فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال دوم/ شماره هشتم/ زمستان ۱۳۹۲

متوازن سازی مجدد پرتفوی دارایی ها بر مبنای رویکرد فازی

زهرا امیرحسینی
استادیار مدعو دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم وتحقیقات تهران،گروه مدیریت مالی

لاله شعبانی برزگر
دانش آموخته کارشناسی ارشد مدیریت مالی ،دانشگاه آزاد اسلامی،واحد علوم و تحقیقات تهران
tulip6327@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۱/۱۰/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۲/۳/۱۵

چکیده

در تحقیق حاضر از استراتژی متوازن سازی مجدد پرتفوی به عنوان یک راهکار مناسب جهت تجدید نظر سازی سهام سرمایه گذار با توجه به هزینه های معاملاتی با رویکرد فازی،استفاده شده است.مدل طراحی شده بر اساس سه فاکتور کلیدی بازده مورد انتظار، ریسک و درجه نقد شوندگی سهام می باشد. به منظور آزمون مدل، داده ها و اطلاعات سهام مورد معامله در بورس اوراق بهادار تهران طی سالهای ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۰ را استفاده کرده و ضمن وارد کردن سطوح انتظارات ذهنی سرمایه گذاران، کارایی مدل را طی دو سناریو مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به خوبی می تواند سطوح ذهنی مورد انتظار سرمایه گذاران نسبت به بازدهی مورد انتظار، ریسک و نقدشوندگی، به منظور متوازن سازی مجدد پرتفوی سرمایه‌گذار ی که بکار گرفته شده است را نشان دهد.

واژه‌های کلیدی: پرتفوی،بازده ،ریسک،نقد شوندگی،متوازن سازی مجدد پرتفوی.

۱- مقدمه

تحولات اقتصادی،سیاسی،اجتماعی و بازرگانی ،تاثیر بسزایی بر بازار سرمایه ایران داشته و نوسانات متنوعی را ایجاد کرده است، این نوسانات از الگوی رفتاری شاخص های کلان،سازو کارهای بازار تاثیرپذیر بوده و بر روی میزان ریسک و بازده سرمایه گذاری ایفای نقش کرده است.این تاثیر پذیری ها در بازار سرمایه بر اهمیت منطقی برقراری منوازن سازی مجدد سبد دارایی های سرمایه گذاری ها می افزاید. هرچند که بازار سرمایه ایران از دهه هفتاد فعالیت پر کار داشته و به رونق اقتصادی کشور کمک نموده اما تا کنون تلاش های فعالین بازار اعم از سرمایه گذاران حقیقی،شرکتهای سرمایه گذاری و صندوق های مختلف، بیشتر بر مهارتهای تجربی اشخاص و مدیران تکیه داشته است.البته در سالهای اخیر شاهد پژوهشها و تحقیق هایی مبنی بر تخصص گرایی علمی بر پایه نظریه پردازی در این بازار بوده ایم اما تا کنون پژوهش های زیادی جهت تجدید نظر سازی یک سبد دارایی با هدف رسیدن به یک مدل کارا در جهت افزایش سرمایه گذاری صورت نگرفته است. اگرچه سرمایه گذاری را یک شخص یا یک مدیر انجام می دهد اما آنچه اهمیت دارد رسیدن به حداکثر بازدهی با توجه به حداقل کردن ریسک سرمایه گذاری ها می باشد. در حقیقت هر اقدامی که فرد یا مدیر سرمایه گذاری برای سرمایه گذاری انجام می دهد تحت تاثیر دو شاخص ریسک و بازدهی است،این دو شاخص از عوامل درونی و بیرونی متعددی نظیر تغییر در نرخ بهره اسمی ،نرخ بهره واقعی،درجه ریسک گریزی سرمایه گذار و سایر تغییرات کلان اقتصادی الگو می پذیرد. سرعت تحولات در بازارهای سرمایه بر روی نرخ بازده مورد انتظار، درجه ریسک پذیری و ریسک گریزی سرمایه گذار، شرایط معاملاتی بازار و... تاثیر می گذارد[14]. این تحولات باعث می شود سرمایه گذار سبد دارایی خود را زیر نظر داشته باشد و متناسب با تغییرات بوجود آمده جهت حفظ یا تغییر ترکیب دارایی های خود اقدام نماید. از جمله عوامل تاثیر گذار جهت حفظ یا تجدید نظر سازی سبد سهام هزینه های ناشی از تغییر احتمالی ترکیب دارایی ها است که در بازار سرمایه به هزینه معاملاتی اطلاق می شود.این هزینه ها بر روی اهداف سرمایه گذاری ،حداکثر سازی بازده با حداقل ریسک ممکن تاثیر گذار است.یکی از ابزارهای سودمند نوین برای طراحی مدلهای کارا ،ریاضیات فازی در چارچوب نظریه تصمیم گیری فازی است.[7] از مهمترین ویژگی ها و قابلیتهای رویکرد فازی توازن طراحی الگوهایی است که مانند انسان از توانایی پردازش اطلاعات کیفی به صورت هوشمند برخوردار است. در واقع این رویکرد ضمن ایجاد انعطاف پذیری در الگو، داده هایی نظیر دانش، تجربه و قضاوت انسانی را وارد الگو کرده و پاسخهایی کاملا کاربردی بدست می دهد [4, 1]. با توجه به اهمیت برقراری توازن مجدد ترکیب دارایی های یک پرتفوی هدف، این تحقیق رسیدن به الگویی کارا جهت متوازن سازی مجدد سبد دارایی ها با در نظر گرفتن دو فاکتور

بازده و ریسک بازار می باشد.این تدبیر می تواند در حقیقت پاسخی به نیاز سرمایه گذار در انتخاب الگوی متوازن راهبردی مناسب برای سرمایه گذاری خود در بازار سرمایه باشد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

مطالعات اولیه را می توان به "مارکویتز" در سال ۱۹۵۲ منتسب نمود. مطالعات وی پایه تحلیل های مدرن سبد دارایی هاست. این ایده زیربنای توسعه نظریات مدرن مالی در آخر قرن بیستم شد [17]. علی رغم آوازه الگوی مارکویتز با توجه به دشواری های الگوی وی در محاسبه مقادیر کوواریانسی در مقیاس های بزرگ سبد دارایی ها، این مدل به صورت گسترده در ارتباط با سبد دارایی های بزرگ مورد استفاده قرار نگرفت[19] .."کونو و یامازاکی" (۱۹۹۱)، در ادامه مطالعات مارکویتز تابع ریسک انحراف مطلق را برای جایگزینی تابع ریسک در الگوی مارکویتز ارائه و الگوی میانگین انحراف مطلق را برای بهینه سازی سبد دارایی ها ارائه کردند. آنان با این الگو ضمن حذف دشواری های اساسی در حل الگوی مارکویتز صفات مطلوب آن را حفظ کردند [19]. "سیمن" (۱۹۹۷) در ادامه این سری از مطالعات ،مقایسه ای جامع از دو الگوی میانگین – واریانس و الگوی میانگین انحراف معیار مطلق ارائه کرد [16]. "اسپرانزا" (۱۹۹۳) نیز برای اندازه گیری ریسک و طراحی یک الگوی انتخاب سبد دارایی ها ، از نیمه انحراف مطلق استفاده کرد[6]. از سوی دیگر،بیشتر مطالعات مدیریت سبد دارایی ها با توجه به ریسک و بازده هدف،همراه با دخالت دادن عامل هزینه معاملاتی با هدف بهینه سازی سبد دارایی ها سرمایه گذاری می باشد.هزینه های معاملاتی یکی از دلواپسی های اساسی مدیران سبد دارایی ها است.با توجه به اهمیت مورد اشاره، "آرنوت و وانگر" (۱۹۹۰) در مطالعات خود دریافتند که نادیده گرفتن این عامل منجر به رسیدن به سبد دارایی غیر اثربخش می گردد [13]. بررسی های "یوشی موتو" (۱۹۹۶) نیز نتایجی مشابه نتایج آرنوت و وانگر نشان داد[14]. "مائو" (۱۹۷۰)،"ژاکوب (۱۹۷۴)،"پاتل وسافمانیام" (۱۹۸۲) و "مورتون و پلیسکا" (۱۹۹۵)،بهینه سازی سبد دارایی ها را با هزینه معاملاتی ثابت مورد مطالعه قرار دادند [18]. "پوگیو" (۱۹۷۰) ،"چن" (۱۹۷۱) و "یوشی موتو"(۱۹۹۶)، بهینه سازی سبد دارایی ها با هزینه معاملاتی متغیر را مورد مطالعه قرار دادند [15].در سال ۲۰۰۰ "لی" الگوریتم برنامه ریزی خطی برای حل الگوی عمومی میانگین – واریانس و انتخاب سبد دارایی ها را با در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی ارائه کرد.در نهایت،با توجه به اهمیت و رویکرد بیشتر سرمایه گذاران به عامل ریسک انتخاب سبد دارایی ها و راهبرد توازن بخشی مجدد سبد دارایی ها،هدف این مطالعه بهینه سازی سبد دارایی های سرمایه گذاری با استفاده از رویکردهای نوین ریاضی است.نرخ بازده مورد نظر و ریسک دو عاملی مورد توجه سرمایه گذاران است.در بعضی از موارد،سرمایه

گذاران ممکن است عوامل دیگری مانند نقدشوندگی را نیز مورد توجه قرار دهند.در این مورد"آرناس"(۲۰۰۱) با در نظر گرفتن سه متغیر "بازده،ریسک و نقدشوندگی" و استفاده از رویکرد برنامه ریزی آرمانی فازی اقدام به حل مسئله انتخاب سبد دارایی ها کرد[15] ."راماس وامی"(۱۹۹۸) مدل انتخاب سبد دارایی های اوراق قرضه را با استفاده از نظریه تصمیم گیری فازی ارائه کرد.رویکرد ساده تری از آن را برای انتخاب سبددارایی ها،"لئون" در سال ۲۰۰۲ با استفاده از رویکرد فازی ارائه نمود."اخترمارک"(۱۹۹۶) با استفاده از اصول تصمیم گیری فازی ،الگوی مدیریت پویای سبد دارایی ها را مطرح می نماید.وی همچنین در سال ۲۰۰۵ الگویی جهت مدیریت پویای سبد دارایی ها در شرایط رقابتی ارائه کرد [21]. "واتا"(۲۰۰۱) نوع دیگری از الگوی انتخاب سبد دارایی را بر اساس اصول تصمیم گیری فازی و الگوی میانگین – واریانس مطرح کرد که در آن تابع هدف (یا درجه رضایت)،برای نرخ بازده مورد انتظار و ریسک متناظر به وسیله توابع عضویت منطقی توصیف شدند."فانگ،لای و وانگ"، (۲۰۰۶) با مورد توجه قرار دادن نتایج مطالعات پیشین و با در نظر گرفتن عوامل "بازده،ریسک و هزینه های معاملاتی"،با استفاده از برنامه ریزی خطی فازی،اقدام به طراحی الگویی جهت متوازن سازی مجدد سبد دارایی ها سرمایه گذاری کردند[10]."ولادمیرو،تاپالوگو و زنیوس" (۲۰۰۶) مدل برنامه ریزی احتمالی پویا را برای مدیریت سبد دارایی های بین المللی ارائه کردند[15].

۳- روش شناسی پژوهش

روش تحقیق پژوهش حاضر از نظر هدف ،از جمله تحقیقات کاربردی است. به علاوه تحقیق از نظر نوع روش گرداوری داده ها ،توصیفی – پیمایشی است و طی آن از ابزار ریاضی و الگوسازی استفاده می شود.

هدف این تحقیق دستیابی به الگوی کارای راهبردی توازن بخشی مجدد سبد دارایی ها،و آزمون و تحلیل و بررسی آن با استفاده از داده های نمونه انتخابی در بورس اوراق بهادار تهران ، با توجه به پذیرش ویژگی نقدشوندگی سهام انتخابی و بر پایه دو شاخص ریسک و بازده مورد انتظار است که بتواند تاثیر عوامل موثر را شناسایی و در فرایند تصمیم گیری لحاظ کند.

فرآیند انجام این تحقیق در چند مرحله انجام شده است:

۱) شناسایی محدودیتها
۲) شناسایی عوامل موثر بر انتخاب بهینه سبد دارایی ها
۳) تعیین الگوی کمی با تاکید بر هزینه معاملات

٤) تبیین الگوی کمی با ابزار فازی
٥) طراحی الگوی کمی راهبردی توازن بخشی مجدد سبد دارایی با ابزار فازی
٦) پیاده سازی الگوی نهایی و بیان مراحل اجرای الگو

جامعه آماری تحقیق حاضر مجموعه‌ای از پرتفوی های متشکل از سهام عرضه شده در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد. با توجه به تفاوت زمانی ثبت شرکت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران، و نیاز به داده‌های معاملاتی روزانه مربوط به سهام هدف یک سرمایه گذار برای حداقل یک دوره زمانی سه ساله، برای انتخاب نمونه هدف از روش غربالگری استفاده کرده‌ایم. برای این منظور با استفاده از اطلاعات معاملاتی سهام در سامانه اطلاعاتی شرکت بورس و اوراق بهادار تهران استفاده کرده‌ایم. برای این منظور اطلاعات معاملاتی روزانه کلیه شرکت‌های ثبت شده در بورس اوراق بهادار تهران استخراج گردید. و در مرحله بعد شرکت‌هائی را که از ابتدای ۱۳۸۸ تا پایان۱۳۹۰ دارای اطلاعات معاملاتی بودند از میان کلیه شرکت‌ها انتخاب شدند. به این ترتیب در مرحله اول۹۳ شرکت انتخاب شد. با توجه به اهمیت شاخص نقد شوندگی به عنوان عامل موثر در امکان پذیری انجام متوازن سازی مجدد پرتفوی توسط سرمایه گذار مجددا غربالگری با هدف انتخاب شرکت‌های برخوردار از شاخص نقد شوندگی مناسب انجام گرفت. در این مرحله شرکت‌هائی انتخاب شدند که به طور متوسط در هر ماه، طی دوره مورد بررسی حداقل ۱۵ روز معاملاتی داشته اند و در عین حال بیش از دو ماه توقف معاملاتی نداشته باشند. بر این اساس تعداد نمونه به ۴۵ شرکت کاهش پیدا کرد.

۴- سوالات پژوهش

سوال اصلی: چه مدل کاربردی برای برقراری توازن مجدد سبد دارایی ها با رویکرد فازی به طور کارا می توان طراحی کرد؟

سوالات فرعی: برای رسیدن به یک پاسخ مناسب و طراحی مدلی کارآمد سوالات فرعی ذیل نیز مطرح می شود.

- عوامل و متغیرها به منظور طراحی یک مدل کارا با رویکرد فازی کدامند؟
- محدودیت های قابل طرح در مدل به منظور دستیابی به هدف کدامند؟
- میزان ریسک و بازده مطلوب سرمایه گذاری چقدر است؟

۵- مدل پژوهش و روش اجرای آن

مدل تحقیق مطابق مراحل زیر است:

- **الگوی برنامه ریزی خطی برای متوازن سازی مجدد پرتفوی با قید هزینه های معاملاتی**

اگر سرمایه گذاری تمام ثروتش را میان n اوراق بهادار با نرخ های بازدهی متغیر تخصیص داده باشد در این صورت وی با سبد دارایی موجود شروع می کند و تصمیم می گیرد که چگونه دارایی هایش را مجدد تخصیص دهد.نرخ بازدهی مورد انتظار اوراق بهادار بدون هزینه های معاملاتی به صورت زیر بدست می آید:

$$r_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it}, i = 1,2,...,n$$

برای محاسبه نرخ بازدهی مورد انتظار از نرخ بازدهی نقدی و قیمت روزانه سهام معاملات بورس اوراق بهادار برای دوره سه ساله ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۰ استفاده می شود. سپس هزینه‌های معاملاتی اوراق أو $i = 1,2,...n$ به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$C_i\left(x_i^+, x_i^-\right) = p'\left(x_i^+\right) + p''\left(x_i^-\right)$$

جایی که $p' = 0.00055$ نرخ هزینه‌های معاملاتی برای خرید اوراق بهادار و $p'' = 0.0105$ نرخ هزینه‌های معاملاتی برای فروش اوراق بهادار است. همچنین جمع هزینه‌های معاملاتی به این صورت نشان داده می‌شود:

$$C\left(x^+, x^-\right) = \sum_{i=1}^{n} p\left(x_i^+\right) + \sum_{i=1}^{n} p\left(x_i^-\right)$$

البته فرض می شود که سرمایه گذار در طی دوره انجام فرآیند متوازن سازی مجدد پرتفوی سرمایه اضافی را سرمایه گذاری نمی‌کند. مجموعه سرمایه قابل سرمایه گذاری توسط سرمایه گذار در طی دوره متوازن سازی مجدد ثابت می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^o + x_i^+ - x_i^-\right) + \sum_{i=1}^{n} p\left(x_i^+\right) + \sum_{i=1}^{n} p\left(x_i^-\right) = 1$$

نرخ بازدهی خالص مورد انتشار از پرتفوی بعد از پرداختن هزینه‌های معاملاتی به این صورت بدست می‌آید:

$$\sum_{i=1}^{n} ri\left(x_i^o + x_i^+ - x_i^-\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} p\left(x_i^+\right) + \sum_{i=1}^{n} p\left(x_i^-\right)\right)$$

نیم انحراف معیار مطلق، بازدهی زیر نرخ بازدهی مورد انتظار پرتفویی $x = \left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$ برای دوره زمانی گذشته t، $\left(t = 1,2,...T,\right)$ را محاسبه می‌نماید، نحوه محاسبه نیم انحراف معیار مطلق به عنوان شاخص ریسک به صورت زیر می‌تواند نشان داده شود. [3]

$$W_t(x)=\left|\min\left\{o,\sum_{i=1}^{n}(r_{it}-r_i)x_i\right\}\right|=\frac{\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it}-r_i)x_i\right|+\sum_{i=1}^{n}(r_i-r_{it})x_i}{2}$$

جایی که $x_i=\left(x_i^0+x_i^+ +x_i^-\right) \quad i=1,2,\cdots n,$

همچنین، نیمه انحراف معیار مطلق نرخ بازدهی مورد انتظار پرتفوی ،به صورت زیر می‌تواند نشان داده شود:

$$W_{(x)}=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}w_t(x)=\sum_{t=1}^{T}\frac{\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it}-r_i)x_i\right|+\sum_{i=1}^{n}(r_i-r_{it})x_i}{2T}$$

که در آن $W(x)$ معیار سنجش ریسک پرتفوی است. علاوه بر ریسک و بازدهی فاکتور موثر دیگر در مدل هدف، در جه نقدشوندگی سهام می‌باشد.

نقدشوندگی به عنوان درجه احتمال توان تبدیل یک سرمایه گذاری به وجه نقد بدون کاهش معناداری در ارزش آن اندازه‌گیری و شاخص شده است.

نرخ گردش یک ورق بهادار، تعداد ورقه بهادار (یا ارزش ورقه بهادار) مبادله شده به کل ورقه بهادار (ارزش بازار ورقه بهادار) قابل معامله می‌باشد، و فاکتوری است که درجه نقدشوندگی یک ورق بها دار را نشان می‌دهد. در این تحقیق شاخص نقد شوندگی،متوسط نسبت ارزش ورقه بهادار به کل ارزش بازار ورقه بهادار تهران در طی دوره سه ساله مورد مطالعه و بر اساس اطلاعات معاملات بورس اوراق بهادار تهران برای هر یک از سهام نمونه می باشد.البته نرخ‌های گردش اوراق بهادار، در بازارهای مالی به روشنی قابل پیش بینی نیستند.[3,2].

نظریه امکان پذیری لطفی زاده بوسیله رابیوس و پراد توسعه یافته است.در این مطالعه،نرخ های گردش اوراق بهادار (شاخص نقدشوندگی) بوسیله توزیع های امکان پذیری به جای توزیع های احتمالی الگو شده اند[19].

لذا توزیع امکان پذیری ذوزنقه ای به عنوان توزیع احتمال نرخ های گردش اوراق بهادار به عنوان شاخص نقدشوندگی مورد توجه قرار می گیرد.

چنانچه $[A]^y=\left[a_1(y),a_2(y)\right],[b]^y=\left[b_1(y),b_2(y)\right]$ اعداد فازی و $K\in R$ اعداد واقعی باشد، با استفاده از اصل توسعه می‌توانیم قوانین زیر را برای ضرب و جمع اسکالر، اعداد فازی بررسی کنیم:

$$[A+B]^y=\left[a_1(y)+b_1(y),a_2(y)+b_2(y)\right],$$
$$[KA]^y=K\,[A]^y$$

ارزش متوسط امکان پذیری پیوسته A عبارتست از:

$$E\ (A) = \int_0^1 y\ (a_1(y) + a_2(y))d_y$$

روشن است که اگر $A = (a, b, \alpha, \beta)$ یک عدد فازی ذوزنقه‌ای باشد آنگاه:

$$E\ (A) = \int_0^1 y\ [a(1-y)a + b + (1-y)\beta]d_y = \frac{a+b}{2} + \frac{\beta - a}{6}$$

اگر نرخ گردش معاملات اوراق بهادار j را با عدد فازی ذوزنقه‌ای $\hat{\int} j = (la_j, 1b_j, \alpha_j, \beta_j)$ نشان دهیم. آنگاه نرخ گردش اوراق بهادار پرتفوی $x = (x_1, x_2, \cdots x_n)$ برابر است با $\sum_{j=1}^{n} \hat{\int}_J X_J$

طبق تعریف، ارزش متوسط امکان پذیری پیوسته نرخ گردش معاملات اوراق بهادار J به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$E\left(\hat{\int}_j\right)\int_0^1 y\ [L_{aj} - (1-y)a_j + lb_j + (1-y)\beta_j]d_y = \frac{la_j + lb_j}{2} + \frac{B_J - a_j}{6}$$

بنابراین، ارزش متوسط امکان پذیری متوسط نرخ گردش معاملات پرتفوی $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$E\left(\hat{\int}(x)\right) = E\left(\sum_{g=1}^{n} \hat{\int}_J x_J\right) = \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{laj + lbj}{2} + \frac{\beta_j - \alpha_j}{6}\right)x_j$$

یک سرمایه گذار منطقی قصد دارد به نحوی سرمایه گذاری نماید، تا پس از پرداخت هزینه‌های معاملاتی، بازده را به حداکثر و ریسک را به حداقل برساند. در عین حال، سرمایه گذار می‌خواهد نقد شوندگی پرتفویی بدست آمده از متوازن سازی مجدد، کمتر از میزان نقد شوندگی پرتفویی موجود نباشد. بنابراین مسئله متوازن سازی مجدد پرتفوی به صورت زیر مدل سازی می‌شود:

$$\max \sum_{i=l}^{n} ri\left(x_i^{\circ} + x_i^{+} + x_i^{-}\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} p'\left(x_i^{+}\right) + \sum_{i=1}^{n} p''\left(x_i^{-}\right)\right)$$

$$\min \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{la_j + lb_j}{2} + \frac{\beta_j - \alpha_j}{6}\right)x_j \geq \int$$

$$y_t + \sum_{i=l}^{T}(r_{it} - r_i)x_i \geq 0,, \qquad t = 1, 2, \cdots, T$$

$$\sum_{i=l}^{n}\left(x_i^{\circ} + x_i^{+} + x_i^{-}\right) + \left(\sum_{i=1}^{n} p'\left(x_i^{+}\right) + \sum_{i=1}^{n} p''\left(x_i^{-}\right)\right) = 1,$$

$$x_I = x_I^{\circ} + x_I^{+} + x_I^{-}, \qquad i = 1, 2, \cdots n,$$

$$0 \le x_i^+ \le u_i, \qquad i = 1,2,\cdots n,$$
$$0 \le x_i^- \le x_i^0, \qquad i = 1,2,\cdots n,$$
$$y_t \ge 0, \qquad t = 1,2,\cdots ,T$$

که در این فرم نیز l مقدار ثابتی است که توسط سرمایه گذار تعیین شده است. در رابطه بالا y_t عبارت است از:

$$y_t = \sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{t} (r_i - r_{it}) x_i$$

این مقدار نشان دهنده میزان انحراف منفی از بازده مورد انتظار می‌باشد .الگوی مساله مذکور یک الگوی برنامه ریزی خطی دو هدفه است [5,1].

- **راهبرد متوازن سازی مجدد سبد دارایی:**

از آنجایی که سرمایه‌گذاری‌ها و تصمیم‌های سرمایه گذاری تحت تاثیر نوسانات ناشی از اوضاع اقتصادی و اجتماعی قرار می‌گیرد ، رویکرد رسیدن به نقطه بهینه همواره بهترین رویکرد نیست[6,2]. رسیدن به یک نقطه مطلوب بهتر از دیدگاه رسیدن به وضعیت بهینه است. یک سرمایه گذار در سرمایه گذاری‌ها خود همواره نسبت به بازده و ریسک مورد انتظار اشتیاق و توجه خاصی دارد.در مدیریت مالی و سرمایه گذاری در تصمیم گیری ها، تخصص و تجربه نقش بسیار مهمی دارند. بر مبنای تخصص، سرمایه‌گذار در مورد سطح اشتیاقش نسبت به بازده و ریسک مورد انتظار تصمیم‌گیری می‌کند. واتادا از یک تابع نمائی، یعنی تابع عضویت S شکل غیر خطی، برای نشان دادن سطوح یا درجه اشتیاق سرمایه گذار نسبت به بازده و ریسک مورد انتظارش استفاده نمود. این تابع عضویت S شکل به صورت زیر می‌باشد:

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha x)}$$

این تابع از نظر شکل ظاهری شبیه تابع هایپربولیک تانژانت لیبرلینگ می‌باشد، با این تفاوت که این تابع بسیار آسانتر از تابع هایپوبولیک تانژانت قابل استفاده است.مقدار تابع همواره عددی بین (۱و۰) است. از اینرو، مناسب تر است که از تابع منطقی نمائی برای مشخص کردن سطوح هدف ابهام استفاده شود، این سطوح هدف ابهام مان چیزی است که سرمایه گذار به آن توجه می‌کند. با توجه به اصل بیشینه سازی و استفاده از نیم واریانس به عنوان شاخص اندازه گیری ریسک پرتفوی، واتادا یک مدل انتخاب پرتفویی فازی را ارائه نمود. این مدل، مدل میانگین ـ واریانس مارکوتیز را تا سطح نمونه فازی گسترش داد[14].

در مدل برنامه ریزی خطی متوازن سازی مجدد پرتفوی که در قسمت قبل ارائه شد، دو هدف بازدهی و ریسک و محدودیت نقد شوندگی پرتفوی مدنظر قرار گرفته‌اند. از آنجایی که بازده مورد انتظار، ریسک و نقدشوندگی مبهم و غیر قطعی می‌باشند، در این مطالعه از توابع عضویت S شکل غیر خطی برای بیان سطح و درجه بازده مورد انتظار، ریسک و درجه نقدشوندگی مورد نظر سرمایه گذار استفاده می شود.

توابع عضویت هدف مربوط به بازده مورد انتظار، ریسک و نقد شوندگی به صورت زیر می‌باشند[5]:

الف) تابع عضویت هدف برای بازدهی مورد انتظار پرتفوی:

$$\mu_r(x) = \frac{1}{1+\exp\left(-\alpha_r\left(E(x)\right)-r_m\right)},$$

ب) تابع عضویت هدف برای ریسک پرتفوی:

$$\mu_w(x) = \frac{1}{1+\exp\left(\alpha_w w(x)-w_m\right)},$$

پ) تابع عضویت هدف برای درجه نقد شوندگی پرتفوی:

$$\mu_r(x) = \frac{1}{1+\exp\left(-\alpha_r\left(E\hat{l}(x)\right)-\int_m\right)},$$

$\alpha_\int, \alpha_w, \alpha_e$ به ترتیب اشکال توابع عضویت $\mu_\int(x), \mu_w(x), \mu_r(x)$ را به نحوی که $\alpha_\int > 0, \alpha_r > 0, \alpha_w > 0$ باشند، تعیین می‌کنند. هرچه پارامترهای $\alpha_\int, \alpha_w, \alpha_e$ بزرگتر باشند، سطح ابهام آنها کمتر می‌شود. [7,1]

با توجه به اصل بیشینه سازی بلمن و زاده می‌توانیم عبارت زیر را تعریف کنیم:

$$\eta = \min\left\{\mu_r(x), \mu_w(x), \mu_\int(x)\right\}$$

حال مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی فازی را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\max \eta$$

$$s.t.$$

$$\mu_\int(x) \geq \eta,$$

$$\mu_w(x) \geq \eta,$$

$$\mu_r(x) \geq \eta,$$

$$\sum_{i=l}^{n}\left(x_i^{\circ} + x_i^{+} - x_i^{-}\right) + \left(\sum_{i=1}^{n} p'\left(x_i^{+}\right) + \sum_{i=1}^{n} p''\left(x_i^{-}\right)\right) = 1,$$

$$x_i = \left(x_i^{\circ} + x_i^{+} + x_i^{-}\right) \quad i = 1,2,\cdots n,$$
$$0 \le x_i^{+} \le u_i, \quad i = 1,2,\cdots n,$$
$$0 \le x_i^{-} \le x_i^{0}, \quad i = 1,2,\cdots n,$$
$$0 \le \eta \le 1$$

با توجه به توابع عضویت هدف برای نرخ بازده مورد انتظار، ریسک و درجه نقدشئوندگی که به آنها اشاره شد، مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی را می‌توان به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\max \eta$$
$$s.t.$$
$$\eta + \exp\left(-\alpha_r\left(E\left(r(x)\right) - r_m\right)\right)\eta \le 1,$$
$$\eta + \exp\left(\alpha_w\left(w(x) - w_m\right)\right)\eta \le 1,$$
$$\eta + \exp\left(-\alpha_l\left(E\left(\hat{\int}(x)\right) - \int_M\right)\right)\eta \le 1,$$
$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{\circ} + x_i^{+} - x_i^{-}\right) + \left(\sum_{i=1}^{n} p'\left(x_i^{+}\right) + \sum_{i=1}^{n} p''\left(x_i^{-}\right)\right) = 1,$$
$$x_i = \left(x_i^{0} + x_i^{+} + x_i^{-}\right) \quad i = 1,2,\cdots n,$$
$$0 \le x_i^{+} \le u_i, \quad i = 1,2,\cdots n,$$
$$0 \le \eta \le 1 \quad 0 \le x_i^{-} \le x_i^{0}, \quad i = 1,2,\cdots n,$$

که در آن $\alpha_{\int}, \alpha_w, \alpha_x$ پارامترهائی هستند که می‌توانند توسط سرمایه گذار بر مبنای درجه مطلوب مورد نظر او نسبت به سه فاکتور اصلی ریسک، بازدهی مورد انتظار و درجه نقد شوندگی تعیین شوند.

اگر $\theta = \log\frac{n}{1-n}$ آنگاه $\eta = \frac{1}{1+\exp(-\theta)}$ می‌شود. تابع عضویت S شکل بطور یکنواخت افزایش می‌یابد، در نتیجه با به حداکثر رساندن η, θ هم به حداکثر می‌رسد. از اینرو، مدل فوق می‌تواند به یک مدل هم ارزش به صورت زیر تبدیل شود.

$$\max \theta$$
$$s.t.$$
$$.\alpha_r\left(\sum_{i=1}^{n} r_i x_i - \left(\sum_{i=1}^{n} p\left(x_i^{+}\right) + \sum_{i=1}^{n} p\left(x_i^{-}\right)\right)\right) - \theta \ge \alpha_r r_M$$

$$\theta + \frac{a_w}{T}\sum_{t-1}^{T} y_t \le \alpha_w w_M$$

$$\alpha_l \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{laj + lbj}{2} + \frac{B_j - \alpha_j}{6}\right)x_j - \theta \ge \alpha_l \int_M$$

$$y_t + \sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i \ge 0, \qquad t = 1,2,\cdots T,$$

$$\sum_{i=l}^{n}\left(x_i^{\circ} + x_i^{+} - x_i^{-}\right) + \left(\sum_{i=1}^{n} p'\left(x_i^{+}\right) + \sum_{i=1}^{n} p''\left(x_i^{-}\right)\right) = 1,$$

$$x_i = \left(x_i^0 + x_i^+ + x_i^-\right) \quad i = 1,2,\cdots n,$$

$$0 \le x_i^+ \le u_i, \qquad i = 1,2,\cdots n,$$

$$0 \le x_i^- \le x_i^0, \qquad i = 1,2,\cdots n,$$

$$y_t \ge 0 \qquad T = 1,2,\cdots T,$$

$$\theta \ge 0,$$

۶- نتایج پژوهش

ابتدا سهام هدف که در حقیقت نشانه مجموعه سهام سرمایه گذار که در پرتفوی وی قرار می گیرد است انتخاب گردید.در این مرحله بر اساس روش نمونه گیری ،۴۵ شرکت انتخاب شدند .سپس شاخص بازده نقدی و قیمت برای هر یک از سهام هدف به صورت روزانه از پایگاه داده سایت بورس اوراق بهادار تهران جهت محاسبه بازدهی مورد انتظار استخراج شد [2]. شاخص ریسک سهام هدف از طریق نیم انحراف معیار محاسبه گردیدکه به منظور افزایش دقت پارامتر مذکور مشابه محاسبه بازدهی مورد انتظار، داده های روزانه و بازده روزانه شاخص نقدی و قیمت مبنای محاسبه قرار گرفت [7,2].

علاوه بر ریسک و بازدهی فاکتور موثر دیگر در مدل هدف، درجه نقدشوندگی سهام می باشد. زیرا برای اجرای متوازن سازی مجدد پرتفوی، سرمایه گذار بایستی قادر به فروش و خرید سهام مورد نظر در سریعترین زمان ممکن باشد.با استفاده از داده های جمع آوری شده در مسیر حل مدل عدد فازی A را تعیین می کنیم. $A = (a, b, \alpha, \beta)$

برای بدست آوردن این عدد فازی ابتدا بایست طبقات با بیشترین فراوانی برای هر یک از سهام هدف را تعیین می کردیم. بعد از این مرحله متناسب با اولویت طبقات بدست آمده طبقات معرف a ,b را مشخص کرده و مقدار متوسط ابتدا و انتهای طبقه را که معادل a ,b هستند در عدد فازی ذوزنقه ای سهم قرار می دهیم.

برای بدست آوردن β,α ابتدا مقدار بیشینه و کمینه شاخص نقد شوندگی هر سهم را بدست می آوریم. سپس از تفاوتa و مقدار کمینه، مقدار α را بدست آورده و تفاوت مقدار بیشینه از b ،مقدار β بدست می آید:

$$\beta = \max - b$$

$$\alpha = a - \min$$

به منظور حل مدل فرض می کنیم که سرمایه گذارها به صورت کلی به دو گروه تقسیم می شوند. گروه اول سرمایه گذاران محافظه کار و گروه دوم سرمایه گذاران جسور. بنابراین با توجه به اینکه سرمایه گذار خودش را محافظه کار یا جسور می داند به ترتیب مقادیر زیر را برای پارامترهای $\int_M, w_M, r_M$ در مدل لحاظ می کنیم.

در صورتی که سرمایه گذار جسور باشد مقادیر $\int_M = 0.15 \quad w_M = 0.05, r_M = 0.2$ و را در نظر می گیریم در مقابل اگر سرمایه گذار محافظه کار باشد مقادیر $\int_M = 0.12, w_M = 0.03, r_M = 0.15$را در نظر می گیریم.بر اساس نظر سرمایه گذار در رابطه با درجه رضایتمندی و اشباع ذهنی وی نسبت به سه فاکتور بازدهی مورد انتظار، ریسک و نقدشوندگی ضرائب $\alpha_l, \alpha_w, \alpha_r$ را برای وی بدست می آوریم برای این منظور از درجه عضویت استاندارد کلامی عدد ذوزنقه ای استفاده می کنیم.

بر اساس سه نوع نگاه و خواسته ذهنی، سه سرمایه گذار در ارتباط با سه فاکتور ریسک، بازدهی مورد انتظار و نقد شوندگی، که هر سه محافظه کار یا هر سه جسورهستند به ترتیب سه گروه ضرایب $\alpha_l, \alpha_w, \alpha_r$ زیر بدست می آید.

سرمایه گذار یک: $\alpha_l = 600, \alpha_w = 800, \alpha_r = 600$

سرمایه گذار دو: $\alpha_l = 500, \alpha_w = 900, \alpha_r = 500$

سرمایه گذار سه: $\alpha_l = 400, \alpha_w = 1000, \alpha_r = 400$

نتایج دو سناریو مطابق جدول ۱ و ۲ است.

جدول۱: نتایج سناریو اول

نقدشوندگی	بازدهی	ریسک	αl	αw	αr	θ	H
۰.۱۵۵	۰.۱۷۵	۰.۰۱۶	۶۰۰	۸۰۰	۶۰۰	۱.۴۵	۰.۸۱
۰.۱۷۸	۰.۱۸۶	۰.۰۲۲	۵۰۰	۹۰۰	۵۰۰	۱.۴۲	۰.۸۰
۰.۱۸۱	۰.۱۹۷	۰.۰۲۸	۴۰۰	۱۰۰۰	۴۰۰	۱.۲۹	۰.۷۸

جدول ۲: نتایج سناریو دوم

نقدشوندگی	بازدهی	ریسک	αl	αw	αr	θ	H
۰.۲۰۵	۰.۲۱۵	۰.۰۳۶	۶۰۰	۸۰۰	۶۰۰	۱.۷۲	۰.۸۴
۰.۱۹۸	۰.۲۲۶	۰.۰۴۲	۵۰۰	۹۰۰	۵۰۰	۱.۶۳	۰.۸۳
۰.۱۸۴	۰.۲۳۷	۰.۰۴۸	۴۰۰	۱۰۰۰	۴۰۰	۱.۳۹	۰.۸۰

همانطور که در هر یک از سطرهای جداول دیده می شود متناسب با تغییر در سطوح یا درجه اشباع ذهنی هر سرمایه گذار نسبت به سه متغیر ریسک، بازدهی و نقد شوندگی مقدار تابع هدف که نشان دهنده نقطه اشتراک توابع فازیS شکل سه متغیر بیان شده می باشد، تغییر کرده است.با پذیرفتن ریسک بیشترتوسط سرمایه گذار ترکیب پیشنهادی پرتفوی متوازن سازی شده مجدد منجر به درجه بازدهی بیشتر و در عین حال درجه نقدشوندگی کمتر برای سرمایه گذار می شود. به این ترتیب نقطه اشتراک منحنی های مربوط به متغیرهای تصمیم گیری در سطوح پایین تری از درجه عضویت توابع سه گانه قرار می گیرد. این مسئله از مقدار درجه عضویت تابع هدف η قابل استخراج و بیان می باشد. به نحوی که برای سرمایه گذار نخست با کمترین درجه ذهنی ریسک پذیری و سطوح اشباع ذهنی یکسان بازدهی و درجه نقدشوندگی یکسان بالاترین درجه عضویت یا مقدار تابع هدف بدست آمده و برای دو سرمایه گذار دیگر نتایج بدست آمده در عین حال که برای آنها حاصل بهینه ترین ترکیب متوازن سازی مجدد پرتفوی و با توجه به درک ریسک پذیری و نقدشوندگی مورد نظر آنهاست مقادیر کمتری از تابع هدف اما با بالاترین درجه رضایت مندی ذهنی را در پی داشته است.

۷- نتیجه گیری و بحث

در این تحقیق به دنبال این بودیم که با در نظر گرفتن عوامل موثر بر ترکیب یک سبد سرمایه گذاری مدلی مبتنی بر برنامه ریزی خطی و با استفاده از منطق فازی در جهت دستیابی به ترکیبی بهینه از دارایی ها در هر لحظه از زمان و با توجه به شرایط جدید حاکم بر بازار طراحی و مورد آزمون قرار دهیم. مهمترین محدودیت درمسیر انجام این مطالعه نبود داده های کافی در ارتباط با استخراج پارامترهای مدل شامل، ریسک، بازدهی مورد انتظار و درجه نقد شوندگی است که این امر منجر به انجام غربالگری جهت انتخاب سهام هدف به منظور اجرای مدل گردید. از جمله مهمترین علل این مسئله در بورس اوراق بهادار تهران که عمدتاً در سایر بورس های مشابه در دنیا نیز قابل مشاهده است، می توان به توقف های معاملاتی طولانی مدت و حجم پایین معاملات و استفاده از حد نوسان قیمت اشاره نمود.این محدودیتها تنها منجر به کاهش گزینه های پیش روی سرمایه گذار در انتخاب

راهبردهای متنوع توازن بخشی شد.علی رغم این محدودیت، نتایج اجرای الگودر هر سناریو نشان داد که الگو به خوبی قادر است با توجه به درجه ابهام و انتظارات ذهنی متفاوت سرمایه گذارها که از طریق ضرایب ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) در مدل وارد شده و نشان داده می شوند، راهبردهای متفاوتی برای متوازن سازی مجدد پرتفوی در اختیار سرمایه گذاران قرار دهد. راهبردها، همواره ترکیب های بهینه منتج به بالاترین بازدهی مورد انتظار، کمترین ریسک و بالاترین درجه نقدشوندگی را با توجه به محدودیت های مدل و در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی را ارائه می نماید.

بنابراین، وارد کردن انتظارات و درجه ابهام سرمایه گذار در مسیر دستیابی به راهبرد متوازن سازی مجدد پرتفوی با هدف دستیابی به ریسک و بازدهی مورد نظر سرمایه گذار با توجه به درجه نقدشوندگی پرتفوی و هزینه های معاملاتی ناشی از متوازن سازی، استفاده از این مدل به عنوان یک ابزار تصمیم سازی جهت استفاده فعالان بازار سرمایه اعم از شرکتهای سرمایه گذاری، صندوق های سرمایه گذاری متنوع، صندوق های بازنشستگی و حتی سرمایه گذاران حقیقی توصیه و پیشنهاد می گردد.

فهرست منابع

۱) آذر، عادل، تلنگی، احمد، (۱۳۷۷)، «مدل برنامه ریزی آرمانی- فازی برای انتخاب پرتفوی بهینه»، فصلنامه مطالعه مدیریت دانشگاه علامه طباطبائی، شماره ۲۰

۲) جهانخانی، علی، پارسائیان، علی، (۱۳۷۶)، «مدیریت سرمایه گذاری و ارزیابی اوراق بهادار»، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ اول، تهران

۳) جهانخانی، علی، پارسائیان، علی،(۱۳۷۵)، «فرهنگ اصطلاحات مالی»، موسسه مطالعات ون پژوهشهای بازرگانی، چاپ اول، تهران

٤) جی.ج. کلر و یو.اس.کلیر و ب.یوآن، مترجم: فاضل زرندی، محمد حسین، (۱۳۸۱)، «تئوری مجموعه های فازی»، چاپ اول.

۵) حمیدی زاده،محمدرضا(۱۳۸۱).برنامه ریزی غیر خطی ،تهران:انتشارات سمت،ف ۱و۲.

٦) حمیدی زاده،محمدرضا(۱۳۸۷).تصمیم گیری نوین،تهران:انتشارات دانشگاه عالی دفاع ملی،ف۶و۸.

۷) حمیدی زاده،محمدرضا(۱۳۹۰).فنون کمی تصمیم گیری در مدیریت.تهران:انتشارات دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه شهید بهشتی.

۸) دلاور، علی، (۱۳۷۸)، «مبانی نظری و عملی پژوهش در علوم انسانی و اجتماعی»، انتشارات رشد، چاپ سوم، تهران.

۹) راعی، رضا، سعیدی، علی، (۱۳۸۳)، «مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک»، انتشارات سمت.
۱۰) طاهری، سید محمود، (۱۳۷۶)، «آشنایی با نظریه مجموعه های فازی»، انتشارات جهاد دانشگاهی مشهد.
۱۱) عبده تبریزی، حسین، (۱۳۷۷)، «مجموعه مقالات مالی و سرمایه گذاری»، انتشارات پیشبرد، چاپ اول، تهران.
12) Arnott, R.D. Wanger, W.H. (1990). The measurement and control of trading costs, financial Analysts Journal 46 (6)
13) Bellman, R. Zadeh, L.A. (1970). Decision making in a fuzzy environment, Management science 17141-164.
14) Carlsson, C, Fulle'r, R. (2001). on possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers, fuzzy sets and systems 122315-326
15) Chen, A.H.Y. Jen, F.G.and Zionts, S. (1971). the optimal portfolio revision policy, Journal of Business 44(1) 51-61
16) Dantzig, G.B. Infanger, G. (1993). Multi-Stage Stochastic Linear Programs for Portfolio Optimization, Annals of Operations Research 4559-76.
17) Dubois D., Prade, H.(1988) Possibility Theory, Plenum Press, New York.
18) Fang,Y. Lai, K.K.and shou-Yang W.(2006), portfolio rebalancing model with transaction costs based on fuzzy decision theory, European Journal of Operational Research 175 ,879-893.
19) Jacob, A limited – diversification portfolio selection model for the small investor, Journal of Finance 29(3)(1974)847-856
20) Konno, H. Yamazaki, H.(1991) Mean Absolute Portfolio Optimization Model and its Application to Tokyo stock Market, Management Science 37(5), 519-531.
21) Leo'n, T. Liern, V. E.Vercher, (2002). Viability of infeasible portfolio selection problems: A fuzzy approach, European Journal of Operational Research 139178-189.
22) Li, Z.F. Wang, S.Y. and Deng, X.T. (2000). A linear programming algorithm for optimal portfolio selection with transaction costs, International Journal of systems science 31 (1), 107-117