ممکن است داده‌های حاصل از آن معیار مناسبی برای تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی نباشد. برای جلوگیری از این موضوع، زمانی به عنوان دوره گرم شدن برای مدل در نظر گرفته می‌شود. این زمان برای گذار سیستم از حالت ناپایدار به حالتی است که سیستم به پایداری نسبی دست پیدا کند. در این پژوهش زمان گرم شدن برابر با ۷ روز انتخاب گردید و همچنین خود مساله برای یک دوره ۱۵ روز اجرا شده است. به منظور تعیین تعداد تکرار مدل مورد نظر در محیط شبیه‌سازی، از شاخص ضریب تغییرات استفاده شده است که طبق روابط ۱۳ و ۱۴ بدست می‌آید.

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \quad (13)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (14)$$

برای مدل پایه با $C.V, n=4$ در بازه $(0.05 < C.V < 0.15)$ قابل قبولی قرار دارد. بنابراین تعداد تکرار $n=4$ تعداد مناسبی برای مسئله مورد نظر است. بنابراین مدل پایه ۴ بار در محیط اجرا شده و نتایج مقدار متوسط این تکرارها، می‌باشند. هر یک از توابع هدف مساله از مجموع سطوح مختلف تشکیل گردیده است. نتایج حاصل از اجرای شبیه‌سازی برای مدل پایه به ترتیب جداول (۱) و (۲) و (۳) مربوط به تابع هدف اول مساله (کمینه سازی مدت زمان سفر)، تابع هدف دوم (کمینه سازی مدت زمان انتظار درون صف) و تابع هدف سوم (کمینه سازی بیکاری تسهیلات) می‌باشد.

جدول شماره (۱): یافته‌های پژوهش برای تابع هدف اول مساله در حالت مدل پایه

مجموع لایه	حد اقل سازی زمان سفر			مسیر سفر	سطوح
	تکرار اول				
	Min	Ave	Max		
(۲۱۸/۳۵,۵۴۷/۴۷,۸۷۹/۸۷)	۷۵/۰۷۹	۱۴۴/۴۵۷	۲۲۷/۹۸۵	از مکان اولیه به تسهیل اول، لایه اول	لایه اول
	۴۹/۱۲۶	۱۳۶/۸۷۵	۲۱۰/۴۸۵	از مکان اولیه به تسهیل دوم، لایه اول	
	۳۹/۰۸۹	۱۱۱/۴۲۸	۱۸۱/۶۷۳	از مکان اولیه به تسهیل سوم، لایه اول	
	۵۵/۰۵۷	۱۵۴/۷۱	۲۵۹/۷۳	از مکان اولیه به تسهیل چهارم، لایه اول	
(۸۱۶۴/۹۹,۱۲۸۵۰/۷۸,۱۷۵۳۲/۳۴)	۱۵۷۷/۴۱۳	۲۵۱۷/۲۱۲	۳۳۵۹/۴۵	از لایه اول به تسهیل اول، لایه دوم	لایه دوم
	۱۱۴۱/۹۷۲	۱۹۰۶/۶۴۹	۲۵۶۴/۳۴	از لایه اول به تسهیل دوم، لایه دوم	
	۱۹۲۸/۸۱۲	۳۰۲۹/۱۵۶	۴۱۷۵/۸۵	از لایه اول به تسهیل سوم، لایه دوم	
	۱۶۶۴/۹۱۴	۲۵۲۵/۹۲۴	۳۵۹۵/۶۵	از لایه اول به تسهیل چهارم، لایه دوم	
(۰,۹۵/۳۰,۲۲۸/۳۲)	۰	۶۴/۴۶	۱۲۷/۱۴	از لایه دوم به تسهیل اول، لایه سوم	لایه سوم
	۰	۳۰/۸۴۱	۹۱/۱۸	از لایه دوم به تسهیل دوم، لایه سوم	
(۹۱۲۰/۱۷,۱۴۵۵۳/۹۸,۲۰۰۴۵/۶۳)	۲۲۹۰/۷۰۵	۳۷۰۹/۹۸۶	۵۱۶۷/۸۱	از لایه سوم به تسهیل اول، لایه چهارم	لایه چهارم
	۲۳۶۳/۰۲۸	۳۷۱۲/۴۷	۵۰۹۹/۰۳	از لایه سوم به تسهیل دوم، لایه چهارم	
	۲۳۴۷/۳۶۷	۳۷۱۳/۲۹	۵۰۶۲/۸۳	از لایه سوم به تسهیل سوم، لایه چهارم	
	۲۱۱۹/۰۷۸	۳۴۱۷/۸۹۸	۴۷۱۴/۹۴	از لایه سوم به تسهیل چهارم، لایه چهارم	

جدول شماره (۲): یافته های پژوهش برای تابع هدف دوم مساله در حالت پایه

مجموع لایه	تکرار اول			مسیر سفر	سطوح
	Min	Ave	Max		
	(۵۷۹۹/۹۱,۹۱۳۷/۰۰, ۱۲۴۷۱/۸۴)	۱۲۴۶/۵۴۳	۲۰۱۳/۹۰۳		
	۱۵۷۹/۸۱۷	۲۴۴۶/۰۰۲	۳۳۲۱/۴۴۶	از مکان اولیه به تسهیل دوم، لایه اول	
	۱۶۹۶/۲۷۹	۲۶۸۷/۲۸۸	۳۶۵۹/۲۷۸	از مکان اولیه به تسهیل سوم، لایه اول	
	۱۲۷۷/۲۷۵	۱۹۸۹/۸۱۴	۲۷۲۲/۲۹۹	از مکان اولیه به تسهیل چهارم، لایه اول	
(۵۲۹۹/۲۹,۸۳۶۰.۸۴, ۱۱۳۴۷/۲۱)	۱۰۹۳/۵۱۶	۱۶۷۰/۰۹۳	۲۲۴۷/۶۸۲	از لایه اول به تسهیل اول، لایه دوم	لایه دوم
	۱۱۷۹/۶۲۵	۱۸۵۶/۸۲۵	۲۵۲۲/۴۴۶	از لایه اول به تسهیل دوم، لایه دوم	
	۷۶۲/۶۲۳	۱۲۹۴/۴۷۳	۱۷۸۴/۴۵۹	از لایه اول به تسهیل سوم، لایه دوم	
	۱۲۲۱/۲۹۲	۱۹۳۷/۹۶۱	۲۵۹۵/۴۱۹	از لایه اول به تسهیل چهارم، لایه دوم	
(۴۳۹۲.۱۱۶,۷۰۵۱.۱۶۳,۹۸۰۸.۴۳۱)	۱۰۴۲/۲۳۷	۱۶۰۱/۴۸۷	۲۱۹۷/۲۱۲	از لایه اول به تسهیل پنجم، لایه دوم	لایه سوم
	۲۴۵۴/۷۳۸	۳۸۷۶/۳۳۴	۵۳۳۴/۵	از لایه دوم به تسهیل اول، لایه سوم	
	۱۹۳۷/۳۷۹	۳۱۷۴/۸۲۹	۴۴۷۳/۹۳۱	از لایه دوم به تسهیل دوم، لایه سوم	
	۹۹۸/۴۲۳	۱۶۰۳/۰۴۷	۲۱۸۶/۶۳	از لایه سوم به تسهیل اول، لایه چهارم	
(۲۹۳۵/۸۰,۴۷۷۷/۸۷,۶۶۶۰/۵۶)	۹۵۰/۶۵۶	۱۵۰۹/۹۱۷	۲۰۵۴/۴۷۱	از لایه سوم به تسهیل دوم، لایه چهارم	لایه چهارم
	۱۰۶۵/۰۷۹	۱۶۹۴/۸۶	۲۳۳۳/۸۹۲	از لایه سوم به تسهیل سوم، لایه چهارم	
	۱۰۸۴/۹۰۳	۱۷۶۱/۴۴۴	۲۴۴۳/۸۸۷	از لایه سوم به تسهیل چهارم، لایه چهارم	

۴ سناریو دیگر بجزء حالت پایه توسط محققین طراحی گردیده تا با استفاده از نظریه صف بتوان تاثیر افزایش تعداد خدمت دهندگان در سیستم مکانیابی تسهیلات چند لایه ای را بررسی کرده و بهینه ترین سناریو انتخاب گردد. سناریوهای طراحی شده مطابق جدول (۳) می باشند. در جدول (۳) مدل های صف نشان دهنده تعداد خدمت دهندگان در هر لایه به ازای هر کدام از تسهیلات می باشد و منابع تعداد وسایل حمل و نقل را برای هر کدام از تسهیلات مشخص می سازد. توضیح اینکه در لایه هایی که تعداد منابع ۲ ذکر شده، مدت زمان سفر از تسهیل لایه قبل به تسهیل لایه بعد نصف می گردد. بعد از اینکه اطلاعات مورد نیاز در این پژوهش به منظور مدل سازی، ارزیابی و بهبود پارامترها یا شاخص های عملکردی و بررسی سناریوهای مختلف بدست آمد، مدل های مکانیابی تسهیلات چند لایه ای هر کدام از سناریوها، در محیط نرم افزار Arena شبیه سازی می شود. کلیه سناریوها در مدت زمان ۱۵ روز برای هر کدام از سناریوها تکرار شدند. نتایج حاصل از اجرای شبیه سازی سناریوها به همراه نتایج مدل پایه مطابق جدول (۴) می باشد.

جدول شماره (۳): طراحی سناریوهای مختلف جهت شبیه سازی

	لایه اول		لایه دوم		لایه سوم		لایه چهارم	
	منابع	مدل صف	منابع	مدل صف	منابع	مدل صف	منابع	مدل صف
مدل پایه	۱	M/M/۱	۱	M/M/۱	۱	M/M/۱	۱	M/M/۱
سناریو اول	۲	M/M/۲	۱	M/M/۱	۱	M/M/۱	۱	M/M/۱

۱	M/M/۱	۱	M/M/۱	۲	M/M/۲	۱	M/M/۱	سناریو دوم
۱	M/M/۱	۲	M/M/۲	۱	M/M/۱	۱	M/M/۱	سناریو سوم
۲	M/M/۲	۱	M/M/۱	۱	M/M/۱	۱	M/M/۱	سناریو چهارم

رتبه بندی توابع با اعداد فازی مثلثی:

در این روش ابتدا مراکز ثقل را بدست آورده و سپس ارزش رتبه بندی عدد فازی \tilde{A} محاسبه می شود.

عدد فازی مثلثی $A=[a_1, a_2, a_3]$

مركز ثقل (x_c, y_c) برای عدد فازی \tilde{A} به صورت زیر تعریف می گردد.

$$x_c = \frac{(a_1 + a_2 + a_3)}{3} \quad (15)$$

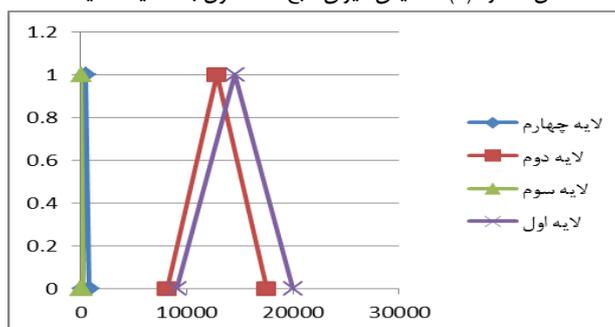
$$y_c = \left(\frac{1}{3}\right) * \left[1 + \left(\frac{2a_2}{a_1 + a_2 + a_3}\right)\right] \quad (16)$$

$F(A)$ که ارزش رتبه بندی عدد فازی \tilde{A} است به صورت زیر بیان می شود.

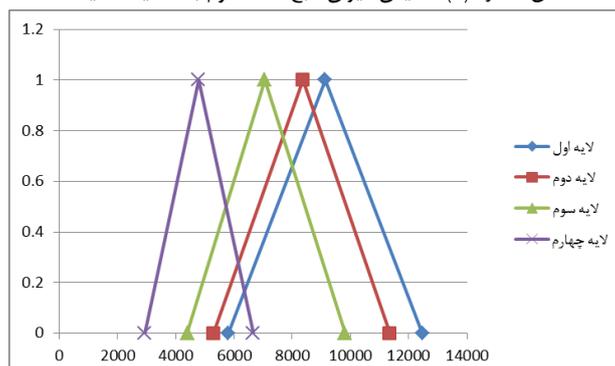
$$F(A) = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} \quad (17)$$

در این قسمت نتایج توابع هدف حاصل از اجرای مدل پایه بعد از اجرای پویای زمانی آن‌ها در نرم افزار شبیه‌سازی Arena ارائه شده است. بر اساس جدول بالا می توان هر کدام از هدف‌ها را بصورت جداگانه‌ای در نظر گرفته و براساس اعداد فازی تحلیل کرد که بر این اساس نمودارهای زیر به دست می‌آید.

شکل شماره (۵): نمایش میزان تابع هدف اول به تفکیک لایه‌ها



شکل شماره (۶): نمایش میزان تابع هدف دوم به تفکیک لایه‌ها



جدول شماره (۴): مجموعه میزان رتبه $F(A)$ برای هر کدام از لایه ها به تفکیک توابع

$F(A)$	تابع هدف اول	تابع هدف دوم
حالت پایه	۲۸۰۷۹/۱	۲۹۳۴۷/۴
سناریو اول	۲۸۳۹۵/۰	۲۸۳۳۵/۴
سناریو دوم	۲۹۴۱۱/۱	۲۰۷۲۲/۰۶
سناریو سوم	۲۸۳۳۵/۷	۲۸۱۳۹/۳
سناریو چهارم	۲۸۲۱۸/۱	۱۴۲۹۲/۱

در این قسمت ابتدا به تحلیل تابع هدف اول پرداخته که با توجه به نتایج به دست آمده از جدول (۵)، مقدار $F(A)$ برای حالت سناریو دوم بیشینه مقدار بوده که در رتبه نخست قرار می گیرد و پس از آن سناریو اول و سناریو سوم قرار دارند که البته اختلاف ناچیزی بین این دو سناریو وجود دارد. همچنین برای تابع هدف دوم حالت پایه در بیشینه ترین حالت قرار دارد، از این رو برای تابع هدف اول سناریو دوم و تابع هدف دوم حالت بهینه بهترین انتخاب می باشد.

از آنجایی که عدم قطعیت موجود در فعالیت ها وارد مدل های کلاسیک نمی شود، بنابراین با علم ریاضیات فازی تلاش می شود فاصله این مدل ها تا واقعیت کمتر گردد. مکانیابی چند لایه تسهیلات با استفاده از شبیه سازی فازی مدل سازی شده است. چهار سناریو با توجه به تئوری صف و اختصاص تعداد خدمت دهندگان بیشتر به لایه های متفاوت ($M/M/2$) و افزایش ظرفیت حمل و نقل طراحی گردیده و توابع هدف هر کدام از سناریوها اندازه گیری شده و در انتها با مدل پایه مقایسه گردیده است. تمامی سناریوها تاثیر افزایش تعداد خدمت دهندگان و افزایش ظرفیت حمل و نقل را بر روی عملکرد مکانیابی تسهیلات را مورد بررسی قرار دادند. نتایج بیانگر آن است که افزایش تعداد خدمت دهندگان، باعث کاهش مدت زمان انتظار مشتریان در صف خواهد بود همچنین افزایش ظرفیت حمل و نقل بین لایه ها مختلف مطمئناً باعث کاهش زمان سفر بین لایه ها خواهد شد.

۴- منابع

1. Aboolian, R., & Berman, O., & Drezner, Z. (2009). The multiple server center location problem. *Annals of Operations Research*, 167, 337-352.
2. Abouee-Mehrizi, H., & Babri, S., & Berman, O., & Shavandi, H. (2011). Optimizing capacity, pricing and location decisions on a congested network with balking. *Mathematical Methods of Operations Research*, 74(2), 233-255.
3. Azzaro-Pantel, C., & Floquet, P., & Pibouleau, L., & Domenech, S. (1997). A fuzzy approach for performance modeling in a batch plant: application to semiconductor manufacturing. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 5(3).
4. Berman, O., & Krass, D., & Wang, J. (2006). Locating service facilities to reduce lost demand. *IIE Transactions*, 38(11), 933 - 946.
5. Berman, O., & Larson, R.C., & Chiu, S.S., (1985). Optimal Server Location on A Network Operating as an M/G/1 Queue. *Operations Research*, 33(4), 746-771.
6. Berman, O., & Tong, D., & Krass, D., (2010a). Pricing location and capacity planning with elastic demand and congestion. Working paper. University of Toronto.
7. Berman, O., Tong, D., & Krass, D. (2010b). Pricing, location and capacity planning with equilibrium driven demand and congestion working paper. *University of Toronto*.
8. Berman, O., (2007). Locating capacitated facilities to maximize captured demand. *IIE Transactions*, 39(11), 1015-1029.
9. Boffey, B., & Galvao, R., & Espejo, L. (2007). A review of congestion models in the location of facilities with immobile servers. *European Journal of Operational Research*, 178(3), 643-662.
10. Brandeau, M. L., & Chiu, S. S. (1990). A unified family of single-server queueing location models. *Operations Research*, 38(6), 1034-1044.

11. Chambari, A.H., & Rahmaty, S.H., & Hajipour, V., & Karimi, A. (2011). A bi-objective model for location-allocation problem within queuing framework. *World Academy of Science. Engineering and Technology*, 5(6), 138-145.
12. Current, J., & Daskin, M., & Schilling, D. (2002). *Discrete network location models. facility location: applications and theory*. Springer, Heidelberg, 80-118.
13. Dong, M., & Wua, C., & Hou, F. (2009). Shortest path based simulated annealing algorithm for dynamic facility layout problem under dynamic business environment. *Expert Systems with Applications*, 36(8), 11221-11232.
14. Farahani, R. Z., SteadieSeifi, M., & Asgari, N. (2010). Multiple criteria facility location problems: A survey. *Applied Mathematical Modelling*, 34(7), 1689-1709.
15. Hakimi, S.L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operation Research*, 12(3), 450-459.
16. Hodgson, M.J., & Berman, O. (1997). A billboard location model, *Geographical and Environmental Modeling* 1, 25-43.
17. Grieco, A. & Nucci, F. & Anglani, A. (2003). Representation of fuzzy time variables in discrete event simulation. *Integrated Computer-Aided Engineering*, 10(4), 305-318.
18. Love, R.L., & Morris, J.G., & Wesolowsky, G.O. (1988). *Facility Location: Models and Methods*. North-Holland Publishing Company, New York, (Cited by Francis).
19. Marianov, V., & Reville, C. (1995). *Siting emergency services in Facility Location: A Survey of Applications and Methods*. Springer Series in Operations Research.
20. Marianov, V., & Rios, M., (2000). A probabilistic quality of service constraint for a location model of switches in ATM Communications networks. *Annals of Operations Research*, 96, 237-243.
21. Mehdizadeh, E., & Tavarroth, M.R., & Hajipour, V. (2011). A New hybrid Algorithm to Optimize Stochastic-Fuzzy Capacitated Multi-Facility Location-Allocation Problem. *Journal of Industrial Engineering Islamic Azad University of Qazvin*, 4(7), 71-80.
22. Melo, M.T., & Nickel, S., & Saldanha-da-Gama, F. (2009). Facility location and supply chain management – A review. *European Journal of Operational Research*, 196(2), 401-412.
23. Pasandideh, S.H.R., & Niaki, S.D.A. (2010). Genetic application in a facility location problem with random demand within queuing framework. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 23(3), 234-546.
24. Pasandideh, S.H.R., & Niaki, S.D.A., & Hajipour, V. (2013). A multi-objective facility location model with batch arrivals: two parameter-tuned meta-heuristic algorithms. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 24(2), 331-348.
25. Shanthikumar, J.G., & Yao, D.D., (1987). Optimal Server Allocation in a System of Multi- Server Stations. *Management Science*, 33(9), 1173-1180.
26. Shavandi, H., & Mahlooji, H. (2006). A Fuzzy Queuing Location Model with A Genetic Algorithm Congested Systems. *Applied Mathematics and Computation*, 181(1), 440 -456.
27. Syam, S.S. (2008). A multiple server location-allocation model for service system design. *Computers and Operations Research*, 35(7), 2248-2265.
28. Wang, D., & Fung, R., & Ip, W. (2009). An immune-genetic algorithm for introduction planning of new products. *Computers & Industrial Engineering*, 56(3), 902-917.
29. Wang, Q., & Batta, R., & Rump, C. (2002). Algorithms for a facility location problem with stochastic customer demand and immobile servers. *Annals of Operations Research*, 111, 17-34.
30. Wang, Q., & Batta, R., & Rump, C. (2004). Facility Location Models for Immobile Servers with Stochastic Demand. *Naval Research Logistic*, 51(1), 137 - 152.

31. Zarrinpoor, N., & Seifbarghy, M. (2011). A competitive location model to obtain a specific market share while ranking facilities by shorter travel time. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 55(5), 807-816.

