

تحلیل دینامیکی و کنترل مسیر ربات مارسان

نوید نگهبانی^۱، مصطفی غیور^۲

Navid.negahbani.mech.eng@gmail.com

چکیده

در این مقاله یک ربات مارسان بدون چرخ با تعدادی عضو با طول و جرم یکنواخت و با در نظر گرفتن اینکه اصطکاک‌های موجود از نوع ویسکوزی است، مدل می‌شود. معادلات حرکت ربات استخراج می‌گردد. سپس حرکت ربات به گونه‌ای کنترل می‌شود که ربات بتواند با تقلید از حرکت مارهای واقعی، مسیری را که از پیش تعیین شده دنبال نماید. کنترلر، مرکز جرم و جهتگیری ربات را کنترل می‌کند. حرکت ربات برای دنبال کردن یک خط راست و یک منحنی سینوسی شبیه سازی شده و دیده می‌شود ربات با حرکتی نرم مسیرها را دنبال می‌کند.

کلیدواژه:

ربات مارسان- حرکت سرپنوییدی - طراحی مسیر - دینامیک - کنترل - زنجیره سینماتیکی

۱- کارشناسی ارشد-دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر

۲- عضو نیمه وقت هیات علمی دانشگاه آزاد واحد خمینی شهر و استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، ghayour@cc.iut.ac.ir

۱- مقدمه

ربات مارسان که با الهام از طبیعت و حرکت خزشی مار طراحی می شود جزء ربات های خزنده محسوب می شود که بدون استفاده از چرخ های محرک قادر به حرکت است. حرکت خزشی به عنوان یک مد حرکتی که در طبیعت، در برخی از جانوران از جمله مارها، دیده می شود از تحلیل دینامیکی و سینماتیکی خاص خود برخوردار است. در طبیعت، مار با حرکات گوناگون خود می تواند در محیط های مختلفی نظیر خاک، زمین های سفت و ناهموار و آب حرکت کند. این جانور حتی قادر است از اجسام یا درختان بالا رود، از موانع عبور کند و یا در محیط های شنی و لغزنده نیز به حرکت خود ادامه دهد. به طور کلی مارها با قرار گرفتن در محیط های مختلف می توانند به سرعت مکانیزم حرکتی خود را تغییر داده و آن را با محیط تطبیق دهند. قابلیت های حرکتی مارها باعث شده که برخی از محققان اقدام به ساخت رباتی کنند که بتواند حرکات مار را تقلید کند. ربات های مارسان می توانند برای حرکت در مسیره های باریک و پر پیچ و خم، محیط های ناهموار و آلوده و خطرناک برای انسان مورد استفاده قرار گیرند. بندبند بودن بدنه ربات، افزایش و یا کاهش طول بدنه و مونتاژ عضوها به یکدیگر را به سادگی امکان پذیر ساخته است. بالا بودن درجه آزادی باعث افزایش قدرت مانور و درجه مهارت ربات شده است. کوتاهی ارتفاع و عرض ربات امکان حرکت در مسیره های باریک مثل لوله و همچنین قابلیت استتار را برای آن فراهم ساخته است. در چنین رباتی مشکل تعادل و پایداری وجود ندارد. با ثابت کردن عضو انتهایی ربات مارسان می توان از آن به عنوان یک بازوی مکانیکی ماهر با افزونگی درجه ی آزادی^۱ استفاده کرد. عامل محرک در چنین رباتی چرخ و یا اجزاء دیگر نیست، بلکه می توان با استفاده از تعدادی محرک زاویه ای، از طریق گشتاور در مفاصل، عامل محرک را ایجاد کرد. در کنترل حرکتی ربات می توان فقط با کنترل موقعیت سر ربات مسیر حرکت آن را تعیین کرد، به طوری که دیگر عضوها از آن پیروی کنند [۱].

نمونه هایی از کاربرد ربات خزنده مارسان، می توان از عملیات مین یابی [۲]، بازرسی لوله های گاز و نفت [۳]، حرکت در مسیره های پر پیچ و خم، بازرسی پل های شکسته، ربات امدادگر، جراحی عروق (به صورت یک میکروربات) [۴]، و یا عملیات شناسایی در محیط های جنگی [۵]، نام برد.

در زمینه ربات های مارسان خزنده تحقیقات گوناگونی صورت گرفته است. هیروز [۶] مطالعات خود را در خصوص ربات مارسان در کتابی منتشر کرده است. وی در این کتاب روش هایی برای حل دینامیکی و کنترلی و طراحی مسیر ارائه داد و نشان داده است که بدن مارها

در حین حرکت مارگونه به شکل منحنی سرپنوئیدی^۲ است. ربات های ساخته شده توسط وی دارای چرخ های غیرفعال است که موجب می شود، همانند مار واقعی، اصطکاک در جهت طولی کم و در عرض بسیار زیاد باشد [۷ و ۸]. چیریکجیان و بوردیک [۹] به بررسی تئوری و تجربی نوعی حرکت خزشی پرداختند که در آن حرکت منجر به تغییرات شکل ظاهری و قیده های غیرهولونومیک شود. پراتش [۱۰] با استفاده از تابع لیاپانوف^۳ کنترلی برای سر ربات طراحی کرد که سر ربات به خوبی کنترل می شد ولی با زیاد شدن تعداد عضوها، چرخیدن ربات به مشکل بر می خورد. گرابک [۱۱] روشی برای کنترل حرکت ربات ارائه داد که با استفاده از آن ربات مسیره های خطی و منحنی را دنبال می کرد، این کنترلر فقط سر ربات را نزدیک مسیر نگه می داشت و سایر قسمت های ربات از مسیر سر پیروی نمی کردند که همین امر باعث پیچیده شدن حرکت ربات شده و در نتیجه مصرف انرژی بالا می رفت. توسط بایراک تراروغلو و بلازویچ [۱۲] روشی جهت کنترل نیروی عکس العمل ارائه شد. شوگن [۱۳] و همکارش حرکت خزشی ربات مارسان را بر روی سطح شیب دار تحلیل کردند. وانگ [۱۴] و همکارش تحلیلی در خصوص ربات مارسان چرخدار در محیط دارای لغزش ارائه کردند.

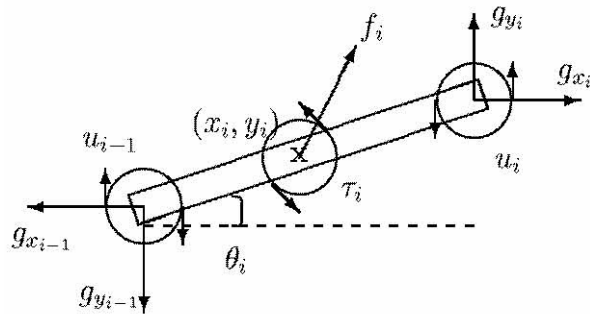
حرکت خزشی مارها را می توان به چهار نوع عمده تقسیم کرد [۶]:

- ۱- حرکت مارگونه^۴، ۲- حرکت راست خطی^۵، ۳- حرکت مارپیچی در بغل^۶، ۴- حرکت موجی پیش رونده^۷

حرکت مارگونه یا حرکت نوسانی- جانبی [۱۵]؛ حرکتی است که در آن موج حاصل از انقباض و آزاد سازی ماهیچه ها از سر تا دم مار گسترش می یابد و هر نقطه از بدن مار با سرعت ثابت در امتداد منحنی مشخص می لغزد بدون اینکه هیچ نقطه ای از بدن نسبت به زمین ساکن باشد. معیار اصلی در این حرکت اختلاف ضریب اصطکاک در جهت طولی و عرضی بدن مار است که در نتیجه باعث ایجاد لغزش ربات در امتداد بدن خود می شود و آن را به جلو می راند. در اغلب مارها این نوع حرکت مشاهده می شود. از مشخصه های این حرکت بازدهی نسبی بالا، نیاز به دامنه عرضی زیاد برای حرکت و عملکرد مناسب در زمین های نرم و شنی است [۱۵].

در این مقاله از حرکت مارگونه به منظور سازوکار حرکتی ربات خزنده مارسان استفاده شده است. ربات مارسان به صورت یک ربات n عضوی که هر عضو آن دارای توزیع جرم یکنواخت است، مدل

2 - Serpenoid
3 - Lyapunov
4 - Serpentine
5 - Rectilinear
6 - Sidewinding
7 - Concertina



شکل (۲): نمودار آزاد برای عضو i ام

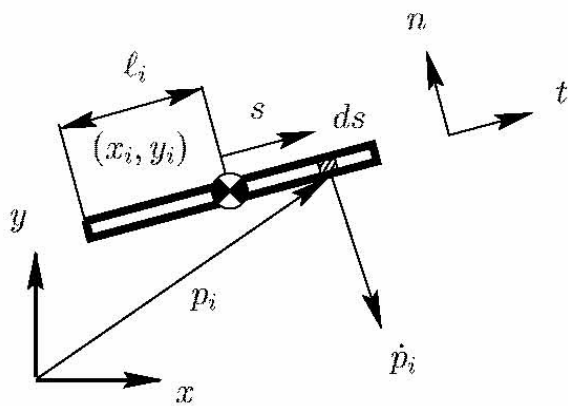
بنابراین بردار $\tau \in IR^n$ شامل گشتاورهای اصطکاکی تمام عضوهای ربات است. بردارهای $f_x, f_y \in IR^n$ شامل نیروهای اصطکاکی در جهت x و y تمام عضوهای هستند. $g_x, g_y \in IR^{n-1}$ شامل نیروهای عکس‌العملی تمام عضوهای ربات هستند و بردار $u \in IR^{n-1}$ شامل گشتاورهای اعمالی از محرک در تمام عضوهای ربات است. بردارهای نیروی اصطکاکی f و موقعیت z به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$f = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

با فرض اینکه اصطکاک‌های موجود ویسکوز هستند، مدلی برای آنها ارائه شده و نیروها و گشتاورهای اصطکاکی محاسبه می‌شوند.

۳- مدل اصطکاک ساده

برای محاسبه نیروها و گشتاورهای اصطکاکی یک قسمت بینهایت کوچک ds که در شکل (۳) نشان داده شده است مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

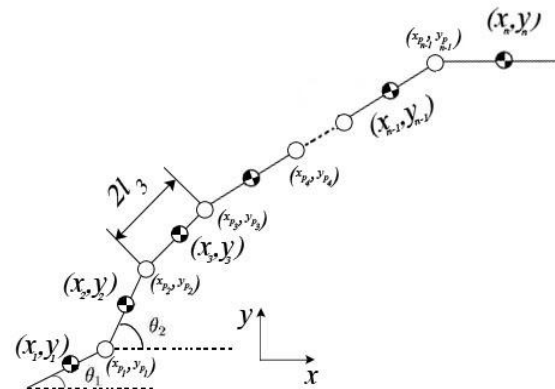


شکل (۳): المان بینهایت کوچک ds بر روی عضو i ام

شده و روابط سینماتیکی و معادلات حرکت آن استخراج شده است. پس از طراحی مسیر، ربات به گونه‌ای کنترل شده که بتواند با تقلید از حرکت مارگونه مارهای واقعی، خط $y=x$ منحنی و $y=\sin x$ را دنبال کند.

۲- مدل ربات مارسان

به منظور تحلیل دینامیکی، ربات مارسان را به صورت رباتی که از n عضو متصل به یکدیگر تشکیل شده است در نظر گرفته می‌شود که از طریق $n-1$ محرک زاویه ای، عامل تحریک ربات ایجاد می‌شود (شکل ۱). چنین رباتی از $n+2$ درجه آزادی برخوردار است [۱۶]. طول عضو i ام l_i ، جرم آن m_i و ممان اینرسی آن J_i است. $(J_i = m_i l_i^2 / 3)$. چون هر عضو دارای توزیع جرم یکنواخت است، بنابراین مرکز جرم هر عضو در وسط آن در نظر گرفته شده است.



شکل (۱): مدل چند عضوی ربات مارسان

(x_i, y_i) مختصات مرکز جرم عضو i ام است. θ_i زاویه مطلق عضو i ام است که نسبت به محور x و در جهت مثبت مثلثاتی اندازه گیری می‌شود. بردارهای n بعدی y, x و θ که اعضای آن به ترتیب x_i, y_i و θ_i ($i = 1, \dots, n$) تعریف می‌شود. زوایای نسبی بین دو عضو پشت سر هم به صورت $\phi_i = \theta_{i+1} - \theta_i$ ($i = 1, \dots, n-1$) در نظر گرفته شده است. این زوایا به وسیله گشتاورهای ورودی $u \in IR^{n-1}$ کنترل می‌شوند. در شکل (۲) نمودار آزاد عضو i ام نشان داده شده است که در آن f_i و τ_i نیرو و گشتاور حاصل از اصطکاک مابین عضو i ام و زمین است. g_i و g_{i-1} نیروهای عکس‌العمل در هریک از مفاصل عضو i ام است. u_i و u_{i-1} گشتاورهای اعمالی از محرک‌ها بر هر یک از مفاصل است.

$$\begin{aligned} f &= -\Omega_0 D_f \Omega_0^T \dot{z} \\ \tau &= -D_\tau \dot{\theta} \end{aligned} \quad (۸)$$

ماتریس‌های D_f ، D_τ و Ω_0 در پیوست توضیح داده شده‌اند.

۴- معادلات حرکت

با توجه به شکل ۲ می‌توان معادلات حرکت ربات را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= f_x + D^T g_x \\ M\ddot{y} &= f_y + D^T g_y \end{aligned} \quad (۹)$$

معادلات (۹) برحسب مرکز جرم ربات نوشته می‌شود. ابتدا w بردار مرکز جرم ربات به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$w = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} e^T M_x \\ e^T M_y \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

با توجه به شکل (۱) می‌توان روابط بین بردارهای x ، y و θ را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} Dx + AL \cos \theta &= 0 \\ Dy + AL \sin \theta &= 0 \end{aligned} \quad (۱۱)$$

از تعریف w و معادلات (۱۱) روابط زیر برقرار است:

$$T_x = \begin{bmatrix} -AL \cos \theta \\ w_x \end{bmatrix}, \quad T_y = \begin{bmatrix} -AL \sin \theta \\ w_y \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

با حل این معادلات برای x و y و گرفتن مشتق زمانی، سرعت انتقالی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{z} = \hat{L} \dot{\theta} + E \dot{w} \quad (۱۳)$$

با پیش ضرب TM^{-1} در سمت چپ دو معادله اول (۹) معادله (۱۴) برای مختصات x بدست می‌آید:

$$T\ddot{x} = \begin{bmatrix} D\ddot{x} \\ \ddot{w}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} DM^{-1}f_x + DM^{-1}D^Tg_x \\ e^T f_x / m \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

و به همین ترتیب برای مختصات y نیز معادله ای مشابه حاصل می‌گردد. از حل این معادلات g_x و g_y به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} g_x &= (DM^{-1}D^T)^{-1}(AL(C\theta^2 + S\theta\dot{\theta}) - DM^{-1}f_x) \\ g_y &= (DM^{-1}D^T)^{-1}(AL(S\theta\dot{\theta} - C\theta\ddot{\theta}) - DM^{-1}f_y) \end{aligned} \quad (۱۵)$$

منظور از θ^2 این است که هر کدام از عناصر این بردار به توان دو رسیده‌اند.

با توجه به شکل (۳) مختصات و سرعت قسمت بینهایت کوچک ds در معادلات (۱) و (۲) بدست می‌آید.

$$p_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{bmatrix} s \quad (۱)$$

$$\dot{p}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix} s \dot{\theta}_i \quad (۲)$$

با توجه به شکل (۳) می‌توان \dot{p}_i را در جهت مماسی و عمودی عضو به صورت معادله (۳) نوشت.

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{t_i} \\ \tilde{v}_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \dot{p}_i = \begin{bmatrix} v_{t_i} \\ v_{n_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ s \dot{\theta}_i \end{bmatrix} \quad (۳)$$

که در آن:

$$\begin{bmatrix} v_{t_i} \\ v_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} \quad (۴)$$

باتوجه به شکل (۳) نیروهای اصطکاک در جهت مماسی و عمودی برای تکه ds به صورت زیر حساب می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} df_{t_i} \\ df_{n_i} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_{t_i} & 0 \\ 0 & c_{n_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{t_i} \\ \tilde{v}_{n_i} \end{bmatrix} dm_i \quad (۵)$$

که در آن c_{t_i} و c_{n_i} ضرایب اصطکاک و dm_i جرم تکه بینهایت کوچک است ($dm_i = \frac{m_i ds}{2l_i}$). پس از تبدیل معادله (۵) از مختصات عمودی-مماسی به مختصات کارتزین و انتگرال گیری در راستای طول عضو، نیروهای اصطکاک عضو i ام به صورت معادله (۶) بدست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} f_{x_i} \\ f_{y_i} \end{bmatrix} = -m_i \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{t_i} & 0 \\ 0 & c_{n_i} \end{bmatrix} \quad (۶)$$

در پایان گشتاور اصطکاک کلی در حول مرکز جرم عضو به صورت زیر بدست می‌آید:

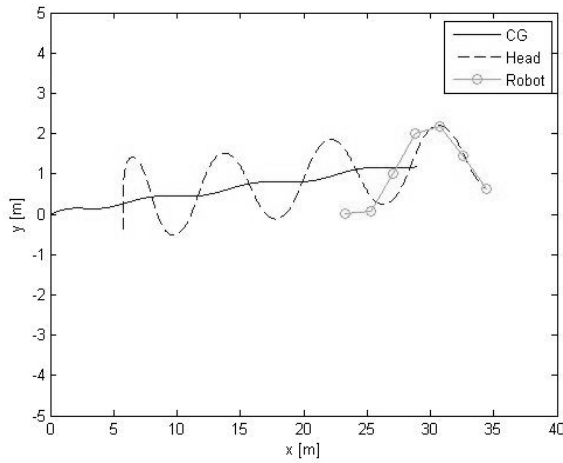
$$\tau_i = \int s df_{n_i} = -\frac{m_i l_i^2}{3} c_{n_i} \dot{\theta}_i = -c_{n_i} J_i \dot{\theta}_i \quad (۷)$$

نیروها و گشتاورهای اصطکاک برای تمامی عضوهای ربات به صورت معادله (۸) بدست می‌آیند.

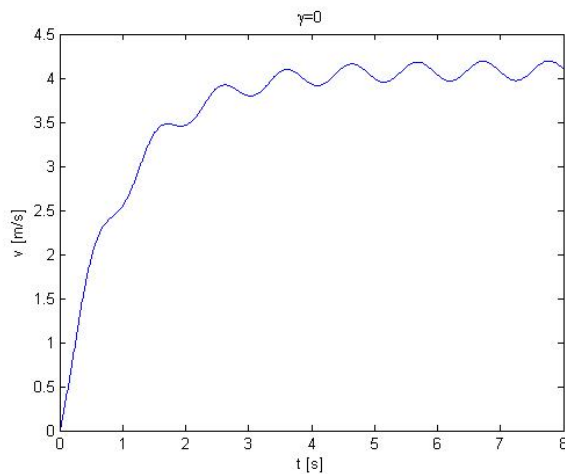
پس از محاسبه D_f و D_r مقادیر بدست آمده در معادله (۱۷) جایگذاری می شود و ماتریس های Q, P و S محاسبه می شوند. در معادلات (۱۹) ورودی φ توسط معادله (۲۰) مشخص می شود. شبیه سازی یکبار برای $\gamma = 0$ و بار دیگر برای $\gamma = 10^\circ$ انجام می پذیرد. در هر دو حالت پارمترهای دیگر حرکت سرپنوییدی به صورت زیر است:

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \omega = 3 \frac{rad}{s}$$

نتایج بدست آمده از شبیه سازی در شکل های (۴)، (۵) و (۶) برای حالت $\gamma = 0$ و شکل های (۷)، (۸) و (۹) برای حالت $\gamma = 10^\circ$ نشان داده شده است. این نتایج با استفاده از حل همزمان معادله اول (۱۸) و معادله (۱۹) حاصل شده اند.



شکل (۴): مسیر حرکت ربات برای $\gamma = 0$



شکل (۵): سرعت مرکز جرم ربات برای $\gamma = 0$

با جایگذاری معادله (۱۵) در (۱۰) و استفاده از معادلات (۱۳) و (۹) معادلات حرکت به صورت زیر بدست می آیند:

$$\begin{bmatrix} \hat{j} & 0 \\ 0 & mI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C\dot{\theta}^2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & S \\ S^T & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D^T \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (16)$$

که در آن:

$$\begin{bmatrix} R & S \\ S^T & Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_f & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{L}^T \\ E^T \end{bmatrix} \Omega_\theta D_f \Omega_\theta^T \begin{bmatrix} \hat{L} & E \end{bmatrix} \quad (17)$$

معادلات بالا را می توان با استفاده از تغییر متغیر (۱۸) جدا سازی کرد.

$$\dot{\theta} = K\dot{j} + e_p \dot{\psi} \quad (18)$$

که در آن $\dot{\psi}$ بیان کننده متوسط ممنومم زاویه ای است. معادلات دینامیکی جداسازی شده به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & mI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_p^T R e_p & e_p^T S \\ S^T e_p & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_p^T R \\ S^T \end{bmatrix} K \dot{j} = 0 \quad (19)$$

$$\ddot{j} + D\dot{j}^{-1}(C\dot{\theta}^2 + R\dot{\theta} + S\dot{w}) = Bu$$

ماتریس ها و بردارهای بکار رفته در بالا در پیوست توضیح داده شده است.

چون ربات باید حرکت سرپنوییدی داشته باشد، زاویه نسبی هر عضو با عضو دیگر باید از معادله زیر پیروی کند:

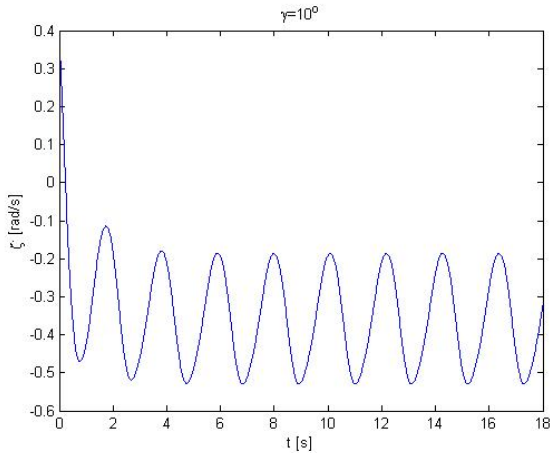
$$\varphi_i = \alpha \sin(\omega t + (i-1)\beta) + \gamma, (i = 1, \dots, n-1) \quad (20)$$

که در آن α دامنه موج، β اختلاف فاز دو موج مجاور، γ زاویه چرخش و ω سرعت انتشار موج در طول بدن ربات است. بنابراین با تغییر ω سرعت ربات و با تغییر γ جهت ربات تغییر می کند.

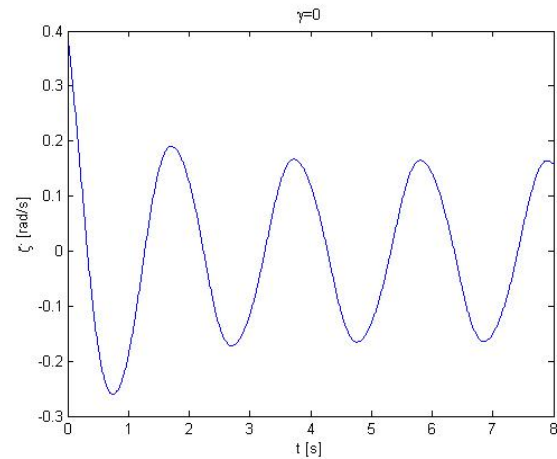
۵- شبیه سازی حرکت ربات

رباتی با پارامترهای زیر جهت شبیه سازی حرکت در نظر گرفته می شود:

$$n = 6, m_i = 1kg, c_{t_i} = 0.1Hz, c_{n_i} = 10Hz$$



شکل (۹): سرعت زاویه ای متوسط تغییر جهت ربات برای $\gamma = 10^\circ$



شکل (۶): سرعت زاویه ای متوسط تغییر جهت ربات برای $\gamma = 0$

در شکل‌های (۴) و (۷) خطوط پر نشان دهنده مسیر طی شده توسط مرکز جرم، خطوط ممتد نشان دهنده مسیر حرکتی سر ربات و خط-دایره نشان دهنده موقعیت ربات در آخرین لحظه است. در شکل (۴) دیده می‌شود ربات مسیری مستقیم را طی می‌کند. در شکل (۷) دیده می‌شود ربات یک دایره را طی می‌کند. در شکل‌های (۵) و (۸) سرعت مرکز جرم ربات در جهت ξ است. سرعت مرکز جرم ربات و ξ به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$v = \dot{w}_x \cos \xi + \dot{w}_y \sin \xi, \quad \xi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i \quad (21)$$

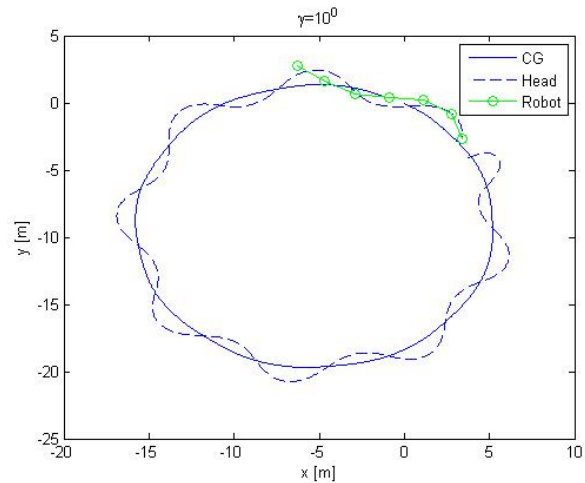
ξ نشان دهنده جهت ربات است و با گرفتن مشتق زمانی از آن سرعت زاویه‌ای متوسط تغییر جهت ربات را نشان می‌دهد. در شکل‌های (۶) و (۹) ξ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل‌های (۵)، (۶)، (۸) و (۹) دیده می‌شود v و ξ هردو نوسان می‌کنند ولی مقدار متوسط آنها یک مقدار ثابت است.

۶- کنترل مسیر ربات

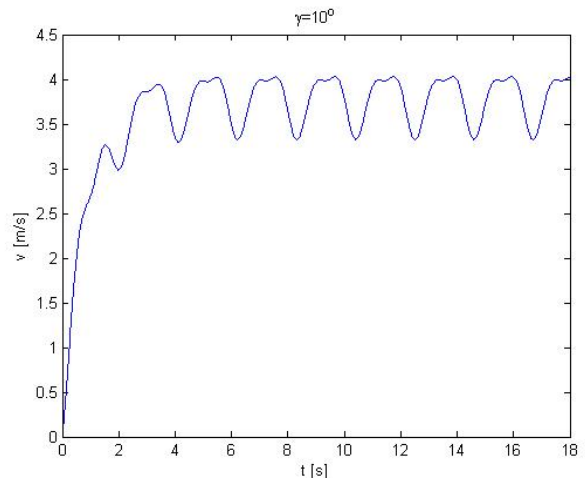
نتایج بدست آمده از معادلات (۱۸) و (۱۹) تنها نشان دهنده حرکت ربات پس از اعمال φ ها است و در این حالت مسیر دلخواه و مشخصی را که از قبل تعیین شده باشد دنبال نمی‌کند. در اینجا با استفاده از کنترلر تناسبی-مشتقی، ربات به گونه‌ای کنترل می‌شود که بتواند مسیری را که از پیش تعیین شده است دنبال کند. در این روش از معادله (۱۶) استفاده می‌شود.

اگر حرکت ربات بر روی منحنی $y=f(x)$ مطلوب باشد، حرکت ربات به صورت زیر کنترل می‌شود.

اگر مرکز جرم بر روی مسیری مانند $y=f(x)$ حرکت کند با توجه تعریف ξ می‌توان گفت $\xi = \tan^{-1} \frac{df(x)}{dx}$ از طرفی با توجه



شکل (۷): مسیر حرکت ربات برای $\gamma = 10^\circ$



شکل (۸): سرعت مرکز جرم ربات برای $\gamma = 10^\circ$

به رابطه بین زوایای نسبی و مطلق می توان گفت $\theta_i = \theta_1 - \sum_{j=1}^{i-1} \varphi_j$ با استفاده از معادله (۲۱) و مطالب گفته شده در این قسمت θ_1 طراحی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\theta_{1d} = \tan^{-1} \frac{df(x)}{dx} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} \varphi_{jd} \quad (22)$$

با توجه به مطالب گفته شده به راحتی می تواند سایر زوایای مطلق طراحی را نیز محاسبه کرد.

$\hat{t} = D^T u$ گشتاور اعمالی از محرکها به زوایای مطلق به صورت \hat{t} تعریف می شود. پس معادله (۱۶) به صورت زیر تغییر می کند:

$$\begin{bmatrix} \hat{J} & 0 \\ 0 & mI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C\dot{\theta}^2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & S \\ S^T & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{t} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

با استفاده از کنترلر تناسبی- مشتقی به صورت زیر گشتاور اعمالی از محرکها به زوایای مطلق کنترل می شوند:

$$\hat{t} = -\hat{K}_D(\dot{\theta}_a - \dot{\theta}_d) - \hat{K}_P(\theta_a - \theta_d) \quad (24)$$

که در آن \hat{K}_P و \hat{K}_D ماتریسهای قطری هستند که درایه های قطر آنها ضرایب کنترلی هستند. این ضرایب به گونه ای انتخاب می شوند که مرکز جرم ربات حاصل از معادله (۲۳) در اثر وارد کردن گشتاورهای معادله (۲۴)، بر روی مسیر دلخواه حرکت کند.

۷- شبیه سازی کنترل مسیر

در این قسمت با استفاده از معادله های (۲۳) و (۲۴) و پارامترهای زیر یک بار ربات خط $y=x$ و بار دیگر خط $y=\sin x$ دنبال می کند.

$$n = 6, m_i = 1kg, c_{t_i} = 0.1Hz, c_{n_i} = 10Hz$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \omega = 3 \frac{rad}{s}, \gamma = 0$$

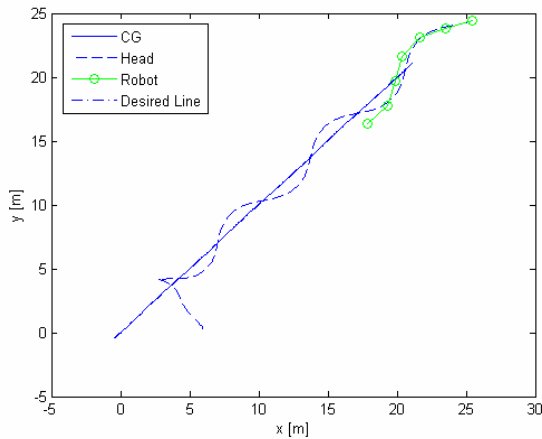
دنبال کردن خط $y=x$

واضح است که در این حالت $\hat{t} = \frac{\pi}{4}$ است. با استفاده از معادله (۲۲) زوایای مطلق طراحی محاسبه می شوند. با استفاده از *pattern*

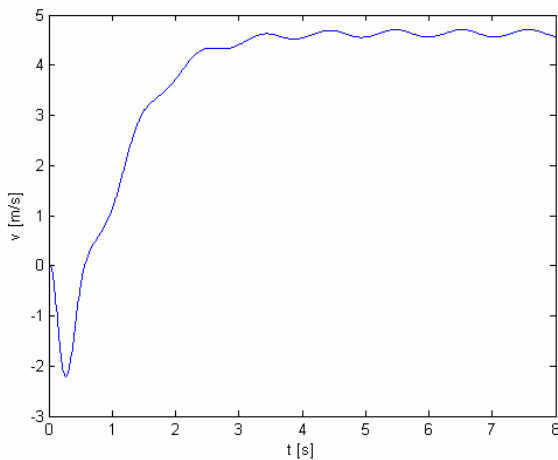
search بهترین ضرایب کنترلی در معادله (۲۴) در این حالت به صورت زیر بدست می آیند:

$$\hat{K}_D = 2.12915 \times 5, \hat{K}_P = 473.312415 \times 5$$

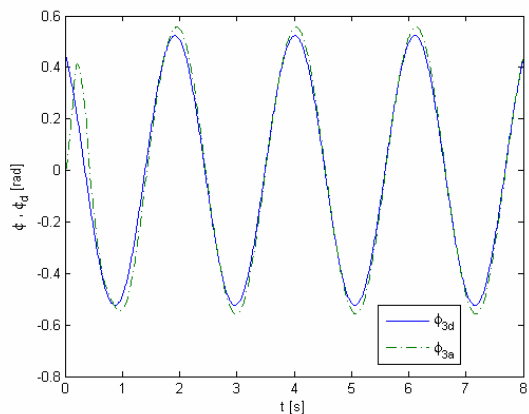
ضرایب کنترلی بدست آمده را در معادله (۲۴) قرار داده و گشتاور حاصل از آن در معادله (۲۳) قرار داده می شود. نتایج بدست آمده در شکل های (۱۰ تا ۱۷) نشان داده شده است.



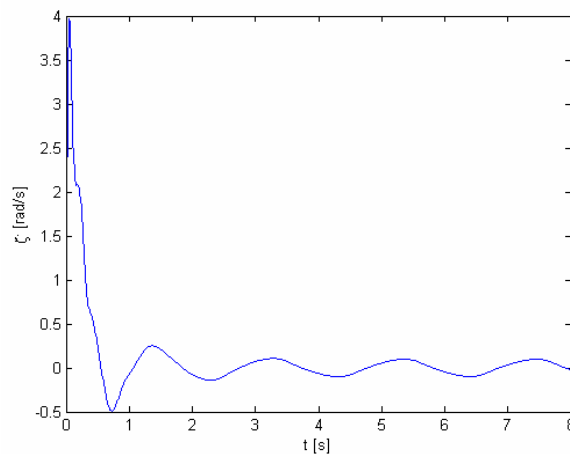
شکل (۱۰): مسیر حرکت ربات برای دنبال کردن خط $y=x$



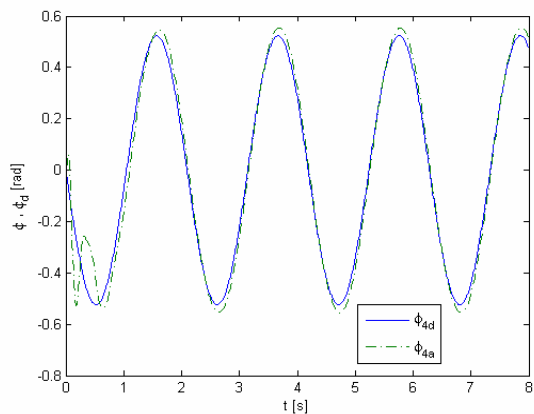
شکل (۱۱): سرعت مرکز جرم ربات برای دنبال کردن خط $y=x$



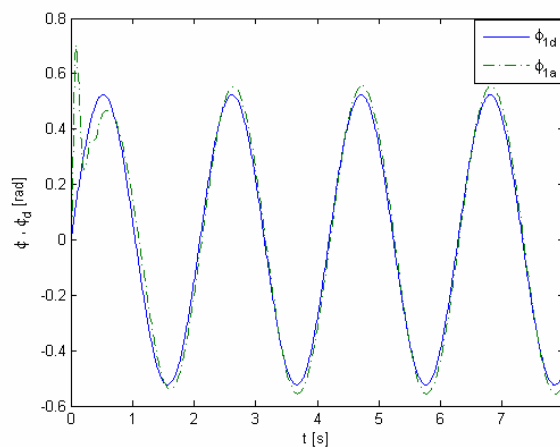
شکل (۱۵): زاویه ای نسبی سوم واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=x$



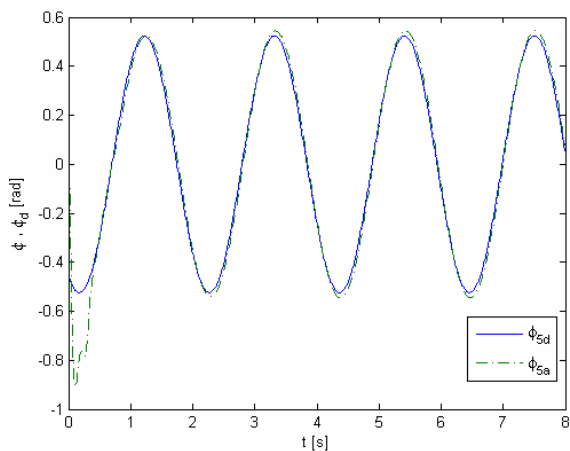
شکل (۱۲): سرعت زاویه ای متوسط تغییر جهت ربات برای دنبال کردن خط $y=x$



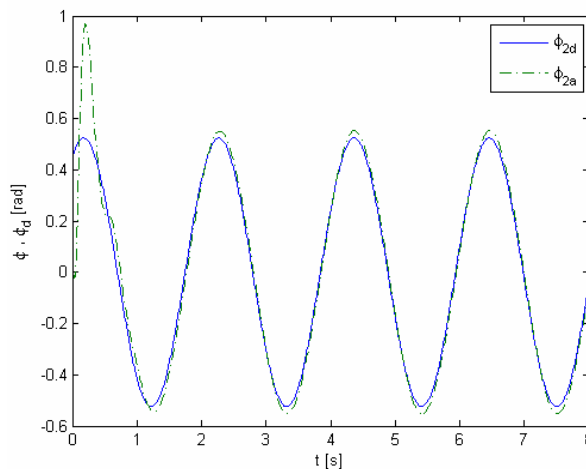
شکل (۱۶): زاویه ای نسبی چهارم واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=x$



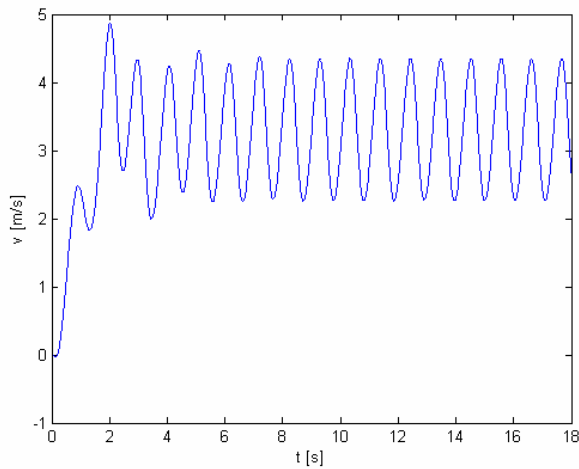
شکل (۱۳): زاویه ای نسبی اول واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=x$



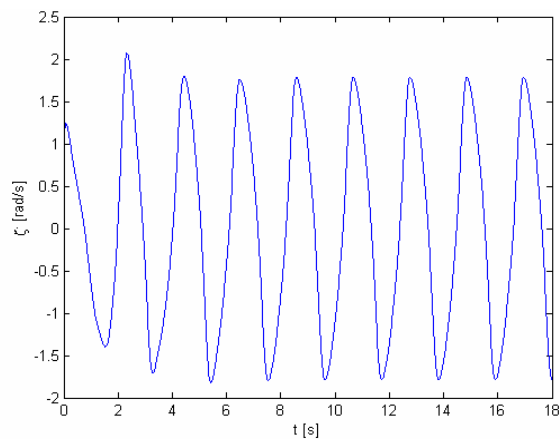
شکل (۱۷): زاویه ای نسبی پنجم واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=x$



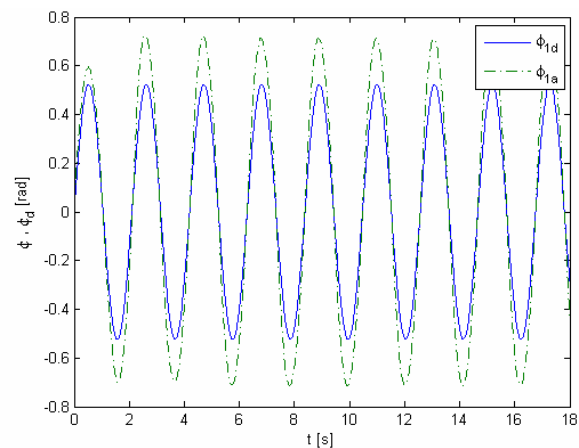
شکل (۱۴): زاویه ای نسبی دوم واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=x$



شکل (۱۹): سرعت مرکز جرم ربات برای دنبال کردن خط $y=\sin(x)$



شکل (۲۰): سرعت زاویه ای متوسط تغییر جهت ربات برای دنبال کردن خط $y=\sin(x)$



شکل (۲۱): زاویه ای نسبی اول واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=\sin(x)$

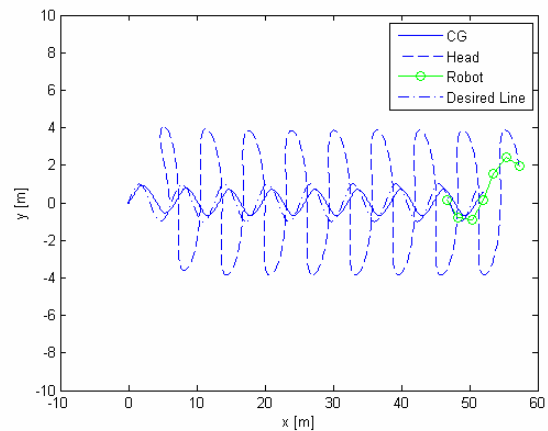
همانگونه که در شکل (۱۰) مشاهده می شود ربات به خوبی خط مورد نظر را دنبال می کند و مسیر طی شده توسط مرکز جرم به صورت کامل بر خط طراحی منطبق است. در این شکل خط- نقطه خط طراحی، خط پررنگ مسیر حرکت مرکز جرم و خط ممتد مسیر حرکت سر ربات را نشان می دهد. در شکل (۱۱) سرعت مرکز جرم نشان داده شده که با وجود اینکه نوسان می کند ولی متوسط آن مقدار ثابتی است. در شکل (۱۲) $\dot{\zeta}$ نشان داده شده است که با وجود اینکه نوسان می کند ولی متوسط یک مقدار ثابت است. شکل‌های ۱۳ تا ۱۷ زوایای نسبی طراحی (خط پر رنگ) و زوایای نسبی واقعی (خط ممتد) را نشان داده شده اند. همانگونه که مشاهده می شود زوایای نسبی واقعی و طراحی بسیار به یکدیگر نزدیک هستند.

دنبال کردن خط $y=\sin x$

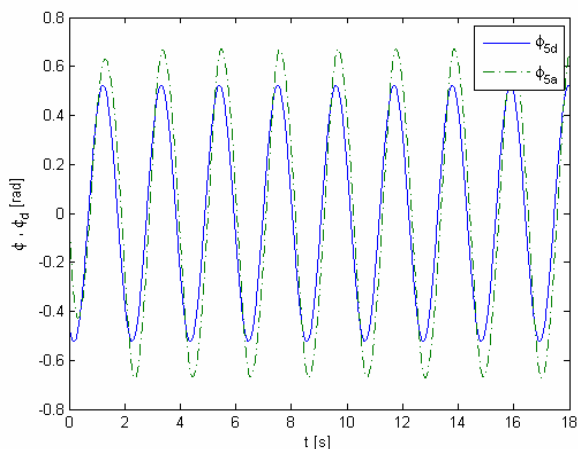
در این حالت $\xi = \tan^{-1}(\cos x)$ است. با استفاده از معادله (۲۲) زوایای مطلق طراحی محاسبه می شوند. با استفاده از *pattern search* بهترین ضرایب کنترلی در معادله (۲۴) این حالت به صورت زیر بدست می آیند:

$$\hat{K}_D=100I_{5 \times 5}, \hat{K}_P=330I_{5 \times 5}$$

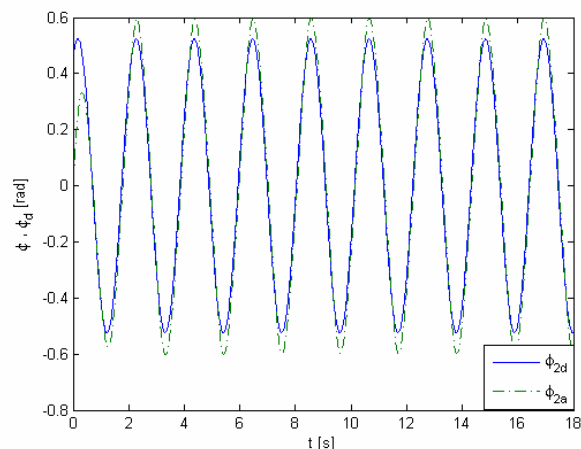
ضرایب کنترلی بدست آمده را در معادله (۲۴) قرار داده و گشتاور حاصل از آن در معادله (۲۳) قرار داده می شود. نتایج بدست آمده در شکل‌های (۱۸ تا ۲۵) نشان داده شده است.



شکل (۱۸): مسیر حرکت ربات برای دنبال کردن خط $y=\sin(x)$



شکل (۲۵): زاویه ای نسبی پنجم واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=\sin(x)$

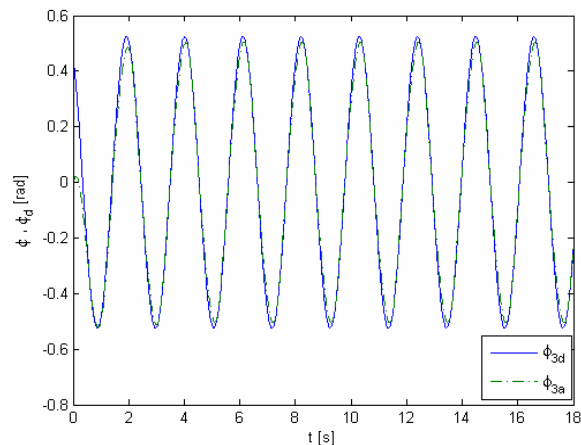


شکل (۲۲): زاویه ای نسبی دوم واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=\sin(x)$

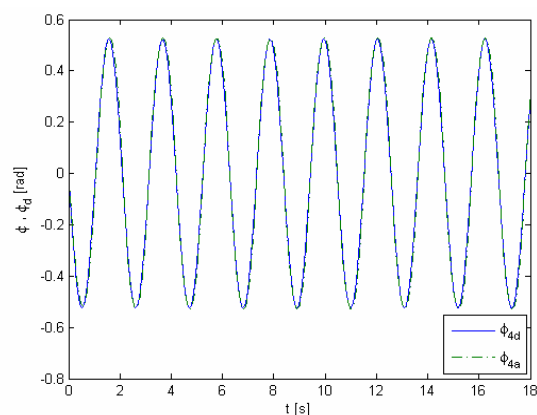
همانگونه که در شکل (۱۸) مشاهده می‌شود ربات نسبتاً خوب خط مورد نظر را دنبال می‌کند و مسیر طی شده توسط مرکز جرم به صورت کامل بر خط طراحی منطبق است. در این شکل خط-نقطه مسیر طراحی، خط پررنگ مسیر حرکت مرکز جرم و خط ممتد مسیر حرکت سر ربات را نشان می‌دهد. در شکل (۱۹) سرعت مرکز جرم نشان داده شده که با وجود اینکه نوسان می‌کند ولی متوسط آن به مقدار ثابتی است. شکل (۲۰) \dot{x} نشان داده شده است که با وجود اینکه نوسان می‌کند ولی متوسط یک مقدار ثابت است. شکل‌های (۲۰ تا ۲۵) زوایای نسبی طراحی (خط پررنگ) و زوایای نسبی واقعی (خط ممتد) را نشان داده اند.

۸- نتیجه گیری

معادلات دینامیکی ربات مارسان بدست آمد و برای دو حالت $\gamma = 0$ و $\gamma = 10^\circ$ مسئله شبیه‌سازی شد. مشاهده شد که در حالت $\gamma = 0$ ربات یک مسیر مستقیم را طی می‌کند و در حالت $\gamma = 10^\circ$ ربات مسیر دایره‌ای را طی می‌کند. در مرجع [۱۵] نیز عنوان شده که برای $\gamma = 0$ ربات یک مسیر مستقیم را طی می‌کند و برای $\gamma \neq 0$ ربات مسیر دایره‌ای شکل را طی می‌کند و این همان نتیجه‌ای است که در شبیه‌سازی این مقاله بدست آورده شده است. با استفاده از کنترلر تناسبی- مشتقی گشتاور اعمالی از محرک‌ها به زوایای مطلق به گونه‌ای کنترل شد که ربات توانست مسیرهای از پیش مشخص شده‌ای را دنبال کند. در این روش مختصات مرکز جرم و جهت گیری حرکت ربات کنترل می‌شود. با استفاده از این روش ربات خط $y=x$ و مسیر $y=\sin x$ را به خوبی دنبال کرد. در هر دو حالت سرعت‌های خطی و زاویه‌ای ربات با



شکل (۲۳): زاویه ای نسبی سوم واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=\sin(x)$



شکل (۲۴): زاویه ای نسبی چهارم واقعی و طراحی ربات برای دنبال کردن خط $y=\sin(x)$

- [13] M. Shugen and N. Tadohoro, "Analysis of creeping locomotion of a snake-like robot on a slope", *Autonomous Robots*, 20, 15-23, 2006.
- [14] D. Wang and B. Chang, "An analysis of wheeled mobile robots in the presence of skidding and slipping: control design perspective", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy, pp. 2379-2384, 10-14, April 2007.
- [15] S. Massashi, "Serpentine locomotion with robot snakes", *IEEE Journal of Control System*, 22, pp. 344-356, 2002.
- [16] H. Dates, Y. Hoshi and Sampei, "Dynamic manipulability of a snake-like robot with consideration of side force and its application to locomotion control", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 1999.

وجود نوسان کردن کراندارهستند و متوسط آنها مقداری ثابت است. از نتایج بدست آمده مشخص می شود روش به کار رفته روش مناسبی جهت کنترل ربات برای دنبال کردن مسیره های مختلف به خصوص مسیره های خطی است. همانگونه که در نتایج دیده می شود مسیر حرکت مرکز جرم ربات بر خط $y=x$ منطبق است. روش های ارائه شده نشان می دهند که با کنترل مرکز جرم و جهت حرکتی ربات، سر ربات نیز به خوبی کنترل می شود.

۹- مراجع

۱۰- پیوست

ماتریس های استفاده شده در این مقاله به صورت زیر تعریف می شوند:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & 1 \end{bmatrix} \in IR^{(n-1) \times n}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & -1 \end{bmatrix} \in IR^{(n-1) \times n}$$

$$E = \begin{bmatrix} e & 0 \\ 0 & e \end{bmatrix}, e = [1 \dots 1]^T \in IR^n, m = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$S_\theta = \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sin \theta_n \end{bmatrix}, C_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \cos \theta_n \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & J_n \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} l_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & l_n \end{bmatrix}, H = LA^T (DM^{-1}D^T)AL$$

$$N = M^{-1}D^T (DM^{-1}D^T)AL, \hat{J} = J + S_\theta HS_\theta + C_\theta HC_\theta$$

$$C = S_\theta HC_\theta - C_\theta HS_\theta, \hat{L} = [S_\theta N^T \quad -C_\theta N^T]^T$$

$$B = D\hat{J}^{-1}D^T, K = \hat{J}^{-1}D^T B^{-1}, \rho = \frac{1}{e^T \hat{J} e}, e_\rho = \rho e$$

$$T = \begin{bmatrix} D \\ e^T M / m \end{bmatrix}$$

در بالا ماتریس A عملگر جمع و ماتریس D عملگر تفریق است. می توان نشان داد ماتریس های C و \hat{J} تنها به زوایای نسبی $\hat{J}=D\theta$ وابسته اند و بنابراین شکل ربات مارسان را محاسبه می کنند.

- [1] F. Matsuno and K. Mogi, "Redundancy controllable system and control of snake robot based on kinematics model", 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, 2000.
- [2] A. Gravange, R. Woodfine, "Mine-sniffing robotic snakes and eels", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 1997.
- [3] R. Paljug, T. Ohm, and S. Hayati, "The JPL serpentine robot: a 12DOF system for inspection", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 1995.
- [4] S. Satry and M. Kohn, "Milli robotics for remote, minimally invasive surgery", *Robotics and Autonomous Systems*, 1997.
- [5] K. L. Paap, T. Christaller, and F. Kirchner, "A robot snake to inspect broken buildings", *IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, 2000.
- [6] S. Hirose, "Biologically inspired robots: snake-like locomotors and manipulators", Oxford University Press, 1993.
- [7] M. Mori and S. Hirose, "Development of active cord mechanism ACM-R3 with agile 3D mobility", In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Maui, Hawaii, 1552-1557, 2001.
- [8] S. Hirose and E. F. Fukushima, "Snakes and strings: new robotic components for rescue operations", *The International Journal of Robotics Research*, 23 (4-5): 341-349, 2004.
- [9] G. S. Chirikjian and J. W. Burdick, "The kinematics of hyper-redundant robot locomotion". *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 11(6): 781-7, 1995.
- [10] P. Prautsch and T. Mita, "Control and analysis of the gait of snake robots", *IEEE, Int. Conf. on Control Applications*, 502-507, 1999.
- [11] I. Grabec, "Control of a creeping snake-like robot", *Proc. IEEE AMC*, 526-531, 2002.
- [12] Z. Bayraktaroglu and P. Blazevic, "Understanding snake-like locomotion through a novel push-point approach", *Transactions of the ASME*, 127, 146-152, 2005.

ماتریس های به کار رفته در معادله (۸):

$$D_f = \begin{bmatrix} C_t M & 0 \\ \theta & C_n M \end{bmatrix}, \quad D_\tau = C_n J$$
$$\Omega_\theta = \begin{bmatrix} C_\theta & -S_\theta \\ S_\theta & C_\theta \end{bmatrix}, \quad C_t = \begin{bmatrix} c_{t_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & c_{t_n} \end{bmatrix}$$
$$C_n = \begin{bmatrix} c_{n_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & c_{n_n} \end{bmatrix}$$