پژوهش در برنامه‌ریزی درسی
سال یازدهم، دوره دوم، شماره ۱۴ (پیاپی۴۱)
تابستان ۱۳۹۳، صفحات ۲۲ – ۱۲

مقایسه تأثیر آموزش راهبردهای تصویر سازی ذهنی، تفکر بلند، بازنمایی کتبی و بازنمایی حرکتی بر عملکرد دانش‌آموزان ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی

مسعود سلیمی*، اسماعیل سعدی پور، علی دلاور، حسن ملکی
[۱]استادیار دانشگاه پیام نور
[۲]دانشیار دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
[۳]استاد دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
[۴]استادیار دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران

چکیده

هدف از انجام این پژوهش که به روش آزمایشی انجام شده است، مقایسهٔ تأثیر آموزش راهبردهای تصویر سازی ذهنی، تفکر بلند، بازنمایی کتبی و بازنمایی حرکتی بر عملکرد دانش‌آموزان پسر پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی بوده است. بدین منظور، از طریق روش نمونه گیری خوشه‌ای تصادفی دو مدرسه ابتدایی پسرانه از ناحیه ۳ آموزش و پرورش شهر اصفهان انتخاب شد. .به صورت تصادفی ۷۵ نفر از دانش‌آموزان این ۲مدرسه انتخاب و به صورت تصادفی نیز به ۵ گروه ۱۵ نفری شامل گروه تصویر سازی ذهنی، گروه تفکر بلند، گروه بازنمایی کتبی یا نوشتاری (رسم شکل، تصویر، جدول، نوشتن کلمات و نمادها)، گروه بازنمایی حرکتی (استفاده از دست‌ها) و گروه کنترل تقسیم شدند. به تمامی دانش‌آموزان ۵ گروه یک پیش آزمون شامل ۱۲ مسأله کلامی ریاضی وآزمون ماتریس‌های پیشرونده ریون داده شد. تفاوت معناداری بین میانگین نمره‌های کسب شده توسط دانش‌آموزان ۵ گروه در پیش آزمون و آزمون هوشی ریون مشاهده نشد. به هر یک از گروه‌های آزمایشی به مدت ۱۰ جلسه ۴۵ دقیقه‌ای آموزش داده شد. گروه کنترل هیچ آموزشی را دریافت نکرد. پس از اتمام جلسات آموزشی، تمامی افراد ۵ گروه، به پس آزمون حل مسائل کلامی ریاضی که فرم مشابه و همتای پیش آزمون بوده است، پاسخ دادند. تحلیل واریانس یک طرفه بر روی تفاضل نمره‌های پیش آزمون ـ پس آزمون دانش‌آموزان گروه‌های آزمایشی و کنترل، تفاوت‌های قابل ملاحظه و معناداری را بین گروه‌ها نشان داد. دانش‌آموزان گروه بازنمایی کتبی و گروه تصویر سازی ذهنی ، در مقایسه با گروه کنترل، عملکرد بهتری در پس آزمون نشان دادند. نتایج به دست آمده، تأثیرمثبت استفاده ازروش‌های بازنمایی کتبی و تصویرسازی ذهنی را در حل مسائل کلامی ریاضی، تأیید می‌کنند.

واژگان کلیدی: آموزش ریاضی، بازنمایی حرکتی، بازنمایی کتبی، تفکربلند، تصویر سازی ذهنی، مسائل کلامی ریاضی

Research in Curriculum Planning
Vol 11. No 14 (continus 41)
Summer 2014, Pages 12 - 22

Comparison of training effects in imagery strategies of mental imagery of think-aloud of written representation and motor representation on the performance of elementary students in solving verbal math problems

Masoud Salimi, Esmail Sadi Pour, Ali Delavar, Hassan Maleki
[1]Assistant Professor, Payam Noor University
[2]Associate professor, Allameh Tabatabai University, Tehran, Iran
[3]Professor, Allameh Tabatabai University, Tehran, Iran
[4]Assistant professor, Allameh Tabatabai University, Tehran, Iran

Abstract

The purpose of the present study was to compare the effect of training the strategies of mental imagery, think-aloud, written representation and motor representation on the performance of the fifth grade male elementary students in solving verbal math problems. For this purpose, using random cluster sampling, two elementary male schools were selected from the third educational district in Isfahan. Each of these elementary schools had two fifth grade classes (n = 108). 75 students were randomly divided into five fifteen-member groups consisted of mental imagery group, think-aloud group, written representation group, motor representation group and control group. All the students of five groups were given a pretest consisted of 12 verbal math problems and Raven's Standard Progressive Matrices (SPM). No significant difference was observed between the mean scores gained by the students of five groups on the pretest and Raven's intelligence test. Each of the experimental groups received 10 forty five-minute training sessions .The control group received no instruction. After completion of training sessions, all of the students took the verbal math problems posttest, which was parallel with the pretest. The one- way analysis of variance on the differences among the students' scores on the pretest and the posttest showed significant differences of the groups. Tukey follow-up test was used to compare the paired group means. The students of written representation group and mental imagery group showed better performance on the posttest in comparison with the control group. The results indicated that written representation and mental imagery methods have a positive impact on the students' performance in verbal math problem solving.

Keywords: Mathematics education, Mental imagery, Motor representation, Think-aloud, Verbal math problems, Written representation

* **نویسنده مسؤول:** مسعود سلیمی salimi300@yahoo.com

وصول: ۹۱/۳/۱۴ پذیرش: ۹۲/۹/۳۰

مقدمه

مسائل ریاضی به دو صورت بیان می‌شوند؛ یکی به صورت عبارات عددی یا ریاضی و دیگری به صورت عبارات کلامی. سوانسون و جرمن (Sewanson & German, 2006)، بیان می‌کنند که حل مسائل کلامی دشوارتر از سایر تمرین‌های ریاضی است. بنا به گفته بورنز (Burns, 2000)، اگرچه حل مسأله یک قسمت جدایی ناپذیر از کل ریاضیات است، توانایی بسیاری از دانش‌آموزان برای حل مسائل کلامی، در مقایسه با توانایی‌شان برای محاسبه، پایین‌تر است. اسچل (Schell,1982 cited in Douvielle & Pugalee, 2003) نیز معتقد است که مسائل کلامی ریاضی، حتی برای دانش‌آموزانی که در سایر حوزه‌های تحصیلی، مشکلات خواندن ندارند، اغلب محتوای دشواری دارد. مسأله‌های کلامی، علیرغم دشواری، اهمیت فراوانی در ریاضیات دارند. اهمیت این مسائل در برنامه درسی ریاضی، از یک سو و دشواری حل آنها از سوی دیگر سبب شده است تا پژوهشگران آموزش ریاضی و روان‌شناسانی که علاقمند به پژوهش در حوزه ریاضیات هستند، به مسائل کلامی ریاضی، توجه ویژه‌ای داشته باشند. تفاوت عمده مسائل کلامی با مسائل عددی، در صورت مسأله است. به همین دلیل دشوارتر بودن این مسائل نسبت به مسائل عددی، عمدتاً به صورت مسأله مربوط می‌شود. بنابراین، درک صورت مسأله که معرفی، بیان، تعریف و بازنمایی (representation) یا بازنمود کردن نیز نامیده می‌شود، از اهمیت خاصی برخوردار است. به اعتقاد رابرتسون (Robertson) اگر فرد برای بیان و بازنمایی مسأله، یک روش نامناسب را انتخاب کند، ممکن است به یک راه حل مؤثر برای مسأله نرسد (Robertson,2001, cited in Matlin, 2005).

روش‌های مختلفی برای بازنمایی مسائل وجود دارد. ماتلاین (2005) نمادها، ماتریس‌ها، نمودارها و تصویرسازی ذهنی (mental imagery) را از جمله مؤثرترین روش‌های بازنمایی ذکر می‌کند. گفتار خصوصی (private speech) و تفکر بلند (think-aloud) (, 2003 Leslie, 2001; Winsler & Naglieri) و حرکات بدنی به ویژه استفاده از حرکات دست (Broaders,Cook,Mitchel & Goldin- gesture) (Meadow, 2007 ;Cook &Gloden, 2006 نیز در پژوهش‌ها بررسی شده است.

تصویر سازی ذهنی به عنوان یک روش مناسب و مفید بازنمایی در ریاضیات در نظر گرفته شده است. تصاویر ذهنی، یعنی بازنمایی ذهنی محرک‌ها، هنگامی که این محرک‌ها از لحاظ فیزیکی حضور ندارند (۲۰۰۲, cited in Matlin, 2005 et al, Kosslyn). شماری از پژوهشگران نشان داده‌اند که تصویر سازی ذهنی، موفقیت در ریاضیات و حل مسائل آن را تسهیل می‌کند (Douvielle , Pugalee, Wallace &Lock, 2002 ; Douvielle , Pugalee, 2003 ;Van Gardren &Montague, 2003 ; Van gardren, 2006). داویل و پوگالی (2003) در یک پژوهش نشان داده‌اند دانش‌آموزانی که در حل مسائل ریاضی موفق بودند، بیشتر از دانش‌آموزانی که در حل مسائل ریاضی ناموفق بوده‌اند، از تصویر سازی ذهنی استفاده کرده‌اند. در پژوهش استیلانیو و سیلور (Stylianou, & Silver, 2004) نیز مشخص شد که افراد خبره بیشتر از مبتدی‌ها در حل مسائل پیشرفته ریاضی از بازنمایی‌های ذهنی دیداری بهره می‌برند.

راهبرد دیگری که در تحقیقات مربوط به حل مسأله مورد توجه قرار گرفته، کلامی کردن است که برای معرفی آن از اصطلاحات مختلفی استفاده شده است. گفتار خصوصی، تفکر بلند، تفکر کلامی، خود ـ توضیحی و بیان شفاهی ازجمله این اصطلاحات هستند که تقریباً معادل یکدیگر به کار می‌روند. منظور از گفتار خصوصی، صحبت کردن با خود است و معطوف به شنونده خاصی نیست. تفکر بلند بدین معنی است که فرد در طی حل مسأله هر آنچه را که به ذهنش می‌رسد، از طریق صحبت کردن، بیان کند. بنا به گفته لسلی (2001)، تفکر بلند موجب می‌شود که بحث کردن در دانش‌آموزان رشد یابد و درک بهتری از آن داشته باشند. تحقیقات انجام شده توسط فرنی هو و فرادلی (Fernyhoug &Fradley, 2005) نشان داده است که تفکر بلند (گفتار خصوصی/ صحبت با خود) بر عملکرد کودکان در حل مسائل به ویژه مسائل ریاضی تأثیر مثبت دارد. باوجود این، پژوهش‌های انجام شده توسط وینسلر و ناگلیری (2003)، چنین نتیجه‌گیری‌هایی را تأیید نکرده‌اند. یکی دیگر از روش‌های بازنمایی مسائل ریاضی، بازنمایی

کتبی یا نوشتاری و یا مدادی ـ کاغذی است .روش‌های بازنمایی کتبی شامل مواردی چون نمودار، جدول، شکل، ماتریس، محور اعداد، خط، نمادهای ریاضی، فرمول‌ها و معادلات می‌شوند که به روش‌های دیداری بیرونی (external visualization) نیز معروف‌اند. این روش‌ها جزو روش‌های مرسوم و سنتی مدارس به شمار می‌روند. با وجود این، بسیاری از دانش‌آموزان از آنها به میزان کمی استفاده می‌کنند و خیلی از آنها نیز چنین مهارت‌هایی را کسب نکرده‌اند. نتایج بسیاری از تحقیقات انجام شده بیانگر تأثیر مثبت این روش‌ها در حل موفقیت آمیز مسائل ریاضی هستند (e.g.,Dehbashi & Dehbashi, 2008 ; Sahraneshin, 2007 ; Edens & Potter, 2007 ;Van (Gardren, 2007 ;Pugalee, 2004 ،

با وجود این، گیگاتیس و همکاران (Gagatsis et al 2003, cited in Elia, 2007) نشان داده‌اند که مفهوم سازی هندسی و عددی ممکن است تأثیر محور اعداد را محدود کند و عملکرد دانش‌آموزان را در تکالیف محاسباتی کاهش دهد. همچنین الیا (2007) نشان داد که بازنمایی‌هایی که شامل شکل‌های اطلاعاتی یا محور اعداد هستند، همیشه موجب تسهیل حل مسأله نمی‌شوند و حتی ممکن است آن را کاهش دهند، زیرا آنها نسبت به سایر بازنمایی‌ها، نیاز به فرآیند ذهنی پیچیده‌تری دارند. ون گاردرن (2006) نیز از کتاب‌های درسی که فهرستی از راهبردها مانند کشیدن نمودار، حدس و بررسی را توصیه می‌کنند، انتقاد کرده، بیان می‌کند که این روش‌ها سودمند نیستند، به ویژه برای دانش‌آموزان دارای اختلال یادگیری که در انتخاب راهبردها مشکل دارند.

استفاده از دست‌ها نیز از جمله روش‌هایی است که برای فهم، درک و بازنمایی یک مسأله ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرد. برخی از افراد به طور طبیعی از این روش استفاده می‌کنند. اغلب معلمان نیز هنگام تدریس، از دست‌هایشان برای تکمیل توضیحات کلامی خود استفاده می‌کنند.کسل و تورسکی (Kessell &Tversky,2005) در یک پژوهش، حرکات دست ۲۲ دانشجو را هم ضمن حل مسأله در حالت سکوت و هم هنگام توضیح دادن راه حل‌ها فیلمبرداری کردند. نتایج نشان داد که اکثر آزمودنی‌ها هنگام توضیح دادن راه حل‌ها، دستشان را حرکت دادند ولی هنگام حل مسأله در سکوت، تنها دو مسأله موجب حرکات دست از جانب اکثر آزمودنی‌ها شد و این دو مسأله بر عکس مسائل دیگر، حافظه فعال فضایی بالایی را می‌طلبیده‌اند. در زمینه تأثیر حرکات دست بر یادگیری و حل مسائل ریاضی، تحقیقات معدودی صورت گرفته است. درپژوهشی که توسط کوک و گلدین ـ میدو (2006) صورت گرفته است، کودکانی که راهبرد آموزش داده شده برای حل مسائل ریاضی را با استفاده از گفتار و حرکات دست‌ها به کار برده بودند، در مقایسه با کودکانی که راهبرد مذکور را با استفاده از گفتار به تنهایی به کار برده بودند، تفاوت جزئی داشته‌اند. محققان نتیجه گرفتند که اضافه کردن حرکات دست‌ها به راهبرد آموزش داده شده برای حل مسأله، به طور پایایی همراه با موفقیت در حل مسائل ریاضی نبوده است. اما در مرحله بعدی این مطالعه که هدف آن بررسی حفظ و گسترش راهبرد به مسائل دیگر بود، کودکانی که راهبرد آموزش داه شده را به همراه گفتار و حرکات دست‌ها به کار برده بودند، در مقایسه با کودکانی که راهبرد را با گفتار به تنهایی به کار برده بودند، به طور معناداری مسائل مشابه بیشتری را حل کردند. اما در مورد مسائل دیگرریاضی که نیازمند انتقال بوده است، تفاوت‌های دو گروه از لحاظ آماری معنادار نبوده است.در پژوهش دیگری که توسط برودرز و همکاران (2007) انجام شد، کودکانی که به آنها گفته شد از حرکات دست‌ها استفاده نمایند، چهار برابر بیشتر از کودکان دیگر احتمال داشت که روش‌های صحیح را برای حل مسائل به کار گیرند. ولی آنها هم در نهایت به جواب نرسیدند. با وجود این، در مطالعه دوم، این کودکان، بعد از دریافت آموزش‌های لازم، ۱/۵ برابر بیشتر از کودکان دیگر مسائل را صحیح حل کردند.

به طور کلی، از بررسی ادبیات پژوهشی مرتبط با روش‌های بازنمایی حل مسائل، می‌توان چنین نتیجه گرفت که دانش‌آموزان و دانشجویان از لحاظ نوع و میزان استفاده از روش‌های بازنمایی با یکدیگر متفاوتند. همچنین، نتایج به دست آمده از پژوهش‌های انجام شده در مورد کارآیی روش‌های بازنمایی مذکور در بهبود عملکرد دانش‌آموزان و دانشجویان در حل مسائل ریاضی به ویژه حل مسائل

کلامی، همسو نیستند. نکته دیگر این که در این پژوهش‌ها بیشتر حالت‌های مختلف یک روش بازنمایی مثلاً انواع مختلف تصویر سازی ذهنی یا انواع مختلف روش‌های کتبی با یکدیگر مقایسه شده‌اند و کمتر تأثیر روش‌های کتبی، تصویر سازی ذهنی، تفکر بلند و حرکات دست با یکدیگر مقایسه شده است. نکتهٔ سوم این که تحقیقات انجام شده عمدتاً یا رابطه‌ای بوده‌اند یا از نوع پس از وقوع. پژوهش حاضر با عطف به نکات فوق و با توجه به اهمیت کاربردی موضوع طراحی شده است. در این پژوهش که به صورت آزمایشی انجام شده است، تأثیر همه روش‌های مذکور بر عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی بررسی شده است. بنابراین تلاش بر این بوده است تا از این طریق به برخی از پرسش‌هایی که مطرح هستند و نیز پرسش‌های پاسخ داده نشده در این زمینه، پاسخ دهد.

روش پژوهش

طرح پژوهشی مورد استفاده در این تحقیق یک طرح آزمایشی پیش آزمون ـ پس آزمون با چهار گروه آزمایشی و یک گروه کنترل بوده است.

جامعه تحقیق شامل کلیه دانش‌آموزان پسر پایه پنجم ابتدایی مدارس دولتی ناحیه سه آموزش وپرورش شهر اصفهان بوده است. از طریق روش نمونه‌گیری خوشه‌ای و به صورت تصادفی، دو مدرسه ابتدایی پسرانه از ناحیه آموزشی مذکور برگزیده شد. این دو مدرسه هر کدام دارای دو کلاس پایه پنجم بودند (n = ۱۰۸). به صورت تصادفی ۷۵ نفر از دانش‌آموزان این دو مدرسه انتخاب و باز به طور تصادفی به پنج گروه ۱۵ نفری تقسیم شدند: گروه تصویر سازی ذهنی (گروه ۱) ، گروه تفکر بلند (گروه ۲) گروه بازنمایی کتبی (گروه ۳)، گروه بازنمایی حرکتی (گروه ۴) و گروه کنترل (گروه ۵). به تمامی دانش‌آموزان ۵ گروه یک پیش آزمون شامل ۱۲ مسأله کلامی ریاضی وآزمون هوش ماتریس‌های پیش رونده ریون (Standard Progressive Matrices) داده شد. تفاوت معناداری بین میانگین نمره‌های کسب شده توسط دانش‌آموزان ۵ گروه در پیش آزمون (p = ۰/۹۹۸، F=0/032) و آزمون هوشی ریون (p = ۰/۹۹۷،F=0/037) مشاهده نشد.

ابزارهایی اندازه‌گیری مورداستفاده عبارت بودند از: ۱ ـ پیش آزمون و پس آزمون حل مسائل کلامی ریاضی: به منظور کنترل روایی محتوایی، ابتدا یک جدول مشخصات درس (جدول طرح آزمون) برای حدود ۴۰ درصد محتوای کتاب ریاضی پنجم ابتدایی تنظیم شد. سپس بر اساس این جدول مشخصات، دو مجموعه سؤال ۱۶ تایی (مجموعاً ۳۲ سؤال) همتا تهیه شد. پس از اجرای آزمایشی، ۱۲ سؤال برای هر یک از دو فرم آزمون (پیش آزمون و پس آزمون) برگزیده شد. میزان ضریب همبستگی بین نمره‌های پیش آزمون و پس آزمون با نمره درس ریاضی نوبت اول دانش‌آموزان، مندرج در کارنامه‌های آنها به ترتیب ۷۲ / ۰ و ۶۱ / ۰ بوده است. همچنین میزان ضریب همبستگی بین نمرات هوشی (بر اساس SPM) دانش‌آموزان و نمره‌های حاصل از پیش آزمون و پس آزمون به ترتیب ۶۰ / ۰ و ۵۸ / ۰به دست آمده است. برای محاسبه پایایی از روش دو نیمه کردن استفاده شده است. ضریب همبستگی حاصل از دو نیمه کردن سؤالات پیش آزمون و پس آزمون (با روش زوج و فرد) و تصحیح با فرمول اسپیرمن ـ براون (Spearman-Brown) به ترتیب ۸۴ / ۰و ۸۱ / ۰ محاسبه شده است. میزان ضریب همبستگی بین نمرات داده شده توسط دومصحح (پایایی مصححان) بر اساس کلید نمره‌گذاری تحلیلی یکسان، به اوراق پیش آزمون ۸۴ / ۰ و به اوراق پس آزمون ۸۹ /۰ بوده است. ۲ ـ آزمون ماتریس‌های پیشرونده ریون (SPM): آزمون ماتریس‌های پیش‌رونده در سال ۱۹۸۳ توسط ریون و پن روز (Raven & Penrose) ساخته شد. این آزمون شامل ۶۰ سؤال است که به پنج دسته ۱۲ تایی تقسیم شده‌اند. عبدالله (Abdalla, 2006) دریک فراتحلیل از ۲۴ مطالعه مربوط به روایی این آزمون، نتیجه گرفت که SPM ابزاری دارای روایی برای سنجش هوش است. همچنین رحمانی و عابدی (Rahmani & Abedi ,2004) در یک نمونه متشکل از۲۱۶۴ دانش‌آموز ۵ تا۱۰ ساله پیش دبستانی و دبستانی استان اصفهان با استفاده از آزمون هوش تجدید نظر شده وکسلرکودکان، نشان دادند که این آزمون دارای روایی بوده و برای سنجش هوش کودکان می‌توان از آن استفاده کرد. از لحاظ پایایی با

روش بازآزمایی، دامنه ضرایب همبستگی این آزمون بین ۸۵ / ۰ تا ۹۶ / ۰ و با روش تنصیف (زوج و فرد)، دامنه ضرایب بین ۸۸ /۰تا ۹۷ /۰گزارش شده است (Haghighi et al, 2003). به طور کلی ضرایب پایایی با روش دو نیمه کردن، همچنین با روش باز آزمایی در فاصله زمانی کمتر از یک سال در پژوهش‌های انجام شده، همگی بالاتر از ۸۰ /۰گزارش شده است (Raven ,Raven & kourt, 2000).

هنگام اجرای پیش آزمون که به طور متوسط ۵۰ دقیقه طول کشید، هم محقق و هم معلمان کلاس‌ها حضور داشتند. پس از اجرا، اوراق دانش‌آموزان با یک کلید از پیش تعیین شده با روش تحلیلی نمره‌گذاری که نمره هر قسمت در هر سؤال مشخص شده بود، توسط دو نفر(محقق و یک دانشجوی دکتری رشته مشاوره) به صورت جداگانه تصحیح شدند. میانگین نمره‌های هر دو مصحح به هر ورقه، به عنوان نمره نهایی آن ورقه ثبت شد. پس از سه روز، آزمون ماتریس‌های پیش‌رونده ریون به صورت گروهی به دانش‌آموزان ۵ گروه داده شد. به هر یک از گروه‌های آزمایشی به مدت ۱۰ جلسه ۴۵ دقیقه‌ای راهبردهای تعیین شده آموزش داده شد.گروه کنترل هیچ نوع آموزشی را دریافت نکرد. کلیه آموزش‌ها توسط یک نفر و به صورت جداگانه در دو مدرسه انجام شد. پس از پایان آموزش‌های مربوط به گروه‌های آزمایشی، پس آزمون برای دانش‌آموزان پنج گروه اجرا شد. اوراق پس آزمون مشارکت کنندگان نیز بر اساس کلید از پیش تهیه شده و توسط همان دو داوری که اوراق پیش آزمون را تصحیح کرده بودند، تصحیح شدند. میانگین نمره‌های داده شده به هر ورقه توسط داوران به عنوان نمره نهایی آن ورقه در نظر گرفته شد.

در ادامه، نحوه آموزش راهبردها به صورت مختصر توضیح داده شده است.

۱ ـ تصویر سازی ذهنی: در پژوهش حاضر تعریف «تجسم ذهنی اشیاء، افراد، رویدادهای مطرح در مسأله کلامی ریاضی که در آن دانش‌آموز می‌تواند افراد مطرح در داستان یا خودش و یا دوستان و اعضای خانواده‌اش را به صورت ذهنی تصور کند که همان اعمال را انجام می‌دهد»، راهنمای عمل در آموزش به دانش‌آموزان مشارکت کننده بوده است. دانش‌آموزان می‌توانستند برای تصویر سازی، از افراد، اشیاء و مکان‌های آشنا استفاده کنند. بنابراین تجسم عکسی ثابت و ایستا مورد نظر نبوده است؛ بلکه بر تصویر سازی دیداری، حرکتی و پویا تأکید شده است. تصویر سازی ابتکاری و خلاق نیز تشویق می‌شد. آموزش با چند مثال ساده برای تمرین ذهنی و آشنایی (بدون طرح حل مسأله ریاضی) آغاز شد: مانند تصورذهنی مثلث متوازی الاضلاع، متساوی الساقین وسایرشکل‌های هندسی. سپس مسائل ساده ریاضی و پس از آن به تدریج مسائل متناسب با پایه تحصیلی مطرح شدند. در هر مورد از چند دانش‌آموز خواسته می‌شد که توضیح دهند مسأله را چگونه در ذهن به صورت تصویری، بازنمایی کرده‌اند. پژوهشگر نیز بر اساس توضیحات آزمودنی‌ها، توضیحاتی را برای بهتر شدن فرایند تصویر سازی و برطرف شدن نقاط ضعف آنها در تصویر سازی برای گروه ارائه می‌داد.

۲ ـ تفکربلند: در آموزش راهبرد تفکر بلند، تعریف «تفکر کلامی آشکار خصوصی مرتبط با تکلیف در ضمن حل مسأله» راهنمای عمل بوده است. دانش‌آموزان تشویق شدند تا ضمن حل مسأله ریاضی، آنچه را فکر می‌کردند بر زبان جاری کنند و با خود حرف بزنند. صحبت کردن متمرکز روی درک مسأله و طراحی نقشه برای حل آن مورد تأکید بوده است. محقق از طریق مدل سازی، روش کار را به دانش‌آموزان نشان داد. بدین معنی که خود، نمونه‌هایی از مسائل کلامی ریاضی را با روش تفکر بلند برای یادگیری دانش‌آموزان حل کرد. سپس نمونه‌هایی به دانش‌آموزان ارائه شد و از آنها خواسته شد تا همانند آزمایشگر، آن مسأله را به صورت تفکر بلند حل کنند. پژوهشگر همچنان بر کار آنها نظارت و به آنها کمک می‌کرد تا روش را درست به کار ببرند. هر تمرین را ۳ یا ۴ دانش‌آموز به طور انفرادی در برابر افراد گروه نمونه، تقریباً همانند محقق تکرار می‌کردند و سپس تمرین بعدی ارائه می‌شد. در جلسه اول و دوم تمرین‌های ساده ریاضی (مسأله‌های کلامی ساده) ارائه شد و در جلسات بعدی به تدریج مسائل کلامی دشوارتر مطرح شد. پس از ارائه آموزش‌های لازم، از دانش‌آموزان خواسته شد تا مسائل ریاضی ارائه شده را با استفاده از کلمات خود، کلامی کنند. همچنین پس از یادگیری روش، به مشارکت کنندگان گفته شد که کلامی کردن در جلسات

آزمون باید به صورت آهسته و خصوصی انجام شود، طوری که مزاحمتی برای دیگران ایجاد نکند.

۳ ـ بازنمایی کتبی: در این روش با ارائه مثال‌هایی از مسائل ریاضی، به آزمودنی‌ها آموزش داده شد که برای حل آنها از رسم شکل، تصویر، جدول، نمادهای ریاضی، محور اعداد و نوشتن اعداد وکلمات بر روی کاغذ پیش نویس استفاده نمایند.

۴ ـ بازنمایی حرکتی: در این پژوهش، منظور از بازنمایی حرکتی، استفاده از حرکات دست‌ها بوده است. آموزش این روش از طریق الگوسازی انجام شد. به دانش‌آموزان گفته شد که به حرکات دست محقق، هنگام حل مسأله دقت نمایند. تمرینات با مثال‌های ساده آغاز شد. سپس به دانش‌آموزان گفته شد که من برای حل این مسأله از دست هایم (بدون کلام) استفاده کرده‌ام. دست‌هایم را در فضا حرکت دادم. آنچه را که فکر کرده بودم، با دست‌هایم نشان دادم. یکبار دیگر همان مسأله را به همان صورت حل می‌کنم. دقت کنید ببینند که من چطور برای حل مسأله از حرکات دست‌هایم استفاده می‌کنم. مسأله یک بار دیگر به همان صورت تکرار می‌شد. از دانش‌آموزان به نوبت خواسته شد تا در جلوی کلاس قرار گیرند و مسأله را همانند آموزش دهنده حل کرده، از حرکات دست استفاده کنند. به دانش‌آموزان گفته شد که لازم نیست حرکات دستشان حتما همانند مربی باشد. هر طوری که دوست داشته باشند می‌توانند انجام دهند. مهم این است که افکار با حرکات دست‌ها، هماهنگ باشد. یعنی از حرکات دست برای بیان افکار و برای درک مسأله و پیدا کردن راه حل استفاده شود.

یافته‌های پژوهش

به منظور بررسی تأثیر راهبردهای آموزش داده شده، تفاضل نمره‌های پیش آزمون و پس آزمون پنج گروه، محاسبه و تحلیل واریانس یک طرفه بر روی نمرات افتراقی انجام شد.

جدول شماره ۱، خلاصه نتایج تحلیل واریانس را نشان می‌دهد.

نتایج مندرج در جدول شماره ۱ نشان می‌دهد که تفاضل نمره‌های پیش آزمون و پس آزمون گروه‌های آزمایشی و کنترل، معنادار است. با توجه به معنادار شدن نسبت F، میان گروه‌های آزمایشی و کنترل، به منظور مقایسه‌های جفتی میانگین‌ها از آزمون تعقیبی HSD توکی (Tukey) استفاده شده است. نتایج این مقایسه‌ها در جدول شماره ۲ آمده است.

جدول ۱ ـ خلاصه نتایج تحلیل واریانس یک طرفه بر روی نمرات تفاضل پیش آزمون و پس آزمون دانش‌آموزان گروه‌های آزمایشی و کنترل

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	f	p	مجذوراتا	توان مشاهده شده
بین گروهی	۱۲۸ / ۶۸۸	۴	۳۲ / ۱۷۲	/ ۷۸۳ ۵	۰۰۰ ۰/	/ ۲۴۸	/ ۹۷۵
درون گروهی	۳۸۹ / ۴۳۳	۷۰	۵ / ۵۶۳				
کل	۵۱۸ / ۱۲۱	۷۴	—				

نتایج مقایسه‌ها (جدول شماره ۲) نشان می‌دهد که میانگین نمره‌های اختلاف گروه تصویر سازی ذهنی با میانگین نمره‌های اختلاف گروه کنترل، تفاوت معناداری دارد (۰ / ۰۴ > p). بنابراین فرضیه اول تحقیق تأیید می‌شود. گروه ۲ (تفکر بلند) تفاوت ناچیزی (در حدود ۳۲ / ۰ نمره) با گروه کنترل نشان داده است. این میزان تفاوت، از لحاظ آماری معنادار نبوده است (۹۶۶ / = p). بنابراین فرضیه دوم پژوهش مورد تأیید قرار نمی‌گیرد. گروه ۳ (بازنمایی کتبی) تفاوت قابل ملاحظه و معناداری را با گروه کنترل (۰۵ / ۰۰ > p) نشان داده است. بنابر این فرضیه سوم مورد تأیید است. تفاوت میانگین نمره‌های گروه بازنمایی حرکتی (استفاده از حرکات دست‌ها) با میانگین نمره‌های گروه کنترل، جزئی (حدود ۱۵ / ۰) است. این میزان تفاوت از لحاظ آماری معنادار نبوده است (p=۱/۰۰). بنابراین فرضیه چهارم پژوهش تأیید نمی‌شود.

جدول ۲ ـ مقایسه تفاضل میانگین نمرات پیش آزمون ـ پس آزمون گروه‌های آزمایشی و کنترل با آزمون توکی

گروه (I)	گروه (J)	تفاوت میانگین‌های نمرات اختلاف(I-J)	سطح معناداری
۱	۲	۲ / ۱۷	/ ۰ ۹۹
	۳	۰/ ۶۲–	/ ۹۵۲
	۴	۲ / ۳۳	/ ۰ ۶۳
	۵	۲ / ۴۸ *	/ . ۴۰
۲	۱	۲ / ۱۷ –	/ ۰ ۹۹
	۳	۲ / ۷۸ – *	/ ۰ ۱۶
	۴	۰ / ۱۷	۱ / ۰۰۰
	۵	۰ / ۳۲	/ ۹۹۶
۳	۱	۰ / ۶۲	/ ۹۵۲
	۲	۲ / ۷۸ *	/ . ۱۶
	۴	۲ / ۹۵ *	/ ۰۰۹
	۵	۳ / ۱۰ *	/ ۰۰۵
۴	۱	۲ / ۳۳–	/ ۰ ۶۳
	۲	۰ / ۱۷	۱ / ۰۰۰
	۳	۲ / ۹۵– *	/ ۰۰۹
	۵	۰ / ۱۵	۱ / ۰۰۰
۵	۱	۲ / ۴۸– *	/ ۰ ۴۰
	۲	۰ / ۳۲–	/ ۹۹۶
	۳	۳ / ۱۰– *	/ ۰۰۵
	۴	۰/ ۱۵–	۱ / ۰۰۰

مقایسه‌های زوجی (جدول شماره ۲) نشان می دهد میزان عملکرد گروه‌های چهار گانه تصویر سازی ذهنی، تفکر بلند، بازنمایی کتبی و بازنمایی حرکتی در پس آزمون حل مسائل کلامی ریاضی با یکدیگر متفاوت بوده است. استفاده از راهبردهای تفکر بلند و حرکات دست تأثیر قابل توجهی بر عملکرد مشارکت کنند گان نداشته است. اما راهبردهای تصویر سازی ذهنی و بازنمایی کتبی تأثیر قابل توجه و معناداری را بر عملکرد حل مسأله ریاضی نشان داده‌اند. علاوه بر این، گروه بازنمایی کتبی، تفاوت‌های قابل ملاحظه و معناداری را با سایر گروه‌های آزمایشی (به استثنای گروه تصویر سازی ذهنی) نشان داده است. میانگین نمره‌های اختلاف پیش آزمون ـ پس آزمون این گروه به طور معناداری بیشتر از میانگین نمره‌های اختلاف گروه‌های تفکر بلند (p < ۰ / ۰ ۱۶) و بازنمایی حرکتی (p < ۰ / ۰ ۰ ۹) بوده است. بنابراین فرضیه پنجم پژوهش تأیید می‌شود. به طور خلاصه، نتایج به دست آمده، فرضیه‌های ۱ ، ۳ ، و ۵ را تأیید کرده و فرضیه‌های ۲ و ۴ را تأیید نکرده‌اند.

بحث ونتیجه گیری

فرضیه اول پژوهش این بوده که استفاده از راهبرد تصویر سازی ذهنی برپیشرفت دانش‌آموزان پسر پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی تأثیر دارد. نتایج به دست آمده، فرضیه مذکور را تأیید کرده است (p<۰/۰۴). این نتایج، با یافته‌های به دست آمده در پژوهش‌های داویل و همکاران (2002)، داویل و پوگالی (2003)، ون گاردرن و مونتاگو (2003)و ون گاردرن (2006)، همسویی دارد. علاوه بر این، استیلانیو و سیلور (2004)، نشان داده‌اند که خبره‌ها بیشتر از مبتدی‌ها از بازنمایی‌های دیداری در حل مسائل ریاضی استفاده می‌کنند.

همچنان که گفته شد، نتایج این پژوهش، نشان داده است که استفاده از تفکر بلند (تفکر کلامی، گفتار خصوصی، خود ـ بیانی یا صحبت با خود) تأثیر معناداری روی عملکرد دانش‌آموزان پسر پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل ریاضی ندارد. به عبارت دیگر، فرضیه دوم پژوهش مورد تأیید واقع نشده است (p=۰/۷۱۴). این نتایج با تحقیقات انجام شده توسط فرنی هو و فرادلی (2005) هم‌خوانی ندارد. اما با پژوهش‌های انجام شده توسط وینسلر و ناگلیری (2003)، همسو است. لازم به ذکر است که نتایج به دست آمده در این پژوهش، پیرامون تفکر بلند، به طور مستقیم با نتایج اکثر پژوهش‌های فوق، چه همسو و چه ناهمسو، قابل مقایسه نیست. به دلیل اینکه گفتار خصوصی یا تفکر کلامی، یک پدیده مرتبط با سن است و آزمودنی‌های پژوهش‌های ذکر شده عمدتاً پیش دبستانی یا تا ۶ سال بوده، در حالیکه آزمودنی‌های این پژوهش از ۱۰ سال به بالا بوده‌اند. نکته دوم این که در اکثر پژوهش‌های قبلی، به کودکان آموزش داده نشده بود که از تفکر کلامی استفاده کنند. بلکه میزان استفاده آنها از تفکر کلامی و گفتار خصوصی در حین حل مسأله بررسی شده است. به عبارت دیگر، روند عادی رشد زبان بررسی شده است. با توجه به این که گفتار خصوصی بعد از ۷ سالگی درونی و ناآشکار می‌شود، ممکن است آموزش آن به کودکان ۱۰ سال به بالا و اصرار بر استفاده از آن در حین حل مسأله، خلاف جریان رشد طبیعی زبان باشد.

نتایج به دست آمده از تحلیل داده‌ها، نشان داده است که میانگین نمره‌های دانش‌آموزانی که در حل مسائل کلامی ریاضی، از روش‌های بازنمایی کتبی استفاده می‌کنند، به طور معناداری بیشتر از میانگین نمره‌های دانش‌آموزان گروه کنترل است (p<۰/۰۰۱). به عبارت دیگر، فرضیه سوم پژوهش حاضر مورد تأیید قرار گرفته است. نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر، همسو با نتایج تحقیقات انجام شده توسط دهباشی و دهباشی (2008)، صحرانشین (2007)، ادنز و پوتر (2007)، ون گاردرن (2007) و پوگالی (2004) است. با وجود این، نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر با یافته‌های مطالعه الیا (2007) هم‌خوانی ندارد. البته یک تفاوت مهم بین پژوهش حاضر و پژوهش الیا (2007) وجود دارد، در این پژوهش مسائل ریاضی به صورت کلامی مطرح شد و از دانش‌آموزان گروه بازنمایی کتبی، پس از آموزش‌های لازم، خواسته شده تا هنگام حل مسائل ریاضی از روش‌های بازنمایی نوشتاری (شکل، جدول، نمادهای ریاضی، محور اعداد و ...) استفاده کنند. اما

در مطالعه الیا (۲۰۰۷) صورت مسائل به سه حالت کلامی، تصویری و همراه با محور اعداد، تهیه شده بودند و از دانش‌آموزان خواسته شده تا آنها را حل کنند. نتایج مطالعه مذکور نشان داد که نوشتن مسائل به صورت کلامی، عملکرد حل مسأله را بهتر از دو حالت دیگر تسهیل می‌کند.

فرضیه چهارم این پژوهش این بوده است که استفاده از راهبرد بازنمایی حرکتی (حرکات دست‌ها) برپیشرفت دانش‌آموزان پسر پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی تأثیر دارد. نتایج حاصل از آزمون تعقیبی توکی این فرضیه را تأیید نکرده است (p=۰/۸۶۲) .در زمینه تأثیر حرکات دست بر یادگیری و حل مسائل ریاضی، تحقیقات معدودی صورت گرفته که به نتایج یکسانی منجر نشده است. بنابراین، با توجه به تحقیقات معدود صورت گرفته و نتایج متفاوت به دست آمده، لازم است تا پژوهش‌های بیشتری در این باره صورت گیرد.

چنان‌که ذکر شد، نتایج این پژوهش، فرضیه‌های مربوط به تأثیر روش‌های بازنمایی حرکتی (اشاره دست‌ها) و تفکر بلند برعملکرد حل مسأله دانش‌آموزان کلاس پنجم را تأیید نکرده است. اما فرضیه‌های مربوط به تأثیر روش‌های تصویر سازی ذهنی و بازنمایی کتبی بر عملکرد حل مسأله دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی، تأیید کرده است. نکته مهم قابل ذکر این است که روش‌های بازنمایی کتبی، نه تنها در مقایسه با گروه کنترل، بلکه در مقایسه با روش‌های بازنمایی حرکتی (p<۰/۰۰۱) و تفکر بلند (p<۰/۰۰۱) نیز، مؤثرتر بودند (تأیید فرضیه پنجم). در حالی که تفاوت گروه تصویر سازی ذهنی تنها با گروه کنترل معنادار بوده است. روش‌های بازنمایی کتبی و تصویر سازی ذهنی، هر دو جزو روش‌های دیداری کردن هستند و هر دو به درک شهودی کمک می‌کنند. علاوه بر این، پیش بینی‌های نظریه رمز دوگانه پایویو(paivio) در مورد هر دو صادق است. شاید یکی از دلایل معنادار شدن تأثیر این دو روش بازنمایی، شباهت‌های زیادی است که با یکدیگر دارند. به عنوان مثال، هر دو به نوعی تصویر سازی هستند. ولی در یک روش، تصویرها در ذهن ساخته می‌شود و در دیگری روی کاغذ. با وجود این، تأثیر بیشتر روش‌های کتبی نسبت به سایر روش‌ها، دلایلی دیگری نیز دارد؛ ازجمله کاهش بار حافظه کاری، آشنایی دانش‌آموزان با این روش‌ها وعینیت بیشتر آنها.

با توجه به این که یافته‌های پژوهش حاضر نشان داده است که روش‌های بازنمایی کتبی، یک روش مؤثر برای کمک به دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی است، توصیه می‌شود که معلمان و دبیران ریاضی، در آموزش‌های خود، از این روش‌ها برای توسعه درک دانش‌آموزان استفاده کرده، دانش‌آموزان خود را نیز به استفاده از این روش‌ها تشویق کنند و چگونگی استفاده و بهره‌گیری از آنها در حل مسائل ریاضی را به دانش‌آموزان آموزش دهند. بر همین اساس، به نویسندگان کتاب‌های ریاضی توصیه می‌شود که برای کمک به افزایش میزان درک و فهم یادگیرندگان، از این روشها در کتاب‌های خود استفاده کنند. روش‌های بازنمایی کتبی، روش‌های متنوعی هستند که مهمترین آنها شامل رسم شکل، جدول، نمودار، ماتریس، تصویر، محور اعداد، نمادهای حرفی و عددی وفرمول‌ها می‌شود. پیشنهاد می‌شود که پژوهشگران آموزش ریاضی و تربیتی در پژوهش‌های خود میزان تأثیر این روش‌ها را بر عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی، با یکدیگر مقایسه نمایند. نتایج به دست آمده از این پژوهش نشان می دهد که استفاده از تصویر سازی ذهنی برعملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی تأثیر معناداری دارد. بنابر این توصیه می‌شود که معلمان و دبیران ریاضی، استفاده از این روش را به دانش‌آموزان بیاموزند و تمریناتی را برای یادگیری و ممارست دانش‌آموزان با آنها انجام دهند. همچنین لازم است که به دانش‌آموزان توضیح داده شود که این روش چگونه ممکن است که به آنها در حل مسائل ریاضی کمک کند .با توجه به این که امکان تصویر سازی ذهنی در مسائل مختلف ریاضی متفاوت است، توصیه می‌شود که معلمان و طراحان مسائل کلامی ریاضی، تا حد امکان، صورت سؤالات را طوری بنویسند که احتمال تصویر سازی ذهنی برای پاسخ دهندگان افزایش یابد.

منابع

Abdalla,S.E.(2006).Validities of the standard progeressive matrices test(SPM) against IQ and

Fernyhough, C., & Fradley, E. (2005). Private speech on an executive task: relations with task difficulty and task performance. Cognitive Development, 20 , 103-120.

Haghighi,J.,Behroozi,N.,Shokrkon,H.,&Mehr abizadeh Honarmand.M.(2003).The compar-isoin of nine combinational groups of intelligence and creativity chosen from first grade high school students of Ahvaz,from the standpoint of personality traits.Journal of Education and Psychology, Shahid Chamran University of Ahvaz ,3(1&2),59-82[Persian.[

Kessel,A.M.,& Trersky,B.(2005).Gestures for thinking and explaining. Proceedings of the cognitive science Society meetings. Mahwah,NJ:Erlbaum .

Leslie,O.(2001).Using the think-aloud for reading instruction. Reading Teacher, 55(1), 64-69 .

Matlin, M. W. (2005). Cognition (6thed). NY:John Wiley & Sons, Inc.

Pugalee, D.K.(2004).A comparison of verbal and written descriptions of student's problem solving processes. Journal of Educational studies in mathematics. 55(3), 27-47 .

Rahmani,J.,& Abedi,M.(2004).Normalization of Raven's Colored Scale on5-10 years old children in Esfahan Province.Instruction Quarterly,23,81-86[Persian]

Raven,J.Raven,J.C.,& Court,J.H.(2000). Raven manual: section3. Stanandard progressive matrices. Oxford, UK: oxford psychologist press Ltd.

Sahraneshin, Z.(2007).Identities education by shapes.Selected articles of 9th Iranian mathematics education conference,17-19 September, Zahedan,Iran,Education Minestry,p 283[Persian].

Stylianou, D.A.,& Silver, E.A.(2004). The role of visual representations in advanced mathematical problem solving: An examination of expert-novice similarities and differences. Mathematical thinking and learning, 6(4), 353-387 .

achievement tests(a meta- analysis study).University of Omar EL-Mokhtar.Faculty of arts,Department of Education and Psyghology.

Broaders,S.C.,Cook, S.W.,Mitchel, Z.,& Goldin- Meadow,S.(2007).Making children gesrture reveals imlicit knowledge and leads to learning. Journal of Experimental Psychology: General, 136(4), 539-550 .

Burns, M. (2000). About teaching mathematics: A K-8 resource (2th ed.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Cook, S.W.,& Goldin- Meadow,S.(2006). The role of gesture in learning : Do children use their hands to change their minds ? Journol of Cognition and Development, 7(2), 211-232.

Dehbashi,T.,& Dehbashi,G.(2008).The role of shaps in problem solving.Proceedings of 10th Iranian mathematics education conference, Yazd,Iran ,22-25 August , p 44[Persian.[

Douville, P.,& Pugalee,D.K.(2003). Investigating the relationship between mental imaging and mathematical problem solving. Proceedings of international conference mathematics education into the 21 century protect.Brno, Czech Republic, September,2003. 62-67.

Douville, P.,Pugalee,D.k.,Wallace, J.& Lock, C.R.(2002).Investigating the effectiveness of mental imagery strategies in a Constructivist approach to mathematics education. Paper presented at the International Conference on the Humanistic Renaissance in mathematics Education, Palermo, Italy.

Edens, K.,& Potter, E.(2007). The relationship of drawing and mathematical problem solving: Draw for math" tasks. Studies in Art Education, 48(3), 282-298 .

Elia,I.(2007). Multiple represention in mathematical problem solving: Exploring sex diffrencess. Depatment of Education, university of Cyprus. From: http://www.prema, iacm.forth.gr/docs/ws1/paperes/iLLiada%20ELia.pdf

Swanson, H.L.,& Jerman,O.(2006).Math disabilities : A selective meta-analysis of the literature. Review of Educational research, 76,249-274 .

Van Garderen, D.(2007). Teaching students with LD to use diagrams to solve mathematical word problems. Journal of Learning Disabilities, 40(5), 540-553.

Van Gardren,D., & Montague,M.(2003). Visual-spatial representation, mathematical problem solving, and students of varying abilities, Learning Disabilities Research & Practice, 18,246-254 .

VanGardren.D.(November,2006). Spatial visualization, Visual imagery and mathematical problem solving of students with varying abilities. Journal of Learning Disabilities, 39(6). 496-506 .

Winsler, A., & Naglieri, J. A. (2003). Overt and covert verbal problem- solving strategies: Developmental trends in use, awareness, and relation with task performance in children age 5 to 17. Child Development, 74, 659-678.