



Vol. 11/ No. 43/Spring 2022

Research Article

Robust Direction of Arrival Estimation of Wideband LFM Signals Using Dechirping Algorithms With a Few Snapshots in The Linear Array

Abbas Partovi Sangi, MSc¹  | Jaseem Jamali, Assistant Professor²  | Mohammad Hossein Fatehi Dindarlou, Assistant Professor³  | Mohammad Mehdi Ghanbarian, Assistant Professor⁴ 

¹Department of Electrical Engineering, Kazerun Branch, Islamic Azad University, Kazerun, Iran, apartovis@kau.ac.ir

²Department of Electrical Engineering, Kazerun Branch, Islamic Azad University, Kazerun, Iran, j.jamali@kau.ac.ir

³Department of Electrical Engineering, Kazerun Branch, Islamic Azad University, Kazerun, Iran, mh_fatehi@kau.ac.ir

⁴Department of Electrical Engineering, Kazerun Branch, Islamic Azad University, Kazerun, Iran, ghanbarian@kau.ac.ir

Correspondence

Jaseem Jamali, Assistant Professor of Kazerun Branch, Islamic Azad University, Kazerun, Iran
Email: j.jamali@kau.ac.ir

Received: 21 October 2021

Revised: 16 January 2022

Accepted: 10 February 2022

Abstract

Wideband linear frequency modulation (LFM) signals are widely used in systems such as radar, sonar and mobile. DOA estimation algorithms LFM signals rely on a large number of time frames (Snapshot). Therefore, they are not suitable for low power and real-time applications. In this paper, we present a low computation based estimation method based on the SPICE algorithm for linear arrays using the Fourier transform FFT. The method is to first develop the dechirping algorithm for LFM signals using the FFT converter, then modify the SPICE algorithm for uniform linear arrays (ULA), then obtain the DOA calculations for a few number of snapshots with low computational volumes. The simulation results of the proposed MSPICE algorithm (i.e. modified SPICE algorithm) show that the proposed algorithm is better than other algorithms such as MUSIC and SPICE. We have shown that the proposed method has acceptable accuracy in both low SNRs and low error in high SNRs. In addition, in terms of computational volume, it is much less than the MUSIC and SPICE methods and will have a good robustness compared to other methods.

Keywords: Dechirping algorithm, FFT Transform, LFM signals, MSPICE method, ULA

Highlights

- Introduction of a new algorithm for estimation DOA for LFM signals
- Reduction of computational volume compared to the standard method MUSIC and the SPICE method
- Improve the accuracy of estimating the target angle even in difficult scenarios such as several close targets
- Robust retrofitting in comparison with the standard method MUSIC and the SPICE method

Citation: A. Partovi Sangi, J. Jamali, M. H. Fatehi Dindarlou, and M. M. Ghanbarian, "Robust Direction of Arrival Estimation of Wideband LFM Signals using Dechirping Algorithms with a few Snapshots in the Linear Array," *Journal of Southern Communication Engineering*, vol. 11, no. 43, pp. 1–14, 2022, doi: 10.30495/jce.2022.689027 (in Persian).

مقاوم سازی تخمین زاویه ورود پهن باند سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی با استفاده از الگوریتم دچیرپ با تعداد کم فریم زمانی در آرایه خطی

عباس پرتوی سنگی^۱ | جاسم جمالی^{*۲} | محمد حسین فاتحی دیندارلو^۳ | محمد مهدی قنبریان^۴

چکیده:

سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی پهن باند به‌طور گسترده‌ای در سیستم‌هایی مانند رادار، سونار و موبایل استفاده می‌شود. الگوریتم‌های تخمین زاویه ورود سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی به تعداد زیادی فریم زمانی متکی هستند. به همین دلیل برای کاربردهای با توان پایین و بلادرنگ مناسب نیستند. در این مقاله ما یک روش برآورد مبتنی بر الگوریتم SPICE با محاسبات کم برای آرایه خطی با استفاده از تبدیل فوریه ارائه داده‌ایم. روش کار بدین ترتیب است که ابتدا با استفاده از تبدیل فوریه فرایند دچیرپ را برای سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی توسعه داده‌ایم، سپس الگوریتم SPICE را برای آرایه‌های خطی اصلاح می‌نماییم، آنگاه محاسبات تخمین زاویه ورود را برای تعداد کم فریم زمانی با حجم محاسبات پایین بدست آورده‌ایم. نتایج شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی MSPICE (الگوریتم SPICE بهبودیافته) در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها نظیر طبقه‌بندی سیگنال چندگانه و SPICE، بهتر بودن الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. نشان خواهیم داد که روش پیشنهادی در نسبت توان سیگنال به توان نویز پایین دارای دقت قابل قبولی است و همچنین در نسبت توان سیگنال به توان نویز بالا خطای کمی از خود نشان خواهد داد و علاوه بر آن از لحاظ حجم محاسبات بسیار کمتر از روش MUSIC و SPICE است و مقاوم سازی مناسبی را نسبت به روش‌های دیگر خواهد داشت.

کلید واژه‌ها: آرایه خطی، الگوریتم دچیرپ، تبدیل فوریه، سیگنال‌های

مدولاسیون فرکانس طی، روش MSPICE

^۱گروه برق، دانشکده فنی و مهندسی، واحد کازرون، دانشگاه آزاد اسلامی، کازرون، ایران، apartovis@kau.ac.ir

نویسنده مسئول

^{۲*}گروه برق، دانشکده فنی و مهندسی، واحد کازرون، دانشگاه آزاد اسلامی، کازرون، ایران، j.jamali@kau.ac.ir

^۳گروه برق، دانشکده فنی و مهندسی، واحد کازرون، دانشگاه آزاد اسلامی، کازرون، ایران، mh_fatehi@kau.ac.ir

^۴گروه برق، دانشکده فنی و مهندسی، واحد کازرون، دانشگاه آزاد اسلامی، کازرون، ایران، ghanbarian@kau.ac.ir

تاریخ دریافت: ۲۹ مهر ۱۴۰۰

تاریخ بازنگری: ۲۶ دی ۱۴۰۰

تاریخ پذیرش: ۲۱ بهمن ۱۴۰۰

<https://doi.org/10.30495/jce.2022.689027>

۱-مقدمه

یکی از مهمترین مباحث در پردازش سیگنال آرایه‌ای تخمین جهت زاویه ورود^۱ (DOA) است که در زمینه‌های مختلفی مانند سونار، رادار و ارتباطات بی‌سیم کاربرد دارد [۱و۲]. از کاربردهای جدیدتر آن می‌توان به شبکه‌های مشارکتی مانند هدایت ماشین ای خودران و شبکه موبایل 5G اشاره نمود [۳] که تخمین زاویه ورود در آن نقش بسیار مهمی دارد [۴و۵]. الگوریتم‌های تخمین زاویه ورود را می‌توان با توجه به پهنای باند سیگنال به دو دسته باند باریک و پهن باند تقسیم‌بندی نمود. در زمینه الگوریتم‌های باند باریک تحقیقات زیادی تاکنون صورت پذیرفته و سعی بر آن شده که قابلیت بلادرنگ بودن سیستم نیز حفظ گردد [۶و۷]. هنگامی که پهنای باند سیگنال دریافتی در مقایسه با فرکانس حامل سیگنال کم باشد، تفاوت سیگنال دریافتی بین

^۱ Direction of arrival

آنتن‌های آرایه فقط به فاز آن وابسته است [۸]، در حالی که در حالت سیگنال پهن‌بند علاوه بر فاز، فرکانس سیگنال دریافتی آنتن‌های مختلف نیز متفاوت خواهد بود [۹]. یکی از روش‌های مرسوم پردازش سیگنال‌های پهن‌بند، تجزیه سیگنال به سیگنال‌های باند باریک با استفاده از تبدیل گسسته فوریه^۱ (DFT) و برآورد زاویه ورود باند باریک است [۱۰ و ۱۱]. با این حال، پیچیدگی الگوریتم ممکن است با افزایش تعداد سیگنال‌های باند باریک افزایش یابد [۱۲ و ۱۳]. بنابراین، یکی از چالش‌های برآورد زاویه ورود پهن‌بند جلوگیری از بالا رفتن پیچیدگی است. به همین دلیل استفاده از روش دچیرپ^۲ به خصوص در زمان استفاده از سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی پهن‌بند^۳ (LFM) پیشنهاد می‌شود که علاوه بر کاهش حجم محاسبات در برابر نویز نیز مقاوم است [۱۴]. تبدیل زمان-فرکانس فوریه کسری^۴ (FrFT) یکی از تبدیلات مشتق شده از فوریه است که کارایی مناسبی برای الگوریتم‌های دچیرپ دارد با این حال حجم محاسبات آن به دلیل دوبعدی بودن آن زیاد است و برای کاربردهای عملی و بلادرنگ چندان مناسب نیست [۱۵]. استفاده از تبدیل گسسته فوریه با استفاده از پیاده‌سازی تبدیل فوریه سریع^۵ (FFT)، در این کاربردها بسیار مناسب است و حجم محاسبات بسیار کمتری دارد. با این حال دقت آن در مقایسه با تبدیل فوریه کسری کمتر است [۱۶]. پس از فرایند دچیرپ، از روش‌های مختلف تخمین زاویه ورود می‌توان استفاده نمود. روش طبقه‌بندی سیگنال چندگانه (MUSIC)^۶ یکی از مشهورترین روش‌های تخمین زاویه ورود است که به مقدار زیادی محاسبات و فریم زمانی^۷ از سیگنال نیاز دارد [۱۷]. در دسترس نبودن تعداد زیادی از نمونه‌های سیگنال (تعداد کم فریم زمانی از سیگنال) ممکن است زیاد اتفاق بیفتد [۱۸ و ۱۹]. مانند زمانی که رادار برای کشف نشدن، سیگنال‌های کمی را بفرستد [۲۰]، همچنین به دلایلی مانند صرفه‌جویی در مصرف توان، شرایط محیطی مشکل که امکان نمونه‌برداری زیاد از سیگنال را ندارد (مانند محیط سونار در زیر آب)، تعداد فریم زمانی کمی از سیگنال در دسترس است [۲۱ و ۲۲]. الگوریتم‌های IAA^۸ [۲۳]، SLIM^۹ [۲۴] و SPICE^{۱۰} در مرجع [۲۵] برای تعداد فریم زمانی کم پیشنهاد شده است؛ که برای سیگنال‌های پهن‌بند مدولاسیون فرکانس خطی مناسب نیستند. تکنیک‌های مبتنی بر پراکندگی مکانی می‌تواند بسته به شرایط، با داشتن چندین نمونه زمانی، تخمین زاویه ورود را با رزولوشن متوسط بدست آورد [۲۶]؛ اما آنها به سیگنال‌های پهن‌بند مدولاسیون فرکانس خطی اعمال نمی‌شوند. زیرا به دلیل استفاده از یک مدل تقریبی برای پهنای باند مدولاسیون فرکانس خطی و تغییر زمانی سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی این روش کارایی ندارد. در این مقاله، یک روش FFT-MSPICE برای تخمین زاویه ورود برای سیگنال‌های پهن‌بند مدولاسیون فرکانس خطی با استفاده از چند نمونه زمانی بر اساس الگوریتم اصلاح شده SPICE و تبدیل فوریه سریع پیشنهاد شده است. ابتدا، سیگنال پهن‌بند مدولاسیون فرکانس خطی را به عنوان یک موج سینوسی با یک فرکانس واحد در حوزه فوریه در نظر می‌گیریم، به طوری که بردار فرمان نامتغیر با زمان الگوریتم اصلی SPICE (که در بخش ۲-۴ توضیح داده شده است) را بدست می‌آوریم. سپس روش SPICE را برای دقت بالاتر بهبود بخشیده و از آن برای تخمین مقادیر زاویه ورود در حوزه فوریه استفاده می‌کنیم. دقت SPICE به تعداد نقاط اسکن در منطقه بستگی دارد، اما افزایش این تعداد برای دقت بالاتر نیز پیچیدگی محاسباتی را به طرز چشمگیری افزایش می‌دهد.

بنابراین، ما برای بهبود دقت SPICE بدون افزودن هزینه محاسباتی بیش از حد با تشخیص نقاط احتمالی هدف، از جستجوی پرهزینه و بی‌مورد در سایر نقاط پرهیز می‌کنیم و تمرکز را بر نقاط احتمالی هدف قرار می‌دهیم. بدین ترتیب بدون افزایش هزینه محاسباتی زیاد مانند الگوریتم SPICE دقت تشخیص هدف را در نقاط احتمالی هدف بالاتر می‌بریم. روش پیشنهادی ما از نظر پیچیدگی محاسباتی بسیار کارآمد است. این الگوریتم همچنین از تبدیل ساده فوریه استفاده می‌کند و توانایی برآورد زاویه ورود از چندین سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی به‌طور همزمان با دقت بالا را دارد.

¹ Discrete fourier transform

² Dechirp algorithm

³ Linear frequency modulation

⁴ Fractional fourier transform

⁵ Fast fourier transform

⁶ Multiple signal classification

⁷ snapshot

⁸ Iterative adaptive approach

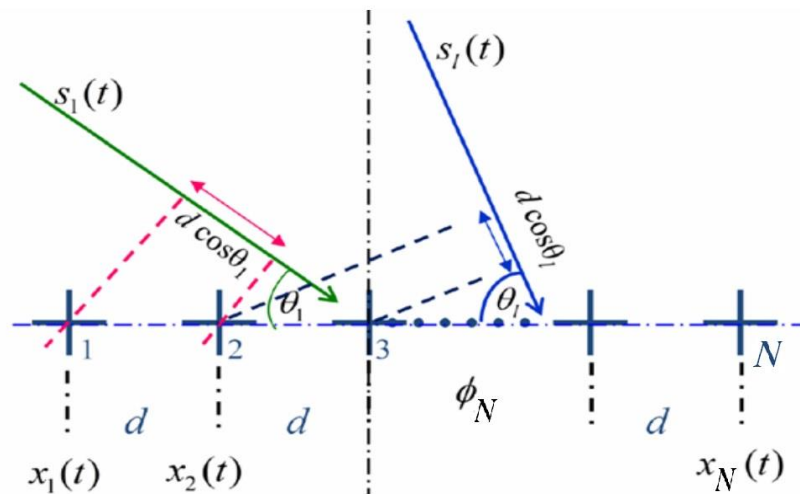
⁹ Sparse learning via iterative minimization

¹⁰ Sparse iterative covariance-based estimation

ساختار مقاله بدین ترتیب است که در قسمت دوم، ساختار آرایه خطی و سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی دریافتی توسط آن را بررسی می‌کنیم. در قسمت سوم، با استفاده از تبدیل فوریه، روند پیاده‌سازی آن برای الگوریتم دچیرپ توضیح داده می‌شود. در قسمت چهارم مقاله الگوریتم SPICE و الگوریتم نوآوری را ارائه می‌دهیم. در قسمت پنجم مقاله، نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌شود و عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهیم و در نهایت در قسمت ششم نتیجه‌گیری را ارائه نموده‌ایم.

۲- مدل آرایه خطی و سیگنال دریافتی مدولاسیون فرکانس خطی

یک سیستم آرایه خطی یکنواخت را در نظر بگیرید که در شکل ۱ مدل آرایه خطی یکنواخت^۱ (ULA) رسم شده است. آرایه دارای N سنسور A_1 تا A_N با فاصله d از یکدیگر است.



شکل ۱: مدل آرایه خطی یکنواخت [۲۷]

اگر M سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی از میدان دور به صورت زیر داشته باشیم، با توجه به شکل ۱، سیگنال دریافتی از سنسور n آرایه برابر است با [۲۸]:

$$x_n(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t - \tau_{nm}) + n_n(t), \quad n = 1, \dots, N \quad (1)$$

$$s_m(t) = A_m \exp[j\pi(2f_m t + \mu_m t^2)] \quad (2)$$

که در روابط بالا، n_n نویز هر سنسور، $S_m(t)$ امین سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی هدف، A_m دامنه سیگنال دریافتی، f_0 فرکانس مرکزی و μ_m فرکانس مدوله شده m امین سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی هستند. τ_{nm} تأخیر بین m امین سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی و n امین سنسور آرایه است که با توجه به آرایه خطی از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۸]:

$$\tau_{nm} = \frac{d(n-1)\cos\theta_m}{c} \quad (3)$$

c سرعت نور، θ_m زاویه m امین منبع سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی با آرایه است. فرض می‌کنیم T فریم زمانی داشته باشیم.

۳- الگوریتم دچیرپ برای آرایه خطی

الگوریتم دچیرپ نوعی تکنیک تبدیل حوزه زمان-فرکانس است که در رادارهای با رزولوشن بالا استفاده می‌شود. این الگوریتم حجم داده‌های ورودی پردازش را تا حد زیادی کاهش می‌دهد و در اکثر پردازش‌های سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی به کار می‌رود. جهت انجام عملیات دچیرپ ارائه شده برای آرایه خطی، تبدیل ساده فوریه را به دلیل سادگی حجم محاسبات و مصرف توان کم انرژی انتخاب نموده‌ایم. ابتدا از سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی فرکانس مرکزی و فرکانس مدوله شده آن را استخراج

¹ Uniform linear array

می‌کنیم. سپس در حوزه فرکانس، تفاوت بین سیگنال اصلی و سیگنال مرجع را پردازش می‌کنیم. با این کار می‌توان یک سیگنال تک فرکانسی به دست آورد [۲۹]. سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی دریافت شده توسط هر عنصر آرایه به صورت زیر است:

$$y_n(t) = x_n(t) * s_i^*(t) = \sum_{m=1}^M p_{nm}(t), \quad (4)$$

$$p_{nm}(t) = \exp\{j\pi[(\mu_m - \mu_i)t^2 + 2(f_m - f_i - \mu_m \tau_{mn})t + \mu_m \tau_{mn}^2 - 2f_m \tau_{mn}]\} \quad (5)$$

در اینجا سیگنال $P_{nm}(t)$ زمانی تک فرکانس خواهد شد که $m=i$ در غیر این صورت سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی خواهد بود. اکنون از رابطه ۴ تبدیل فوریه می‌گیریم:

$$Y_n(\omega) = 2\pi \exp[j\pi(\mu_i \tau_{ni}^2 - 2f_i \tau_{ni})] \delta(\omega + 2\pi\mu_i \tau_{ni}) + \sum_{m=1, m \neq i}^M \frac{1}{\sqrt{|\mu_m - \mu_i|}} \exp[j\pi(\mu_m \tau_{nm}^2 - 2f_m \tau_{nm})] \times \exp[-j\pi \frac{(\frac{\omega}{2\pi} - (f_m - f_i - \mu_m \tau_{nm}))^2}{\mu_m - \mu_i}] \quad (6)$$

چون سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی خود پهنای باند و ضریب افزایش فرکانس خود را دارند، زمانی که $\omega = -2\pi\mu_i \tau_{ni}$ شود، یک ایمپالس تنها ایجاد می‌شود. در نتیجه به رابطه زیر می‌رسیم:

$$X_n(\omega) = Y_n(\omega) \Big|_{\omega = -2\pi\mu_i \tau_{ni}} = 2\pi \exp[j\pi(\mu_i \tau_{ni}^2 - 2f_i \tau_{ni})] + \sum_{m=1, m \neq i}^M \frac{1}{\sqrt{|\mu_m - \mu_i|}} \exp[j\pi(\mu_m \tau_{nm}^2 - 2f_m \tau_{nm})] \times \exp[-j\pi \frac{(\frac{\omega}{2\pi} - (f_m - f_i - \mu_m \tau_{nm}))^2}{\mu_m - \mu_i}] \quad (7)$$

اگر فقط قسمت‌های با دامنه زیاد (ضریب تابع ایمپالس) را بنویسیم، داریم:

$$X_n(\omega) \approx 2\pi A_i \quad (8)$$

$$A_i = \exp[j\pi(\mu_i \tau_{ni}^2 - 2f_i \tau_{ni})] \quad (9)$$

ترم $\mu_i \tau_{ni}^2$ در برابر ترم $2f_i \tau_{ni}$ در رابطه A_i خیلی کوچک است، پس در نهایت سیگنال دچیرپ به صورت زیر می‌شود:

$$A_i \approx \exp[-j2\pi f_i \tau_{ni}] \quad (10)$$

با این روش دچیرپ تک تک سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی را از $i=1, \dots, M$ بدست می‌آوریم. اکنون رابطه ۱ پس از اعمال دچیرپ با استفاده از رابطه ۱۰ به مجموعه معادلات زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{cases} X = AS + N & (11) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = [X_1, \dots, X_N] & (12) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_n = [X_{n1}, \dots, X_{nM}]^T & (13) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = [A_1, \dots, A_M] & (14) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_m = [A_{1m}, \dots, A_{Nm}]^T & (15) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = \text{diag}\{2\pi, \dots, 2\pi\} & (16) \end{cases}$$

۴- حل مسئله تخمین زاویه ورود برای آرایه خطی

۴-۱- حل مسئله تخمین زاویه ورود برای آرایه خطی با استفاده از الگوریتم طبقه‌بندی سیگنال چندگانه

روش طبقه‌بندی سیگنال چندگانه دوبعدی یک روش مشهور برای محاسبه زاویه‌های سمت و ارتفاع است که اکثر روش‌های تخمین زاویه ورود با آن مقایسه می‌شوند [۲۹]. از معادله ۱۱، ماتریس R_X که در حل الگوریتم طبقه‌بندی سیگنال چندگانه استفاده می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$R_X = E[XX^H] = AR_S A^H + \sigma^2 I \quad (17)$$

که R_S ماتریس همبستگی سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی است و σ^2 توان نویز سفید گوسی ناهمبسته با سیگنال در سنسورها است. I ماتریس واحد نویز است. با تجزیه R_X به صورت زیر داریم:

$$R_X = U_S \sum_s U_s^H + U_N \sum_N U_N^H \quad (18)$$

که U_N و U_S به ترتیب زیرفضای سیگنال و نویز هستند، جواب الگوریتم طبقه‌بندی سیگنال چندگانه به صورت زیر خواهد بود:

$$P(\theta_{am}) = \frac{1}{A_m^H(\theta_{am}) U_N U_N^H A_m(\theta_{am})} \quad (19)$$

θ_{am} زاویه سمت است که برای پیدا کردن آن باید جستجو روی تمام زاویه‌ها انجام دهیم و θ_{am} را به گونه ای پیدا کنیم که مقدار $P(\theta_{am})$ را بیشینه نماید. همچنین مقدار ماتریس $A_m(\theta_{am})$ از یک سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی به سیگنال دیگر تغییر می‌کند که کار جستجو را مشکل‌تر و از لحاظ حجم محاسبات بسیار سنگین و زمان بر است.

۴-۲- حل مسئله تخمین زاویه ورود برای آرایه خطی با استفاده از الگوریتم SPICE

الگوریتم SPICE یکی از الگوریتم‌های مبتنی بر روش تنک‌سازی است که می‌تواند برای جهت‌یابی با وضوح عالی و سطوح جانبی پایین و مقاوم برای منابع همدوس ارائه دهد. این الگوریتم از روش تخمین کواریانس استفاده می‌نماید.

اگر T فریم زمانی داشته باشیم و با فرض دانستن مقدار نویز $(R_n = \sigma^2 I_{N \times N})$ و ناهمبسته بودن سیگنال‌های دریافتی ($R_{ss} = P_k$) داریم $(I_{N \times N})$:

$$R = AP_k A^H + \sigma_n^2 I_{N \times N} \quad (20)$$

$$\hat{R} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t), \quad (21)$$

معادله بالا را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$R = A_{aug} P A_{aug}^H \quad (22)$$

$$A_{aug} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K), \mathbf{I}_{N \times N}] = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K, \mathbf{a}_{K+1}, \dots, \mathbf{a}_{K+N}] \quad (23)$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & p_k & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \sigma_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & p_k & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & p_{k+1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{k+N} \end{bmatrix} \quad (24)$$

الگوریتم SPICE معیار زیر را کمینه می‌نماید [۳۰]:

$$f = \left\| \mathbf{R}^{-1/2} (\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}) \hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \right\| \quad (25)$$

با حل معادله بالا، جواب الگوریتم SPICE به صورت زیر می‌شود [۳۰]:

$$p_k^{i+1} = p_k^i \frac{\left\| a_k^* \mathbf{R}_i^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{1/2} \right\|}{\omega_k^{1/2} \rho(i)} \quad k = 1, \dots, K \quad (26)$$

$$\rho(i) = \sum_{k=1}^K \omega_k^{1/2} p_k^i \left\| a_k^* \mathbf{R}_i^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{1/2} \right\| + \gamma^{1/2} \sigma^i \left\| \mathbf{R}_i^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{1/2} \right\| \quad (27)$$

$$\sigma^{i+1} = \sigma^i \frac{\left\| \mathbf{R}_i^{-1} \hat{\mathbf{R}}^{1/2} \right\|}{\gamma^{1/2} \rho(i)}, \quad \gamma = \sum_{k=K+1}^{K+N} \omega_k, \quad \omega_k = a_k^* \hat{\mathbf{R}}^{-1} a_k / N \quad (28)$$

i نشان‌دهنده تکرار است. جهت اولیه باید تخمین زده شود.

۵- ارائه الگوریتم پیشنهادی MSPICE¹ تخمین زاویه ورود برای آرایه خطی

الگوریتم SPICE برای افزایش دقت نیاز به تعداد زیاد فریم زمانی دارد که حجم محاسبات آن را به شدت زیاد می‌نماید [۳۰]. همچنین باید تعداد نقاط اسکن شده را در طیف برای افزایش دقت تخمین زاویه ورود بالا برد که بازهم حجم محاسبات را بیشتر می‌نماید. برای حل این مشکل از روش تمرکز توان در اطراف نقاط برجسته برای جستجوی دقیق‌تر استفاده می‌کنیم. با این کار رزولوشن و دقت مناسب برای پیدا کردن هدف حفظ می‌شود، ضمن این که حجم محاسبات چندان افزایش نمی‌یابد. از رابطه ۲۶ برای محاسبه P_m^0 (تخمین اولیه) با فرض داشتن T فریم زمانی داریم:

$$P_m^0 = \frac{\sum_{t=1}^T |A_m^H X(t)|^2}{(A_m A_m^H)^2 T} \quad (29)$$

ماتریس کوواریانس از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\hat{\mathbf{R}}^i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t) = A P^{i-1} A^H \quad (30)$$

برای تکرار $i+1$ زاویه‌های هدفها در محدوده جستجو را از رابطه زیر (رابطه SPICE در معادله ۲۶) بدست می‌آوریم:

$$P_m^{i+1} = \frac{|\rho_m^i|}{\omega_m^{1/2} \sum_{l=1}^L \omega_l^{1/2} |\rho_l^i|} \quad (31)$$

$$\omega_m = \frac{a_m^H a_m}{\text{tr}[\hat{\mathbf{R}}]} \quad (32)$$

$$|\rho_m^i|^2 = [Z X (X^H X) X^H Z^H] / T^2 \quad (33)$$

$$Z = P A R^{-1} \quad (34)$$

در اینجا L تعداد زاویه های مورد جستجو در الگوریتم SPICE است که $L \gg M$ است. شرط توقف الگوریتم عدم تغییر رابطه ۳۱ در تکرار بعد است. دقت الگوریتم SPICE به جستجوی دقیق روی زوایای A بستگی دارد. یعنی هرچقدر بازه‌های جستجوی A کوچکتر باشد (L بزرگتر)، دقت الگوریتم بالاتر می‌رود. ولی در عوض حجم محاسبات نیز افزایش می‌یابد. الگوریتم پیشنهادی ما این است که به جای تقسیم زاویه‌ها به صورت یکنواخت و جستجوی تک تک آنها، بازه های زاویه جستجو، یکنواخت نباشد. ایده کار بدین ترتیب است که، هنگامی که الگوریتم SPICE زاویه هایی را در اطراف مقدار هدف واقعی جستجو می‌کند، به دلیل وجود نویز \hat{P}_m صفر نمی‌شود. در واقع نشت انرژی در اطراف هدف واقعی در طیف وجود دارد. ابتدا بازه‌های جستجو را بزرگ می‌گیریم. فرض کنید در اطراف $m=1$ پیک به اندازه \hat{p}_1 رخ دهد. پس در اطراف نقطه 1 بازه جستجو را کوچک می‌کنیم و سعی می‌کنیم \hat{p}^{\max} را در اطراف نقطه 1 بیابیم. دو نقطه $m=1+1$ و $m=1-1$ را جستجو می‌کنیم و \hat{p}_{1+1} و \hat{p}_{1-1} را محاسبه می‌نماییم. اگر اختلاف این دو از یک حد آستانه کمتر بود، نقطه $m=1$ را به عنوان جواب برمی‌گزینیم، در غیر این صورت، طبق رابطه زیر جواب بدست می‌آید:

$$\hat{\theta} = \begin{cases} \frac{l \times \hat{p}_l + l^* \times \hat{p}_{l^*}}{\hat{p}_l + \hat{p}_{l^*}} & |\hat{p}_{l+1} - \hat{p}_{l-1}| > th \\ l & |\hat{p}_{l+1} - \hat{p}_{l-1}| \leq th \end{cases} \quad (35)$$

با این کار می‌توان از تعداد کمتری از فریم‌های زمانی (T کوچکتر) استفاده نمود و پیچیدگی محاسباتی را کاهش داد. شیوه انجام کامل الگوریتم پیشنهادی بر مبنای SPICE در جدول ۱ آورده شده است:

¹ - Modified-SPICE

جدول ۱: شیوه انجام کامل الگوریتم پیشنهادی MSPICE

۱- انتخاب m امین سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی به عنوان سیگنال مرجع برای الگوریتم دچیرپ
۲- پیاده سازی تبدیل فوریه بر روی آن از رابطه ۹ و انتخاب ضریب ایمپالس (دامنه زیاد) به عنوان خروجی دچیرپ و تشکیل ماتریس‌ها
۳- قسمت‌های ۱ و ۲ را برای همه سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی ($m=1, \dots, M$) انجام دهید و ماتریس‌های معادلات ۱۱ تا ۱۶ را تشکیل دهید.
۴- از رابطه ۲۹، P_m^0 را به دست آورید.
۵- از رابطه ۳۰، \hat{p}^i را برای $i=1, \dots, L$ به دست آورید و سپس از معادله ۳۱، P_m^{i+1} را به دست آورید.
۶- زمانی که $ P_m^i - P_m^{i+1} $ از حد آستانه انتخابی کمتر شود، الگوریتم خاتمه می‌یابد.
۷- از رابطه ۳۵، $\hat{\theta}$ بدست می‌آید.

از نظر پیچیدگی محاسباتی الگوریتم پیشنهادی برای دچیرپ M سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی از تبدیل فوریه K تایی استفاده می‌شود. پس برای T فریم زمانی پیچیدگی محاسباتی فرایند دچیرپ $O(MTK \log_2 K)$ می‌شود که کمترین حجم محاسبات برای فرایند دچیرپ است.

۶- شبیه سازی

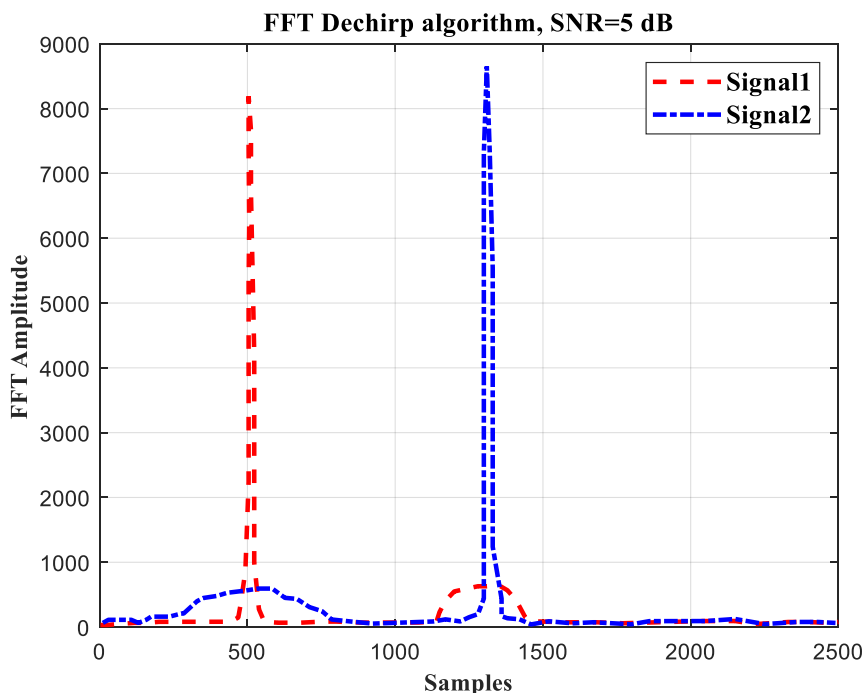
برای شبیه سازی در این مقاله از نرم افزار MATLAB 2019b استفاده شده و سیستم رایانه‌ای مورد استفاده دارای پردازنده INTEL 8750H و مقدار 16GB حافظه اصلی (RAM) از نوع DDR4 بوده است. در ابتدا شبیه سازی عددی الگوریتم با آرایه خطی و شانزده سنسور به فاصله 0.4 متر از هم انجام شده است. در سناریوی اول، دو منبع سیگنال در دو جهت مختلف با مشخصات جدول ۲ استفاده شده است:

جدول ۲: مشخصات دو سیگنال شبیه سازی شده و جهت آن‌ها در سناریوی اول

شماره سیگنال	فرکانس (هرتز)	فرکانس مدولاسیون (هرتز بر ثانیه)	نرخ نمونه برداری (هرتز)
۱	10×10^8	6×10^{12}	10^8
۲	8×10^8	-2×10^{12}	10^8
شماره سیگنال	تعداد فریم زمانی	نسبت توان سیگنال به توان نویز (دسی بل)	زاویه ورود (درجه)
۱	۳۰۰	۲۰ تا ۲۰	(-۲۵, -۳۵)
۲	۳۰۰	۱۰ تا ۲۰	(۲۵, -۱۵)

اولین شبیه سازی برای اثبات خاصیت دچیرپ تبدیل فوریه و نشان دادن توانایی مناسب تبدیل فوریه برای جداسازی سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی در $SNR=5dB$ در سنسور اول انجام شده است. همانگونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، الگوریتم فوریه به خوبی توانسته است فرایند دچیرپ دو سیگنال را انجام دهد. بنابراین تبدیل فوریه می‌تواند برای فرایند دچیرپ به کار رود. با توجه به مختصات دو ایمپالس مجزا در طیف، می‌توان تعداد منابع موجود را به راحتی با شمردن تعداد ایمپالس‌ها به دست آورد. برای به دست آوردن ماتریس خروجی آرایه جدید می‌توانیم قسمت‌های برجسته سیگنال (ایمپالس به دست آمده) را جدا کرده و برای هر عنصر آرایه آن را در نظر بگیریم.

در سناریوی دوم از سه منبع مدولاسیون فرکانس خطی که دو منبع نزدیک به هم هستند، برای سنجش توانایی تفکیک الگوریتم‌ها با مشخصات جدول ۳ استفاده می‌شود.

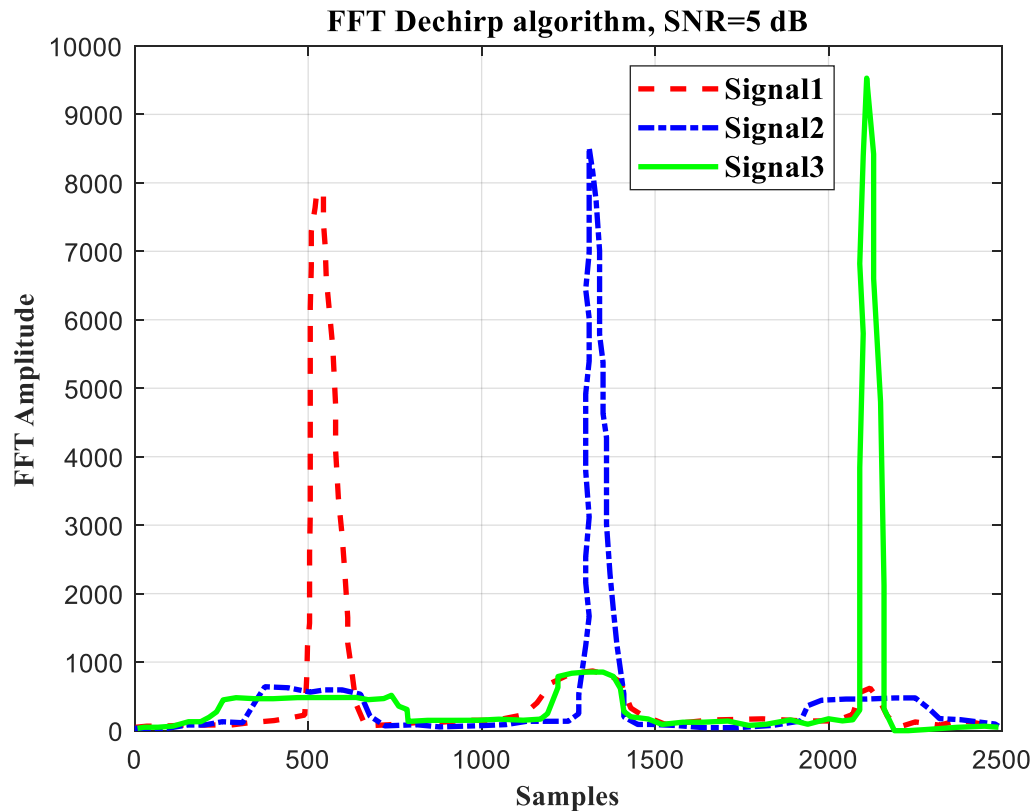


شکل ۲: نتایج الگوریتم دچیرپ برای دو سیگنال در سنسور اول با استفاده از تبدیل فوریه

جدول ۳: مشخصات سه سیگنال شبیه‌سازی شده و جهت آن‌ها در سناریوی دوم

تعداد سنسورها	فرکانس مدولاسیون (هرتز بر ثانیه)	فرکانس (هرتز)	شماره سیگنال
۱۶	2×10^{12}	9×10^8	۱
۱۶	-2×10^{12}	8×10^8	۲
۱۶	3×10^{12}	12×10^8	۳
زاویه ورود (درجه)	نسبت توان سیگنال به توان نویز (دسی‌بل)	تعداد فریم زمانی	شماره سیگنال
(۲۵, ۳۵)	۱۰ تا ۲۰	۳۰۰	۱
(۱۱۰, ۱۵)	۱۰ تا ۲۰	۳۰۰	۲
(۲۷, ۴۰)	۱۰ تا ۲۰	۳۰۰	۳

در شکل ۳ فرایند دچیرپ با استفاده از تبدیل فوریه برای سناریوی دوم (سه سیگنال) رسم شده است. همانگونه که دیده می‌شود، تبدیل فوریه باز هم توانسته است سه سیگنال را از هم جدا نماید؛ ولی نسبت به حالت دو سیگنال، شکل پیک‌ها چندان تیز نیست که به نظر تاثیر افزایش تعداد سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی است که باعث ایجاد تداخل شده است. البته این نتیجه دور از انتظار نیست. زیرا با افزایش تعداد سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی قدرت تفکیک الگوریتم‌های دچیرپ کاهش می‌یابد.



شکل ۳: نتایج الگوریتم دچیرپ برای سه سیگنال در سنسور اول با استفاده از تبدیل فوریه

برای بررسی دقت الگوریتم‌های تخمین زاویه ورود و میزان مقاوم شدن الگوریتم پیشنهادی، بهترین معیار سنجش دقت و مرسوم ترین آن روش گزارش $RMSE^1$ بر حسب زاویه است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

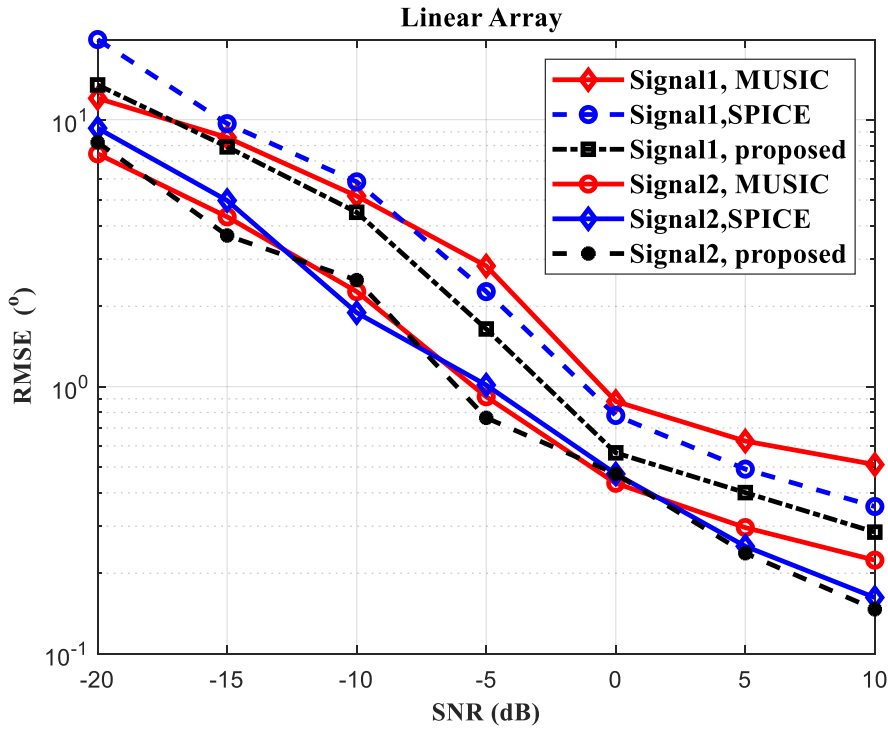
$$RMSE^\circ = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2} \quad (36)$$

در رابطه بالا، θ_i زاویه واقعی و $\hat{\theta}_i$ زاویه تخمین زده شده توسط الگوریتم است. N تعداد تخمین‌های انجام شده است. مزیت استفاده از $RMSE$ بر حسب زاویه این است مقدار خطا و بایاس تخمین زاویه در الگوریتم‌ها را به راحتی نمایش می‌دهد و خطا به صورت تجمیعی خود را نشان می‌دهد.

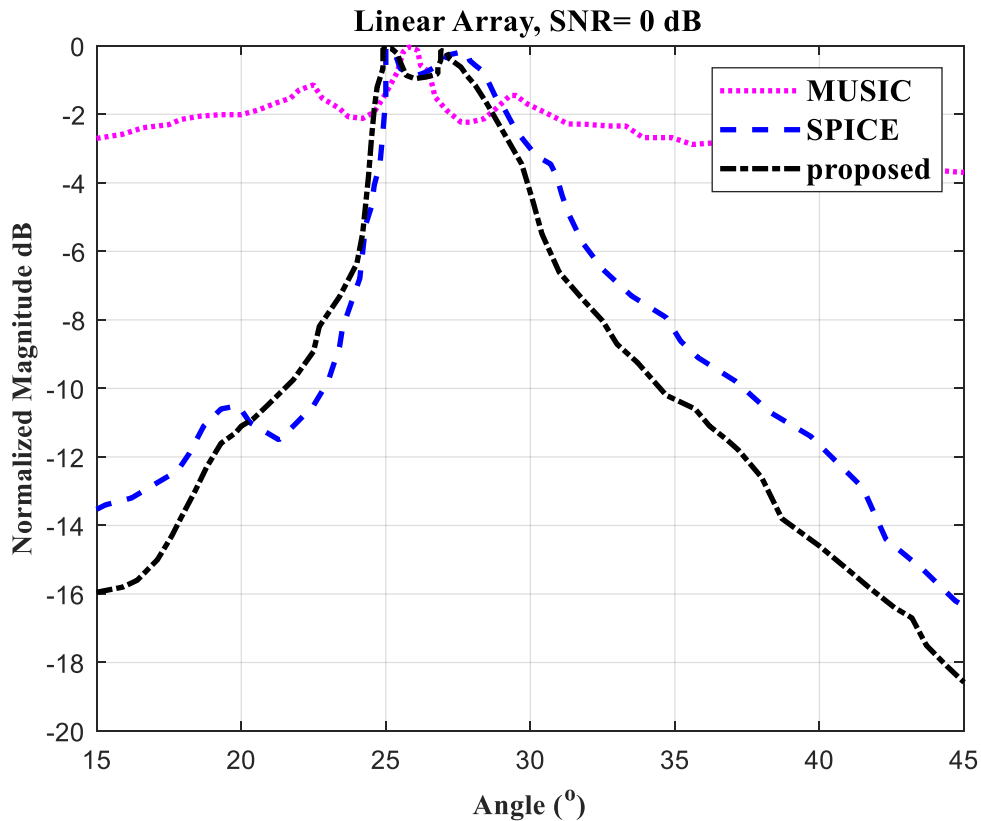
برای بررسی الگوریتم‌های آرایه خطی در آشکارسازی هدف در SNR های متفاوت از سناریوی اول شروع می‌کنیم. بدین ترتیب که دو هدف در فاصله زاویه‌ای نسبتاً زیاد آشکارسازی شده و نمودار خطا بر حسب SNR آن رسم می‌شود. مقدار SNR سخت‌گیرانه در نظر گرفته شده است تا رفتار الگوریتم‌ها به طور کامل سنجیده شود.

همانطور که در شکل ۴ دیده می‌شود، در SNR های کمتر از -15dB خطا بسیار زیاد است و نتایج تخمین زاویه ورود قابل اعتماد نیست. دقت تخمین از SNR های بیشتر از -5dB به طرز محسوسی بهبود می‌یابد. دقت تخمین سیگنال دوم نسبت به سیگنال اول بهتر است، چون زاویه دید بهتری نسبت به آرایه دارد. الگوریتم طبقه‌بندی سیگنال چندگانه در SNR های پایین جواب مناسبی دارد ولی با افزایش SNR جواب‌های آن نسبت به بقیه بهبود زیادی پیدا نمی‌کند. دقت روش SPICE بین دو روش طبقه‌بندی سیگنال چندگانه و الگوریتم پیشنهادی است. دقت الگوریتم پیشنهادی از SNR بیشتر از -5dB نسبت به بقیه بهتر است. با افزایش SNR دقت آن نسبت به بقیه بیشتر بهبود یافته است. از این نمودار می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی برای SNR های بیشتر از -5dB تخمین زاویه قابل اعتمادی دارد و نسبت به روش‌های دیگر نیز مقاوم تر شده است.

¹ Root mean square error



شکل ۴: مقایسه الگوریتم‌های طبقه‌بندی سیگنال چندگانه، SPICE و پیشنهادی برای آشکارسازی هدف در SNRهای متفاوت در سناریوی اول دوهدفه



شکل ۵: تابع جستجوی نرمالیزه شده الگوریتم‌های طبقه‌بندی سیگنال چندگانه، SPICE و پیشنهادی اول برای آشکارسازی هدف در SNR=0dB

برای بررسی و شناسایی قدرت تفکیک الگوریتم‌های مختلف از سناریوی دوم برای تفکیک دو هدف نزدیک به هم (۲۵ و ۲۷ درجه) در حضور هدف سوم (۱۱۰ درجه) و تحلیل تابع بدست‌آمده از آن استفاده می‌کنیم (تابع جستجوی هدف نرمالیزه شده

است. یعنی پاسخ بدست آمده بر دامنه ماکزیمم تقسیم شده است سپس بر حسب dB نمایش داده شده است). به طور کلی هرچقدر تابع جستجوی بدست آمده تیزتر باشد و در نقطه درست پیک زده باشد، دقت الگوریتم بالاتر خواهد بود. در شکل ۵ تابع جستجوی نرمالیزه شده سه الگوریتم طبقه‌بندی سیگنال چندگانه، SPICE و پیشنهادی در SNR=0dB رسم شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود الگوریتم طبقه‌بندی سیگنال چندگانه نتوانسته است دوهدف را از هم متمایز کند و فقط یک هدف را آشکار کرده است که تقریباً میانگین زاویه دو هدف است. روش SPICE نتوانسته است دوهدف را آشکار نماید ولی ایراد آن این است که پیک های آن شارپ نیست و از جواب درست دارای انحراف شده است، ضمن اینکه در زاویه درست بیشینه نشده است و دارای خطا است. الگوریتم پیشنهادی علاوه بر داشتن دقت مناسب در زاویه هدف، دارای پیک‌های نسبتاً شارپی است که آشکارسازی هدف را راحت تر و احتمال خطا را کاهش می‌دهد.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ما یک الگوریتم تخمین زاویه ورود جدید برای سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی و الگوریتم دچیرپ با استفاده از تبدیل فوریه و بر مبنای الگوریتم SPICE ارائه داده‌ایم. در مرحله اول، با دریافت سیگنال‌های مدولاسیون فرکانس خطی مختلف و مقایسه با سیگنال، الگوریتم دچیرپ را انجام می‌دهیم و یک سیگنال ایمپالس را در حوزه فرکانس به دست می‌آوریم. سپس برای آرایه خطی، الگوریتم پیشنهادی MSPICE را ارائه نمودیم. از مزایای روش پیشنهادی می‌توان به سادگی و کم‌حجم بودن محاسبات زاویه ورود اشاره نمود. این الگوریتم همچنین از اپراتور ساده فوریه استفاده می‌کند که دارای کم‌ترین حجم محاسبات است. الگوریتم پیشنهادی توانایی تخمین زاویه ورود از چندین سیگنال مدولاسیون فرکانس خطی را به‌طور هم‌زمان، کارایی بهتر و افزایش دقت در پیدا کردن هدف‌های نزدیک به هم را دارد که بدین منظور زاویه مشکل برای دو هدف ۲۵ و ۲۷ درجه بررسی شده است. نتایج شبیه‌سازی، کارایی بالای الگوریتم پیشنهادی MSPICE را در مقایسه با دو الگوریتم جستجوی طبقه‌بندی سیگنال چندگانه و SPICE نشان داد و علاوه بر آن از لحاظ حجم محاسبات بسیار کمتر از روش طبقه‌بندی سیگنال چندگانه و SPICE است و مقاوم سازی مناسبی را نسبت به روش‌های دیگر نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] B. R. Jackson, S. Rajan, B. J. Liao and S. Wang, "Direction of Arrival Estimation Using Directive Antennas in Uniform Circular Arrays," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 2, pp. 736-747, Feb. 2015, doi: 10.1109/TAP.2014.2384044.
- [2] G. Chen, H. Hong, Y. Li, X. Zhu and J. He. "Highly Accurate Multi-Invariance ESPRIT for DOA Estimation with a Sparse Array." *Mathematical Problems in Engineering*, pp.1-7, 2019, doi:10.1155/2019/5325817.
- [3] F. Heidari, "Estimation for signal reception in mobile smart antennas", *Journal of Communication Engineering (JCE)*, vol.6, no.22, 2016 (in Persian).
- [4] X. Jing, B. G. Sun, Y. Cao and W. J. Hong. "DOA estimation based on fractional low-order multi-sensor time-frequency analysis in heavy tailed noise", *Journal of Physics: Conference Series*, vol.1812, no.1, 2021, doi:10.1088/1742-6596/1812/1/012007.
- [5] Z. Li, L. Song, H. Shi, et al., "Approaching the capacity of k-user MIMO interference channel with interference counteraction scheme", *Ad Hoc Netw.*, vol.58, pp.286-291, 2017, doi: 10.1016/j.adhoc.2016.02.009
- [6] A. Ahmadi and A. Mallahzadeh, "Simulation and comparison of array algorithms based on MMSE criterion in different frequency selector feeding conditions", *Journal of Communication Engineering (JCE)*, vol.6, no.24, 2017 (in Persian).
- [7] M. Rahimi.kazeroni and Gh. Ravaei, "Synthesis of linear array of antennas by Newton binomial method to reduce the level of lateral petals of the beam", *Journal of Communication Engineering (JCE)*, vol.6, no.24, 2017 (in Persian).
- [8] R. Mulinde, et al., "DOA estimation of wideband LFM RADAR signals," *International Radar Conference (RADAR)*, 2019, pp. 1-6, doi: 10.1109/RADAR41533.2019.171357.
- [9] L. Zhang, C.Y. Hung, J. Yu and K.Lu, "Linear Chirp Signal DOA Estimation Using Sparse Time-Frequency Dictionary", *Int J Wireless Inf Networks*, vol.27, no.5, pp.568-574, 2020, DOI:10.1007/s10776-020-00489-1 .

- [10] E. Dubrovinskaya, V. Kebkal, O. Kebkal, K. Kebkal and P. Casari, "Underwater Localization via Wideband Direction-of-Arrival Estimation Using Acoustic Arrays of Arbitrary Shape. Sensors (Basel)", in *IEEE OCEANS-MTS Conf.*, 2019, doi: 10.1109/OCEANSE.2019.8867262.
- [11] P. Stoica, P. Babu and J. Li, "New method of sparse parameter estimation in separable models and its use for spectral analysis of irregularly sampled data", *IEEE Trans. Signal Process*, vol.59,no.1, pp.35–46, 2011, doi: 10.1109/TSP.2010.2086452.
- [12] P. Luo, K. -h. Liu, W. -g. Shi and G. Yan, "2-D DOA estimation of wideband LFM signals for arbitrary planar array," *IEEE 10th INTERNATIONAL CONFERENCE ON SIGNAL PROCESSING PROCEEDINGS*, 2010, pp. 307-310, doi: 10.1109/ICOSP.2010.5656080.
- [13] J. Xu, L. Lan, X. He, S. Zhu, C. Zeng, G. Liao and Y. Zhang, "System Design and Signal Processing for Frequency Diverse Array Radar", *JOURNAL OF BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY*, vol.30,no.1, pp.1-19, 2021, doi: 10.15918/j.jbit1004-0579.2021.004.
- [14] W. DU, D. L. SU, S. G. XIE, et al., "A fast calculation method for the receiving mutual impedances of uniform circular arrays", *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol.11,pp.893–896, 2012, doi: 10.1109/LAWP.2012.2211329.
- [15] P. Wang, Y. Li and B. Vucetic, "Millimeter Wave Communications With Symmetric Uniform Circular Antenna Arrays," in *IEEE Communications Letters*, vol. 18, no. 8, pp. 1307-1310, Aug. 2014, doi: 10.1109/LCOMM.2014.2332334.
- [16] Z. Zhang, H. Wang and H. Yao, "Time Reversal and Fractional Fourier Transform-Based Method for LFM Signal Detection in Underwater Multi-Path Channel", *Appl. Sci.*, vol.11,no.2,pp.583,2019, doi:10.3390/app11020583.
- [17] G. Ben, X. Zheng, Y. Wang, N. Zhang and X. Zhang, "A Local Search Maximum Likelihood Parameter Estimator of Chirp Signal", *Appl. Sci.*, vol.11, no.2, pp. 673,2021, doi:10.3390/app11020673.
- [18] M. Wang, X. Ma, S. Yan and C. Hao, "An Autocalibration Algorithm for Uniform Circular Array With Unknown Mutual Coupling," in *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 15, pp. 12-15, 2016, doi: 10.1109/LAWP.2015.2425423.
- [19] PAN, Y. J., ZHANG, X. F., XIE, S. Y., et al., "An ultra-fast DOA estimator with circular array interferometer using lookup table method," *Radioengineering*, vol. 24, no. 3, pp. 850–856, 2015, doi:10.13164/re.2015.0850.
- [20] V. JAIN and W. D. BLAIR, "Filter design for steady-state tracking of maneuvering targets with LFM waveforms", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 45, no. 2, pp. 765–773, 2009, doi: 10.1109/TAES.2009.5089558.
- [21] P. Wang, H. Li, I. Djurović and B. Himed, "Integrated Cubic Phase Function for Linear FM Signal Analysis," in *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 46, no. 3, pp. 963-977, July 2010, doi: 10.1109/TAES.2010.5545167.
- [22] M. KHODJA, A. BELOUCHRANI and K. ABED-MERAIM, "Performance analysis for time-frequency MUSIC algorithm in presence of both additive noise and array calibration errors", *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2012, no. 1, pp. 1–11, 2012, doi: 10.1186/1687-6180-2012-94.
- [23] J J. Lin, X. Ma, S. Yan and C. Hao, "Time-Frequency Multi-Invariance ESPRIT for DOA Estimation," in *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 15, pp. 770-773, 2016, doi: 10.1109/LAWP.2015.2473664.
- [24] H. J. ZHANG, G. A. BI, Y. L. CAI, et al., "DOA estimation of closely-spaced and spectrally-overlapped sources using a STFTbased MUSIC algorithm", *Digital Signal Processing*, vol. 52, pp. 25–34, 2016, doi: 10.1016/j.dsp.2016.01.015
- [25] W. YANG and Y. W. SHI, "FRFT based method to estimate DOA for wideband signal", *Advanced Materials Research*, vols. 712-715, pp. 2716–2720, 2013, doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.712-715.2716.
- [26] Y. CUI and J. F. WANG, "Wideband LFM interference suppression based on fractional Fourier transform and projection techniques", *Circuits Systems and Signal Process*, vol. 33, no. 2, pp. 613–627, 2019, doi: 10.1007/s00034-013-9642-z.
- [27] A. Shaw and L. Alirkhis, "Wideband directions of arrival estimation of chirp sources using compressive sensing", *Radar sensor technology XXII conference*, 2018, pp. 57, doi: 10.1117/12.2316654.
- [28] R. TAO, N. ZHANG and Y. WANG, "Analyzing and compensating the effects of range and Doppler frequency migrations in linear frequency modulation pulse compression radar", *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2019, vol. 5, no. 1, pp. 12–22, 2019, doi: 10.1049/iet_rsn.2019.0265.

- [29] J. SU, H. H. TAO, X. RAO, et al., "Coherently integrated cubic phase function for multiple LFM signals analysis", *Electronics Letters*, vol. 51, no. 5, pp. 411–413, 2020, doi: 10.1049/el.2020.4164.
- [30] P. Stoica, P. Babu and J. Li, "SPICE: A Sparse Covariance-Based Estimation Method for Array Processing," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 2, pp. 629-638, Feb. 2011, doi: 10.1109/TSP.2010.2090525.
- [31] P. Wang, Y. Li and B. Vucetic, "Millimeter Wave Communications With Symmetric Uniform Circular Antenna Arrays," in *IEEE Communications Letters*, vol. 18, no. 8, pp. 1307-1310, Aug. 2014, doi: 10.1109/LCOMM.2014.2332334.