پژوهش در برنامه‌ریزی درسی
سال شانزدهم، دوره دوم، شماره ۳۳ (پیاپی ۶۰)
بهار ۱۳۹۸، صفحات ۱۲۰-۱۰۴

Research in Curriculum Planning
Vol 16. No 33 (continus 60)
spring 2019, Pages 104-120

بررسی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی و ارتباط آن با توانایی حل مسائل کسرهای ریاضی دانش‌آموزان

فرهاد کاظمی، ابوالفضل رفیع‌پور*، محمدرضا فدایی
[۱] گروه ریاضی، واحد قروه، دانشگاه آزاد اسلامی، قروه، ایران.
[۲] هیئت‌علمی گروه آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.
[۳] هیئت‌علمی گروه آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.

چکیده
هدف این مطالعه بررسی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی و ارتباط آن با توانایی حل مسائل کسرهای ریاضی دانش‌آموزان بود؛ بنابراین ۲۵۶ معلم پایه پنجم و ششم ابتدایی به‌صورت تصادفی انتخاب شدند و ابزار سنجش دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا روی آن‌ها اجرا شد. همزمان ابزار سنجش توانایی حل مسائل کسر نیز روی ۵۱۷۹ دانش‌آموز همان معلمان اجرا شد. نتایج نشان داد: ۱) معلمان مدارس ابتدایی فاقد دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای مناسب و کافی درزمینهٔ کسرهای ریاضی می‌باشند. ۲) توانایی حل مسائل کسر دانش‌آموزان بخصوص روی مسائل مفهومی ضعیف است. ۳) بین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا با توانایی حل مسئله کسر دانش‌آموزان همبستگی مثبت معناداری وجود دارد. ۴) تحلیل ساختار میانگین‌ها، بین معلمان زن و مرد نشان داد که گرچه میانگین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان مرد از معلمان زن اندکی بالاتر است، اما تفاوت معنی‌داری بین آن‌ها وجود ندارد. ۵) مشخص شد که بین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا با شاخص‌های سابقه تدریس و مدرک تحصیلی معلم‌ها همبستگی مثبت و معناداری وجود دارد. نتایج این مطالعه لزوم توجه ویژه به بازنگری در دوره‌های آموزش پیش از خدمت و ضمن خدمت معلمان را مورد تأکید قرار می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: دانش محتوا، دانش پداگوژی محتوا، کسرهای ریاضی، حل مسئله

Investigate content knowledge and pedagogy content knowledge of the primary school teachers and its relation with the students' problem-solving ability at mathematical fractions

Farhad Kazemi, Abolfazl Rafiepour, Mohammad Reza Fadaie
[1] Department of Mathematics, Ghorveh Branch, Islamic Azad Univercity, Ghorveh, Iran.
[2] Faculty member in section of education mathematics-department of mathematics and computer- in Shahid bahonar university of Kerman, Iran.
[3] Faculty member in section of education mathematics-department of mathematics and computer- in Shahid bahonar university of Kerman, Iran.

Abstract
The purpose of this study is to investigate content knowledge(CK) and pedagogy content knowledge(PCK) of the primary school teachers and its relation with the students' problem-solving ability at mathematical fractions. Therefore, 256 teachers of the fifth and sixth grade were selected randomly, and measuring scale of CK and PCK was administered on them. Also, measuring scale of the ability of solving fraction problems was administered on 5179 students of the same teachers. The result shows that; 1) The primary school teachers lack right and adequate CK and PCK at mathematical fractions; 2) Students' ability at solving fraction problems was poor especially on conceptual problems; 3) There is positive and significant relationship between CK and PCK with students' problem solving ability at fractions. Mean structural analysis between male and female teacher's shows although the mean of CK and PCK of the male teachers is higher than that of female teachers, there is no significant difference between them. It was proved that there is positive and significant relationship between CK and PCK with instructional experiences and academic degrees of the teachers. The result of this study emphasizes special attention to reviewing and revising pre-service and in-service training of the teachers.

Keywords: content knowledge, pedagogy content knowledge, mathematical fractions, problem solving

*. **نویسندهٔ مسئول:** drafiepour@gmail.com

وصول: ۹۶/۰۳/۲۱ پذیرش: ۹۷/۰۸/۰۷

مقدمه

نتایج مطالعات گوناگون در کشورهای مختلف نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در تمام سطوح مدرسه، درک محدودی از اعداد گویا و بخصوص کسرهای ریاضی دارند (Zhou, Peverly & Xin2006؛ Mack 1990). برای اینکه معلمان بتوانند مشکلات شایع و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کسرها را بشناسند و به آن‌ها بازخورد مؤثر و مناسبی بدهند، باید دارای دودسته دانش باشند: دانش محتوا (Content knowledge) که شامل دانش مفهومی و رویه‌ای در مورد کسرهاست؛ و دانش پداگوژی محتوا (Pedagogy Content knowledge)، شامل دانش مورد نیاز معلم برای قابل دسترس کردن محتوا (کسرها) برای دانش‌آموزان است (Depaepe, Torbeyns, Vermeersch, Janssens, Janssen, Kelchtermans, Verschaffel, Van Dooren2015). شواهد زیادی وجود دارد که نشان می‌دهد، معلمان فاقد دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای کافی درزمینهٔ کسرها می‌باشند (Turnuklu &Yesildere 2007,1990 Ball؛Depaepe et.al 2015).

بنابراین با توجه به اهمیت دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا در فرایند آموزش از یکسو و ماهیت چالش‌برانگیز کسرها هم برای یادگیری دانش‌آموزان و تدریس معلمان از سوی دیگر و به علت فقدان وجود مطالعات عمیق و غنی در جامعه آموزشی ایران، مطالعه حاضر انجام شد.

اهداف این مطالعه عبارت‌اند از:

۱. بررسی سطح دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی در کسرهای ریاضی؛

۲. بررسی توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل کسرهای ریاضی؛

۳. بررسی رابطه بین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا با توانایی حل مسئله کسر دانش‌آموزان؛

۴. مقایسه دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان مرد و زن در کسرهای ریاضی؛

۵. بررسی رابطه بین شاخص‌های سابقه تدریس و مدرک تحصیلی با دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا معلم‌ها؛

مبانی نظری و مروری بر مطالعات گذشته

در دهه‌های اخیر، تحقیقات آموزشی از شواهدی حمایت می‌کند که بیانگر این است، کیفیت فرصت‌های یادگیری ایجاد شده به‌وسیلهٔ معلم روی یادگیری و انگیزش دانش‌آموزان تأثیر دارد (McCaffrey, 2009 Hattie Lockwood, Koretz, Louis, & Hamilton2004). در این راستا توجه ویژه‌ای به دانش معلم از محتوای آموزشی معطوف شده است که این دانش شامل دانش پداگوژی محتوا و دانش محتوا است. هر دو نوع این دانش روی فعالیت‌های آموزشی معلم و همان‌طور یادگیری دانش‌آموزان در حوزه ریاضیات تأثیرگذار است (Baumert, Kunter, Blum, Brunner, Voss, Jordan, et al.2010., Hill, Rowan, & Ball,2005).

از زمانی که (Shulman, 1986) به معرفی دانش مورد نیاز معلمان برای تدریس پرداخت، توجه ویژه‌ای به دو مؤلفهٔ این دانش که دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا می‌باشد شده است. درواقع این دو نوع دانش، قلب تحقیقات حوزه آموزش معلمان بوده است. شولمن دانش مورد نیاز معلمان برای تدریس را در هفت مؤلفه دسته‌بندی کرده است که عبارت‌اند از: دانش پداگوژی عمومی، دانش یادگیرندگان و ویژگی‌هایشان، دانش زمینه‌های آموزشی، دانش اهداف آموزشی، دانش محتوا، دانش برنامه درسی، دانش پداگوژی محتوا (Ball,Thames, & Phelps2008) دانش محتوا راجع به درک معلم از تدریس محتوای موضوعی (Subject matter) است، یا به عبارت ساده‌تر درک معلم از موضوعی که آموزش می‌دهد. طبق نظر (Shulman, 1986) معلم نه‌تنها باید موضوع را بداند و روی آن تسلط داشته باشد، بلکه باید بداند که این موضوع چرا چنین است؛ بنابراین تأکید روی درک عمیق تدریس

محتوا است. پس درنتیجه دانش محتوای معلم با دانش تحقیقات آکادمیکی که در مؤسسات آموزش عالی ایجاد شده یا با دانش ریاضی که بزرگسالان بعد از اتمام مدرسه حفظ کرده‌اند متفاوت است (Krauss, Brunner, cited in Kunter, Baumert, Blum, Neubrand2008؛ Kleickmann et.al 2013).

(Shulman, 1986) دانش پداگوژی محتوا را به‌عنوان دانش مورد نیاز برای قابل دسترس کردن موضوع درسی تعریف می‌کند. به اعتقاد او دانش پداگوژی محتوا شامل مفیدترین شکل بازنمایی ایده‌ها، قوی‌ترین تشبیه‌ها و قیاس‌ها، تصاویر همراه با توضیح، توصیفات، مثال‌ها و در یک جمله؛ مؤثرترین روش‌های بازنمایی و فرمول‌بندی موضوع که آن را برای دیگران قابل درک می‌سازد. دانش پداگوژی محتوا همچنین شامل درک این مسئله است که چه چیزی یادگیری موضوعات خاص را آسان یا دشوار می‌سازد؛ مفاهیم و پیش مفهوم‌هایی که دانش‌آموزان با سنین و پیش‌زمینه‌های مختلف در ذهن خود دارند در یادگیری مفاهیم جدید تأثیرگذارند (Ball, Thames, & Phelps, 2008). (Park & Oliver, 2008) با بررسی ادبیات پژوهش روی تعاریف مختلف دانش پداگوژی محتوا، تعریف کاری جامع زیر را ارائه داده‌اند: دانش پداگوژی محتوا، درک معلم و فرایند چگونگی کمک به درک موضوع درسی برای دانش‌آموزان با استفاده از استراتژی‌های آموزشی چندگانه، بازنمایی‌ها و ارزیابی‌ها در محیط‌های یادگیری متفاوت به لحاظ فرهنگی، زمینه‌ای و محدودیت‌های اجتماعی است.

به اعتقاد (Kovarik, 2008) دانش پداگوژی محتوای ریاضی عبارت است از: ایده‌هایی که توسط معلم آشکار می‌شوند، چگونگی گنجاندن (انطباق) این ایده‌ها در چارچوب بزرگ‌تر ریاضی، نحوهٔ سازمان‌دهی این ایده‌ها و چگونگی بازیافت آن‌ها است. این تعریف مؤلفه‌های رویه‌ای و مفهومی را به دانش محتوایی پیوند می‌زند. (Shulman, 1986) ادعا کرد که معلمان باید ساختار و محتوای ریاضی را درک کنند. آن‌ها باید برای برقراری ارتباط بین موضوعات نظری و عملی ریاضی توانا باشند. علاوه بر این به اعتقاد (Park, 2004) پداگوژی ریاضی، فهمی از سازمان‌بندی و درک روابط بین موضوعات ریاضی است. معلمان باتجربه، معلمانی که پداگوژی ریاضی بالایی دارند، در تدریس خود مثال‌های متنوعی می‌زنند و روش‌های حل متفاوت دارند، ایده‌های آن‌ها به هم ارتباط دارد و دانش آن‌ها به روشی سازمان‌بندی شده است که فهم و کاربرد با هم رابطه دارد. مثلاً رویکردی که در تدریس احتمال بکار می‌رود با رویکرد تدریس معادله ۴ مجهولی متفاوت است؛ که این‌ها را باید در دانش پداگوژیکی ریاضی جستجو کرد. بقول کانت پداگوژی بدون ریاضی پوچ و ریاضی بدون پداگوژی کور است (Fahimi, 1388).

یکی از موضوعات بسیار مهم و چالش‌برانگیز ریاضی دوره ابتدایی، کسرهای ریاضی است. در مورد اهمیت اعداد گویا (بخصوص کسرها) و یادگیری آن‌ها، محققانی مانند (Behr, Lesh, Post & Silver, 1983) بیان می‌دارند، اعداد گویا یکی از مهم‌ترین و درعین‌حال پیچیده‌ترین مفاهیم ریاضیات ابتدایی هستند که دانش‌آموزان با آن مواجه می‌شوند. اهمیت این اعداد را از سه منظر می‌توان نگاه کرد: از منظر عملی، توانایی برخورد و کار مؤثر با اعداد گویا به‌طور وسیعی می‌تواند توانایی درک و مدیریت موقعیت‌ها و برخورد با مسائل زندگی واقعی را برای دانش‌آموزان افزایش دهد. از منظر روانشناسی، اعداد گویا می‌توانند زمینه‌ای غنی را ایجاد کنند که در آن ساختارهای ذهنی مورد نیاز برای رشد عقلانی به‌طور پیوسته، پرورش و توسعه یابند. از منظر ریاضی، درک اعداد گویا می‌تواند پایه‌های یادگیری کار با عملگرهای جبری را در آینده برای دانش‌آموزان آماده کند. محققان دیگری نیز مانند (Clarke, & Roche, 2009) و (Lamon, 2005) در مورد اهمیت کسرها اظهار می‌دارند که درک عمیق کسرهای ریاضی، یکی از

پایه‌های اصلی درک مفاهیم پیشرفته‌تر ریاضی مانند جبر و احتمال است.

هرچند محققان مختلف بر اهمیت یادگیری مفهومی کسرها تأکید فراوانی دارند، اما در عمل دیده می‌شود که دانش‌آموزان پایه‌های مختلف تحصیلی دچار مشکلات و بدفهمی‌های فراوانی در کسرها هستند و درک محدود دانش‌آموزان از کسرهای ریاضی در تحقیقات مختلف به اثبات رسیده است (Clarke, & Behr, Lesh, Post, Silver, 1983؛Roche, 2009 Vamvakoussi, ؛Mack, 1990.,2002 Cramer, Post, Christou, Mertens, & Van Dooren, 2011., Zhou, Peverly & Xin2006).

به اعتقاد (Vamvakoussi, Van Dooren, & Verschaffel, 2012) یکی از مشکلات اصلی و بدفهمی‌های شایع دانش‌آموزان در کسرهای ریاضی، به علت تعمیم نابجای ویژگی‌های دستگاه اعداد طبیعی به کسرهاست. به‌عنوان مثال دانش‌آموزان جمع اعداد طبیعی را به جمع کسرها تعمیم می‌دهند:

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{9}=\frac{5}{14}\ 3+2=5\ 5+9=14$$

بنابراین برای اینکه معلم‌ها بتوانند برخوردی مؤثر با چنین مشکلات و بدفهمی‌هایی داشته باشند، باید دارای دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای کافی درزمینهٔ کسرها باشند؛ اما نتایج تحقیق عکس این مطلب را نشان می‌دهد (Ball, 1990؛ Yesildere & Turnuklu 2007؛Depaepe et.al 2015). (Newton, 2008) اظهار می‌دارد که دانشجو معلمان [دانشجویان تربیت معلم] دارای دانش محتوای مناسب و کافی درزمینهٔ کسرها نیستند و تعداد زیادی از آن‌ها تعمیم نابجای "ترتیب" از اعداد طبیعی را به کسرها مورد استفاده قرار می‌دهند. به‌عنوان مثال (Newton, 2008) از این معلمان پرسیده بود که بعد از کسر $\frac{3}{5}$ چه کسری خواهد آمد؟ تعدادی از آن‌ها جواب $\frac{4}{5}$ را داده بودند. او در ادامه اضافه می‌کند که دانشجو معلمان مدارس ابتدایی آمریکا معمولاً در استفاده از الگوریتم‌ها برای حل مسائل کسرها دچار مشکل هستند و انعطاف‌پذیری پایینی در حل مسائل دارند.

(Ball, 1990) بیان می‌کند که دانش محتوای معلمان مدارس ابتدایی و دانشجو معلمان سطح متوسطه، نسبت به تقسیم کسرها عمیق نیست. او اضافه می‌کند که این معلمان معمولاً در استفاده از الگوریتم تقسیم درست عمل می‌کنند، اما درک مفهومی مناسبی نسبت به آن ندارند؛ به‌عبارت‌دیگر نمی‌دانند که چرا در تقسیم دو کسر، باید کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کرد. همچنین نتایج مصاحبه‌ها بیانگر وجود شکاف در دانش پداگوژی محتوای معلمان بود. نتایج نشان داده بود که فقط تعداد اندکی از معلمان سطح متوسطه توانسته بودند برای یک تکلیف تقسیم کسرها، بازنمایی مناسبی انجام دهند، درحالی‌که هیچ‌کدام از دانشجو معلمان مقطع ابتدایی، نتوانسته بودند بازنمایی مناسبی ارائه دهند. علاوه بر این مطالعه (Tirosh, 2000) و (Turnuklu & Yesildere, 2007) که روی دانش معلمان ابتدایی نسبت به بدفهمی‌های دانش‌آموزان متمرکز شده بود، نشان داد که دانش پداگوژی محتوای این معلمان دارای مشکلات اساسی است. آن‌ها متوجه شدند که بیشتر این معلمان در پیش‌بینی خطاهای دانش‌آموزان با مشکل مواجه هستند و معلمانی هم که توانایی پیش‌بینی خطاها را دارند، دارای رویکرد رویه‌ای می‌باشند؛ به‌عبارت‌دیگر تنها اشتباهات رویه‌ای را می‌توانند پیش‌بینی کنند و نه اشتباهات مفهومی (به‌عنوان مثال یکی از اشتباهاتی که معلم‌ها در تقسیم کسرها بیان کرده بودند، این بود که دانش‌آموزان ممکن است به‌جای معکوس کردن کسر دوم، کسر اول را معکوس کنند و سپس ضرب را انجام دهند).

(Ma, 1999) با استفاده از چهار تکلیف ریاضی با ۷۲ معلم در چین و آمریکا مصاحبه کرد. در این تحقیق، از معلمان خواسته شد تا کسرها را بر هم تقسیم کنند و داستانی را مطرح کنند که با مسئله تقسیم سازگار باشد. نه‌تنها تمام معلمان چینی تقسیم را به‌درستی

انجام دادند بلکه به‌صورت جمعی چهار روش مختلف را نیز برای انجام این کار مورد استفاده قرار دادند و تقریباً همگی داستان درستی را برای تقسیم بیان کردند. در مقایسه، تنها حدود نیمی از معلمان آمریکایی تقسیم را به‌درستی انجام دادند و همگی از یک روش مشابه استفاده کرده بودند و تنها یک معلم نیز توانسته بود یک داستان برای مسئله بسازد. ما، فهمید که معلمان چینی تمایل دارند تا بین موضوعات مختلف ارتباط برقرار کنند، چندین روش را برای حل مسائل می‌دانند و بهترین روش را برای یک موقعیت خاص انتخاب می‌کنند. او پیشنهاد کرد که شیوه انجام ریاضی معلمان چینی، نشان‌دهندهٔ درک مفهومی معنادار و سطح بالای دانش پداگوژی محتوای آن‌هاست.

در یک جمع‌بندی می‌توان گفت که فقدان دانش محتوای مناسب و کافی منجر به انتخاب رویکردهای رویه‌ای به‌جای رویکرد مفهومی و فقدان دانش پداگوژی محتوا باعث می‌شود که معلم‌ها نتوانند استراتژی‌های آموزشی و بازنمایی‌های مناسبی را برای رفع بدفهمی‌ها و مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل کسرها ارائه دهند.

روش پژوهش

پژوهش حاضر توصیفی و از نوع همبستگی است. این مطالعه روی معلمان مدارس ابتدایی یکی از استان‌های غربی ایران در فاصله سال‌های ۹۵-۹۴ انجام شد. نمونه آماری این مطالعه شامل ۲۵۶ معلم پایه‌های پنجم و ششم بود که به روش نمونه‌گیری تصادفی انتخاب شدند. علاوه بر این تعداد ۵۱۷۹ دانش‌آموز معلمان مذکور نیز برای سنجش توانایی حل مسائل در این مطالعات شرکت داشتند.

ابزار پژوهش

ابزار دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا

در این مطالعه برای اندازه‌گیری دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی در کسرها، ابزاری قلم-کاغذی شامل ۲۲ آیتم بر اساس مدل مطالعه COACTIV (Cognitive Activation in the Classroom) طراحی شد که ۱۴ آیتم مربوط به دانش پداگوژی محتوا (مؤلفه آموزش ۴ آیتم، مؤلفه تکلیف ۴ آیتم، مؤلفه دانش‌آموز ۶ آیتم) و ۸ آیتم نیز مربوط به دانش محتوا بود. مؤلفه آموزش، در مورد دانش بازنمایی‌های گوناگون و توضیح استاندارد مسائل ریاضی است؛ مؤلفه تکلیف، در مورد دانش روش‌های گوناگون حل مسائل ریاضی است؛ مؤلفه دانش‌آموز نیز در مورد دانش بدفهمی‌ها و مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی است. همچنین برای طراحی آیتم‌های مربوط به دانش محتوا، متناظر با دسته‌بندی سلسله مراتبی (Krauss, Baumert, & Blum, 2008) از دانش ریاضی، سطح دوم این دسته‌بندی یعنی، درک عمیق از ریاضیاتی که در مدارس تدریس می‌شود، مورد استفاده قرار گرفت. در طراحی این ابزار تلاش شد تا کسرها به‌طور مبسوط مورد مطالعه قرار گیرند. از ویژگی‌های این ابزار می‌توان موارد زیر را ذکر کرد: وجود آیتم‌های مفهومی و رویه‌ای بر اساس چهار عمل اصلی (جمع/تفریق، ضرب/تقسیم)، مسائل کلامی، بدفهمی‌های شایع دانش‌آموزان در کسرها، مسائلی با بیش از یک راه‌حل، پیش‌بینی خطاهای احتمالی دانش‌آموزان، آیتم‌هایی در مورد چرایی درست بودن یک رویه یا یک روش و ...

نتایج تحلیل عاملی اکتشافی بیانگر روایی سازه مناسب این ابزار بود و پایایی آن طبق ضریب آلفای کرونباخ برابر ۰/۹ به دست آمد. درنتیجه تحلیل عاملی اکتشافی دو تا از آیتم‌ها حذف شد و داده‌های مربوط به ۲۰ آیتم در این مقاله مورد تحلیل قرار گرفته است. **لازم به ذکر است که ویژگی‌های ابزار اصلی در مقاله دیگری چاپ شده است و در این مقاله فقط چهار تا از آیتم‌ها در قسمت پیوست ارائه شده است.**

روش نمره دهی به آیتم‌ها بدین‌صورت بود که به یک جواب سطحی نادرست یا عدم تلاش روی یک آیتم

نمره صفر، به یک جواب کامل و درست نمره دو و به یک تلاش عمیق اما بدون رسیدن به جواب درست نمره یک تعلق می‌گرفت. بیشترین نمره‌ای که معلم‌ها می‌توانستند روی آیتم‌های دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا کسب کنند به ترتیب برابر ۱۴ و ۲۶ بود. علاوه بر این میانگین آیتم‌های دانش محتوا ۷ و دانش پداگوژی محتوا ۱۳ در نظر گرفته شد.

بیست درصد برگه‌های حل مسئله معلم‌ها توسط محقق دیگری مورد تصحیح و بازبینی قرار گرفت که ضریب توافق بین دو مصحح برابر ۰/۸۶ بود.

ابزار سنجش توانایی حل مسائل کسر

برای اندازه‌گیری توانایی حل مسائل کسر دانش‌آموزان ابزاری شامل شش مسئله (سه مسئله مفهومی و سه مسئله رویه‌ای) با کمک سه نفر از معلمان باتجربه طراحی و روی دانش‌آموزان اجرا شد. پایایی این ابزار طبق آلفای کرونباخ ۰/۷۶ محاسبه شد. روش نمره دهی به حل مسائل دانش‌آموزان مشابه روش نمره دهی آیتم‌های ابزار دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا بود. بیشترین نمره‌ای که دانش‌آموزان می‌توانستند روی این ابزار کسب کنند ۱۲ است. میانگین ابزار ۶ و میانگین سؤالات مفهومی و رویه‌ای نیز ۳ در نظر گرفته شد.

یافته‌های پژوهش

در جدول (۱) فراوانی معلم‌های مرد و زن به لحاظ جنسیت، سابقه تدریس و مدرک تحصیلی ارائه شده است.

جدول ۱. فراوانی معلم‌های مرد و زن به لحاظ جنسیت، سابقه تدریس و مدرک تحصیلی

	تعداد	میانگین سنوات تدریس	مدرک تحصیلی			
			دیپلم	فوق‌دیپلم	لیسانس	فوق‌لیسانس
مرد	۱۴۸	۱۵/۳۵	۶	۳۳	۹۴	۱۵
زن	۱۰۸	۱۳/۷۶	۹	۲۰	۶۵	۱۴

همان‌طور که از جدول (۱) مشخص است تعداد معلمان مرد ۱۴۸ و تعداد معلمان زن نیز ۱۰۸ بود. علاوه بر این میانگین سنوات تدریس یا سابقه تدریس مردان ۱۵/۳۵ و زنان نیز ۱۳/۷۶ می‌باشد که میانگین سنوات تدریس مردان اندکی از زنان بیشتر است. درمجموع مدرک لیسانس دارای بیشترین فراوانی ۱۵۹، فوق‌دیپلم ۵۳، فوق‌لیسانس ۲۹ و مدرک دیپلم نیز با فراوانی ۱۵ کمترین بود. در جدول (۲) داده‌های به‌دست‌آمده از عملکرد معلم‌ها روی ابزار دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا ارائه شده است.

جدول ۲. داده‌های به‌دست‌آمده از عملکرد معلم‌ها روی ابزار دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا

	تعداد	میانگین دانش محتوا	میانگین دانش پداگوژی محتوا به تفکیک مؤلفه‌ها		
			آموزش تکلیف دانش‌آموز		جمع
مرد	۱۴۸	۶/۷۳	۳/۶۹	۳/۲۷	۵/۴۸	۱۲/۴۴
زن	۱۰۸	۶/۳۴	۳/۴۲	۳/۲۱	۵/۲۴	۱۱/۸۷
	میانگین کل	۶/۵۳	۳/۵۵	۳/۲۴	۵/۳۶	۱۲/۱۵

طبق جدول (۲) میانگین کلی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلم‌ها به ترتیب برابر ۶/۵۳ و ۱۲/۱۵ می‌باشد که هر دو از میانگین ابزار پایین‌تر هستند (میانگین دانش محتوا در این ابزار ۷ و میانگین دانش پداگوژی محتوا ۱۳ در نظر گرفته شد. همچنین معلمانی که نمره آن‌ها کمتر از میانگین باشد را در دسته ضعیف و معلمانی که نمره آن‌ها بالاتر از میانگین باشد را در دسته قوی قرار دادیم). علاوه بر این، میانگین نمره دانش محتوای معلمان مرد و زن به ترتیب ۶/۷۳ و ۶/۳۴ و میانگین نمره دانش پداگوژی محتوای آن‌ها به ترتیب ۱۲/۴۴ و ۱۱/۸۷ است. طبق داده‌های جدول مشخص است که عملکرد معلمان مرد روی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا اندکی بهتر از معلمان زن است، اما همان‌طور که در ادامه خواهد آمد تفاوت معناداری بین آن‌ها مشاهده نشد.

گرچه میانگین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان کمتر از میانگین ابزار می‌باشد، اما برای بررسی معناداری آن از آزمون دوجمله‌ای استفاده شد.

جدول ۳. آزمون دوجمله‌ای برای بررسی معنادار بودن دانش محتوا

		دسته‌بندی	تعداد	نسبت مشاهده‌شده	نسبت آزمون	سطح معنی‌داری
دانش محتوا	گروه ۱	ضعیف	۱۴۸	۰/۵۸	۰/۵۰	۰/۰۱۵
	گروه ۲	قوی	۱۰۸	۰/۴۲		
	کل		۲۵۶	۱۰۰/۰		

نتایج آزمون دوجمله‌ای در جدول (۳) نشان می‌دهد که میانگین نمرهٔ دانش محتوای معلمان به‌صورت معناداری کمتر از میانگین مقیاس است؛ بنابراین می‌توان گفت که سطح دانش محتوای معلمان این مطالعه در کسرهای ریاضی کافی نیست.

جدول ۴. آزمون دوجمله‌ای برای بررسی معنادار بودن دانش پداگوژی محتوا

		دسته‌بندی	تعداد	نسبت مشاهده‌شده	نسبت آزمون	سطح معنی‌داری
دانش پداگوژی محتوا	گروه ۱	ضعیف	۱۵۵	۰/۶۹	۰/۵۰	۰/۰۰۱
	گروه ۲	قوی	۱۰۱	۰/۳۱		
	کل		۲۵۶	۱۰۰/۰		

نتایج آزمون دوجمله‌ای در جدول (۴) نشان می‌دهد که میانگین نمره دانش پداگوژی محتوای معلمان به‌صورت معناداری کمتر از میانگین مقیاس می‌باشد؛ بنابراین می‌توان گفت که سطح دانش پداگوژی محتوای معلمان این مطالعه در کسرهای ریاضی کافی نیست.

در این قسمت به بررسی عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل کسرها می‌پردازیم. آمار توصیفی عملکرد دانش‌آموزان در جدول (۵) آمده است.

جدول ۵. آمار توصیفی نمرات حل مسئله دانش‌آموزان

	تعداد	میانگین نمرات حل مسئله دانش‌آموزان		
		مسائل مفهومی	مسائل رویه‌ای	جمع
پسر	۳۲۰۵	۱/۸۹	۴/۰۱	۵/۹۰
دختر	۱۹۷۴	۱/۵۶	۳/۹۲	۵/۴۸
جمع		۱/۷۲	۳/۹۶	۵/۶۸

از داده‌های جدول (۵) می‌بینیم که در هر دو قسمت درک رویه‌ای و درک مفهومی، عملکرد دانش‌آموزان پسر از دختران بهتر است. علاوه بر این میانگین مسائل مفهومی دانش‌آموزان برابر ۱/۷۲ است که خیلی پایین‌تر از میانگین این مسائل است؛ اما میانگین مسائل رویه‌ای برابر ۳/۹۶ می‌باشد که از میانگین این مسائل بالاتر است. در کل میانگین نمرات حل مسائل کسر دانش‌آموزان این مطالعه برابر ۵/۶۸ می‌باشد که از میانگین ابزار که ۶ می‌باشد پایین‌تر است.

جدول ۶. آزمون دوجمله‌ای برای بررسی معنادار بودن توانایی حل مسائل دانش‌آموزان

		دسته‌بندی	تعداد	نسبت مشاهده‌شده	نسبت آزمون	سطح معنی‌داری
دانش محتوا	گروه ۱	ضعیف	۱۴۸	۰/۵۸	۰/۵۰	۰/۰۱۵
	گروه ۲	قوی	۱۰۸	۰/۴۲		
	کل		۲۵۶	۱۰۰/۰		

نتایج آزمون دوجمله‌ای مطابق جدول (۶) نشان می‌دهد که میانگین نمرات حل مسئله دانش‌آموزان به‌صورت معناداری پایین‌تر از میانگین ابزار می‌باشد؛ بنابراین می‌توان گفت که دانش‌آموزان در حل مسائل کسرها عملکرد قابل قبولی ندارند.

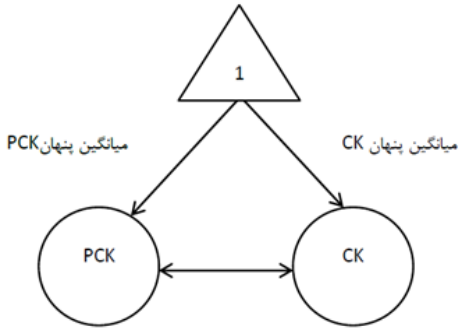
نتایج آزمون همبستگی پیرسون نیز نشان داد که بین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا با توانایی حل مسائل دانش‌آموزان به ترتیب همبستگی ۶۴/. و ۶۷۷/. وجود دارد که این ارتباط برای دانش پداگوژی محتوا قوی‌تر است.

در این مطالعه برای مقایسه میانگین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان مرد و زن از تکنیک تحلیل ساختارهای میانگین به‌وسیلهٔ نرم‌افزار آموس ۲۳ استفاده شد. تحلیل ساختارهای میانگین روشی است که با سازه‌های پنهان که فاقد دقت اندازه‌گیری صددرصد ولی قابل‌قبول هستند، در عمل به‌عنوان سازه‌های پنهان دارای خطای اندازه‌گیری (و نه متغیرهای مشاهده‌شده فاقد خطای اندازه‌گیری) برخورد می‌کند و تلاش می‌کند تا از نقطه‌ضعف روش‌هایی مانند تحلیل واریانس دور شود. (Greace, 2006) در مقایسه تحلیل واریانس و تحلیل ساختار میانگین‌ها در مدل معادلات ساختاری بر دو نکته شامل امکان بررسی تفاوت میانگین‌های متغیر پنهان و توانایی در همبسته کردن خطاها به‌عنوان مزایای روش اخیر تأکید می‌کند. به نظر وی این مزایا باعث می‌شود تا تحلیل ساختار میانگین به واقعیت نزدیک‌تر شود (Ghasemi, 2012).

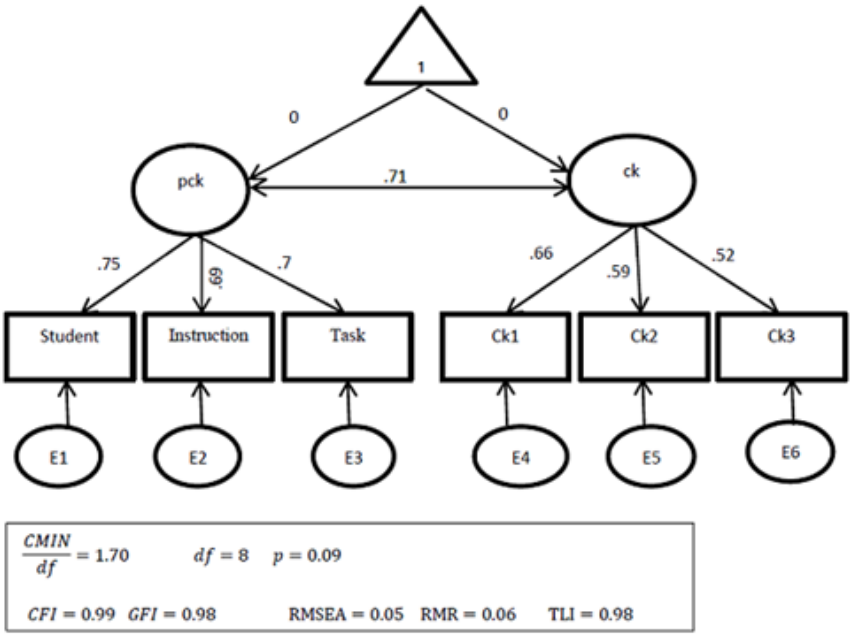
در تحلیل ساختارهای میانگین، بنا بر پیشنهاد تعدادی از محققان، زمانی که تعداد نمونه کمتر از ۲۰۰ باشد بهتر است که از تکنیک بسته‌بندی آیتم (Item parceling) استفاده شود (Little, Cunningham,

(Krauss et.al 2008 Shahar,,Widaman, 2002). از طرفی تعدادی دیگر از محققان تأکیدی روی نمونه ندارند و مدل مورد بررسی و داده‌ها را عاملی مهم برای تحلیل ساختار میانگین‌ها می‌دانند (Jackson, 2003؛Marsh, 1998)؛ بنابراین با توجه به اینکه مدل تحلیل عاملی تأییدی مرتبه اول برای معلمان مرد و زن باید دارای شاخص‌های برازندگی قابل‌قبول و حجم نمونه مناسب باشد که در اینجا هر دو کمتر از ۲۰۰ می‌باشند و همچنین به‌منظور کاهش تعداد پارامترها که طبق ابزار ۲۰ می‌باشد، بهتر است که از تکنیک بسته‌بندی آیتم استفاده شود که در آن برای دانش پداگوژی محتوا سه عامل آموزش، دانش‌آموز و تکلیف و برای دانش محتوا که فاقد عامل می‌باشد سه بسته با ساختار مفهومی یکسان در نظر می‌گیریم.

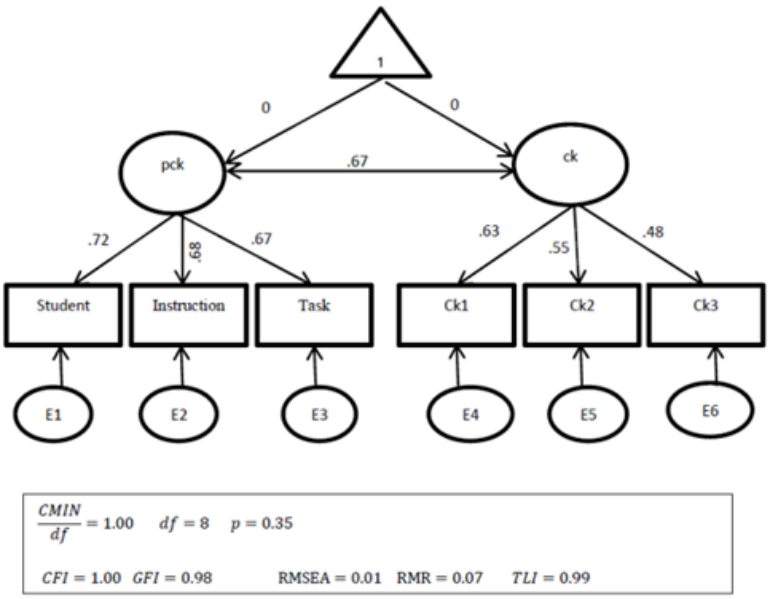
دو پیش‌شرط برای تحلیل ساختارهای میانگین وجود دارد که یکی از آن‌ها وجود شاخص‌های برازندگی مدل‌های تحلیل عاملی تأییدی برای گروه مردان، گروه زنان و کل معلمان می‌باشد و پیش‌شرط دوم فرض برابری پارامترهای آزاد با تأکید بر بارهای عاملی است که قبل از انجام تحلیل ساختارهای میانگین باید مورد بررسی قرار گیرند (Ghasemi, 2012). در شکل‌های (۱،۲،۳،۴) ساختار و مدل تحلیل عاملی برای کل معلمان و معلمان مرد و زن آمده است.



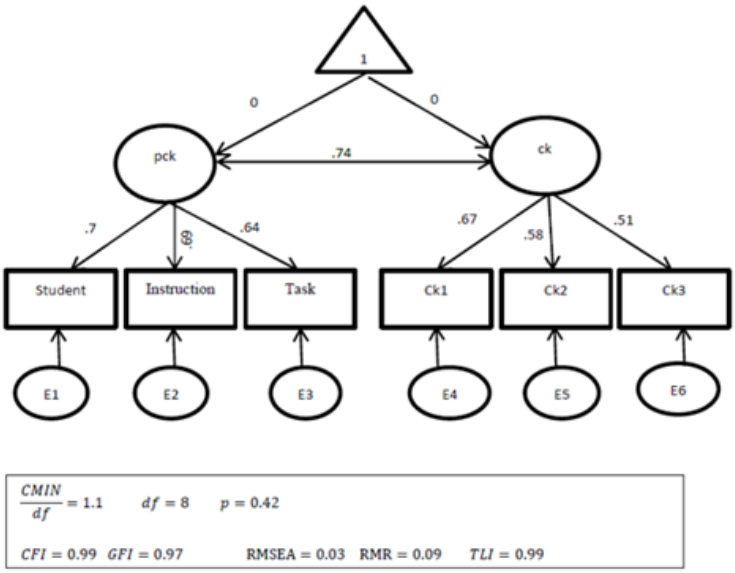
شکل ۱. مفهوم ساختاری دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا برای نشان دادن همبستگی پنهان بین CK وPCK



شکل ۲. مدل تحلیل عاملی تأییدی برای کل معلمان (۲۵۶ نفر)



شکل ۳. مدل تحلیل عاملی تأییدی برای معلمان مرد (۱۴۸ نفر)



شکل ۴. مدل تحلیل عاملی تأییدی برای معلمان زن (۱۰۸ نفر)

مطابق شکل‌های (۲،۳،۴) دیده می‌شود که شاخص‌های برازندگی، در مدل‌های تحلیل عاملی تأییدی برای کل معلمان، معلمان مرد و زن دارای برازندگی مناسبی می‌باشند.

شاخص برازش تطبیقی (CFI = comparative fit index)، شاخص نیکویی برازش (GFI=goodness of fit index)، ریشه میانگین مربعات خطای برآورد (RMSEA = root mean square of approximation)، ریشه میانگین مربعات باقیمانده (RMR= root mean residual)، شاخص برازش هنجار نشده (TLI = Tucker–Lewis index)، کای اسکوئر بهنجار شده ($\frac{CMIN}{df}$).

مدل‌های تحلیل عامل تأییدی فوق دارای شاخص‌های برازندگی مناسب می‌باشند و بنابراین

پیش‌شرط اول برقرار است. حال پیش‌شرط دوم، یعنی شرط برابری پارامترهای آزاد (با تأکید بر بارهای عاملی) در مدل عاملی تأییدی برای دو گروه مردان و زنان را مورد بررسی قرار می‌دهیم. شکل کلی فرضیه صفر برای بررسی برابری پارامترها در مدل یکسان برای گروه مردان و زنان به‌صورت زیر می‌باشد:

$$H_0: \sum\nolimits_1 = \sum\nolimits_2 .$$

حال برای بررسی این فرضیه صفر دو مدل در نظر می‌گیریم: مدل بدون قید برابری پارامترها که همان مدل پایه و شامل کل معلمان است و مدل دارای قید برابری پارامترها که برای هر دو گروه مردان و زنان به‌صورت جداگانه تعریف شده است. لازم به ذکر است که مدل با قید برابری پارامترها همان مدل پایه می‌باشد با این تفاوت که داده‌های مربوط به گروه مردان و زنان به‌صورت جداگانه تعریف می‌شوند. نتایج مربوط به هر دو مدل در جدول (۷) خلاصه شده است.

جدول ۷. تفاوت مقدار کای اسکوئر برای مدل‌های دارای/بدون قید برابری و معناداری آن

مدل	χ^2	df	P
بدون قید برابری	۱۳/۶۵	۸	۰/۰۹
دارای قید برابری	۱۶/۹	۱۶	۰/۳۹
تفاوت Δ	۳/۲۵	۸	۰/۹۱
مقدار بحرانی برای درجه آزادی ۸ و آلفای ۰/۰۵	۱۵/۵۰		

با توجه به اطلاعات جدول (۷)، چون تفاوت کای اسکوئر دو مدل (۳/۲۵) با تفاوت درجه آزادی دو مدل (۸) از مقدار بحرانی توزیع کای اسکوئر برای سطح اطمینان ۹۵ درصد که برابر ۱۵/۵۰ می‌باشد کوچک‌تر است، بنابراین فرض برابری پارامترهای آزاد تأیید می‌شود و می‌توان تحلیل ساختار میانگین‌ها را برای دو گروه مردان و زنان انجام داد. نتایج حاصل از تحلیل ساختار میانگین‌ها برای دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا در جدول (۸) خلاصه شده است.

جدول ۸. برآورد تفاوت میانگین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا برای دو گروه زنان و مردان

		دانش محتوا	دانش پداگوژی محتوا
برآورد تفاوت دو میانگین و معناداری آن برای دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا	تفاوت دو میانگین	۰/۱۹	۰/۲۲
	خطای معیار (S.E.)	۰/۲۰	۰/۲۶
	نسبت بحرانی (C.R.)	۰/۹۱	۰/۸۴
	P	۰/۳۶	۰/۴۰
برآورد شاخص‌های کلی برازش	χ^2	۱۸/۹۹	
	df	۲۴	
	P	۰/۷۵	
	CFI	۱,۰۰	
	PCFI	۰/۸	
	RMSEA	۰/۰۰۱	

نتایج نشان می‌دهد که گرچه میانگین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان مرد از معلمان زن بیشتر است اما تفاوت معناداری بین آن‌ها وجود ندارد؛ به‌عبارت‌دیگر می‌توان گفت که این تفاوت نشان‌دهندهٔ آن است که میانگین دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای گروه مردان به ترتیب ۰/۱۹ و ۰/۲۲ واحد در مقایسه با میانگین گروه زنان بیشتر است.

در ادامه به بررسی رابطهٔ بین شاخص‌های سابقه تدریس و مدرک تحصیلی با دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا می‌پردازیم. برای بررسی رابطه بین سابقه تدریس با دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا از ضریب همبستگی پیرسون (دارای مقیاس فاصله‌ای هستند) و برای بررسی رابطه بین مدرک تحصیلی با دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا از ضریب اتا (چون مدرک تحصیلی دارای مقیاس اسمی و دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا دارای مقیاس فاصله‌ای هستند) استفاده شد که نتایج آن در جدول (۹) آمده است.

جدول ۹. ضریب همبستگی پیرسون و اتا بین متغیرهای سابقه تدریس و مدرک تحصیلی با دانش محتوا، دانش پداگوژی محتوا و مؤلفه‌هایش

	دانش محتوا	دانش پداگوژی محتوا	آموزش	تکلیف	دانش‌آموز
سابقه تدریس	./۲۱۳**	./۲۹۰**	./۲۳۱**	./۱۹۵**	./۲۷۸**
مدرک تحصیلی	./۳۵۰**	./۳۹۶**	./۲۷۳**	./۳۴۳**	./۳۸۲**

$** P < 0/01$

طبق داده‌های جدول (۹)، سابقه تدریس و مدرک تحصیلی با دانش محتوا، دانش پداگوژی محتوا و هر سه مؤلفه آن دارای همبستگی مثبت و معنادار در سطح ۰/۰۱ می‌باشند. این نتایج نشان می‌دهد که همبستگی بین سابقه تدریس و مدرک تحصیلی با دانش پداگوژی محتوا، قوی‌تر از دانش محتواست.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف این مطالعه بررسی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی و ارتباط آن با توانایی حل مسائل کسرهای ریاضی دانش‌آموزان بود. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، مشخص شد که سطح دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلم‌ها برای تدریس کسرها مناسب نیست. این نتیجه همسو با تحقیقات مختلفی است که در این زمینه انجام شده است (Depaepe et.al Newton 2008, 2015, Ball, 1990).

علاوه بر این نتایج نشان داد که توانایی دانش‌آموزان برای حل مسائل کسرها و بخصوص مسائل مفهومی محدود و ضعیف می‌باشد. نتایج تحقیقات مختلف نیز نشان می‌دهد که دانش‌آموزان پایه‌های مختلف تحصیلی دچار مشکلات و بدفهمی‌های فراوانی در کسرها هستند و درک محدود دانش‌آموزان از کسرهای ریاضی در تحقیقات مختلف به اثبات رسیده است (Clarke, & Behr, Lesh, Post, Silver, 1983؛Roche2009 Mack, 1990., 2002 Cramer, Post, Vamvakoussi, Christou, Mertens & Van Dooren2011., Zhou, Peverly & Xin2006).

همچنین مشخص شد که دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا با توانایی حل مسئله همبستگی مثبت معناداری دارند که این رابطه برای دانش پداگوژی محتوا قوی‌تر است. (Baumert et.al, 2010) با تحلیل داده‌های پیزا PISA در کشور آلمان فهمیدند که دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا روی یادگیری دانش‌آموزان تأثیرگذارند. بااین‌وجود علی‌رغم همبستگی بالا بین این دو سازه، دانش پداگوژی محتوا قدرت پیش‌بین بهتری برای یادگیری دانش‌آموزان نسبت به دانش محتوا دارد. علاوه بر این، دانش پداگوژی محتوا

تأثیر قاطعی روی جنبهٔ کلیدی کیفیت آموزشی دارد. نتایج مطالعه (Campbell, Nishio, Toni, et.al 2014) نیز نشان داد که دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی با عملکرد ریاضی دانش‌آموزان همبستگی مثبت معناداری دارد. در مطالعات دیگری که توسط هاربیسون و هانوشک (Harbison & Hanushek, 1992) و (Mullens, Murnane, Willett, 1996) انجام شد، مشخص شد که دانش محتوای معلم می‌تواند با موفقیت برای پیش‌بینی نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان ابتدایی مورد استفاده قرار گیرد.

در این مطالعه برای مقایسه دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی مرد و زن در کسرهای ریاضی، از تکنیک تحلیل ساختارهای میانگین استفاده شد که نتایج آن نشان داد گرچه عملکرد معلمان مرد از زنان اندکی بهتر است اما تفاوت معناداری بین آن‌ها یافت نشد. درزمینهٔ مقایسه عملکرد معلمان مرد و زن مطالعه‌ای یافت نشد که بتوانیم نتایج آن را با مطالعه حاضر مقایسه کنیم. علاوه بر این مشخص شد که بین شاخص‌های سابقه تدریس و مدرک تحصیلی با دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوا همبستگی مثبت معنادار وجود دارد که این رابطه برای دانش پداگوژی محتوا قوی‌تر بود. مطالعاتی که به‌وسیلهٔ محققان مختلفی مانند (Kleickmann et.al 2013)، (Krauss et.al 2008)، (Depaepe et.al 2015)، (Senk et.al, 2012) انجام شده، نشان می‌دهد که برگزاری دوره‌های تخصصی برای معلمان ریاضی می‌تواند موجب تقویت دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای آن‌ها شود. علاوه بر این، مطالعه (Kleickmann et.al, 2013) نشان داد، دانشجو معلمانی که هنوز به‌طور رسمی تدریس را شروع نکرده‌اند و مشغول تحصیل هستند به نسبت معلمان رسمی، دارای دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای کمتری هستند. پژوهش‌های کیفی در مورد دانش معلم تصدیق می‌کند که دانش محتوای ریاضی مورد نیاز برای آموزش با کیفیت، عموماً دانش ریاضی‌ای نیست که فرد به‌صورت اتفاقی یاد گرفته باشد، بلکه دانشی حرفه‌ای و ویژه است که در آموزش‌های دانشگاهی به دست می‌آید و می‌تواند از طریق بازتاب منظم روی تجربیات کلاسی تقویت و پرورش یابد (Ball et.al, 2001؛ Berliner, 1994؛ Grossman, 2008). با توجه با اینکه دانش محتوا شرط لازم برای توسعه دانش پداگوژی محتواست و این دانش از طریق گرفتن مدارک دانشگاهی بالاتر و تجارب تدریس، به لحاظ کمی و کیفی توسعه پیدا می‌کند، بنابراین موجب توسعه دانش پداگوژی محتوا نیز خواهد شد.

(Newton 2008) بیان می‌کند که تحقیق درزمینهٔ دانش معلمان ابتدایی از کسرها اهمیت ویژه‌ای دارد، زیرا یادگیری و تدریس کسرها بسیار دشوار است. (Usiskin, 2007) نیز اظهار می‌دارد که توجه ویژه محققین به مفهوم کسر به این علت است که اولاً دانش‌آموزان در یادگیری آن مشکلات زیادی دارند و ثانیاً اینکه به‌صورت پیوسته در جریان سطوح مختلف آموزشی از آن استفاده می‌شود. نتایج مطالعه (Ball, 1990) و (Ma, 1999) نشان داد که معلمان مدارس ابتدایی قبل از خدمت و ضمن خدمت فاقد دانش کافی و مناسب درزمینهٔ کسرها هستند. به‌واسطهٔ چنین مطالعات تأثیرگذاری، توجه فراوانی به معلمان و دانش ریاضی می‌شود که آن‌ها با خود به کلاس‌های درس می‌آورند. بااین‌حال، مطالعات مرتبط با کسرها گسترهٔ محدودتری دارند و اساساً بر یک عملیات یا یک مسئله تمرکز دارند. اگر پژوهشگران کاملاً بخواهند درک کنند که چگونه دانش معلمان با اجرای برنامه‌های آموزشی و یادگیری دانش‌آموزان مرتبط است، تحلیل‌های بیشتری از دانش معلمان و چگونگی شکل‌گیری آن ضروری به نظر می‌رسد (Confrey, King, Strutchens, Sutton, Battista, Boerst, 2008؛ Zhou, Peverly, Xin, 2006). یکی از مشکلات اساسی دانش‌آموزان در عدم یادگیری مفهومی کسرها، به علت آموزش‌های سنتی و مبتنی بر روش‌های رویه‌ای معلم‌هاست. برای اینکه

معلم‌ها بتوانند برخوردی مؤثر با مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان داشته باشند، باید دارای دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای کافی درزمینهٔ کسرها باشند (Confrey et.al, 2007).

ارتقای کیفیت تدریس و یادگیری ریاضی، یکی از مباحثی است که در دستور کار دولت ها، دانشگاه ها و خود حرفه تدریس ریاضی، قرار گرفته است (Goos, 2009). به گفته (Timperley, 2011)، معلمان، هر روز با چالش هایی مانند برنامه های درسی جدید، سواد ریاضی برای همه، رویکردهای نوین ارزشیابی، استفاده از تکنولوژی در کلاس ها و دانش‌آموزانی که به روش های متداول تدریس ریاضی یاد نمی‌گیرند، روبه‌رو هستند که همه این‌ها، باعث پیچیده‌تر شدن عمل تدریس ریاضی می‌شود؛ بنابراین، معلمان بیشتر از قبل، به دانش و مهارت‌هایی نیاز دارند که یاری‌دهندهٔ آن ها در مواجهه با چنین چالش‌هایی باشد (MortaziMehrabani, 2014). (Zehetmeier, Krainer, 2011) اظهار می‌دارند که توسعه حرفه‌ای، مؤلفه‌ای حیاتی در سیاست‌گذاری‌های آموزشی، برای ارتقای کیفیت تدریس و یادگیری مدارس به حساب می‌آید.

نتایج این مطالعه همسو با دیگر مطالعات، گواه عدم وجود دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای مناسب معلمان ابتدایی در بحث کسرهای ریاضی و همچنین چالش خود دانش‌آموزان در یادگیری و حل مسائل کسرهاست؛ بنابراین با توجه به اهمیت کسرها به‌عنوان پایه‌ای برای یادگیری سایر مباحث ریاضی، لزوم توجه جدی به پرورش و تقویت دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان در حوزه کسرها به‌طور اخص امری ضروری است. لذا به مسئولان و سیاست‌گذاران آموزشی توصیه می‌شود تا با ایجاد بسترهای مناسب امکان توسعه حرفه‌ای و تخصصی معلمان را فراهم کنند. لازم به ذکر است که این کار می‌تواند از طریق برگزاری دوره‌های تخصصی مداوم در طول سال و یا تشویق معلمان به ادامه تحصیل در دوره‌های ارشد و دکتری آموزش ریاضی انجام شود.

منابع

Berliner, C. D. (1994). Expertise: The wonder of exemplary performances. In J. N. Mangieri & C. C. Block (Eds.), Creating powerful thinking in teachers and students (pp. 161–186). Fort Worth, TX: Holt, Rinehart & Winston.

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. The Elementary School Journal, 90, 449-466.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? Journal of Teacher Education, 59, 389-407.

Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), Handbook of research on teaching (4th ed., pp. 433–456). Washington, DC: American Educational Research Association.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., et al. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. American Educational Research Journal, 47, 133-180.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, (pp. 91-125). New York: Academic Press.

Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T. R., & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: a clinical teaching experiment. Journal for Research in Mathematics Education, 15, 323-341.

Campbell, F., Nishio, M., Toni M. Smith, Lawrence, M., Clark, Darcy L. Conant, Amber H. Rust, Jill Neumayer DePiper, Toya, F., Matthew J. Griffin and Youyoung Choi(2014) The Relationship Between Teachers' Mathematical Content and Pedagogical Knowledge, Teachers' Perceptions, and Student Achievement. Journal for Research in Mathematics

Education Vol. 45, No. 4 (July 2014), pp. 419-459.

Confrey, J., King, K. D., Strutchens, M. E., Sutton, J. T., Battista, M. T., Boerst, T. A., et al. (2008). Situating research on curricular change. Journal for Research in Mathematics Education, 39(2), 102–112

Cramer, K. A., Post, T. R., & delMas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourthand fifth-grade students: a comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum.Journal for Research in Mathematics Education, 33, 111-144.

Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. Educational Studies in Mathematics, *72*(1), 127-138.

Depaepe, F; Torbeyns, J; Vermeersch, N; Janssens, D; Janssen, R; Kelchtermans, G; Verschaffel, L; Van Dooren, W. (2015), Teachers' content and pedagogical content knowledge on rational numbers: A comparison of prospective elementary and lower secondary school teachers. Teaching and Teacher Education 47 (2015) 82-92.

Fahimi, Z(2009) comparative study of Curriculum teacher education in Iran, Japan, Singapore, South Korea and America. Thesis in education mathematics in university of Shahid rajaee,1388.

Ghasemi, V. (2012) structural equation modeling in social researches with application of Amos software. Jamee shenasan publisher. Second eddition,1392.

Goos, M. (2009). Investigating the professional Learning and Development of Mathematics Teacher Educators: A theorethical Discussion and Research Agenda. In R. Hunter, B.Bicknell, & T. Burgess (Eds.), Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (Vol.1). Palmerston North, NZ: MERGA.

Grossman, P. L. (2008). Responding to our critics: From crisis to opportunity in research on teacher education. Journal of Teacher Education, 59(1), 10–23.

Harbison, R. W., & Hanushek, E. A. (1992). Educational performance of the poor: Lessons from rural northeast Brazil. Oxford, UK: Oxford University Press.

Hattie, J. (2009). Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement. London: Routledge.

Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. Elementary School Journal, *105*, 11-30.

Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. American Educational Research Journal, 42, 371-406.

Jackson, D. L. (2003). Revisiting sample size and number of parameter estimates: Some support for the N:q hypothesis. Structural Equation Modeling, 10, 128–141.

Kazemi, F. & Rafiepour, A. (2017) developing a scale to measure content knowledge and pedagogy content knowledge of in-service elementary teachers on fractions. International Journal of Science and Mathematics Education, 3(15), pp.1-21.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S., et al. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. Journal of Teacher Education, 64, 90-106.

Kovarik, k. (2008). Mathemetics educators and teachers perceptions of pedagogical content knowledge. the degree of doctor of philosophy.CLOMBIA university.

Krauss, S., Baumert, J., & Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: Validation of the COACTIV constructs. The International Journal on Mathematics Education. 40:873–892.

Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., et al. (2008). Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary mathematics teachers. Journal of Educational Psychology, 100, 716-725.

Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G., & Widaman, K. F. (2002). To parcel or not to parcel: Exploring the question, weighting the merits. *Structural* Equation Modeling, *9*, 151–173.

Lamon, S. J. (2005). Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for

Mortazi Mehrabani, N(2014) mathematics teacher education: a field needs with deep researches. Journal of mathematics cultural and thinking, volume8, pp.137-157.

Newton, K. J. (2008). An extensive analysis of preservice elementary teachers' knowledge of fractions. American Educational Research Journal, 45, 1080-1110.

Park, S., & Oliver, S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, *38*, 261-284.

Park, Y. (2004). Mathematics teacher education in East Asian countries from perspective of Pedagogical content knowledge. www.math.ecnu.edu. cn/earcome3/pl/earcome3(teacher education).doc

Senk, S. L., Tatto, M. T., Reckase, M., Rowley, G., Peck, R., & Bankov, K. (2012). Knowledge of future primary teachers for teaching mathematics: an international comparative study. ZDM Mathematics Education, 44, 307-324.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15, 4-14.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: the case of division of fractions. Journal for Research in Mathematics Education, 31, 5-25.

Timperley, H. (2011). Realized the Power of Professional Learning. Open University Press.

Turnuklu, E. B., & Yesildere, S. (2007). The pedagogical content knowledge in mathematics: pre-service primary mathematics teachers' perspectives in Turkey. Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, 1, 1-13.

Usiskin, Z. P. (2007). The future of fractions. Arithmetic Teacher, 12(7), 366–369.

Vamvakoussi, X., Christou, K. P., Mertens, L., & Van Dooren, W. (2011). What fills the gap between discrete and dense? Greek and Flemish students' understanding of density. Learning and Instruction, 21, 676-685.

Vamvakoussi, X., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? in

teachers (2nd ed.). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Ma, L. (1999). Knowing and Teaching Elementary School Mathematics. Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum Associates.

Mack, N. K. (1990). Learning fractions with understanding: building on informal knowledge. Journal for Research in Mathematics Education, 21, 16-32.

Marsh, H. W., Hau, K. T., Balla, J. R., & Grayson, D. (1998). Is more ever too much? The number of indicators per factor in confirmatory factor analysis. Multivariate Behavioral Research, 33, 181–220.

McCaffrey, D., Lockwood, J. R., Koretz, D., Louis, T. A., & Hamilton, L. (2004). Models for value-added modeling of teacher effects. Journal of Educational and Behavioral Statistics, *29*(1), 67-101.

Mullens, J. E., Murnane, R. J., & Willett, J. B. (1996). The contribution of training and subject matter knowledge to teaching effectiveness: A multilevel analysis of longitudinal evidence from Belize. Comparative Education Review, 40(2),139–157.

search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. The Journal of Mathematical Behavior, 31, 344-355.

Waller, L.I. (2012) Math Intervention Teachers' Pedagogical Content Knowledge And Student Achievement. Published dissertation in Eastern Kentucky University.

Zehetmeier, S., Krainer, k. (2011). Ways of promoting the sustainability of mathematics teachers'professional development. ZDM Mathematics Education. pp. 875-887.

Zhou, Z., Peverly, S. T., & Xin, T. (2006). Knowing and teaching fractions: a crosscultural study of American and Chinese mathematics teachers. Contemporary Educational Psychology, 31, 438-457.

پیوست

۱. رضا و علی روی این موضوع که چند تا کسر بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{2}$ وجود دارد با هم اختلاف نظر داشتند. علی گفت بین این دو کسر فقط یک کسر وجود دارد و آن هم $\frac{2}{3}$ است؛ درحالی‌که رضا اعتقاد داشت که بین این

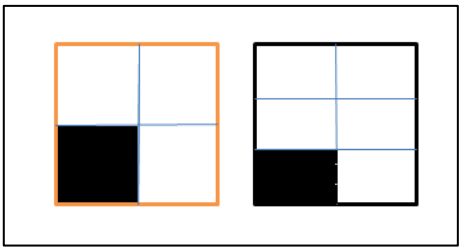
دو کسر تعداد بسیار زیادی کسر وجود دارد؛ اما توضیحات او نتوانست علی را قانع کند. اگر شما معلم علی باشید، چگونه برای او توضیح می‌دهید که بین این دو کسر تعداد زیادی کسر دیگر وجود دارد؟ **(مؤلفه آموزش)**

۲. با روش‌های گوناگون نشان دهید که $\frac{201}{301} > \frac{2}{3}$ **(مؤلفه تکلیف)**

۳. دانش‌آموزی جمع زیر را بدین‌صورت انجام داده بود:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{2}{10}$$

و برای اطمینان از درستی محاسبات خود شکل زیر را نیز کشیده بود:



او نوشته بود کل شکل شامل ۱۰ قسمت است و ۲ قسمت آن نیز رنگ شده است. پس کلاً $\frac{2}{10}$ شکل رنگ شده است.

به نظر شما علت و منشأ خطای دانش‌آموز چه چیزی بوده است؟ **(مؤلفه دانش‌آموز)**

۴. کدام کسر بین دو کسر $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{5}$ قرار دارد.

الف) $\frac{2}{19}$ ب) $\frac{3}{17}$ ج) $\frac{2}{17}$ ت) $\frac{1}{19}$ **(دانش محتوا)**