



## بهینه سازی مسأله ترکیبی موجودی صف در شرایط عدم اطمینان با استفاده از برنامه ریزی فازی

علیرضا علی نژاد (نویسنده مسؤل)

استادیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین، ایران

E-Mail: [alinejad@qiau.ac.ir](mailto:alinejad@qiau.ac.ir)

وحید حاجی پور

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، قزوین، ایران

امین محمودی

مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، گروه مهندسی صنایع، بوئین زهرا، قزوین، ایران

تاریخ دریافت: ۹۳/۷/۱۵ \* تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۱/۲۲

### چکیده

در این مقاله، یک سیستم موجودی- صف با سیاست کنترل موجودی پیوسته و ورود گروهی مشتریان در نظر گرفته می شود که در آن تقاضا تصادفی بوده و از توزیع پواسون تبعیت میکند. بر خلاف سایر تحقیقات انجام شده در ادبیات، این مقاله میکوشد تا با در نظرگیری دو مطلب مسئله را به دنیای واقعی نزدیکتر کند: (۱) از آنجائیکه در دنیای واقعی تقاضای مشتریان به برخی از عوامل همچون قیمت وابسته است، بنابراین تابع تقاضا در این مقاله بطور همزمان هم تصادفی بوده و هم وابسته به پارامتر قیمت می باشد، (۲) عمدتاً اطلاعات موجود در دنیای واقعی دارای نوعی ابهام و عدم قطعیت هستند، بنابراین به منظور مدل کردن شرایط مسئله از یک برنامه ریزی ریاضی فازی بهره جسته شده است. بنابراین مدل ارائه شده با هدف ماکزیمم کردن سود به تحلیل متغیرهای قیمت و مقدار سفارش می باشد. از آنجائیکه مدل ارائه شده در رسته مسائل پیچیده می باشد، بنابراین دو الگوریتم چندهدفه مبتنی بر الگوریتم ژنتیک با رویکرد پارتو جهت حل مدل ارائه شده مورد استفاده قرار گرفته است. در نهایت تحلیل عددی نتایج به منظور ارزیابی صحت مدل پیشنهادی و کارایی الگوریتم ها ارائه شده است.

**کلمات کلیدی:** کنترل موجودی، تئوری صف، برنامه ریزی فازی، هوش محاسباتی.

## ۱- مقدمه

امروزه ترکیب تئوری صف با مدل‌های کنترل موجودی از موضوعات جدیدی هستند که اخیراً مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. در این سیستم، مشتریان نفر به نفر وارد شده و درخواست خدمت می‌کنند. به منظور تکمیل درخواست مشتریان یک کالا از موجودی انبار مورد نیاز است. یک مشتری پس از گرفتن خدمت بلافاصله از سیستم خارج شده و موجودی در دست سیستم زمانیکه یک خدمت تکمیل می‌شود، یک واحد کاهش می‌یابد. موجودی توسط یک تامین کننده خارجی تامین می‌شود. یک سیستم با این ویژگی‌هایی که بیان شده به یک سیستم موجودی-صف مشهور است (Schward and et al., 2006). به علت اثری که موجودی در دست بر رو خدمت‌دهی دارد، سیستم موجودی-صف با سیستم سنتی صف متفاوت است. اگر موجودی در دست وجود نداشته باشد، خدمت دهی بطور گسسته خواهد بود. همچنین آن با سیستم سنتی موجودی نیز متفاوت است، زیرا بجای نرخ ورود مشتریان به هنگامی که مشتریان به منظور دریافت خدمت در صف هستند، موجوی با یک نرخ خدمت دهی مشخص مصرف می‌شود.

برمن و کیم<sup>۱</sup> (۱۹۹۹) یک سیستم موجودی صف را مورد بررسی و تحلیل قرار دادند که در آن سیستم نرخ ورود دارای توزیع پواسون، نرخ خدمت دهی توزیع نمایی و همچنین مدت زمان تحویل صفر در نظر گرفته بود. برمن و ساپنا<sup>۲</sup> (۲۰۰۰) سیستم‌های موجوی-صف را با ورودی پواسون و یک نرخ خدمت دهی دلخواه و قراردادی با زمان تحویل صفر مورد مطالعه قرار دادند. آنها مقدار بهینه حداکثر موجودی را با حداقل کردن مقدار متوسط نرخ هزینه‌ها را تعیین کردند. برمن و ساپنا (۲۰۰۱) یکی سیستم با ظرفیت محدود در مورد مطالعه قرار دادند که در آن نرخ ورودی پواسون و توزیع نرخ خدمت دهی و همچنین زمان تحویل بصورت نمایی در نظر گرفتند. آنها وجود یک سیاست بهینه خدمت دهی ثابت را اثبات کردند. برمن و کیم (۲۰۰۱) یک زنجیره تامین مبتنی بر اینترنت را در نظر گرفتند که در آن مدت زمان تحویل دارای توزیع ارلنگ بود. آنها پی بردند که سیاست بهینه سفارش دهی دارای یک ساختار آستانه یکنواخت می‌باشد. برمن و کیم (۲۰۰۴) یک سیستم موجوی-صف با نرخ ورود پواسون و نرخ خدمت دهی و همچنین زمان تحویل نمایی را بررسی کردند و یک سیاست بازپرسازی با هدف ماکزیم کردن سود سیستم تعیین کردند. دونگ و چن<sup>۳</sup> (۲۰۰۵) مدل صف - موجودی را برای تحلیل و ارزیابی عملکرد یک شبکه لجستیک یکپارچه توسعه دادند که سیاست سفارش دهی گروهی و اندازه انباشته را در مدل خود قرار داده و از سیستم  $G^X / G / 1$  بجای  $M^X / G / \infty$  تحت سیاست کنترل موجودی  $(s, S)$  استفاده کرده‌اند. ایزوتوپا<sup>۴</sup> (۲۰۰۶) سیستم موجودی فروش از دست رفته با دو نوع مشتری معمولی و اولویت دار با وجود مدت تحویلی که دارای توزیع نمایی است را مورد تحلیل قرار داده است. تقاضای هر دو نوع مشتری با توزیع پواسون و با پارامترهای مختلف می‌رسد. یک الگوریتم کارا برای محاسبه مقادیر بهینه مقدار سفارش و سطح سفارش مجدد توسعه داده شده است. اسپوزا<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۰۶) توزیع‌های پایداری از فرآیندهای تلفیقی موجودی و طول صف را از سیستم موجودی-صف  $M/M/1$  استنتاج کردند که در فروش به صورت از دست رفته در نظر گرفته شده بود و سیاست‌های مختلف مدیریت موجودی همانند  $(r, Q)$  و  $(r, S)$  را مورد بررسی قرار دادند. اسپوزا و دادونا<sup>۶</sup> (۲۰۰۶) یکی سیستم موجودی-صف  $M/M/1$  در حضور سفارش معوقه را مورد مطالعه قرار دادند. کریش نامورسی<sup>۷</sup> و همکاران (۲۰۰۶) یک سیستم موجودی  $(s, S)$  را در نظر گرفتند که خدمت دهند حتی زمانیکه مشتری در سیستم نیست، به فرآیند تولید کالا ادامه می‌دهد. کریش نامورسی و همکاران (۲۰۰۶) یک سیاستی بنام N-policy را در سیستم موجودی  $(s, S)$  معرفی کردند. هیل<sup>۸</sup> (۲۰۰۷) مدل-های موجودی فروش از دست رفته، مرور دائم با تقاضای پواسون، مدت تحویل ثابت و بدون هزینه ثابت سفارش دهی با سیاست

<sup>1</sup> Berman and Kim

<sup>2</sup> Berman and Sapna

<sup>3</sup> Dong and Chen

<sup>4</sup> Isotupa

<sup>5</sup> Schwarz

<sup>6</sup> Schwarz and Daduna

<sup>7</sup> Krishnamoorthy

<sup>8</sup> Hill

موجودی پایه که می تواند با وارد کردن تاخیر بین جایگزین کردن سفارشات بهبود یابد را مورد مطالعه قرار دادند. مانوئل<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۰۷ و ۲۰۰۸) سیستم های موجودی-صف برای کالاهای فاسد شدنی با فرآیند ورود مارکوف مورد مطالعه قرار دادند. حاجی<sup>۱۰</sup> و همکاران (۲۰۱۱) یک سیستم یکپارچه موجودی-صف در ساختار زنجیره تامین دو سطحی ارائه کردند. ژائو و لیان<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۱) یک سیستم موجودی-صف با دو کلاس از مشتریان را در نظر گرفتند که در آن ورود مشتریان به سیستم بر اساس توزیع پواسون و زمان خدمت دهی دارای توزیع نمایی بود. تیموری<sup>۱۲</sup> و همکاران (۲۰۱۲) تصمیم گیری روی استراتژی نقطه نفوذ سفارش<sup>۱۳</sup> را با یک نگرش صف مورد مطالعه قرار دادند. نقطه نفوذ سفارش به مرز بین روش ساخت برای سفارش<sup>۱۴</sup> و ساخت برای انبار<sup>۱۵</sup> اطلاق می شود. علاقه بندها<sup>۱۶</sup> و حاجی پور (۲۰۱۳) یک سیستم کنترل موجودی پیوسته چند محصولی را با نگرش صف ورود گروهی ( $M_{Qr}/M/I$ ) توسعه دادند. آنها برای حل مدل توسعه داده شده از الگوریتم فرا ابتکاری استعمارگر رقابتی بهره جستند. صفاری<sup>۱۷</sup> و همکاران (۲۰۱۳) یک سیستم صف  $M/M/1$  تحت سیاست موجودی  $(r, Q)$  با فروش از دست رفته را در نظر گرفتند. آنها توزیع های ثابتی<sup>۱۸</sup> از طول صف و موجودی دست با زمان تحویل تصادفی استنتاج کردند. کریش نامورسی<sup>۱۹</sup> و همکاران (۲۰۱۳) یک سیستم موجودی-صف با احتمال  $\gamma$  برای تکمیل خدمت یک مشتری در نظر گرفتند. آنها دو سیاست  $(S, Q)$  و  $(S, S)$  را مورد بحث قرار دادند. در هر دو مورد آنها توزیع تلفیقی از تعداد مشتریان و تعداد موجودی کالاها را بدست آوردند و فرض کردند که به هنگام صف بودن موجودی مشتریان وارد سیستم نمی شوند.

همانگونه که ملاحظه می شود در تحقیقات انجام شده در حیطه مسائل موجودی-صف که در ادبیات بیان شد، در شرایط قطعی بودن اطلاعات مورد تحلیل قرار گرفته اند. این در حالی است که در شرایط مسائل دنیای واقعی بسیاری از اطلاعات بصورت مبهم، غیرقطعی می باشند. همچنین در ادبیات مسائل موجودی-صف که بالا بیان شد، کمتر به تحلیل متغیر قیمت در زنجیره عرضه پرداخته شده است. در حالیکه عمدتاً مدیریت درآمد بصورت ماکزیمم کردن سود یکی از مهم ترین اهداف زنجیره عرضه می باشد. از آنجائیکه متغیر قیمت بر میزان تقاضای وارد شده به سیستم و همچنین مقدار تقاضا بر پارامترهای سیستم صف و کنترل موجودی تاثیر گذار است، بنابراین تحلیل پارامتر قیمت با هدف ماکزیمم کردن سود اهمیت پیدا می کند.

در این مقاله بر خلاف تحقیقات انجام شده در ادبیات موضوع، به علت اینکه شرایط واقعی اغلب ابهام و عدم قطعیت در یک سری از داده ها می باشد از تئوری فازی به عنوان یک متدولوژی مفید جهت مدل سازی داده های غیرقطعی به منظور افزایش دقت و صحت در تصمیم گیری استفاده می شود. از طرفی دیگر برخلاف سایر تحقیقات ارائه شده در ادبیات، نرخ ورود مشتریان به سیستم بطور همزمان هم دارای توزیع پواسون و هم تابعی از پارامتر قیمت می باشد. بنابراین تابع هدف توسعه داده شده در این تحقیق بصورت ماکزیمم کردن سود می باشد و همچنین بدست مقدار مناسب از پارامتر قیمت یکی از متغیرهای تصمیم مدل ارائه شده می باشد. از آنجائیکه مدل های ریاضی ارائه شده در این تحقیق به صورت مدل برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح می باشد و از جمله مسائل با پیچیدگی بالا در ادبیات است، لذا جهت حل مدل های ارائه شده از رویکردهای فرا ابتکاری الگوریتم های ژنتیک مبتنی بر پارتو بهره جستیم.

در ادامه مقاله، ابتدا مدل ریاضی مساله با تعریف دقیق مساله ارائه می شود. سپس روشهای حل پیشنهادی ارائه شده و در نهایت تحلیل نتایج و مقایسات ارائه می شود. نتیجه گیری و پیشنهادات جهت تحقیقات آتی نیز در بخش نهایی ارائه می شود.

<sup>9</sup> Manuel

<sup>10</sup> Haji

<sup>11</sup> Zhao and Lian

<sup>12</sup> Teimoury

<sup>13</sup> Order Penetration Point

<sup>14</sup> Make-to-order

<sup>15</sup> Make-to-stock

<sup>16</sup> Alaghebandha and Hajipour

<sup>17</sup> Saffari

<sup>18</sup> Stationary Distributions

<sup>19</sup> Krishnamoorthy

در این مقاله سیستمی در نظر گرفته می‌شود که دارای یک تامین کننده خارجی، انبار، خرده فروش و مشتری است. در این سیستم، خرده فروش با تقاضاهایی که از جانب مشتری به صورت فرآیند پواسون وارد می‌شود، مواجه است. تقاضاهایی که به خرده فروش می‌رسد، باعث می‌شود که او بطور ثابت سفارشات را در فواصل از پیش تعیین شده و با مقدار ثابت به انبار سفارش دهد. سفارشات انبار نیز از تامین کننده خارجی تامین می‌شود. زمان حمل سفارش از انبار به خرده فروش و همچنین مدت تحویل سفارشات انبار از تامین کننده خارجی ثابت فرض می‌شوند. در این تحقیق، انبار از سیاست مرور دائم و خرده فروش از سیاست مرور دوره‌ای استفاده می‌کنند. در این سیستم، خرده فروش مقدار سفارش ثابتی را در فاصله زمانی از قبل تعیین شده به انبار سفارش می‌دهد. یعنی اینکه سفارشات خرده فروش که در واقع تقاضای انبار را تشکیل می‌دهند قطعی هستند. وجود تقاضای قطعی برای انبار موجب حذف ذخیره اطمینان و در نتیجه ساده سازی سیستم موجودی می‌شود.

از طرفی جهت هر چه نزدیکتر شدن به شرایط دنیای واقعی و مدلسازی عدم قطعیت‌های موجود و در نهایت افزایش دقت و صحت در فرآیند اخذ تصمیم از تئوری فازی بهره جسته‌ایم. مدلسازی و بهینه سازی مساله موجودی - صف در محیط فازی با در نظر گرفتن هزینه ها و منابع موجود به صورت فازی از جمله نوآوری های اصلی این طرح می باشد. علاوه بر آن چهار نوع محدودیت فضای انبار، تعداد کمبود مجاز، سطح خدمت دهی و کسری مورد انتظار دارای دیگر نکته های مدلسازی است که در این تحقیق به آنها پرداخته شده است. هدف از این بررسی حداکثر کردن سود سیستم می‌باشد.

الف) فرضیات:

- خرده فروش با تقاضای پواسون مواجه است.
- فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی خرده فروش درای توزیع نمایی است.
- تقاضای برآورده نشده بوسیله خرده فروش بصورت فروش از دست رفته است.
- کمبود برای انبار مجاز نیست.
- اندازه انباشته نمی‌تواند در انبار شکسته و بخش بخش شود.
- زمان حمل سفارش از انبار به خرده فروش (مدت تحویل خرده فروش) دارای توزیع نمایی است.
- انبار، سفارشات بدون محدودیتی به تامین کننده خارجی می‌دهد.
- مدت تحویل در رسیدن سفارش به انبار ثابت فرض می‌شود.
- انبار با تقاضای تصادفی مواجه است.
- ضرایب هزینه‌ای به صورت فازی در نظر گرفته شده است.

## ب) پارامترها و متغیرهای تصمیم

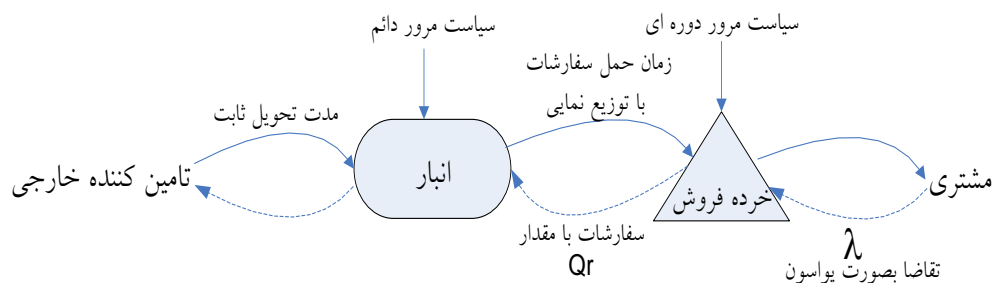
به منظور توسعه مدل پیشنهادی، پارامترهای مورد نیاز در زیر معرفی می‌شوند.

$n$	تعداد محصولات
$h_{wj}$	نرخ هزینه نگهداری کالای $j$ در انبار
$A_{wj}$	هزینه سفارش دهی کالای $j$ برای انبار
$T_{wj}$	فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی انبار برای کالای $j$
$Q_{wj}$	مقدار سفارش انبار برای کالای $j$
$h_{rj}$	هزینه نگهداری یک واحد موجودی خرده فروش برای کالای $j$ در سال
$A_{rj}$	هزینه ثابت هر نوبت سفارش یا خرید مواد خرده فروش برای کالای $j$
$T_{rj}$	فاصله زمانی بین دریافت دو سفارش متوالی خرده فروش برای کالای $j$
$\Phi_j$	نرخ ورود کالای (بسته های) $j$ به سیستم
$\mu_j$	آهنگ خدمت دهی برای کالای $j$

$\rho_j$	ضریب بهره وری برای کالای $j$
$\bar{I}_j$	متوسط موجودی در زمان $(0, T)$ در حالت پس افت برای کالای $j$ در خرده فروش
$\pi_j$	هزینه ثابت کمبود هر واحد برای کالای $j$
$L_j$	مدت تحویل کالای $j$ برای خرده فروش
$F$	ظرفیت کل انبار خرده فروش برای تمام کالاها
$f_j$	مقدار فضایی که در انبار خرده فروش هر واحد از محصول شماره $j$ به خود اختصاص می‌دهد
$G$	تعداد مجاز کمبود
$P_j$	سطح خدمت دهی به کالای $j$
$S$	هزینه کسری مجاز مورد انتظار در حالت پس افت
$\Gamma_j$	حداکثر موجودی انبار برای کالای $j$
$SS_j$	ذخیره اطمینان برای کالای $j$
$E[Q_{rj}]$	متوسط اندازه انباشته کالای $j$
$(y_1)_j$	تقاضا در مدت $T$ برای کالای $j$ که دارای توزیع پواسون با پارامتر $\lambda_{1j}$ است. $(y_1 \sim pp(\lambda_1))$
$(y_2)_j$	تقاضا در مدت $L$ برای کالای $j$ که دارای توزیع پواسون با پارامتر $\lambda_{2j}$ است (مستقل از $y_1$ و $y_2 \sim pp(\lambda_2)$ )
$y_j = (y_1 + y_2)_j$	تقاضا در مدت $L+T$ برای کالای $j$ که دارای توزیع پواسون با پارامتر $\lambda_j = \lambda_{1j} + \lambda_{2j}$ است
$R_j$	حداکثر موقعیت موجودی برای کالای $j$ که بعد از سفارش به آن می‌رسیم
$P(y_j)$	تابع چگالی احتمال تقاضا
$\bar{b}(R_j)$	متوسط کمبود برای کالای $j$
$Ch_r$	هزینه نگهداری مورد انتظار خرده فروش در حالت پایدار
$CB_r$	هزینه پس افت مورد انتظار خرده فروش در حالت پایدار
$TC_r$	کل هزینه مورد انتظار خرده فروش در حالت پایدار
$TC_w$	کل هزینه مورد انتظار انبار در حالت پایدار
$TC_B$	کل هزینه مورد انتظار پس افت سیستم (انبار و خرده فروش) در حالت پایدار
$K_1(R, T)$	تابع هزینه مربوط به خرده فروش در سیستم سفارش دهی $(R, T)$ در حالت پس افت
$D_j$	تقاضای محصول $j$
$P_j$	قیمت کالای $j$
$\xi_j$	جمعیت بالقوه مشتریان کالای $j$
$\alpha_j$	ضریب حساسیت قیمت کالای $j$

### ج) فرمولبندی ریاضی مسأله

سیستمی را در نظر بگیرید که دارای یک تامین کننده خارجی، انبار، خرده فروش و مشتری است (شکل ۱). در این سیستم، خرده فروش با تقاضاهایی که از جانب مشتری به صورت فرآیند پواسون وارد می‌شود، مواجه است. در این سیستم نرخ ورود مشتریان بصورت  $\lambda_j = \xi_j - \alpha_j p_j$  و وابسته به قیمت کالاها می‌باشد. تقاضاهایی که به خرده فروش می‌رسد، باعث می‌شود که او سفارشات را در فواصل  $T$  و با مقدار  $Q_r$  به انبار سفارش دهد. سفارشات انبار نیز از تامین کننده خارجی تامین می‌شود. زمان حمل سفارش از انبار به خرده فروش دارای توزیع نمایی است و مدت تحویل سفارشات انبار از تامین کننده خارجی ثابت فرض می‌شوند.



شکل شماره (۱): سیستم در حالت  $M^{Q_r} / M / 1$

از آنجایی که ورود کالاها به خرده فروش بصورت اندازه انباشته است، پس دارای ورود گروهی با اندازه متغیر  $Q_r$  هستیم که زمان بین ورود گروه‌ها دارای توزیع نمایی با پارامتر  $\Phi_j$  ( $\Phi_j > 0$ ) است. چون تنها یک خرده فروش در سیستم مورد بررسی داریم، پس دارای یک خدمت دهنده هستیم. ضریب بهره‌وری چنین سیستمی را با علامت  $\rho$  نشان می‌دهیم. مدت تحویل ثابت بوده و با  $L$  نشان می‌دهیم. فاصله زمانی بین دو سفارش یا دریافت متوالی ( $T$ ) را در سیستم مورد نظر تصادفی فرض می‌کنیم که دارای توزیع نمایی است. زمان‌های خدمت دهی خرده فروش برای مشتری  $J$  متغیرهای تصادفی نمایی با پارامتر  $\mu_j$  ( $\mu_j > 0$ ) هستند. خدمات‌ها را بصورت مستقل در نظر می‌گیریم که برای هر مشتری ثابت است ولی از یک مشتری به مشتری دیگر متفاوت است. ورود تقاضاها و زمان‌های خدمت‌دهی فرض می‌شود که مستقل هستند. در اینصورت می‌توان نتیجه گرفت هنگامی که سفارشی دریافت می‌شود نیاز به یک زمان سرویس‌دهی دارد حال اگر در این لحظه، زمان سرویس‌دهی به مشتری قبلی تمام نشده باشد و یا اینکه بیشتر از زمان ورود تقاضای بعدی طول بکشد ما شاهد بوجود آمدن صف خواهیم بود، بنابراین یک سیستم صف نمایی خواهیم داشت که هم زمان بین ورود و هم مدت زمان خدمت حالت نمایی دارد، و چون دارای یک خدمت دهنده هستیم یعنی سیستم صف  $M^{Q_r} / M / 1$  وجود دارد. حال با استفاده از این موضوع و در نظر گرفتن سیستم سفارش‌دهی دوره‌ای به عنوان سیاست سفارش‌دهی موجودی، می‌توانیم از میانگین تعداد مشتریان داخل سیستم در دراز مدت ( $l$ ) برای محاسبه میانگین موجودی ( $\bar{I}$ ) در سیستم موجودی سفارش‌دهی دوره‌ای استفاده کنیم.

در این تحقیق نیز، انبار از سیاست مرور دائم و خرده فروش از سیاست مرور دوره‌ای استفاده می‌کنند. در این سیستم، خرده فروش سفارشاتش را در فاصله زمانی تصادفی به انبار سفارش می‌دهد. یعنی اینکه سفارشات خرده فروش که در واقع تقاضای انبار را تشکیل می‌دهند تصادفی هستند. وجود تقاضای تصادفی برای انبار موجب اضافه شدن ذخیره اطمینان و در نتیجه مشکل شدن سیستم موجودی می‌شود. بدین منظور ابتدا مدلسازی مساله در حالت دقیق مورد مطالعه قرار می‌گیرد. سپس با در نظر گرفتن ضرایب توابع هدف به صورت فازی، مدلسازی مساله در محیط فازی فرموله می‌شود.

حال با استفاده از تابع هزینه ارائه شده در تحقیق علاقه بندها و حاجی پور (۲۰۱۳)، تابع سود سیستم بصورت مدل (۱) خواهد بود.

$$\begin{aligned} \text{Maximize } TC_B = & \left( \sum_{j=1}^n p_j \times D_j \right) - \sum_{j=1}^n (A_j / E[T_j] + h_j \bar{I}_j + \pi_j \bar{b}(R_j) / E[T_j]) \\ & - \sum_{j=1}^n A_{wj} / m_j E[T_j] + h_{wj} ((-\ln \lambda_j / 2) / \lambda_j - \lambda_j + (m_j - 1) Q_{rj} / 2) \end{aligned}$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^n \bar{b}(R_j) \leq G \tag{1}$$

$$\sum_{y_j=0}^{R_j} \lambda_j e^{-\lambda_j y_j} (y_j + 1 / \lambda_j) \geq P_j ; \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n (\pi_j \times \sum_{y_j=R_j}^{\infty} \lambda_j e^{-\lambda_j y_j} (y_j + 1 / \lambda_j) (y_j - R_j)) \leq S \quad \lambda_j Q_{rj} < T_{jr}; \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$\lambda_j - \bar{b}(R_j) = D_j; \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$R_j \geq 0$$

$Q_{rj}$  and  $m_j$  are as positive integer

$$P_j \geq 0$$

$$\lambda_j = \xi_j - \alpha_j p_j; \quad j=1, 2, \dots, n$$

محدودیت اول به دنبال حد بالایی برای تعداد کمبود می‌باشد. محدودیت دوم حداقل مقداری برای سطح ارایه خدمت مدنظر قرار میدهد. محدودیت سوم حد بالایی برای هزینه کمبود در حالت فروش از دست‌رفته مدنظر قرار می‌دهد. محدودیت چهارم پایداری سیستم صف را نشان داده و محدودیت‌های انتهایی رنج متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهد.

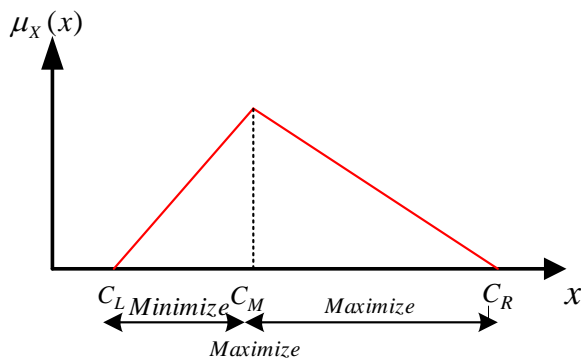
در این مقاله از یک برنامه ریزی فازی جهت مدلسازی عدم قطعیت‌ها موجود در هزینه‌های سیستم موجودی استفاده شده است. لذا در این راستا هزینه‌های آماده‌سازی، نگهداری و کمبود  $A, h, \pi$  به صورت فازی در نظر گرفته شده است. در این راستا، روش لیا و هوآنگ<sup>۲۰</sup> (۱۹۹۲) به منظور مدلسازی فازی استفاده می‌شود که به قرار زیر است. فرض کنید مدل تک هدفه زیر با هدف کمینه کردن با ضرایب فازی مد نظر باشد.

Maximize  $C^0 x$

S.t.

$$x \in X = \{x | Ax \leq b \text{ and } x \geq 0\}$$

به طوریکه  $C^0 = (C_L, C_M, C_R)$  اعداد فازی مثلثی می‌باشند. برای این نوع از مسائل رویکردی چندهدفه ارایه شده است. جهت بیشینه سازی تابع هدف فازی شکل (۲) نشاندهنده این است که چگونه یک تابع هدف فازی به سه تابع هدف دقیق تبدیل شود.



شکل شماره (۲): کمینه‌سازی تابع هدف با ضرایب عدد فازی مثلثی

به منظور کمینه سازی تابع هدف فازی می‌بایست:

$$(۱) C_M \text{ بیشینه شود}$$

$$(۲) \text{ فاصله بین } C_L \text{ تا } C_M \text{ کمینه شود}$$

$$(۳) \text{ فاصله بین } C_M \text{ تا } C_R \text{ بیشینه شود}$$

بنابراین مدل ریاضی چندهدفه به قرار زیر می‌شود:

$$\text{Minimize } Z_1 = (C_M - C_L)X$$

$$\text{Maximize } Z_2 = C_M X$$

$$\text{Maximize } Z_3 = (C_R - C_M)X$$

S.t.

$$x \in X = \{x \mid Ax \leq b \text{ and } x \geq 0\}$$

بنابراین با در نظر گرفتن هزینه‌ها به صورت:

$$A^L = (A^L, A^M, A^R), A^M = (h^L, h^M, h^R), A^R = (\pi^L, \pi^M, \pi^R)$$

در نهایت، مدل چندهدفه به قرار زیر ارایه می‌شود.

$$\text{Minimize } TC_1 = \sum_{j=1}^n ((A_j^M - A_j^L) / E[T_j] + (h_j^M - h_j^L) \bar{I}_j + (\pi_j^M - \pi_j^L) \bar{b}(R_j) / E[T_j]) \quad (۲)$$

$$+ \sum_{j=1}^n (A_{wj}^M - A_{wj}^L) / m_j E[T_j] + (h_{wj}^M - h_{wj}^L) ((-\ln \lambda_j / 2) / \lambda_j - \lambda_j + (m_j - 1) Q_{rj} / 2)$$

$$\text{Maximize } TC_2 = \sum_{j=1}^n (A_j^M / E[T_j] + h_j^M \bar{I}_j + \pi_j^M \bar{b}(R_j) / E[T_j]) \quad (۳)$$

$$+ \sum_{j=1}^n A_{wj}^M / m_j E[T_j] + h_{wj}^M ((-\ln \lambda_j / 2) / \lambda_j - \lambda_j + (m_j - 1) Q_{rj} / 2)$$

$$\text{Maximize } TC_3 = \sum_{j=1}^n ((A_j^R - A_j^M) / E[T_j] + (h_j^R - h_j^M) \bar{I}_j + (\pi_j^R - \pi_j^M) \bar{b}(R_j) / E[T_j]) \quad (۴)$$

$$+ \sum_{j=1}^n (A_{wj}^R - A_{wj}^M) / m_j E[T_j] + (h_{wj}^R - h_{wj}^M) ((-\ln \lambda_j / 2) / \lambda_j - \lambda_j + (m_j - 1) Q_{rj} / 2)$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^n \bar{b}(R_j) \leq G \quad (۵)$$



$$\sum_{y_j=0}^{R_j} \lambda_j e^{-\lambda_j y_j} (y_j + 1/\lambda_j) \geq P_j; \quad j=1,2, \dots, n \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n (\pi_j \times \sum_{y_j=R_j}^{\infty} \lambda_j e^{-\lambda_j y_j} (y_j + 1/\lambda_j)(y_j - R_j)) \leq S \quad (7)$$

$$\lambda_j Q_{rj} < T_{jr}; \quad j=1,2, \dots, n \quad (8)$$

$$\lambda_j - \bar{b}(R_j) = D_j; \quad j=1,2, \dots, n \quad (9)$$

$$R_j \geq 0$$

$$Q_{rj} \text{ and } m_j \text{ are as positive integer} \quad (10)$$

$$P_j \geq 0$$

$$\lambda_j = \xi_j - \alpha_j p_j; \quad j=1,2, \dots, n \quad (11)$$

توابع هدف (۲)، (۳) و (۴) با توجه به فازی‌زدایی سیستم از تابع هزینه ارایه شده توسط علاقه بندها و حاجی پور (۲۰۱۳) بدست آمده است. محدودیت‌های (۵)، (۶) و (۷) به ترتیب حد بالا برای متوسط کمبود هر محصول، حد پایین برای سطح خدمت و حد بالا برای کل هزینه مواجهه با کمبود می‌باشد. محدودیت‌های (۸) پایداری سیستم صف را نشان می‌دهد. محدودیت‌های (۹) تصمیم می‌کند تا تقاضای مورد نیاز هر محصول برآورده شود. محدودیت‌های (۱۰) دامنه متغیرهای تصمیم می‌آله را نشان می‌دهد و محدودیت‌های (۱۱) نرخ ورود مشتریان را نشان داده که وابسته به قیمت می‌باشد.

## ۲- مدل و روشها

### الف) الگوریتم‌های ژنتیک مبتنی بر پارتو

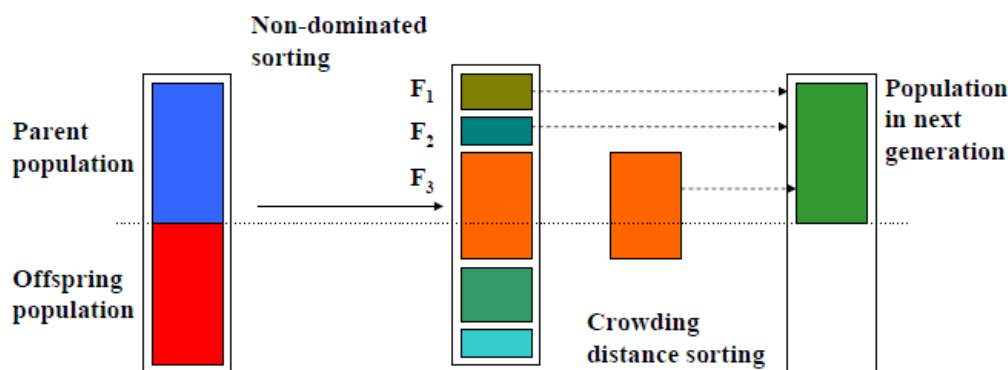
در مسائل بهینه‌سازی تک هدفه، با بهینه ساختن تابع هدف الگوریتم به پایان می‌رسد اما در مسائل چندهدفه بهینه‌سازی همزمان چند تابع هدف کار سخت و زمان‌بری است و در اغلب اینگونه مسایل تعدادی جواب قابل قبول بر اساس معیارهای نامغلوبی بدست می‌آید. بنابراین جواب نهایی به شکل دسته‌ای از جواب‌ها است که نماینده موازنه‌ای از توابع هدف مختلف مساله است. در این مقاله، جهت حل مدل ارایه شده، دو الگوریتم ژنتیک چندهدفه مبتنی بر پارتو ارایه کردیم که در ادامه تشریح می‌نماییم. الگوریتم ژنتیک مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II) یکی از کارآمدترین و مشهورترین الگوریتم‌های بهینه‌یابی چندهدفه می‌باشد که توسط دب<sup>۲۱</sup> (۲۰۰۱) ارائه شد. همانطور که اشاره کردیم، الگوریتم‌های بهینه‌سازی تک هدفه، حل بهینه را با توجه به یک هدف می‌یابند و این در حالی است که در مسائل چندهدفه معمولاً یک حل بهینه‌ی مجزا را نمی‌توان بدست آورد. پس طبیعی است که با یک مجموعه‌ای از حل‌ها به نام حل‌های مغلوب نشده موثر سروکار داشته باشیم. از بین این مجموعه حل‌های متناهی حل مناسب جواب‌هایی خواهد بود که عملکرد قابل قبولی را نسبت به همه اهداف داشته باشد. حل مسائل چندهدفه با رویکرد پارتو از دسته مسائل پیچیده‌تر در ادبیات مسائل چندهدفه می‌باشند. علت این است که معمولاً جواب بهینه خاصی برای این روش‌ها بدست نمی‌آید. اطلاعات اولیه برای شروع کار الگوریتم NSGA-II پیشنهادی به قرار زیر است:

- اندازه جمعیت اولیه ( $nPop$ ) که بیانگر تعداد کروموزوم‌هایی است که در هر مرحله باید نگهداری شوند
- احتمال عملگر تقاطع ( $P_c$ ) که بیانگر تعداد والدینی است که در عملیات جفت‌گیری شرکت می‌کنند
- احتمال عملگر جهش ( $P_m$ )، که بیانگر تعداد جواب‌هایی است که در فرآیند جهش شرکت می‌کنند
- تعداد تکرار الگوریتم ( $nIT$ )

ساختار کروموزوم الگوریتم NSGA-II پیشنهادی و فرآیند رمزگشایی آن مشابه روند کار در علاقه بندها و حاجی پور (۲۰۱۳)

می باشد با این تفاوت که یک بخش به کروموزوم مذکور اضافه شده است. در این بخش، متغیر قیمت مقداردهی میشود. در این بخش رتبه‌بندی جمعیت با استفاده از دو مفهوم مرتب سازی سریع نامغلوب‌ها و فاصله ازدحامی مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در مرتب سازی سریع نامغلوب‌ها رتبه‌بندی جمعیت براساس نامغلوب‌ها با استفاده از مفهوم غلبه صورت می‌گیرد. به طور کلی برای مرتب کردن جمعیتی با اندازه  $n$  براساس سطوح نامغلوب‌ها، هر جواب با تمام جواب‌های دیگر موجود در جمعیت مقایسه شده تا مغلوب بودن یا نبودن جواب مشخص گردد. در نهایت مجموعه‌ای از جواب‌ها وجود دارد که هیچ کدام غالب و مغلوب همدیگر نمی‌شوند لذا این جواب‌ها اولین مرز از مرزهای نامغلوب را تشکیل می‌دهند. برای تعیین جواب‌های موجود در مرزهای بعدی، جواب‌های موجود در مرز اول به طور موقت نادیده گرفته شده و فرایند فوق دوباره تکرار می‌شود. این فرآیند تا زمانی که تمام جواب‌ها درون مرزهای نامغلوب قرار گیرند ادامه می‌یابد. در اینجا بدترین حالت برای پیچیدگی محاسباتی زمانی می‌باشد که در هر مرز فقط یک جواب قرار گیرد که در اینصورت پیچیدگی به صورت  $O(MN^2)$  می‌باشد (Deb, 2001). برای تخمین تراکم جواب اطراف یک جواب خاص در جمعیت، متوسط فاصله این جواب از هر دو جواب مجاور بر اساس مقادیر اهداف محاسبه می‌شود و این مقدار، فاصله ازدحام نامیده می‌شود. برای محاسبه فاصله ازدحامی یک جواب خاص موجود در یک مرز، بزرگترین مستطیلی که آن جواب خاص درون مستطیل و دو جواب مجاور در دو سمت آن جواب، راس‌های مستطیل باشند را در نظر می‌گیریم و مجموع یک طول و یک عرض آن را به عنوان فاصله ازدحامی برای آن جواب خاص بدست می‌آوریم. سپس والدینی که عمل مرتب‌سازی نامغلوب و فاصله ازدحامی روی آنها انجام شده نگهداری می‌شوند و در مرحله بعد با توجه به استراتژی انتخاب مربوطه، عمل تقاطع و جهش بر روی آنها صورت می‌گیرد. انتخاب جمعیت والد برای به کارگیری عملگرهای تقاطع و جهش بر روی آنها با استفاده از عملگر مسابقه‌ای ازدحام صورت می‌گیرد. عملگرهای تقاطع و جهش مورد استفاده به ترتیب عملگر تقاطع یکنواخت پیوسته و عملگر جهش جانشینی می‌باشد (R.L. Haupt, S.E. Haupt, 2004).

سپس مجموعه فرزندی که از طریق عملگر تقاطع و جهش به وجود آمده‌اند را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم و به هر یک از فرزندان یک میزان برازندگی اختصاص می‌یابد. در این بخش از الگوریتم جمعیت فرزندان و والدین را باهم ترکیب می‌نماییم. ترکیب جواب‌ها باعث می‌شود که جواب‌های برتر بین جمعیت والدین و فرزندان از بین نرود. از آنجائیکه در مسائل بهینه‌یابی چندهدفه توابع هدف زیادی وجود دارد مساله نخبه‌گرایی با ابهام مواجه می‌شود. در چنین حالت‌هایی از یک رتبه نامغلوب بودن استفاده می‌کنیم به طوری که هر جواب می‌تواند بر یک پایه نامغلوب بودن ارزش گذاری شود. بعد از انجام عمل ترکیب حال مرتب‌سازی سریع نامغلوب‌ها و فاصله ازدحامی مطرح شده را به اجرا در می‌آوریم. سپس اعضای جمعیت هر مرز را ابتدا براساس فاصله ازدحامی و سپس بر پایه نامغلوب‌ها رتبه بندی می‌نماییم. این عمل باعث می‌شود جمعیت براساس مرز نامغلوب و فاصله ازدحامی رتبه بندی شود. شکل (۳) به طور خلاصه روند تکاملی الگوریتم *NSGA-II* را نشان می‌دهد. در نهایت، الگوریتم وقتی متوقف می‌شود که به ماکزیمم تکرار از پیش تعریف شده برسد.



شکل شماره (۳): فرآیند تکاملی الگوریتم *NSGA-II*

در توسعه الگوریتم *NSGA-II*، الگوریتم تکاملی چندهدفه مبتنی بر جمعیت با نام الگوریتم ژنتیک مبتنی بر رتبه بندی

نامغلوب‌ها به طور موفقیت‌آمیزی توسط عمرالجدان<sup>۲۲</sup> و همکارانش (۲۰۰۸) برای بهینه‌سازی توابع غیر محدب، غیر خطی و گسسته توسعه داده شد. ایده اصلی این الگوریتم بر بهبود عملکرد انتخاب بود چرا که بهبود این عملکرد منجر به همگرایی بهتر الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه می‌شود. براساس مسائل موجود در رویکردهای قبلی، آنها رویکرد جدیدی را با ترکیب الگوریتم انتخاب چرخه رولت مبتنی بر رتبه‌بندی و الگوریتم رتبه‌بندی جمعیت بر اساس پارتو توسعه دادند که الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب‌ها (NRGA) نامگذاری شد. این الگوریتم در اکثر موارد قادر به دستیابی به گستردگی بهتری از جواب‌ها در مرز پارتو و همچنین همگرایی زودتر به مرز بهینه پارتو، در مقایسه با سایر الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه می‌باشد. اما تفاوت الگوریتم NRGA با NSGA-II در دویخش استراتژی انتخاب و بخش مرتب کردن جمعیت و انتخاب برای نسل بعد می‌باشد.

روند کارکرد الگوریتم NRGA بدین قرار است که ابتدا تمام جواب‌های جمعیت را در مرزهای نامغلوب مرتب می‌کنیم به طوریکه اولین مرز دارای بهترین جواب‌ها در جمعیت می‌باشد. بعد از رتبه‌بندی مرزها، جواب‌های درون هر مرز را نیز براساس فاصله ازدحامی رتبه‌بندی می‌کنیم. بنابراین بعد از محاسبه فاصله ازدحامی برای تمام جواب‌های موجود در هر مرز، جوابی که بیشترین فاصله ازدحامی را دارد بیشترین رتبه و به جواب با کمترین فاصله ازدحامی رتبه یک می‌دهیم. بدین ترتیب هر کدام از جواب‌های موجود در جمعیت دارای یک رتبه بندی دو لایه‌ای هستند، که رتبه اول آنها نشان‌دهنده رتبه مرز نامغلوبی است که آن جواب در آن مرز قرار دارد و رتبه دوم نشان‌دهنده رتبه جواب بر اساس فاصله ازدحامی در آن مرز می‌باشد.

کاربرد عملکرد مقایسه انبوهی برای دو جواب مفروض  $j$  و  $i$  در جمعیت بدین ترتیب است که در ابتدا، مقایسه میان رتبه‌های مربوط به مرزهای نامغلوبی که این جواب‌ها در آنها قرار دارد انجام می‌شود. اگر رتبه مرزی که جواب  $i$  ام در آن قرار دارد بیشتر باشد، آنگاه جواب  $i$  ام برای تولید مثل در نسل بعد احتمال انتخاب بیشتری پیدا می‌کند. حال اگر هر دو جواب در یک مرز غیر مغلوب قرار داشته باشد، جوابی که دارای فاصله ازدحامی بیشتری است احتمال انتخاب بیشتری پیدا می‌کند. در واقع علت اینکه فاصله ازدحامی بیشتر، احتمال انتخاب بیشتری می‌گیرد این است که ما با این کار احتمالاً نقاط بیشتری را در مناطقی که شلوغی کمتری دارند پیدا می‌کنیم. به عبارت دیگر این امر منجر به یکنواختی پراکندگی جواب‌ها در مرز نامغلوب نسل بعدی خواهد شد. بنابراین برای انتخاب یک جواب، ابتدا باید یک مرز غیر مغلوب انتخاب شود سپس درون آن مرز یک جواب انتخاب شود. احتمال انتخاب مرز غیر مغلوب  $i$  ام به صورت رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود (Al Jadaan & et al., 2008).

$$P_i = \frac{2 \times rank_i}{N_f \times (N_f + 1)} = \frac{rank_i}{\sum_{i=1}^p rank_i} \quad (12)$$

در این معادله،  $rank_i$  رتبه مرز  $i$  ام،  $N_f$  تعداد مرزهای مشخص شده در مرحله مرتب کردن غیر مغلوب‌ها می‌باشد. در بخش بعد جهت حل مدل ارایه شده هر دو الگوریتم بر روی مسائل آزمایشی پیاده‌سازی شده و مورد مقایسه و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند.

### ۳- نتایج و بحث

به منظور تجزیه و تحلیل روشهای حل ارایه شده، در مسائل تولید شده برای هر مسأله اجرا شده و نتایج آنها مبنی بر انتخاب کاراترین روش جهت حل مدل مربوطه مورد بررسی قرار می‌گیرد. ضمناً الگوریتم‌های پیشنهاد شده با نرم افزار *MATLAB* برنامه‌نویسی شده و بر روی یک نوت بوک با هشت گیگابایت *RAM* اجرا شده است. جدول (۱) بیانگر ۱۰ مسأله تولید شده و مقادیر پارامترهای مدل برای بررسی کارایی الگوریتم‌ها می‌باشد. از آنجائیکه مقادیر پارامترهای هر دو الگوریتم یکسان بوده، تعداد اعضای جمعیت برابر ۲۵، احتمال تقاطع برابر ۰/۸، احتمال جهش برابر ۰/۲ و تعداد تکرار الگوریتم ۱۰۰ در نظر گرفته شده است.

جهت مقایسه عملکرد دو الگوریتم بر روی مدل ارایه شده، از معیارهای استاندارد مقایسه الگوریتم‌های چندهدفه شامل تعداد جواب پارتو (NS)، معیار فاصله گذاری (SP)، معیار فاصله از جواب ایده آل (MID)، زمان محاسباتی (CPUT) و معیار تنوع

<sup>22</sup> Al Jadaan

گرایی (DIV) بهره جسته‌ایم. جداول (۲) و (۳) خروجی محاسبه معیارهای پیشنهادی را بر روی ۱۰ مساله به ترتیب برای الگوریتمهای *NSGA-II* و *NRGA* نشان میدهد.

جدول شماره (۱): مسائل آزمایشی تولید شده

شماره مساله	تعداد محصولات	تعداد کمبود
۱	۳	۱۰۰۰
۲	۵	۱۰۰۰
۳	۱۰	۴۵۰۰
۴	۱۵	۶۰۰۰
۵	۲۰	۸۰۰۰
۶	۳۵	۱۲۰۰۰
۷	۵۰	۱۸۰۰۰
۸	۸۰	۲۶۰۰۰
۹	۱۲۰	۵۴۰۰۰
۱۰	۳۲۰	۱۴۵۰۰۰

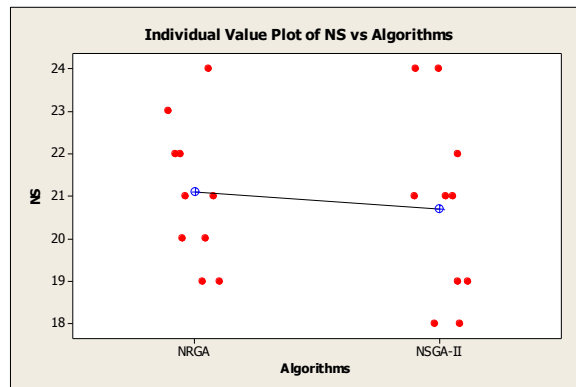
جدول شماره (۲): نتایج محاسباتی معیارهای مقایسه *NSGA-II*

شماره مساله	الگوریتم <i>NSGA-II</i>			
	<i>DIV</i>	<i>CPUT</i>	<i>MID</i>	<i>SP</i>
۱	$21 \times 10^4$	۲۸.۶۶	$65.7 \times 10^6$	$28.9 \times 10^4$
۲	۱۸	۳۴.۷۴	$46.3 \times 10^6$	$34.1 \times 10^5$
۳	۱۹	۴۹.۶۲	$83.1 \times 10^5$	$54.3 \times 10^4$
۴	۲۴	۵۹.۷۳	$18.1 \times 10^5$	$34.2 \times 10^5$
۵	۲۴	۷۸.۲۷	$23.1 \times 10^5$	$75.3 \times 10^4$
۶	۲۱	۱۰۶.۶۳	$93.2 \times 10^5$	$50.1 \times 10^4$
۷	۲۲	۱۲۰.۷۷	$92.3 \times 10^6$	$49.9 \times 10^5$
۸	۱۸	۱۶۷.۳۷	$70.3 \times 10^6$	$54.4 \times 10^5$
۹	۲۱	۲۲۱.۰۲	$57.5 \times 10^6$	$66.7 \times 10^5$
۱۰	۱۹	۲۶۷.۳۴	$64.2 \times 10^6$	$51.8 \times 10^5$

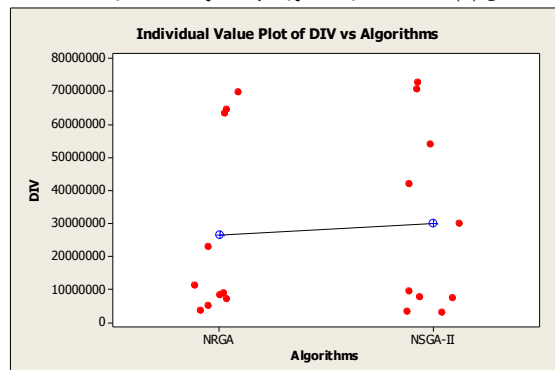
جدول شماره (۳): نتایج محاسباتی معیارهای مقایسه NPGA

الگوریتم NPGA					شماره مساله
DIV	CPUT	MID	SP	NS	
۷۴.۲ X <sub>1.۵</sub>	۳۰.۷۷	۴۴.۳ X <sub>1.۵</sub>	۳۴.۲ X <sub>1.۵</sub>	۲۳	۱
۴۲.۱ X <sub>1.۶</sub>	۳۳.۷۱	۵۹.۱ X <sub>1.۶</sub>	۴۳.۵ X <sub>1.۴</sub>	۲۴	۲
۳۱.۳ X <sub>1.۵</sub>	۴۶.۸۳	۶۶.۸ X <sub>1.۶</sub>	۶۳.۲ X <sub>1.۴</sub>	۲۰	۳
۹۵.۴ X <sub>1.۵</sub>	۶۱.۸۸	۲۸.۹ X <sub>1.۵</sub>	۵۴.۳ X <sub>1.۵</sub>	۱۹	۴
۷۲.۹ X <sub>1.۶</sub>	۷۶.۷۲	۴۰.۲ X <sub>1.۶</sub>	۵۹.۹ X <sub>1.۴</sub>	۲۲	۵
۳۳.۸ X <sub>1.۵</sub>	۹۸.۳۳	۵۷.۸ X <sub>1.۵</sub>	۴۹.۶ X <sub>1.۵</sub>	۲۱	۶
۷۶.۵ X <sub>1.۵</sub>	۱۱۲.۴۹	۹۷.۶ X <sub>1.۵</sub>	۳۹.۳ X <sub>1.۴</sub>	۲۱	۷
۲۹.۹ X <sub>1.۶</sub>	۱۵۴.۷۵	۲۱.۸ X <sub>1.۶</sub>	۶۹.۴ X <sub>1.۵</sub>	۱۹	۸
۵۴.۱ X <sub>1.۶</sub>	۱۸۹.۶۱	۱۸.۵ X <sub>1.۶</sub>	۷۳.۷ X <sub>1.۵</sub>	۲۲	۹
۷۰.۸ X <sub>1.۶</sub>	۲۵۳.۷۴	۵۸.۷ X <sub>1.۵</sub>	۵۵.۸ X <sub>1.۵</sub>	۲۰	۱۰

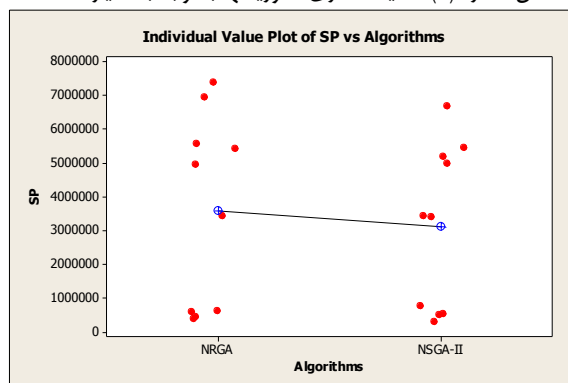
در نهایت مقایسات آماری الگوریتمها بر مبنای هر یک از معیارهای استاندارد به قرار شکلهای (۴) تا (۸) می باشد.



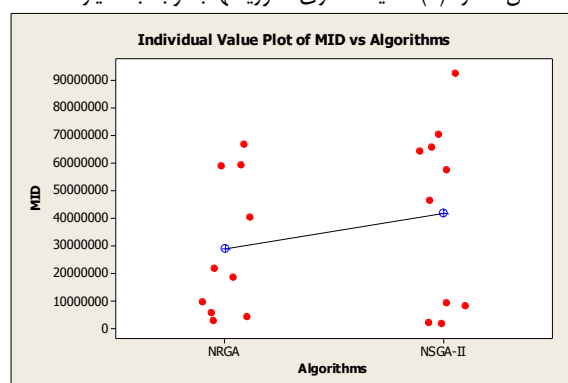
شکل (۴): مقایسه آماری الگوریتمها با توجه به معیار NOS



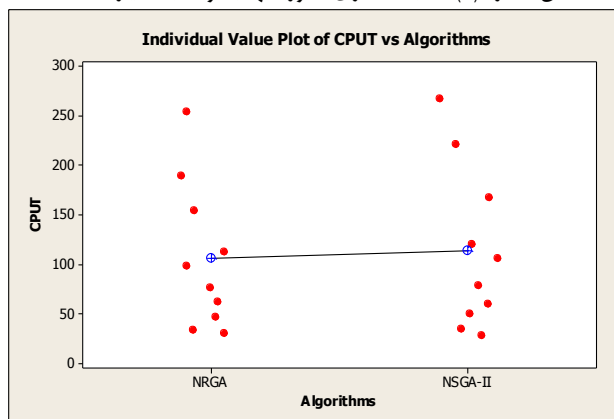
شکل شماره (۵): مقایسه آماری الگوریتمها با توجه به معیار DIV



شکل شماره (۶): مقایسه آماری الگوریتمها با توجه به معیار SP



شکل شماره (۷): مقایسه آماری الگوریتمها با توجه به معیار MID



شکل شماره (۸): مقایسه الگوریتمها با توجه به معیار زمان

قبل از تشریح نتایج معیارهای بدست آمده برای هر یک از الگوریتمها، قابل ذکر است که برای دو شاخص NOS و DIV مقادیر بالاتر و برای مابقی معیارها مقادیر کمتر از مطلوبیت بالاتری برخوردار است. نتایج نشاندهنده این است که در معیارهای پنج‌گانه هر دو الگوریتم به طور یکسان عمل کرده‌اند؛ بدین منظور، هر دو الگوریتم جوابهای یکسانی از نظر آماری جهت حل مدل ارائه شده در این تحقیق را گزارش می‌کنند. هر چند الگوریتم NPGA به خصوص در ابعاد بزرگ مساله به مراتب به نتایج مطلوب‌تری رسیده است.

این تحقیق یک سیستم موجودی-صف با سیاست کنترل موجودی پیوسته و ورود گروهی مشتریان را با تقاضا در حالت تصادفی ارائه نمود. جهت مدل‌سازی مساله نه تنها تابع تقاضا بطور همزمان هم تصادفی بوده و هم وابسته به پارامتر قیمت می‌باشد بلکه به دلیل آنکه عمدتاً اطلاعات موجود در دنیای واقعی دارای نوعی ابهام و عدم قطعیت هستند، از یک برنامه ریزی ریاضی فازی بهره جست‌ه شد. لذا مدل ارائه شده با هدف ماکزیمم کردن سود به تحلیل متغیرهای قیمت و مقدار سفارش می‌پردازد. به دلیل

پیچیدگی مسأله، الگوریتم‌های NSGA-II و NPGA جهت حل مدل ارایه شده مورد استفاده قرار گرفت. نتایج بیانگر صحت خروجی مدل ارایه شده و یکسان بودن کارکرد هر دو الگوریتم بر اساس تحلیل‌های آماری می‌باشد. هر چند الگوریتم NPGA به خصوص در ابعاد بزرگ مسأله کارایی بالاتری دارد. به عنوان پیشنهاد جهت تحقیق آتی، مسأله مورد نظر می‌تواند در شرایطی سیستم‌های موجودی چندسطحی مدلسازی شود.

#### ۴- منابع

1. Alaghebandha. M , Hajipour. V. (2013). A soft computing-based approach to optimize queuing inventory control problem, *International Journal of Systems Science*, <http://www.dx.doi.org/10.1080/00207721.2013.809614>.
2. Al Jadaan. O, C.R. Rao, & L. Rajamani. (2008). Non-Dominated ranked genetic algorithm for solving Multi-Objective optimization problems: NPGA. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 60-67.
3. Berman, O., Kim, E. (1999). Stochastic models for inventory management at service facilities. *Stochastic Models* 15 (4), 695–718.
4. Berman, O., Sapna, K.P. (2000). Inventory management at service facilities for systems with arbitrarily distributed service times. *Communications in Statistics. Stochastic Models* 16 (3–4), 343–360.
5. Berman, O., Sapna, K.P. (2001). Optimal control of service for facilities holding inventory. *Computers & Operations Research* 28 (5), 429–441.
6. Berman, O., Kim, E. (2001). Dynamic order replenishment policy in internet-based supply chains. *Mathematical Methods of Operations Research* 53 (3), 371–390.
7. Berman, O., Kim, E. (2004). Dynamic inventory strategies for profit maximization in a service facility with stochastic service, demand and lead time. *Mathematical Methods of Operations Research* 60 (3), 497–521.
8. Deb, K. (2001). *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. Wiley, Chichester, UK.
9. Dong. M, Chen. F, (2005). Performance modeling and analysis of integrated logistic chains: An analytic framework. *European Journal of Operational Research* 162, 83–98.
10. Haji. R, A. Haji, Saffari. M. (2011). Queueing Inventory System in a Two-level Supply Chain with One-for-One Ordering Policy, *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 5, 52-62.
11. Haupt. R.L., S.E. Haupt. (2004). *Practical genetic algorithms*. 2nd Ed, John Wiley & Sons.
12. Hill. R, 2007, Continuous-review, lost-sales inventory models with Poisson demand, a fixed lead time and no fixed order cost, *European Journal of Operational Research*, 176, 956–963.
13. Isotupa. K. (2006). An (s,Q) Markovian inventory system with lost sales and two demand classes”, *Mathematical and Computer Modeling*, 43, 687–694.
14. Krishnamoorthy, A., Deepak, T.G., Narayanan, V.C., Vineetha, K. (2006). Effective utilization of idle time in an (s, S) inventory with positive service time. *Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis*, 1–13.
15. Krishnamoorthy, A., Narayanan, V.C., Deepak, T.G., Vineetha, P. (2006). Control policies for inventory with service time. *Stochastic Analysis and Applications*, 24 (4), 889–899.
16. Krishnamoorthy. A, R. Manikandan, B. Lakshmy. (2013). A revisit to queueing-inventory system with positive service time, *Ann Oper Res*, DOI 10.1007/s10479-013-1437-x.
17. Lai. Y.J, Hwang. C.-L. (1992). *Fuzzy Mathematical Programming Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 203–213.

18. Manuel, P., Sivakumar, B., Arivarignan, G. (2007). A perishable inventory system with service facilities, MAP arrivals and PH-service times. *Journal of Systems Science and Systems Engineering* 16 (1), 62–73.
19. Manuel, P., Sivakumar, B., Arivarignan, G. (2008). A perishable inventory system with service facilities and retrial customers. *Computers & Industrial Engineering* 54 (3), 484–501.
20. Saffari. M , S. Asmussen, Rasoul Haji. (2013). The M/M/1 queue with inventory, lost sale, and general lead times, *Queueing System* 75:65–77.
21. Schwarz, M., Sauer,C., Daduna,H., Kulik,R. ,Szekli,R. (2006). M/M/1 queueing systems with inventory. *Queueing Systems. Theory and Applications*, 54(1), 55–78.
22. Schwarz, M., Daduna, H. (2006).Queueing systems with inventory management with random lead times and with back ordering. *Mathematical Methods of Operations Research* 64(3), 383–414.
23. Teimoury. E & M. Modarres & I. G. Khondabi & M. Fathi. (2012). A queuing approach for making decisions about order penetration point in multiechelon supply chains, *Int J Adv Manuf Technol*.
24. Zhao. N, Lian. Z. (2011). A queueing-inventory system with two classes of customers, *Int. J. Production Economics*, 129, 225–231.