استفاده از روش کینی و ریفا برای بهینه سازی چند پاسخه در چارچوب روش سطح پاسخ (RSM)

دکتر رسول نورالسنا، دکتر هیرش سلطان پناه

چکیده

در این مقاله ابتدا روش سطح پاسخ به عنوان یکی از ابزارهای مهم بهبود کیفیت معرفی می گردد سپس با توجه به تحقیقات انجام شده در بهینه سازی چند پاسخه در چارچوب روش سطح پاسخ این تحقیقات در سه گروه تابع زیان، تابع مطلوبیت و روشهای کلاسیک دسته بندی و هر کدام به طور خلاصه مورد بررسی قرار می گیرد. از آنجا که روش تابع مطلوبیت نظرات تصمیم گیرنده را به صورت عینی در نظر می گیرد. در میان روشهای بهینه یابی از اهمیت ویژه ای برخوردار است.اما تابع مطلوبیت‌های متعارف مورد استفاده درروش سطح پاسخ در واقع فرمول L-P متر یک است که ارتباط مشخصه های کیفی را در نظر نمی گیرد. با توجه به اینکه فراهم نمودن شرایط کمک و راهنمایی برای تصمیم گیرنده در کشف راه حل مسأله اهمیّت ویژه ای دارد و روش کینی و ریفا در این مورد روش کار آمدی است، لذا در این مقاله از این روش برای استخراج تابع مطلوبیت و در نهایت مشخص کردن نقطه رضایت بخش استفاده شده است؛ همچنین کارایی روش با یک مثال نشان داده شده است.

واژگان کلیدی: تابع مطلوبیت، روش سطح پاسخ، تصمیم گیرنده، چند پاسخه، تابع زیان

Abstract

In this paper response surface method (RSM) is explained initially as one of the most important tools of quality improvement , then a review of the literature is presented in relation with the optimization of the multi-responses within RSM framework. Attempts are classified in three groups: loss function, desirability function, and classic methods. Then each item will be discussed usefully. Since the method of the utility function considers the decision-maker's opinions objectively, it is quite important. It should be noted that the function of common utilities being used in RSM is in fact L-P metric formula. The relationship between quality attributes and their respective effects are not taken into account by it. Since it is important to provide aid circumstances and guidelines for decision-makers in the discovery of the solution, Raiffa and Keeney's method is effective in this respect. Thus, this method is used to obtain utility function and finally to determine a satisfactory solution. The efficiency of the mentioned method is illustrated by an example.

Keywords: Response Surface Method (RSM), decision-makers (DM), multi-responses, utility function, loss function

۱- مقدمه

برای آن دسته از مسائل کنترل کیفیت که در آنها کالا دارای چندین مشخصه کیفی است و هدف بهبود این مشخصه های کیفی می باشد لازم است از روشهای مناسب جهت بهبود و توسعه فرآیند تولید استفاده شود . یکی از روشهای مناسب برای بهبودفرآیند تولید استفاده از روش آماری سطح پاسخ است . ارتباط بین بهینه سازی و اطلاعات آماری به اوایل قرن ۱۹ باز می گردد[20].

از نظر بوکس و هانتر ،روش سطح پاسخ (RSM) مجموعه ای از تکنیک های طرح ریزی آزمایش ها و

۱- استاد دانشگاه علم و صنعت

۲- استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج

بهینه سازی است که توسط آماردانـان و صـاحب نظـران علوم مختلف جهت بهینه یابی مـورد اسـتفاده قـرار مـی گیـرد. در RSM بـا بـه کـارگیری طرحهـای آزمایـشی مناسب اطلاعات ساخت یافته ای به دست می آید که بـا بـرازش مـدل مناسـب بـر داده هـای بـه دسـت آمـده منحنی های سطح پاسخ به دست می آیـد کـه در جهـت بهبود فرآیند تولید از آن استفاده می شود . RSM دارای این مزیت اسـت کـه بخـشی از محاسـبات را مـی تـوان بـصورت مـوازی انجـام داد. همچنـین مـی تـوان میـزان حساسیت پارامترهای تخمینی را به دست آورد [12]. به منظور کاهش هزینه محاسبه ، تحقیقـات فعلـی در زمینـه RSM در سـه مـسیر دنبـال مـی شـود[11]مـسیر اول شناسایی و توسعه طرحهای جایگزین طرحهـای تجربـی در جهت کاهش هزینه جمع‌آوری اطلاعات است . مسیر دوم تحقیقات در مـورد توسـعه مـدلهای بـرآورد سـطح پاسخ است و مـسیر سـوم تحقیقـات در جهـت توسـعه روشهایی است که بطور مکرر می توانند دقت مدل سطح پاسخ را بهبود بخشند .

۲- مدلهای بهینه یابی چند هدفه

در این مدلها هدف دسترسی به یـک راه حـل مـوثر در تأمین k هدف در یک فضای موجه مـی باشـد . اگـر بردار متغیرهای قابل کنترل را با x ، عوامل محدود کننده را با $g_i(X)$ و اهداف را با $y_i(X)$ نشان دهـیم مـدل آن را می توان بصورت رابطه (۱) نوشت :

$$\begin{array}{llll} \min \quad or \quad \max & Z_r = y_r(X) & r=1, & (1) \\ s.t & x \in g_i(X) & i=1,...,m & \end{array}$$

از آنجـا کـه بـه دسـت آوردن x بطـوری کـه کلیـه اهداف را بهینه نماید در عمل غیر ممکـن یـا بـه نـدرت اتفاق می افتد به دست آوردن نقطه بینـابینی *x بطـوری که برآیند اهداف را تـأمین نمایـد و حـداکثر رضـایت را برای تصمیم گیرنده (DM) ایجاد نمایدازاهمیت ویـژه ای برخـوردار اسـت[7]. مطالعـات گـسترده ای در ایـن حوزه انجام شده و روشـهای متعـددی پیـشنهاد گردیـده است . در حوزه کنترل کیفیـت نیـز بـرای بهبـود فرآینـد تولید یکی از مهمترین روشها، بکار گیری RSM است . بیشتر مطالعات در RSM بر روی حـالتی متمرکـز شـده است که در آن فقط بهبود یک مشخصه مورد علاقه بوده است . اما در عمـل تعیـین سـطوحی از متغیرهـای قابـل کنترل که بطور همزمان برآیند مشخـصه هـای کیفـی در چـارچوب تفکـرات DM در نظـر گرفتـه شـود دارای اهمیت است.

یکـی از مـشکلات معمـول در بهینـه سـازی چنـد پاسخه این است که هنگام بهینـه نمـودن یـک مشخـصه سایر مشخصه های کیفی تحت تأثیر قرار می گیرند . بـه عبـارت دیگـر مجموعـه ای از شـرایط کـه بـرای یـک خصوصیت بهینه است لزوماً برای سایر مشخصه ها بهینه نیست.به همین دلیل طراحی روشی که بتواند بـا در نظـر گرفتن جنبه های مختلف محصول قابـل قبـولی را ارائـه نماید از اهمیت ویـژه ای برخـوردار اسـت [18]. بهینـه یابی چنـد پاسـخه در چـارچوبRSM تلاشـی جهـت رسیدن به این هدف است.

پیگن تیلو روشهای موجود بهینه سازی چند پاسـخه درRSM را در شش دسته طبقه بندی نمود و از قابلیت آنهـا در کمینـه سـازی زیـان سـخن گفتـه اسـت (Pignatiello,1993,6) . مـدلهای بهینـه یـابی چنـد پاسخه در چارچوب روش RSM را مـی تـوان در سـه گروه دسته بندی نمود (رسول نورالسناء، هیرش سـلطان پناه، ۱۳۸۱،کنفرانس آمار).

۱- روشهای کلاسیک

۲- استفاده از تابع زیان

۳- روش تابع مطلوبیت

۱-۲- روشهای کلاسیک

روشهای کلاسیک شبیه روش اهداف حددار [۱] و در مواردی ترکیبی از روش اهداف حددار و روش لکسیکو گراف [۲] است.

میرس وکارتیر روش بهینه سازی برای حداکثر (یا حداقل) کردن جواب اصلی همراه با محدود کردن جوابهای دیگر را برای اولین بار پیشنهاد کردند [15] .روش میرس وکارتیر برای دو جواب بود که بلیس این روش را به بیش از دو جواب گسترش داد[6] . خوری، میرس و وینینگ با ترکیب روش میرس و کارتیر با روش تاگوچی این شیوه را گسترش دادند [16]. آنها آثار (نتایج) پراکندگی و پاسخ را به عنوان دو جواب جداگانه مورد بررسی قرار دارند .

دیل کاستیلو و مونت گومیری در سال ۱۹۹۳ ، لاینی در سال ۱۹۹۵ ، سیمپل در سال ۱۹۹۷ ، رال و آلبین در سال ۱۹۹۹ و لوی و همکارانش درسال ۲۰۰۰ روش وینینگ و میرس را مورد استفاده قرار داده و در گسترش و بهبود آن نقش داشتند .

۲-۲- روش تابع زیان

امروزه روش تابع زیان به عنوان یک وسیله تصمیم گیری به طور عمده در دو ناحیه مورد استفاده قرار می گیرد . که یکی در طراحی فرآیند تولید و دیگری در برنامه های بهبود کیفیت است . در هر دو حالت روش تابع زیان بر برآورد ضرر ناشی از انحراف اهداف استوار است. مبنای روش تابع زیان ، تابع زیان ارائه شده توسط تاگوچی است. تاگوچی یک مدل ریاضی به صورت رابطه(۲) ارائه داد.

$$loss(y(X)) = K(y(X) - T)^2 \qquad (۲)$$

در این رابطه T مقدار مورد نظر از مشخصه کیفی ، $y(X)$ تابع مشخصه کیفی و k ضریب زیان کیفی [۳] است که در آن زیان تابعی درجه دوم از انحراف مشخصه های کیفی است. خوری وکانلن [14] جز و اولین افرادی هستند که تابع زیان تاگوچی را به چند مشخصه کیفی بسط دادند. پیگن تیلو یک شیوهٔ چند پاسخه بر اساس معیار حداقل نمودن انحراف از اهداف و حداکثر نمودن مقاومت در مقابل و اریانس از مشخصه های کیفی را ارائه داد. آرتیس لیون [5] روشی را پیشنهاد کرد که در چارچوب آن امکان ترکیب تابع زیان مربوط به مشخصه های کیفی را ممکن می سازد . او ضریب k را به نحوی تعیین می کند که مقدار هدف در مرکز حدود مشخصه فنی قرار گرفته باشد. به طور کلی در روش تابع زیان علاوه بر بهبود مشخصه های کیفی به واریانس – کوواریانس پاسخها نیز توجه می شود. آرتیس لیون از بسط تابع زیان تاگوچی تابع زیانی به صورت رابطه(۳) را پیشنهاد نمود.

$$L(y, X, t) = 4\sum_{i=1}^{k} \left(\frac{y_i(X) - T_i}{USL_i - LSL_i} \right)^2 \qquad (۳)$$

پیگن تیلو (Ibid) تابع زیانی به صورت رابطه (٤) را پیشنهاد نمود .

مجموعاً توابع زیان ارائه شده توسط صاحب نظران مختلف از نوع درجه دوم می باشند . هرگاه در عمل به دست آوردن کالا با ویژگی های کیفی مشخص مورد نظر باشد این روش ، روش بسیار مناسبی است . اما اگر هدف حداکثر یا حداقل نمودن مشخصه های کیفی کالا باشد این روش ، روش مناسبی نیست.

---

[۱]- Bunded – Objective - Methods
[۲]- Lexicograph - Methods
[۳]- Quality Loss Coefficient

$$L(y,t)=\sum_{i=1}^{k}k_i\left[\delta_i^2+(\mu_i-T_i)^2\right]+\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=i+1}^{k}k_{ij}\left[\delta_{ij}+(\mu_i-T_i)(\mu_j-T_j\right] \quad (٤)$$

۳-۲- روش تابع مطلوبیت

این روش اولین بار توسط هارینگتون مطرح گردید (Ibid) . و در سال ۱۹۷۲ توسط گتزا وماک میلان مورد استفاده قرارگرفت. این روش بعداً توسط افرادی مانند درینگر و سویچ گسترش یافت (Derringer, Suich,1980,217). ایده اساسی در روش تابع مطلوبیت تبدیل یک مسأله چند هدفه به مسأله ای یک هدفه است . تابع مطلوبیت به کار رفته در بهینه یابی چند پاسخه در RSM مقادیر پاسخ را به کمک توابع برازش شده به مقادیری بین صفر و یک تبدیل می نمایند . این مقادیر میزان مطلوبیت هر کدام از پاسخها را نشان می دهند . بعد از محاسبه تابع مطلوبیت تمامی مشخصه های کیفی، تابع مطلوبیت کل از ترکیب این توابع مطلوبیت به دست می آید . هارینگتون در حالت یک طرفه برای محاسبه تابع مطلوبیت رابطه (٥) و در حالت دو طرفه رابطه (٦) را پیشنهاد نمود .

$$d_i(\hat{y}_i(X))=e^{\hat{y}_i(X)} \quad (٥)$$

$$d_i(\hat{y}_i(X))=e^{-\left|\hat{y}_i(X)\right|} \quad (٦)$$

ایراد اساسی تابع مطلوبیت پیشنهادی هارینگتون آن است که قابلیت گرفتن شکلهای مختلف را ندارد به همین دلیل درینگر و سویچ تابع توسعه یافته (۷) را برای حالت یک طرفه و تابع توسعه یافته (۸) را برای حالت دو طرفه پیشنهاد نمودند Del (castillo,Montgomery,1996,339).

$$d_i(\hat{y}_i(X))=\begin{cases}0 & \text{if} \quad \hat{y}_i(X)\le \hat{y}_{\min} \\ \left(\dfrac{\hat{y}_i-\hat{y}_{\min\ i}}{\hat{y}_{\max i}-\hat{y}_{\min i}}\right)^r & \text{if} \quad \hat{y}_{\min}\le \hat{y}_i(x)\le \hat{y}_{\max i} \\ 1 & \text{if} \quad \hat{y}_i(x)\ge \hat{y}_{\max i}\end{cases} \quad (٧)$$

$$d_i(\hat{y}_i(X))=\begin{cases}\left(\dfrac{\hat{y}_i-\hat{y}_{\min\ i}}{T_i-\hat{y}_{\min\ i}}\right)^s & \text{If } \hat{y}_{\min}\le \hat{y}_i(x)<T \\ \left(\dfrac{\hat{y}_{\max\ i}-\hat{y}_i}{\hat{y}_{\min\ i}-T_i}\right)^r & \text{If} \quad T_i\le \hat{y}_i(x)\le \hat{y}_{\max i} \\ 0 & \text{در سایر نقاط}\end{cases} \quad (٨)$$

که در این روابط T_i مقدار مطلوب از مشخصه i ام و r و S پارامترهای تابع مطلوبیت می باشند. درینگر و سویچ مطلوبیت کل را بصورت رابطه(۹) یعنی میانگین هندسی مطلوبیت مشخصه های کیفی تعریف نمودند .

$$D_{(y)}=\left[d_1(y_1).d_2(y_2).....d_k(y_k)\right] \quad (٩)$$

۳-انتخاب روش تابع مطلوبیت

همچنان که گفته شد یکی از روشهای مهم جهت تصمیم گیری، استفاده از تابع مطلوبیت است . اما آنچه درینگر و سویچ تحت عنوان تابع مطلوبیت ارائه نمودند در واقع فرمول L-P متر یک است که در آن مقدار r و s مشخص کنندهٔ درجه تأکید بر انحراف موجود با نقطه بهینه اهداف است . این روش بیشتر ویژگی تابع ارزش [٤] را دارد به همین دلیل در این مقاله برای به دست آوردن جواب بهینه در روش RSM معروف ترین روش علمی برآورد تابع مطلوبیت یعنی؛ روش کینی و ریفا پیشنهاد می‌گردد. به عبارت دیگر روش کینی و ریفا در

4 . Value Function

چارچوب روش RSM جهت بهینه یابی چند پاسخه مورد استفاده قرار می گیرد.

کینی و ریفا روش خود را بر اساس تجزیه مسأله به شاخص های تشکیل دهنده آن و سپس تعیین یک تابع مطلوبیت شرطی برای هر شاخص بنا نهاده اند. شرطی بدان مفهوم که در محاسبه تابع مطلوبیت یک شاخص، سایر شاخص ها در یک سطح مشخص ثابت نگه داشته می شوند. در نتیجه این توابع شرطی با یکدیگر ترکیب شده و تابع مطلوبیت کل به دست می آید [13]. حال با این سوال روبرو هستیم که چرا روش کینی و ریفا روشی مناسب برای بهینه یابی چند پاسخه است ؟

در پاسخ باید گفت هر فرد به گرفتن تصمیمات خوب علاقه مند است. یا به طور دقیق تر، تصمیم گیران علاقه مندند تصمیماتی بگیرند که نتایج خوبی از آن به دست آید. حال سوال اینست که یک پروسه تصمیم گیری خوب باید چه ویژگی داشته باشد ؟ استیوارت[19] می گوید: هدف از هر تکنیک تصمیم گیری چند معیاره (MCDM) فراهم نمودن شرایط کمک و راهنمایی برای تصمیم گیرنده در کشف راه حل مسأله است. فرینچ [10] اضافه می کند که یک روش مناسب باید به تصمیم گیرنده کمک کند که نه تنها مسأله بلکه خود را هم جستجو نماید . کینی می گوید ما باید بیشتر وقت تصمیم گیری خود را بر روی آنچه مهم است متمرکز کنیم تا ارزشهای خود را بفهمیم و از این ارزشها برای تفکر و سنجش استفاده کنیم تا گزینه های بهتری ایجاد و با دقت بیشتری ارزش گزینه ها را ارزیابی نماییم.

در درون تمام این نقل قولها این عقیده مشترک وجود دارد که یک فرآیند تصمیم گیری خوب، تصمیم گیرنده را مجبور می کند برتری هایش را بفهمد، مسأله را بهتر درک کند و به گزینه ها اجازه توسعه دهد . از آنجا که روش کینی و ریفا دارای ویژگیهای فوق است می تواند روشی مناسب برای بهینه یابی چند پاسخه در چارچوب RSM باشد.

۴- روش کینی و ریفا

مورگینسترن و نیومن در سال ۱۹٤۷ نشان دادند که تحت شرایط خاص امکان پی ریزی یک سری اعداد برای یک تصمیم گیرنده معین وجود دارد تا او بتواند از اعداد مذکور برای پیش بینی انتخابهای خود در شرایط نا مطمئن استفاده نماید[3]. نیومن با ارائه بحث بازی استاندارد این روش را تکمیل نمود. کینی و ریفا معروف ترین روش محاسبه تابع مطلوبیت را بر اساس تجزیه مسأله به شاخصهای تشکیل دهنده آن و تعیین توابع مطلوبیت شرطی به فرض ثابت نگه داشتن سایر مشخصه ها و ترکیب این توابع شرطی برای محاسبه تابع مطلوبیت کل را ارائه نمودند . آنها برای محاسبه تابع مطلوبیت شرطی از روش بازیهای استاندارد استفاده کردند.

برای توضیح فرض کنید؛ کالایی مانند x تولید شود. کالای x بعد از تولید زمانی که به دست مصرف کننده می رسد همگی در حد استاندارد نیستند به همین دلیل زمانی که کالای x به دست مصرف کننده می رسد او از قبل هیچ گونه آگاهی در این مورد که کالای x در حد استاندارد است یا خیر ندارد.

فرض کنید A نمایانگر حالتی است که فرد تصمیم گیرنده دارای کالای x در حد قابل قبول ، B حالتی است که فرد کالای X را ندارد و C حالتی است که فرد دارای کالای X است که پایین تراز حد استاندارد است. و اگر فرد مورد نظر A را بر B و B را بر C ترجیح دهد. بنابراین تصمیم گیرنده بر سر یک دو راهی در دو

انتخاب زیر قرار می گیرد.

DM-۱ می تواند موقعیت فعلی خود را حفظ کند و اصلاً کالای X را خریداری ننماید . این یک انتخاب قطعی با احتمالی معادل یک است . (موقعیت B)

DM-۲ می تواند یک بلیط بخت آزمایی بخرد و در یک مسابقه که پی آمدهای آن رسیدن به کالای X در حد استاندارد (موقعیت A) یا رسیدن به کالای X در حد پایین تر از حد استاندارد (موقعیت C) است شرکت نماید.

نحوه تصمیم گیری فرد برای انتخابهای فوق به درجه ریسک پذیری DM و شانس برد (موقعیت A) وابسته است. اگر امکان وقوع حادثه A زیاد باشد وی ممکن است در بخت آزمایی شرکت نماید در غیر اینصورت ممکن است وی ترجیح دهد با اطمینان پول خود را حفظ نماید . همچنین سطحی از احتمال وقوع A وجود دارد که DM بین این دو گزینه بی تفاوت است. در چارچوب بحث فوق با بررسی لاتاریهای مختلف می توان مطلوبیت مورد انتظار گزینه های مختلف را محاسبه و با بر ازش رابطه مناسب تابع مطلوبیت شرطی تک تک مشخصه ها را به دست آورده از ترکیب آنها مطلوبیت کل را محاسبه نمود. برای ترکیب توابع شرطی باید فرم ترکیبی خاصی از آنها مورد استفاده قرار گیرد فرم های مختلف برای ترکیب توابع مطلوبیت بصورت روابط (10),(11),(12) پیشنهاد شده اند (محمد جواد اصغرپور، ۱۳۸۱، ۱۹)

۱- فرم جمع پذیر :

$$\bigcup(A)=\sum_{j=1}^{k} a_j U_j(r_j) \qquad (۱۰)$$

۲- فرم حاصل ضرب:

$$1+\alpha\bigcup(A)=\prod_{j=1}^{k}\left[1+a.a_j U_j(r_j)\right] \qquad (۱۱)$$

۳- فرم ترکیب خطی چند گانه :

$$\bigcup(A)=\sum_{j=1}^{k} a_j U_j(r_j)+\sum_{j=1}^{k}\sum_{j'>j}^{k} a_{jj'} U_j(r_j)U_{j'}(r_{j'}) +\ldots+a_{12..n}U_1(r_1)U_2(r_2)....U_k(r_k) \qquad (۱۲)$$

بطوری که $0<\bigcup_j(r_j)<1$ خواهد بود و $\bigcup_j(r_j)$ تابع مطلوبیت شرطی مشخصه j ام است .

فرم ترکیب خطی چند گانی به لحاظ آنکه به حداقل فرضیه های استقلال بین مشخصه های کیفی نیاز دارد به واقعیت نزدیک تر است. به همین دلیل در مثال مورد بررسی فرم ترکیب خطی چندگانه مورد استفاده قرار گرفته است .

۵-مثال

برای توضیح روش کینی و ریفا و همچنین نحوه به کارگیری آن در روش سطح پاسخ، مثال آقای علی جهان در پایان‌نامه کارشناسی ارشد به لحاظ دردسترس بودن DM در این مقاله مورد استفاده قرار می گیرد (علی جهان، ۱۳۸۰ ،تزفوق لیسانس). طرح آزمایشی مورد استفاده طرح مرکب مرکزی است که متغیرهای قابل کنترل آن عبارتند از : ۱- درصد نشادر فلاکس کوره (X_1) ۲- ضخامت آلیاژ قلع و سرب روی لوله رادیاتور (X_2) ۳- دما (X_3)٤- درصد قلع در آلیاژ روی لوله رادیاتور (X_4) ، همچنین مشخصه‌های کیفی مورد مطالعه نیز عبارتند از ۱- میزان خوردگی (y_1) ۲- چسبندگی (y_2) ، که هدف حداکثرکردن آنهاست.

منحنیهای سطح پاسخ برای مشخصه‌های کیفی به

صورت روابط (١٣)و(١٤) به دست آمده است.

$$Y_1=250.34-34.26x_1+43.91x_2-1.55x_3+6.75x_4-24.09\,x_1^2-22.97\,x_2^2-21.84\,x_3^2-23.22\,x_4^2+4.56\,x_1x_2+16.94\,x_2x_4+25.31\,x_3x_4 \quad (١٣)$$

$$Y_2=176.75-2.01x_1+30.6x_2+2.59x_3+16.87x_4-13.31\,x_1^2-13.19\,x_2^2-12.94\,x_3^2-12.44\,x_4^2+8.56\,x_1x_4-3.94\,x_2x_4+8.69\,x_3x_4 \quad (١٤)$$

پس مسأله چند هدفه مورد بررسی به صورت رابطه (١٥) خواهد بود.

$$\begin{aligned} &Max && y_1(X)\\ &Max && y_2(X)\\ &S.t && -1\le x_i\le 1 \qquad i=1,\dots,4 \end{aligned} \quad (١٥)$$

بعد از جمع‌آوری اطلاعات از DM در چار چوب روش کینی و ریفا تابع مطلوبیت شرطی مشخصه‌های کیفی بصورت روابط (١٦) و (١٧) به دست آمد.

$$U_1=1333(1-e^{-0.000002414Y_1}) \quad (١٦)$$

$$U_1=987.9(1-e^{-0.000004117Y_2}) \quad (١٧)$$

با سؤال از DM ، U(180,52)=U(59,198) شد پس $\beta_1\ U_1(180,52)=\beta_2\ U_2(59,198)$ خواهد شد که با جایگزاری در توابع مطلوبیت شرطی $\beta_1=0.4292\,\beta_2$ خواهد شد.

با فرض مثبت بودن تست استقلال y_1 وy_2 با توجه به قضیه کینی تابع مطلوبیت کل را می‌توان از رابطه (١٨) به دست آورد.

$$U(y_1,y_2)=U(y_1,y_2^0)+U(y_1^0,y_1)+aU(y_1,y_2^0)U(y_1^0,y_1) \quad (١٨)$$

در مثال مورد مطالعه تابع مطلوبیت کل بصورت رابطه (١٩) به دست آمد.

$$U(y_1,y_2)=751.4(1-e^{-0.000002414y_1})+238.99(1-e^{-0.000004117y_2})+255978(1-e^{-0.000002414y_1})(1-e^{-0.000004117y_2}) \quad (١٩)$$

در نتیجه مسأله دو هدفه (١٥) به مسأله تک هدفه (٢٠) تبدیل می‌گردد.

$$\begin{aligned} &Max && z=U(y_1,y_2)\\ &S.t && -1<x_i<1 \end{aligned} \quad (٢٠)$$

$$Y_1=250.34-34.26x_1+43.91x_2-1.55x_3+6.75x_4-24.09\,x_1^2-2.97\,x_2^2-21.84\,x_3^2-23.22\,x_4^2+4.56\,x_1x_2+16.94\,x_2x_4+25.31\,x_3x_4$$

$$Y_2=176.75-2.01x_1+30.6x_2+2.59x_3+16.87x_4-13.31\,x_1^2-13.19\,x_2^2-12.94\,x_3^2-12.44\,x_4^2+8.56\,x_1x_4-3.94\,x_2x_4+8.69\,x_3x_4$$

همچنین تابع مطلوبیت به دست آمده از روش درینگیر و سویچ برای مشخصه‌های کیفی y_1 و y_2 به ترتیب به صورت روابط (٢١) و (٢٢) خواهد بود.

$$d(y_1)=\begin{cases}1 & y_1 \geq 290\\ \left(\frac{y_1-60}{290-60}\right)^{1.2843} & 60 \leq y_1 \leq 290\\ 0 & y_1 \leq 60\end{cases} \quad (۲۱)$$

$$d(y_2)=\begin{cases}1 & y_2 \geq 200\\ \left(\frac{y_2-50}{200-50}\right)^{1.4717} & 50 \leq y_2 \leq 200\\ 0 & y_2 \leq 50\end{cases} \quad (۲۲)$$

جدول ۱ حلّ مسأله فوق از روش درینگیر و سویچ ، روش اهـداف حـددار و روش Keeney و Raiffa بـه وسیله نرم‌افزار Lingo را نشان می‌دهد.

جدول ۱- نتایج حل مسأله دو هدفه مورد بررسی از روشهای مختلف

	x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*	y_1^*	y_2
Keeney & Raiffa	0	1	0.1764	0.5645	278.8	196.7
Derringer & Suich	0	1	0	0	271.3	194.2
روش اهـــداف حددار	0	1	0.3802	0.7173	279.5	193.8

۶- نتیجه گیری

همچنانکه دیده مـی‌شـودجواب بـه دسـت آمـده از روش Keeney و Raiffa بر جـواب بـه دسـت آمـده از روش Derringer و Suich برتـــری دارد. همچنـــین از مقایسه جواب به دست آمده از روش Keeney و Raiffa با جواب به دست آمده از روش اهداف حددار اگر چه y_1 در روش Keeney به نسبت روش اهـداف حـددار 0.8 واحد کاهش یافته است اما این کاهش منجر بـه افـزایش y2 به اندازه 2.54 واحد شد. اگر چه اهمیت نسبی y_1 از y_2 از نظر DM در واحد بیشتر بود اما از آنجا که کـاهش y_1 همراه افزایش قابل قبولی از y_2 همراه بوده اسـت از نظـر DM جـواب بـه دسـت آمـده از روش Keeney و Raiffa بر روش اهداف حددار برتری داشت .

اگر چـه روشKeeney و Raiffa روشـی علمـی، کارآمد و بسیار مناسب برای تصمیصم‌گیری چند معیـاره اسـت. امـا بـا افـزایش تعـداد متغیرهـای تـصمیم‌گیـری اسـتخراج تـابع مطلوبیـت بـسیار مـشکل خواهـد شـد . همچنین فهم الگوریتم برای DM می‌تواند مشکل باشـد. به همین دلیل برای مطالعات آینده ارائه روشی ساده‌تر در این چارچوب که برای DM قابل فهم تر باشـد پیـشنهاد می‌گردد. همچنین ترکیب روش اهـداف حـددار و تـابع مطلوبیت در جهت کـاهش تعـداد مشخـصه‌هـای کیفـی می‌تواند پیچیدگی محاسبه تابع مطلوبیت را کاهش دهد.

فهرست منابع و مآخذ:

۱- اصغر پور ، محمد جـواد (۱۳۷۷) " تـصمیم گیـری چند معیاره " انتشارات دانشگاه تهران،تهـران، ۱۳۸۱، دوم، اول،۲۱ -۱۹

۲- جهان، علی " بهینـه‌سـازی مـدلهای چنـد هدفـه در طراحی آزمایش ها " پایان‌نامه برای دریافـت درجـه کارشناسـی ارشـد،۱۳۸۱، دانـشگاه علـم و صـنعت ایران.

۳- راســل ،ال،ایکــاف "روش علمــی بهینــه ســازی تصمیمات در پژوهشهای کاربردی " منصور شـریفی کلـویی ، نـشر آرویـن، تهـران ،۱۳۷۷، اول ، اول ، ۱۱۷-۱۱٤.

٤- نورالسنا ، رسول و سلطان پناه ، هیرش " بهینـه‌یـابی چنـد شاخـصه در کنتـرل کیفیـت از روش سـطح پاسخ " کنفرانس بـین‌المللـی آمـار چهـار تـا شـشم شهریورماه ۱۳۸۱.

5- Artiles- Leon N.(1996) "A pragmatic Approach to Multiple – Response problems using Loss Functions "Quality Engineering

,Vol 2 , pp 213-220
6- Biles W.(1975), " A Response surface Methods for Experimental optimization of Multi– Response Processes" Industrial and Engineering chemistry ,Vol 2,pp152-158.
7- C.T. Chiao , M.Tamede, (2001) " Analyzing Experiments with Corrolated Multiple Responses" Journal of Quality Technology ,Vol 4 , pp 451-465
8- Derringer G. and Suich R., (1980) " Simultaneous optimization of several response variables " Journal of Quality Technology ,Vol 2 , pp 214-219.
9- Del Castillo E.,Montgomery D.C.&Mc Crville D.R.(1996)"Desirability Functions for Multiple Response optimization"Journal of Quality Technology ,Vol 3 , pp 337-345.
10- French S. (1984) " Interactive Multi – objective programming : its Aims Applications and Demands" Journal of the operational Research Society , Vol 4 , pp 827-834.
11- G.Gary Wang, (2002) "Adaptive Response surface Method using Inherited Latin Hypercube Design points " Journal of Mechanical Design , Vol 1 , pp 1-31.
12- Haftka R.,Scott E.P. and Cruz J.R,(1998) " Optimization and Experiments : A Survey " Applied Mechanics Review ,Vol 3 , pp 435-448.
13- Keeney R.L . and H. Raiffa(1976) " Decisions with Multiple objectives : preferences and value Tradeoffs " John wiley, Newyork.
14- Khuri A. and Conlon M., (1981) "Simultaneous optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial regression functions " Technometrics ,Vol 2 , pp 363-375.
15- Myers R.and Carter W.J, (1973) . " Response surface Techniques for Dual Response Systems " Technometrics , Vol 2 , pp 301-317.
16- Myers . R, Khuri A and Vining .G,(1992) "Response Surface Alternatives to the Taguchi Robust parameter Design Approach " the American statistician ,Vol 1, pp131-139.
17- Pignatiello J.J,(1993) " Strategies for Robust Multiresponse " Quality Engineering ,Vol 1 , pp 5-15.
18- Richard Suhr and Robert G. Batson, (2001) " Constrainged Multivariate Loss Function Minimization " Quality Engineering , Vol 4 , pp 475-483.
19- Stewart T.J.(1992) " A Critical Survey on the Status of Multiple Criteria Decision Making Theory and Practice " OMEGA , Vol 3 , pp 569-586.
20- W.M.Carlyle , D.C.Montgomery and G.C.Runger,(2000) " optimization problems and Methods in Quality control and Improvement " journal of Quality Technology, Vol 1, pp1-31.