

مدلسازی عددی جریان انتقال حرارت جابجائی توأم آرام و درهم درون محفظه مستطیلی با دیواره متحرک گرم بالائی

محمد رضا صفائی^۱، حمیدرضا گشایشی^۲
CFD_Safaiy@yahoo.com

چکیده

در این مطالعه، ابتدا جریان جابجائی توأم آرام درون محفظه ای مستطیلی با $AR=10$ و دیواره متحرک مدلسازی شده و با نتایج حاصل از مطالعه دیگر محققان مقایسه شده است. پس از نشان دادن صحت محاسبات، جریان فوق به صورت درهم و با استفاده از مدل های معتبر آشفتگی $k-\epsilon$ و $RNG\ k-\epsilon$ Standard حل شده است. نتایج به دست آمده نشان می دهد، شدت آشفتگی به دیواره های عمودی و لایه مرزی محدود شده است، به گونه ای که جریان در ناحیه مرکز محفظه، درهم و در نزدیکی دیواره ها آرام می باشد. همچنین مشخص گردید با افزایش عدد ریچاردسون و حاکمیت جریان جابجائی طبیعی، نرخ انتقال حرارت کاهش می یابد.

کلیدواژه

انتقال حرارت جابجائی ترکیبی - ضریب منظری - مدل اغتشاش $k-\epsilon$ - عدد ریچاردسون - محفظه مستطیلی

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و عضو باشگاه پژوهشگران جوان، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد
۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۱- مقدمه

فرآیند انتقال حرارتی که در آن هم جابجائی آزاد و هم جابجائی اجباری به طور همزمان وجود داشته باشد، انتقال حرارت جابجائی توأم نامیده می شود. انتقال حرارت جابجائی توأم هنگامی رخ می دهد که اثر شناوری در یک جریان اجباری و یا اثر جریان اجباری در یک جریان شناوری مهم باشد. اعداد بدون بعد حاکم که برای مشخص کردن این نوع جریان به کار می روند عبارتند از: عدد گراشف (Gr)، عدد رینولدز (Re)، عدد رایلی (Ra)، و عدد پراتنل (Pr) [۱]. به علاوه، عدد بی بعد دیگری که در جریان جابجائی توأم اثر مستقیم دارد، عدد ریچاردسون (Ri) می باشد. عدد ریچاردسون حاصل تقسیم اثر جابجائی آزاد بر جابجائی اجباری بوده و به صورت $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$ بیان می شود. در حالت حدی که $Ri \rightarrow 0$ یا $Ri \rightarrow \infty$ ، انتقال حرارت غالب به ترتیب جابجائی اجباری و جابجائی آزاد است.

مساله انتقال حرارت از طریق جابجائی توأم، در زمینه های متفاوتی نظیر طراحی جمع کننده های خورشیدی، شیشه های دو جداره، عایق سازی ساختمان، خنک کاری قطعات الکترونیکی و ... دارای کاربرد می باشد. همچنین تاثیر اختلاف دما به صورت جابجائی آزاد و تفاوت ممنتوم ناشی از تهویه مکانیکی (جابجائی اجباری) یا اختلاف فشار ناشی از جریان داخل یک اتاق و فضای بیرون آن و به کارگیری بهینه آنها، یکی از بروزترین مباحث در صنعت تاسیسات می باشد.

برای ایجاد جابجائی توأم، روشهای متفاوتی وجود دارد. یک روش ورود سیال گرم (یا سرد) از یک طرف و گذر آن از روی وجوه دما ثابت و سپس خروج از طرف دیگر می باشد. در این حالت مساله به بررسی جابجائی توأم درون یک کانال تبدیل خواهد شد و می توان اثر جابجائی اجباری ناشی از ورود و خروج سیال را مورد ارزیابی و مقایسه قرار داد. برخی از محققین نیز در این حالت، شاری حرارتی در طول مسیر گذر سیال از درون کانال به آن اضافه کرده و اثر آن را نیز مورد بررسی قرار داده اند که از جمله این مطالعات می توان به پژوهش های انجام شده توسط [۲]، [۳] و [۴] اشاره کرد.

روش دیگر جهت ایجاد جریانهای جابجائی توأم، حرکت دادن دیواره های دما ثابت محفظه در مجاورت سیال داخل آن می باشد. این امر باعث ایجاد تنش های برشی و ایجاد لایه های مرزی حرارتی و هیدرودینامیکی در سیال درون محفظه و در نهایت منجر به ایجاد جریانهای جابجائی اجباری در آن می شود. بنابراین در این روش می توان، جریان جابجائی توأم درون یک محفظه را به وجود آورد. در این زمینه تاکنون تحقیقات زیادی انجام شده است. به عنوان

مثال می توان به مطالعه انجام شده توسط [۵] اشاره نمود. آنان محفظه های دو بعدی و مربعی شکل را با دیواره های عمودی دما ثابت متحرک و دیواره های افقی عایق مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله با توجه به حرکت دیواره های عمودی حالات متفاوتی برای محفظه در نظر گرفته شده و $0.01 < Re < 100$ فرض شده است. نرخ انتقال حرارت نیز در قالب عدد ناسلت بیان شده است. از نتایج این مقاله دیده می شود که در مقادیر کم ریچاردسون، اگر دیواره های متحرک محفظه در خلاف جهت یکدیگر حرکت کنند، انتقال حرارت از محفظه، بسیار بیشتر از حالتی است که دیواره ها در جهت یکسان بلغزند. [۶] با استفاده از روش المان محدود جریان جابجائی توأم درون محفظه ای مربعی را با دیواره چپ و راست سرد، دیواره بالایی متحرک عایق و دیواره پایینی ثابت گرم بررسی نمودند. آنان همچنین به کمک عدد ناسلت محلی نشان دادند نرخ انتقال حرارت در گوشه های دیواره پایینی بسیار زیاد بوده و در مرکز دیواره پایینی کاهش می یابد. در یکی از آخرین مطالعات انجام شده، [۷] جریان جابجائی توأم درون یک محفظه مستطیلی با دیواره مرتعش را در $Re=100$ و $Gr = 5 \times 10^5$ و برای سیال هوا بررسی نمودند. تمرکز مطالعه ایشان بر روی کنش بین فرکانس سرعت ارتعاشی دیواره و فرکانس جریان تناوبی طبیعی بوده است. آنان نشان دادند که فرکانس جریان تناوبی طبیعی به وضوح برای حالت دیواره با سرعت ثابت مشخص است. با ایجاد ارتعاش در دیواره متحرک بالایی، اثرات ترکیبی فرکانس جریان تناوبی طبیعی و فرکانس ارتعاش دیواره، روی مشخصات گرمایی به صورت جریانی گذرا مشاهده می شود. با افزایش این ارتعاش، اثر جریان تناوبی طبیعی کمتر خواهد شد. همچنین از این مطالعه مشاهده می شود که مکان کمینه نقطه ای عدد ناسلت در حالت دیواره مرتعش، در ناحیه ای بین $\frac{1}{4}$ تا $\frac{1}{3}$ اولیه مستطیل رخ می دهد. در سال ۲۰۰۷، [۸] به کمک نرم افزار 6 Fluent جریان جابجائی توأم آرام درون محفظه های مستطیلی شکل مورب با ضریب منظری ۱۰ را مورد بررسی قرار داد. وی عدد رایلی را بین 10^5 تا 10^7 متغیر و عدد رینولدز را ثابت و برابر $40.8/21$ فرض نمود. سیال مورد استفاده وی آب با عدد پراتنل ۶ و زاویه شیب محفظه نسبت به افق از 0° تا 30° متغیر بود. محفظه اشاره شده دارای دیواره گرم بالایی متحرک، دیواره سرد پایینی ثابت و دیواره های چپ و راست بی دررو بوده است. وی جمله جابجائی را با استفاده از روش آپ ویند مرتبه دوم و جمله نفوذ را با استفاده از روش تفاضلات مرکزی مجزا سازی نمود. پژوهش وی نشان داد که عدد ناسلت محلی با افزایش زاویه محفظه، زیاد می شود.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{Pr} + \frac{v_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{Pr} + \frac{v_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4)$$

معادله انتقال انرژی جنبشی جریان درهم برای مدل $k - \epsilon$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} + P_k + G_k - \epsilon \quad (5)$$

معادله اتلاف انتقال انرژی جنبشی جریان درهم برای مدل $k - \epsilon$:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + C_1 \frac{\epsilon}{k} P_k + C_2 \frac{\epsilon^2}{k} + C_3 \frac{\epsilon}{k} G_k - R_\epsilon \quad (6)$$

لزجت گردابه ای از رابطه پرانتل - کلموگروف به دست می آید:

$$\nu_t = C_\mu f \mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

جمله تولید تنش، P_k ، به صورت زیر بیان می شود:

$$P_k = \nu_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (8)$$

و جمله شناوری G_k به صورت زیر تعریف می شود:

$$G_k = -g \beta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (9)$$

همچنین برای جمله R_ϵ در معادله ϵ داریم:

$$R_\epsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right) \epsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (10)$$

که:

$$\eta = \frac{Sk}{\epsilon} \quad (11)$$

با تعریف پارامترهای بی بعد، می توان معادلات فوق را به صورت زیر بی بعدسازی نمود.

[۹] نشان دادند که اگرچه تکنیک های اندازه گیری و روش های عددی حل معادلات اغتشاش در دهه های اخیر پیشرفت چشمگیری داشته اند ولی وجود سرعت های کم در فرایند جابجائی توأم به سختی قابل اندازه گیری می باشد. همچنین شرط دیواره آدیاباتیک ایده آل به سختی دست یافتنی است. پیوند قوی بین دما و جریان سیال و نیز برهم کنش شدید بین لایه مرزی و جریان اصلی، محاسبات را بسیار زمان بر و همگرایی را سخت نموده است. این در شرایطی است که در طراحی محفظه های با ابعاد بزرگ، عدد رایلی عموماً دارای مقداری بزرگ بوده و لذا طبیعت جریان به صورت آشفتگی می باشد.

سنگینی محاسبات در حالت جابجائی توأم درهم سبب شده تا بیشتر محققان به مطالعه جریان فوق فقط در حالت جابجائی آزاد بپردازند که از آن جمله می توان به مطالعات [۱۰]، [۱۱]، [۱۲]، [۱۳] و [۱۴] اشاره نمود.

در این مطالعه، ابتدا جریان جابجائی توأم آرام درون محفظه ای مستطیلی با دیواره متحرک برای سیال آب با عدد پرانتل ۶ مدل سازی شده و نتایج حاصل شده با مطالعه [۸] مقایسه شده است و پس از نشان دادن صحت محاسبات، جریان فوق به صورت درهم و با استفاده از مدل های معتبر آشفتگی $k - \epsilon$ و RNG $k - \epsilon$ Standard حل شده است.

۲- مدل ریاضی

برای مدل کردن جریان مورد مطالعه، معادلات پیوستگی، مومنتم، انرژی و آشفتگی مورد بررسی واقع شده اند. خواص C_p و μ ، K ثابت فرض شده اند. البته چگالی در جهت عمودی با استفاده از تقریب بوزینسک محاسبه شده است.

معادلات حاکم عبارتند از:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادلات مومنتم در راستای X و Y

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\nu + \nu_t) \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g \beta (T - T_m) + \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (\nu + \nu_t) \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

معادله انرژی:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (12)$$

معادله مومنتم در جهت X:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[(\nu^* + \nu_t^*) \frac{\partial U}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[(\nu^* + \nu_t^*) \frac{\partial U}{\partial Y} \right] \right\} \quad (13)$$

معادله مومنتم در جهت Y:

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[(\nu^* + \nu_t^*) \frac{\partial V}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[(\nu^* + \nu_t^*) \frac{\partial V}{\partial Y} \right] \right\} + Ra \cdot \text{Pr} \cdot \theta \quad (14)$$

معادله انرژی:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[(k^* + \alpha_t^*) \frac{\partial \theta}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[(k^* + \alpha_t^*) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] \right\} \quad (15)$$

معادله انتقال انرژی جنبشی درهمی:

$$\frac{\partial K}{\partial \tau} + \frac{\partial(UK)}{\partial X} + \frac{\partial(VK)}{\partial Y} = \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[(\nu^* + \frac{\nu_t^*}{\sigma_k}) \frac{\partial K}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[(\nu^* + \frac{\nu_t^*}{\sigma_k}) \frac{\partial K}{\partial Y} \right] \right\} + \text{Pr} \nu_t^* \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] - \epsilon - Ra \frac{\text{Pr}^2}{\text{Pr}_t} \nu_t^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (16)$$

معادله اتلاف انتقال انرژی جنبشی درهمی:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\epsilon)}{\partial X} + \frac{\partial(V\epsilon)}{\partial Y} = \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[(\nu^* + \frac{\nu_t^*}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[(\nu^* + \frac{\nu_t^*}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial Y} \right] \right\} + C_1 \text{Pr} \nu_t^* \frac{\epsilon}{K} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + C_2 \frac{\epsilon^2}{K} - C_3 Ra \frac{\text{Pr}^2}{\text{Pr}_t} \nu_t^* \frac{\epsilon}{K} \frac{\partial \theta}{\partial Y} - R_\epsilon \quad (17)$$

جدول (۱): ضرایب معادلات اغتشاش

C_μ	0.0845
σ_t	1.0
σ_k	1
σ_ϵ	1.3
C_1	1.42
C_2	1.68
C_3	$\tanh v / u $
η_0	4.38
β	0.012
K	0.41

تفاوت اصلی روش $k - \epsilon$ Standard و $k - \epsilon$ RNG در همان جمله R_ϵ معادله اتلاف انتقال انرژی جنبشی جریان در هم می باشد. به گونه ای که در حقیقت می توان گفت مدل $k - \epsilon$ RNG همان مدل $k - \epsilon$ Standard است که فرمولهای تحلیلی آن برای اعداد پرانتل درهم بهبود یافته است. در حالیکه این مقادیر در مدل $k - \epsilon$ Standard به صورت تجربی به دست می آیند.

برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر این جریان از روش حجم محدود که با جزئیات توسط [۱۵] شرح داده شده است، استفاده شده است. این روش حالت خاصی از روش باقی مانده های وزنی است. در این روش، میدان محاسباتی به تعدادی حجم کنترل به گونه ای تقسیم می شود که هر گره را یک حجم کنترل احاطه کرده و حجم های کنترلی دارای حجم های مشترک با یکدیگر نباشند. معادله دیفرانسیل روی هر یک از حجم های کنترلی انتگرال گرفته می شود. پروفیل های قطعه به قطعه که تغییر ϕ (یک کمیت دلخواه مانند دما، سرعت و...) را بین گره ها بیان می کنند، برای محاسبه انتگرال های لازم استفاده می شوند. نتیجه، معادله انفصال است که شامل مقادیر ϕ برای گروهی از گره ها است.

معادله انفصال به دست آمده اصل بقاء ϕ را برای حجم کنترلی محدود بیان می دارد، درست همان گونه که معادله دیفرانسیل، آن را برای یک حجم کنترلی بی اندازه کوچک بیان می کند. جذاب ترین جنبه فرمول بندی با استفاده از حجم کنترلی این است که بقاء کامل کمیت هایی مانند جرم، مقدار حرکت و انرژی عیناً برای هر گروهی از حجم های کنترلی و البته برای کل حوزه محاسباتی برقرار می باشد. این خاصیت برای هر تعداد از گره ها و حتی برای وقتی که تعداد گره ها کم شود، صادق است. بنابراین،

ریچاردسون، گردابه های کوچک و محلی محفظه را در بر گرفته اند که تراکم خطوط آن در نزدیک وجوه دما ثابت بالا و پایین بیشتر است. چون در این حالت با توجه به کم بودن مقدار Ri و غالب بودن جابجائی اجباری می توان گفت؛ حرکت وجه بالا بیشترین نقش را در رفتار سیال دارد، لذا با توجه به جهت حرکت این وجه تنش های برشی اعمال شده از این وجه به سیال، گردابه ای به شکل مذکور به وجود می آورد. با افزایش Ri و کاهش قدرت جابجائی اجباری (کاهش سرعت حرکت دیواره) نیروهای غوطه وری کم کم قدرت بیشتری پیدا می کنند و همانطور که مشاهده می شود، این امر باعث ایجاد گردابه ای بزرگ ولی غیر متراکم در وسط محفظه می شوند که این خود حاکمیت نیروهای غوطه وری و کم اثر بودن حرکت وجوه در این حالات را اثبات می کند. این نتیجه گیری با توجه به کانتورهای مربوط به شدت اغتشاش درهم نیز مشخص است.

همچنین مقایسه نتایج حاصل از مدل های اغتشاش $k - \epsilon$ RNG و $k - \epsilon$ Standard همخوانی خوب آنها را نشان می دهد. هر چند مدل اغتشاش $k - \epsilon$ RNG کمی دقیق تر است که مشابه این نتیجه، در مطالعه انجام شده توسط [۱۷] نیز آورده شده است. در ادامه به بررسی اثر تغییر عدد ریچاردسون بر نرخ انتقال حرارت بررسی شده است. در نمودارهای (۴) تا (۶) مقدار نرخ انتقال حرارت موضعی روی سطح بالایی در قالب عدد ناسلت موضعی ترسیم شده است. همانگونه که در این شکل مشاهده می شود در $Ri=0/1$ بیشینه ناسلت موضعی در حوالی $X=0$ قرار دارد و با افزایش X از مقدار آن کم شده تا در انتهای صفحه به کمینه مقدار خود برسد. کاهش ناسلت موضعی ابتدا با شیب زیادی و در ادامه با شیب کمتر انجام می شود. اگر ریچاردسون را افزایش دهیم ($Ri=1$) تغییرات نمودار مذکور تغییر می کند به نحوی که مقادیر کمینه آن در ابتدا و انتهای صفحات قرار می گیرد. از مقایسه نمودارهای رسم شده در می یابیم که هر چه ریچاردسون افزایش یابد، مقدار بیشینه ناسلت موضعی کمتر می شود تا اینکه سرانجام در ریچاردسون های خیلی بالا مقدار مذکور تفاوت چندانی نخواهد داشت. بنابراین می توان گفت که هر چه عدد Ri کمتر باشد (حاکمیت جابجائی اجباری) نرخ انتقال حرارت بیشتر است و با افزایش Ri ، نرخ انتقال حرارت شروع به کاهش می کند.

۴- نتایج

هر چه عدد Ri کمتر باشد (حاکمیت جابجائی اجباری)، نرخ انتقال حرارت بیشتر است و با افزایش Ri ، نرخ انتقال حرارت شروع به کاهش می کند.

حتی جواب های مربوط به شبکه خشن (تعداد گره ها کم) موازنه دقیق را نشان خواهد داد.

شبکه بندی مورد استفاده برای پوشش دادن حجم کنترل ها از نوع مربعی با فاصله $0/01$ بوده است که در تمام شبیه سازیهای عددی به کار گرفته شده است. در حالت آرام به منظور مقایسه با نتایج [۸]، عدد رینولدز ثابت و برابر $408/21$ فرض شده است و اعداد رایلی بین 10^5 تا 10^7 تغییر کرده است. ولی در حالت درهم، عدد رایلی ثابت و برابر 6×10^9 فرض شده و عدد رینولدز با توجه به آن محاسبه شده است. نمای طرحواره به کار رفته در این مطالعه و شرایط مرزی حاکم بر آن، در شکل (۱) نشان داده شده است. مستطیل فوق دارای دو دیواره عمودی بی در رو می باشد. دیواره پایین ثابت و در دمای T_c می باشد. در حالیکه دیواره بالائی مستطیل متحرک و دارای دمای T_H است. شرایط مرزی مذکور را به گونه زیر می توان نشان داد.

$$\begin{aligned} x=0 \quad 0 < y < 1 \quad u=v=0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} &= 0 \\ x=1 \quad 0 < y < 1 \quad u=v=0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} &= 0 \\ y=0 \quad 0 < x < 1 \quad u=v=0 \quad T &= T_c \\ y=1 \quad 0 < x < 1 \quad u=u_{lid}, v=0 \quad T &= T_h \end{aligned} \quad (18)$$

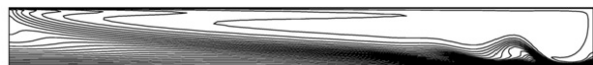
در این حالت، تابع جریان نیز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (19)$$

۳- بحث و نتیجه گیری

در این مطالعه، جریان انتقال حرارت جابجائی توأم برای یک محفظه دو بعدی با دیواره متحرک بررسی شده است. پارامتر اصلی حاکم بر این مسئله، عدد بی بعد ریچاردسون می باشد که به صورت $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$ تعریف می شود. در این پژوهش، عدد ریچاردسون در بازه $0/1$ تا 10 تغییر می کند. شکل های (۲) تا (۹) تابع جریان و خطوط دما ثابت و نمودار (۲) تغییر عدد ناسلت محلی در روی صفحات سرد و گرم برای حالت آرام و $Ri=1$ را در مقایسه با نتایج [۸] نشان می دهد. همخوانی مناسب بین این کانتورها و نمودار، صحت محاسبات این پژوهش را نشان می دهد.

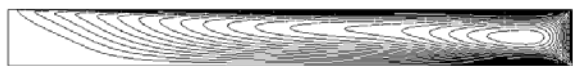
شکل های (۱۰) تا (۲۰) کانتورهای تابع جریان، شدت اغتشاش و انرژی جنبشی درهم برای 10 تا $Ri=0/1$ و $Re=6 \times 10^9$ و مدل های درهمی $k - \epsilon$ RNG و $k - \epsilon$ Standard را نشان می دهد. همانگونه که کانتورهای تابع جریان نشان می دهند در مقادیر کم



شکل (۸): کانتور دما ثابت برای $Ra = 10^6$ و $Ri = 1$ حاصل از پژوهش [۸]



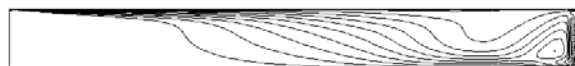
شکل (۹): کانتور دما ثابت برای $Ra = 10^6$ و $Ri = 1$



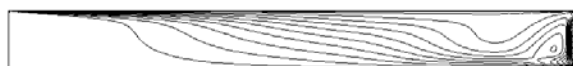
شکل (۱۰): کانتور تابع جریان برای $Ri = 0.1$ و مدل اغتشاش $RNG k - \epsilon$



شکل (۱۱): کانتور تابع جریان برای $Ri = 0.1$ و مدل اغتشاش $Standard k - \epsilon$



شکل (۱۲): کانتور انرژی جنبشی درهم برای $Ri = 0.1$ و مدل اغتشاش $RNG k - \epsilon$



شکل (۱۳): انرژی جنبشی درهم برای $Ri = 0.1$ و مدل اغتشاش $Standard k - \epsilon$



شکل (۱۴): کانتور لزجت مؤثر درهم برای $Ri = 0.1$ و مدل اغتشاش $RNG k - \epsilon$



شکل (۱۵): کانتور لزجت مؤثر درهم برای $Ri = 0.1$ و مدل اغتشاش $Standard k - \epsilon$



شکل (۱۶): کانتور تابع جریان برای $Ri = 10$ و مدل اغتشاش $RNG k - \epsilon$

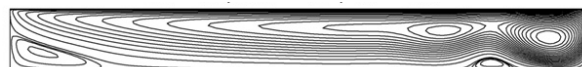
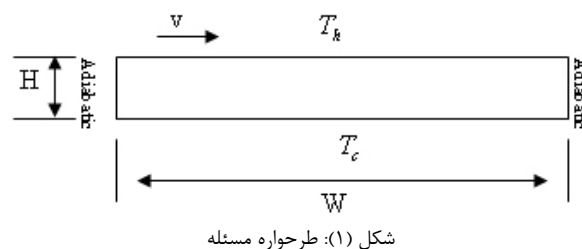


شکل (۱۷): کانتور شدت اغتشاش برای $Ri = 10$ و مدل اغتشاش $RNG k - \epsilon$

✓ در اعداد Ri کم، گردابه های کوچک و محلی تشکیل می شود که با افزایش Ri و کاهش قدرت جابجائی اجباری، این گردابه ها دارای قدرت بیشتری می شوند.

✓ شدت آشفتگی به دیواره های عمودی و لایه مرزی محدود شده است، به گونه ای که جریان در ناحیه مرکز محفظه، درهم و در نزدیکی دیواره ها آرام می باشد.

۶- شکل ها



شکل (۲): کانتور تابع جریان برای $Ra = 10^5$ و $Ri = 0.1$ حاصل از پژوهش [۸]



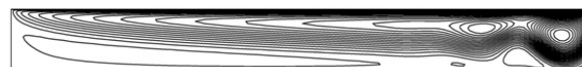
شکل (۳): کانتور تابع جریان برای $Ra = 10^5$ و $Ri = 0.1$



شکل (۴): کانتور دما ثابت برای $Ra = 10^5$ و $Ri = 0.1$ حاصل از پژوهش [۸]



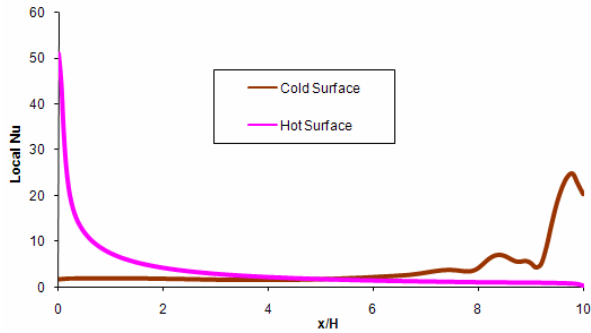
شکل (۵): کانتور دما ثابت برای $Ra = 10^5$ و $Ri = 0.1$



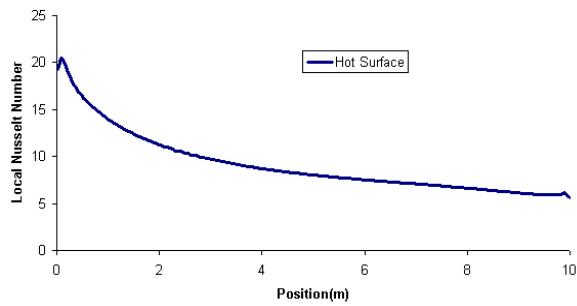
شکل (۶): کانتور تابع جریان برای $Ra = 10^6$ و $Ri = 1$ حاصل از پژوهش [۸]



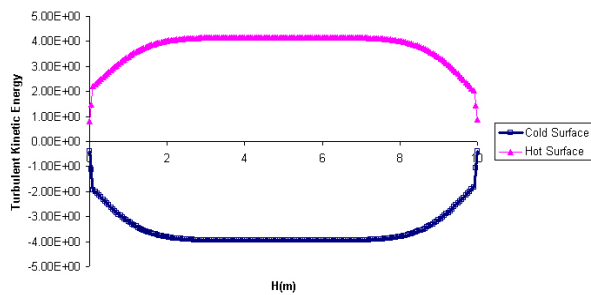
شکل (۷): کانتور تابع جریان برای $Ra = 10^6$ و $Ri = 1$



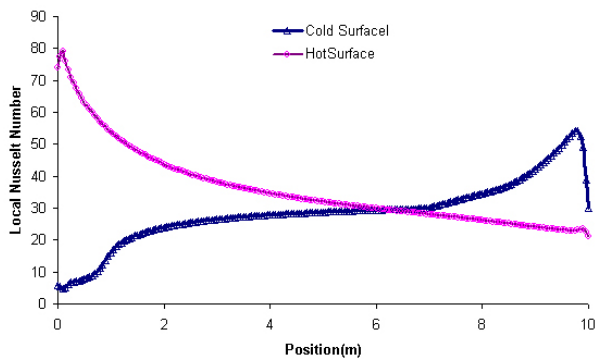
نمودار (۳): نمودار تغییر عدد ناسلت محلی در روی صفحات گرم و سرد برای $Ri=0.1$ و حالت آرام



نمودار (۴): نمودار عدد ناسلت محلی بر روی صفحه بالا برای $Ri=0.1$ و مدل اغتشاش $RNG k - \epsilon$



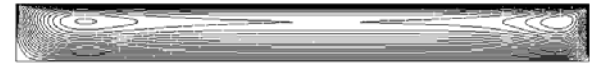
نمودار (۵): نمودار انرژی جنبشی در هم بر روی صفحات بالا و پایین برای $Ri=1$ و مدل اغتشاش $Standard k - \epsilon$



نمودار (۶): نمودار عدد ناسلت محلی بر روی صفحات بالا و پایین برای $Ri=0.1$ و مدل اغتشاش $Standard k - \epsilon$



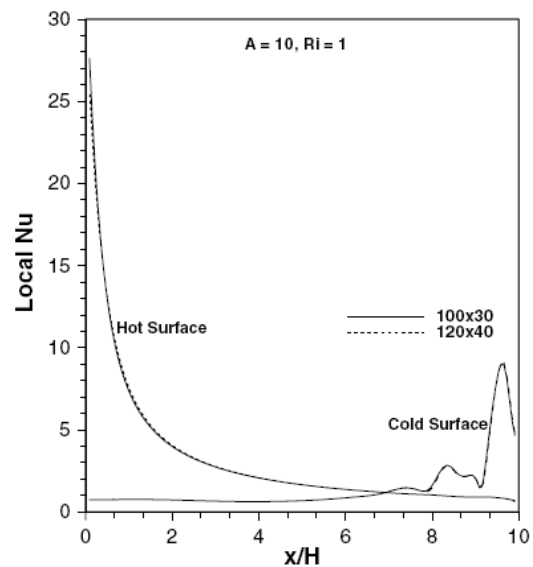
شکل (۱۸): کانتور تابع جریان برای $Ri=1$ و مدل اغتشاش $k - \epsilon$ Standard



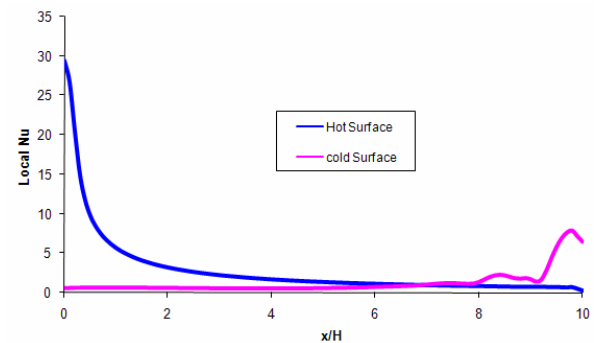
شکل (۱۹): انرژی جنبشی در هم برای $Ri=1$ و مدل اغتشاش $k - \epsilon$ Standard



شکل (۲۰): کانتور شدت اغتشاش برای $Ri=1$ و مدل $k - \epsilon$ Standard



نمودار (۱): نمودار تغییر عدد ناسلت محلی در روی صفحات گرم و سرد برای $Ri=1$ و حالت آرام حاصل از پژوهش [۸]



نمودار (۲): نمودار تغییر عدد ناسلت محلی در روی صفحات گرم و سرد برای $Ri=1$ و حالت آرام

v^*	لزجت سینماتیکی بی بعد		۷- فهرست علائم
v_i^*	لزجت درهمی بی بعد	u, v	اجزاء سرعت سیال (m/s)
α_i^*	ضریب پخش گرمایی مغشوش بی بعد	U, V	اجزای بی بعد سرعت سیال
τ	زمان بی بعد	x, y	مختصات کارتیزین (m)
		X, Y	مختصات بی بعد کارتیزین
	زیرنویس ها	W	طول محفظه (m)
h	دیواره گرم	P	فشار (N/m^2)
c	دیواره سرد	T	دما (K)
m	میانگین	t	زمان (Sec)
lid	دریچه	g	شتاب ثقل (m^2/s)
	۸- مراجع	k^*	ضریب انتقال حرارت هدایتی بی بعد
[1]	Bejan, A., "Convection heat transfer", A Wiley-Interscience publication, John Wiley, New-York, 2004.	K	انرژی جنبشی درهمی (m^2/s^2)
[2]	Rahman M. M., Alim M. A., Mamun M. A. H., Chowdhury M. K. and Islam A. K. M. S., "Numerical Study of Opposing Mixed Convection in a Vented Enclosure", ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, Vol. 2, 2007, pp. 25-35.	k	ضریب انتقال حرارت هدایتی هوا ($W/m.k$)
[3]	Saha S., Saha G., Ali M. and Islam Md. Q., "Combined Free and Forced Convection inside a Two-Dimensional Multiple Ventilated Rectangular Enclosure", ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, Vol. 1, 2006, pp. 23-35.	Re	عدد بی بعد رینولدز
[4]	Saha S., Mamun A. H., Hossain M. Z. and Islam A. K. M. S., "Mixed Convection in an Enclosure with Different Inlet and Exit Configurations", Journal of Applied Fluid Mechanics, Vol. 1, 2008, pp. 78-93.	Ri	عدد بی بعد ریچاردسون
[5]	Oztop H. F. and Dagtekin I., "Mixed Convection In Two-Sided Lid-Driven Differentially Heated Square Cavity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, 2004, pp. 1761-1769.	Gr	عدد بی بعد گرافش
[6]	Basak T., Roy S., Sharma P. K. and I. Pop, "Analysis of Mixed Convection Flows within a Square Cavity with Uniform and Non-Uniform Heating of Bottom Wall", International Journal of Thermal Sciences, article in press, 2009.	Nu	عدد بی بعد ناسلت
[7]	Chen C. and Cheng C., "Numerical simulation of periodic mixed convective heat transfer in a rectangular cavity with a vibrating lid", Applied Thermal Engineering, article in press, 2009.	Pr	عدد بی بعد پرانتل
[8]	Sharif, M. A. R., "Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom", Applied Thermal Engineering 27, 2007, pp. 1036-1042.	Ra	عدد بی بعد رایلی
		ε	نمادهای یونانی اتلاف انرژی جنبشی درهمی (m^2/s^3)
		v_t	لزجت درهمی (m^2/s)
		σ_T	ضریب پخش گرمایی مغشوش (m^2/s)
		β	ضریب انبساط گرمائی ($1/K$)
		ν	لزجت سینماتیک (m^2/s)
		ρ	چگالی هوا (kg/m^3)
		ψ	تابع جریان (kg/s)
		θ	دمای بی بعد

- [13] Tian, Y. S. and Karayiannis, T. G., "Low turbulence natural convection in an air filled square cavity", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43, 2000, pp. 849-866.
- [14] Betts, P. L. and Bokhari, I. H., "Experiments on turbulent natural convection in an enclosed tall cavity", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, 2000, pp. 675-683.
- [15] Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Washington, 1980.
- [16] Karimi pour, A. and Ghasemi, B., "Laminar Mixed Convection flow in a shallow two-sided lid-driven rectangular enclosure", *Majlesi Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 1, No. 2, Winter 2008.
- [9] Hsieh, K. J., and Lien, F. S., "Numerical Modeling of Buoyancy-Driven Turbulent Flows Enclosures", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, 2004, pp. 659-670.
- [10] Salat, J., Xin, S., Joubert, P., Sergent, A., Penot, F. and Le Quere, P., "Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, 2004, pp. 824-832.
- [11] Aounallah, M., Addad, Y., Benhamadouche, S., Imine, O., Adjlout, L. and Laurence, D., "Numerical investigation of turbulent natural convection in an inclined square cavity with a hot wavy wall", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50, 2007, pp. 1683-1693.
- [12] Ampofo, F. and Karayiannis, T. G., "Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46, 2003, pp. 3551-3572.
- [۱۷] صنیعی نژاد، م. "مقدمه ای بر مفاهیم جریانهای آشفتنه و مدلسازی آنها"، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۳.