فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال هفتم/ شماره بیست‌وهفتم/ پائیز ۱۳۹۷

ارزیابی و تحلیل وابستگی فرین بین بازار سهام ایران و بازارهای سهام بین‌المللی با استفاده از نظریه ارزش فرین چند متغیره

شهرام بابالویان
دانشجوی دکترای مدیریت مالی، دانشگاه آزاد اسلامی- واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران
Sh.babalooyan@gmail.com

هاشم نیکومرام
استاد و عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی- واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران (نویسنده مسئول)
h-nikoumaram@srbiau.ac.ir

حمیدرضا وکیلی‌فرد
دانشیار و عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی- واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران
h-vakilifard@srbiau.ac.ir

فریدون رهنمای رودپشتی
استاد و عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی- واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران
rahnama@iau.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۵/۱۷ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۰/۱۱

چکیده

تخمین وابستگی فرین بین دارایی‌ها و بازارهای مالی، نقش اساسی در جنبه‌های مختلف مدل‌سازی ریسک مـالی دارد. نظریه ارزش فرین بر مدل‌سازی رفتار دنباله‌های توزیع با استفاده از مقادیر فرین متمرکز است. هدف تحقیق حاضر، بررسی وابستگی مجانبی و تخمین درجه وابستگی دنباله‌های چپ و راست توزیع بازدهی بورس اوراق بهادار تهران (TSE) بـا پـنج بازار سهام بین المللی (Nikkei 225، DFM، CAC All Shares ، DAX و S&P 500) است.

از طریق معیارهای ناپارمتریک مبتنی بر نظریه ارزش فرین چند متغیره، نوع و درجه وابستگی فرین شاخص‌های سهام مذکور با استفاده از سری‌های بازده روزانه لگاریتمی طی دوره ۲۰۱۵-۲۰۰۶ مورد بررسی قرار گرفت. همچنین بـرای رفـع همبستگی سریالی و ناهمسانی واریانس سری‌های بازده، از مـدل‌هـای اتورگرسـیو بـرداری (VAR) و گـارچ چنـد متغیـره (MGARCH) استفاده شد.

نتایج تحقیق نشان می‌دهد که بین بازده روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران با شاخص‌های مذکور، وابستگی مجانبی وجود ندارد. با وجود این، شاخص بورس اوراق بهادار تهران بیشترین درجه وابستگی مجانبی مثبت را در بین بازارهای مذکور، با شاخص بورس دبی (DFM) در دنباله‌های چپ و راست دارد.

واژه‌های کلیدی: نظریه ارزش فرین چند متغیره، وابستگی فرین، فراتر از آستانه، توزیع تعمیم یافته پارتو.

۱- مقدمه

سنجش وابستگی فرین[۱] دارایی‌ها یا بازارهای مالی مختلف یکی از مهمترین موضوعات در مدل‌سازی ریسک مالی است و نقش حیاتی در کمی سازی ریسک هم‌وابستگی[۲] دارد. شواهدی از بحران‌های مالی وجـود دارد کـه شوک‌های فرین در بازار مالی یک کشور مشخص، ممکن است بر دیگر بازارهای مالی دنیا اثر بگـذارد. از ایـن رو، مدلسازی وابستگی و تشریح اینکه آیا دنباله بازارهای سهام دارای وابسـتگی مجـانبی[۳] هسـتند، بـه یـک سـوال پژوهشی جذاب تبدیل شده است (سینق و همکاران[۴]، ۲۰۱۱).

ساده‌ترین معیار سنجش وابستگی، ضریب پیرسون اسـت کـه فقـط بـرای شناسـایی وابسـتگی خطـی بـین سری‌های بازده در مطالعات مالی استفاده می‌شود. از آنجا که این ضریب بر انحراف از میانگین توزیع مبتنی است و به همه نمونه‌ها در یک متغیر تصادفی، وزن یکسان می‌دهد بنابراین معیار مناسبی برای وابستگی دنباله فـرین نیست (پون و همکاران، ۲۰۰۳). نکته دیگر اینکه شواهد تجربی نشان می دهد بازدهی بسـیاری از دارایـی‌هـای مالی دارای توزیع با دنباله پهن و چولگی بیشتر نسبت به توزیع نرمال است و وابستگی بین بازده هـای مـالی در بازارهای مختلف، خطی نیست و استفاده از ضریب همبستگی خطی تا حد زیادی به نتایج گمـراه کننـده منجـر خواهد شد. در این میان، رویکردهایی مثل رویکرد کاپولا[۵] و رویکرد پون، راکینجر و تـاون[۶] از ضـعف روش‌هـای تحلیلی مبتنی بر ضریب همبستگی می‌کاهد و هم زمان دقت در خصوصیات غیرخطی و وابستگی‌های مجانبی را لحاظ می‌کند (لیو[۷]، ۲۰۰۷).

تئوری ارزش فرین (EVT)[۸] به عنوان یکی از مهمترین شاخه‌های آماری برای علوم کاربردی در طی نیم قرن اخیر و برای رشته مالی در طی یک دهه اخیر پدیدار شد (فرناندز[۹]، ۲۰۰۳). یک رهیافت طبیعی تخمین ریسک فرین، بکارگیری EVT دومتغیره با دو سری داده است. اما زمـانی کـه دو سـری بـه صـورت مجـانبی مسـتقل[۱۰] هستند، مشکل ساز می‌شود. در این حالت روش EVT دو متغیره به تخمین بیش از حـد هـر وابسـتگی گـرایش دارد، زیرا تخمین EVT دو متغیره بر این فرض مبتنی است که دو سری دارای وابستگی مجانبی هستند. بنابراین ضروری است که ابتدا بررسی شود که آیا دو سری بصورت مجانبی مستقل هستند یا نه؟ زمانی کـه یـک جفـت سری همسو با همدیگر حرکت می‌کنند، ما این سری‌ها را وابستگی مجانبی مـی‌نـامیم. در غیـر اینصـورت آن دو سری بطور مجانبی مستقل هستند. هر چند استقلال مجانبی معادل استقلال صِرف آماری نیست زیرا یک سطح اطمینان وابستگی بین دو سری با نمونه‌های محدود را مقدور می‌سازد (چن و همکاران[۱۱]، ۲۰۱۲)

به منظور کاهش اطلاعات موجود در کاپولای C دو متغیر تصادفی به یک پارامتر واحـد، دو معیـار وابسـتگی فرین χ و $\bar{\chi}$ توسط کولیس و همکاران[۱۲] معرفی شد (اسـکموکی[۱۳]، ۲۰۰۸). در پـژوهش حاضـر نیـز از دو معیـار ناپارامتریک χ و $\bar{\chi}$ برای توصیف سطح وابستگی مجانبی و استقلال مجانبی استفاده شده است (چن و همکـاران، ۲۰۱۲).

در تحقیق حاضر برای آزمون وابستگی فرین بین بازار سهام ایران و بازارهای سهام بین المللی (Nikkei 225، DFM، CAC All Shares ، DAX و S&P 500) از معیارهای χ و $\bar{\chi}$ و از طریق بازده‌های روزانه لگاریتمی شاخص کل هر یک از بازارهای سهام مذکور طی دوره ۲۰۱۵-۲۰۰۶ استفاده شده است.

۲- مروری بر مبانی نظری و پیشینه پژوهش

از نقطه نظر مدیریت ریسک، نظریه ارزش فرین در بازارهای مالی دو کاربرد عمده دارد: الف) محاسبه ارزش در معرض خطر (VaR)[۱۴] و ریزش مورد انتظار (ES)[۱۵] به عنوان حالت تک متغیره هر سری بازده. ب) سنجش ساختار وابستگی بین بازارها به عنوان حالت چند متغیره (حالت دو متغیره برای دو بازار) (فرناندز، ۲۰۰۳).

تئوری ارزش فرین چندگانه (MEVT)[۱۶] بارها برای مطالعه ساختار وابستگی پیشامدهای فرین - علی الخصوص برای تخمین وابستگی بین بازده‌های دارایی ریسکی- استفاده شده و در مدیریت ریسک بسیار مهم است (لیو، ۲۰۰۷).

۲-۱- تئوری ارزش فرین

نظریه ارزش فرین نظریه‌ای است که بر دنباله‌های توزیع تمرکز دارد و توزیع مقادیر بسیار بزرگ (یا بسیار کوچک) را توصیف می‌کند (زمانی و همکاران، ۱۳۹۲). نظریه ارزش فرین بر مدلسازی رفتار دنباله‌های توزیع فقط با استفاده از مقادیر فرین (بجای کل داده ها) متمرکز است (فرناندز، ۲۰۰۳).

روش‌های پارامتریک و ناپارامتریک سنتی در زمینه توزیع‌های تجربی با مشاهدات زیاد، خوب عمل می کنند ولی برای دنباله‌های فرین توزیع[۱۷] نامناسب بوده و دارای معایبی است؛ زیرا مدیریت ریسک فرین مستلزم تخمین چندک‌ها و احتمالات دنباله است که معمولاً بطور مستقیم از طریق داده‌ها قابل مشاهده نیست (فرناندز، ۲۰۰۳).

در حالت کلی دو روش برای تعیین داده‌های فرین وجود دارد. در اولین روش که روش ماکسیم بلوک‌ها[۱۸] نامیده می‌شود، ماکسیم داده ها در دوره‌های متوالی تعیین شده و این ماکسیم‌ها، داده‌های فرین را تشکیل می دهند. روش دوم، روش مقادیر فراتر از آستانه (POT)[۱۹] نامیده می‌شود. در این روش داده‌هایی که از یک مقدار آستانه بیشتر باشد، داده‌های فرین را تشکیل می‌دهد.

در روش ماکسیم بلوک‌ها از رویکرد ارزش فرین تعمیم یافته (GEV)[۲۰] و در روش مقادیر فراتر از آستانه از رویکرد توزیع تعمیم یافته پرتو (GPD)[۲۱] استفاده می شود. از آنجا که رویکرد GEV ممکن است باعث از دست رفتن بخشی از اطلاعات مفید گردد زیرا احتمال دارد برخی از نمونه‌ها بیش از یک مقدار فرین داشته باشد و از طرفی رویکرد POT از داده‌ها به صورت کاراتری استفاده می‌کند، به این دلیل عمدتاً از رویکرد POT در مطالعات تجربی انتخاب می شود و نسبت به رویکرد GEV پرکاربردتر است (گیلی و کلزی[۲۲]، ۲۰۰۶).

در تحقیق حاضر نیز از روش POT استفاده شده که در دادمه به تشریح این روش می‌پردازیم:

۲-۱-۱- رویکرد فراتر از آستانه (POT)

اگر نمونه مشاهدات را با $x_1, x_2, ..., x_n$ و تابع توزیع آن را با $F(x)$ و مقدار آستانه را با u نشان دهیم. $F(u)$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$F(u) = Pr(x_i \leq u)$$

براین اساس، مقدار اضافی فراتر از آستانه را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$y_i = x_i - u$

به این ترتیب توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه u برابر خواهد بود با:

$$F_u(y) = \Pr(x - u \le y \mid x > u) = \frac{F(y+u) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)}$$

که در آن $F_u(y)$ نمایانگر احتمال تخطی x حداکثر به اندازه y از آستانه u است. البتـه مشـروط بـر اینکـه x از u فراتر رفته باشد.

بالکان، دی‌هان و پیکاندس (۱۹۷۵) طی قضیه‌ای نشان دادند که بـرای «u» هـایی کـه بـه انـدازه کـافی بـزرگ هستند، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می توان با توزیع تعمیم یافته پرتو تقریب زد. توزیع تعمیم یافته پرتو به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_{\xi,\mu,\sigma}(x_{\max}) = 1 - \left[1 + \xi_{\max}\left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}}\right)\right]^{-1/\xi_{\max}}$$

که $\xi_{\max}$ پارامتر شکل یا شاخص دنباله[۲۳]، $\mu_{\max}$ پارامتر موقعیت[۲۴] و $\sigma_{\max}$ پارامتر مقیاس[۲۵] می‌باشد (چن و همکاران، ۲۰۱۰).

۲-۱-۲- انتخاب آستانه u

مبانی نظری ضعیفی برای انتخاب آستانه وجود دارد و این یکی از نقاط ضعیف نظریه فراتر از آسـتانه اسـت. انتخاب آستانه مستلزم یک مصالحه (توازن) بین بزرگی آستانه و تعداد مشاهدات فراتر از آستانه اسـت. بـه بیـان دیگر، تعیین آستانه مستلزم ایجاد تعادل بین تورش (اریب) و واریانس است. انتخاب یک آسـتانه کوچـک باعـث معرفی برخی از مشاهدات مرکزی‌تر به مجموعه مشاهدات گردیده و موجب اریب‌دار شدن برآوردمان خواهد شد. از طرفی آستانه بسیار بزرگ باعث می‌شود تعـداد کـافی از مشـاهدات را در اختیـار نداشـته و از قابلیـت اتکـای تخمین‌ها کاسته شود (ترزپیوت و ماجوزکا[۲۶]، ۲۰۱۳).

یک ابزار گرافیکی که برای انتخاب آستانه u بسیار مفید است، نمودار تابع میانگین فرونی[۲۷] اسـت ایـن تـابع بـه صورت زیر تعریف می شود:

$$e_{n_u}(u) = \frac{\sum_{i=1}^{n_u}(X_i - u)}{\sum_{i=1}^{n_u} I_{(X_i > u)}}$$

که I تابع شاخص است و زمانی که داده‌ها بزرگتر از آستانه باشد، یک می‌گیرد و در غیر این صورت صفر می‌شود. اگر تابع میانگین فزونی در بالای یک آستانهٔ خاص، خطی راست با شیب مثبت باشد، نشانگر این است که داده‌ها

از توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو با شاخص دنبالهٔ مثبت پیروی می‌کنند. از سوی دیگر، تابع میانگین فزونی داده‌هایی که دارای توزیع نمایی است، خطی افقی است و در نهایت این تابع برای داده‌هایی با دنباله‌های کم‌تراکم، خطی با شیب منفی است (چن و لو[۲۸]، ۲۰۱۵).

۲-۲- معیارهای وابستگی فرین

یکی از مباحث مهم در تحلیل بازارهای مالی این است که آیا تعامل بین بازارهای مالی موجب تغییرات قابل ملاحظه در زمان پیدایش پیشامدهای فرین می شود یا نه؟ شواهدی از مطالعات تجربی نشان داده است که بازده‌های دارایی در دوران متلاطم وابستگی بالاتری نسبت به دوران آرام دارد. به منظور کنترل موفقیت آمیز ریسک، باید در کنار سنجش شاخص ریسک بازده منفرد، باید وابستگی بین بازارها نیز مورد بررسی قرار گیرد. (لیو، ۲۰۰۷).

بطور اساسی ساختار وابستگی میان متغیرها می‌تواند به چهار گروه مختلف طبقه‌بندی شود: عدم وابستگی (استقلال)، وابستگی کامل، استقلال مجانبی و وابستگی مجانبی. مقادیر فرین در حالت وابستگی مجانبی، بصورت همزمان رخ می‌دهد در حالی که در ساختار استقلال مجانبی در زمان‌های مختلف رخ می‌دهد (سینق و همکاران، ۲۰۱۱).

طبق قضیه اسکلار[۲۹] (۱۹۵۹)، هر توزیع مشترک می‌تواند به توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی آن (کاپیولای C) تجزیه شود. اگر بُعد حاشیه‌ای توزیع مشترک از طریق تبدیل داده‌ها رفع شود، تفاوت باقیمانده میان توزیع‌ها صرفاً به خاطر وابستگی خواهد بود (امبرچتس و همکاران[۳۰]، ۲۰۰۲). با بازده‌های دو متغیره (X,Y) بُعد حاشیه‌ای توزیع مشترک می‌تواند از طریق تبدیل آنها به توزیع حاشیه‌ای فرچت استاندارد[۳۱] (S,T) رفع شود:

$$S = -\frac{1}{logF_X(X)} \quad و \quad T = -\frac{1}{logF_Y(Y)}$$

که درآن F_X و F_Y توابع توزیع حاشیه‌ای X و Y هستند. در عمل F_X و F_Y توابع توزیعی تجربی متغیرهای مستقل هستند (سینق و همکاران، ۲۰۱۱).

۲-۲-۱- *وابستگی مجانبی؛ یک رویکرد متعارف: χ*

برای یک آستانه فرین s (s همچنین می‌تواند چندک q باشد)، پیشامدهای S>s و T>s بطورمساوی فرین‌هایی برای هر دو متغیر هستند. اولین معیار وابستگی ناپارامتریک χ به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود

$$\chi = \lim_{s\to\infty} P(T > s \mid S > s)$$
$$= \lim_{s\to\infty} \frac{P(T > s,\ S > s)}{P(S > s)}$$

که در آن $0 \leq \chi \leq 1$ بوده و χ می‌تواند جهت بررسی وابستگی بین S و T مورد استفاده قرار گیرد. اگر $\chi>0$ باشد در آن صورت S و T دارای وابستگی مجانبی هستند. اگر $\chi=1$ باشد در آن صورت S و T دارای وابستگی مجانبی کامل هستند و اگر $\chi=0$ باشد در آن صورت S و T دارای استقلال مجانبی هستند (پون و همکاران، ۲۰۰۳).

۲-۲-۲- عدم وابستگی (استقلال) مجانب؛ یک معیار وابستگی جایگزین: $\bar{\chi}$

کولیس و همکاران (۱۹۹۹) یک معیار ثانویه وابستگی $\bar{\chi}$ را توسعه دادند که می‌تواند جهت اندازه گیری وابستگی برای متغیرهایی با استقلال مجانبی استفاده شود. بنابراین $\bar{\chi}$ دربرگیرنده اطلاعاتی در مورد درجه استقلال مجانبی دو متغیر است که این اطلاعات از طریق χ در حالت استقلال مجانبی (یعنی $\chi=0$) ارائه نمی‌شود.

$$\bar{\chi} = \lim_{s\to\infty} \frac{2\log P(S > s)}{\log P(S > s, T > s)} - 1$$

که در آن $-1 \leq \bar{\chi} \leq 1$ بوده و معیار نرخی[۳۲] است که در آن $P(T > s \mid S > s)$ به سمت صفر میل می‌کند است. در صورتی که $\bar{\chi}=1$ باشد آنگاه متغیرهای T و S وابستگی مجانبی دارند. $\bar{\chi}=0$ نشانگر عدم وابستگی (استقلال) مجانبی است. حالت‌های $\bar{\chi}>0$ و $\bar{\chi}<0$ نیز به ترتیب وابستگی (رابطه)[۳۳] مثبت و منفی را نشان می‌دهد.

با دو معیار χ و $\bar{\chi}$ کلیه اطلاعات مورد نیاز جهت توصیف درجه و نوع وابستگی فرین را می‌توان به دست آورد. در عمل، قبل از کمی سازی وابستگی مجانبی با استفاده از تخمین χ، توزیع دو متغیره برای $\bar{\chi}=1$ آزمون می‌شود. اگر متغیرها، وابستگی مجانبی نداشته باشند (یعنی $\bar{\chi}\neq 1$ باشد)، در آن صورت درجه وابستگی از طریق مقدار $\bar{\chi}$ نشان داده می‌شود. ولی در حالت وابستگی مجانبی (یعنی $\bar{\chi}=1$)، درجه وابستگی از طریق مقدار χ، کمی‌سازی می‌شود (اونال و کورمان[۳۴]، ۲۰۱۲)

در هر تحقیق تجربی ،ابتدا باید بررسی کنیم که آیا $\hat{\bar{\chi}}$ به صورت معنی‌داری کمتر از ۱ هست یا نه؟ یعنی اگر مثلاً با سطح اطمینان ۹۵ درصد $\hat{\bar{\chi}} + 1.96\sqrt{var(\hat{\bar{\chi}})} < 1$ باشد در آن صورت متغیرها دارای استقلال مجانبی بوده و $\chi=0$ می باشد. اما اگر شواهد کافی برای رد فرضیه صفر ($\bar{\chi}=1$) وجود نداشته باشد. در آن صورت χ تحت فرض $\eta=1$ $\bar{\chi} =$ تخمین زده می‌شود (لیو، ۲۰۰۷).

۲-۳- پیشینه پژوهش

هرچند کاربردهای اولیه نظریه ارزش فرین در ادبیات مهندسی بسیار گسترده است ولی کاربرد این نظریه طی یک دهه اخیر به علوم مالی راه پیدا کرده است (سینق و همکاران، ۲۰۱۱). بیشترین کاربردهای این نظریه بصورت تک متغیره بوده است.

از زمانی که میزان کاربرد EVT تک متغیره بطور مستمر در حال افزایش بود، کاربردهای مالی EVT چند متغیره نیز در حال ظهور بود. لانگین و سولنیک (۲۰۰۰) کاربرد روش ارزش فرین چند متغیره را برای بازده‌های

بازار سهام اکتشاف کردند. استاریکا (۲۰۰۰) یک سطح بالایی از وابستگی را بین تحرکات فرین[۳۵] اکثر ارزها در اتحادیه اروپا یافت (پون و همکاران، ۲۰۰۳).

پون، راکینجر و تاون (۲۰۰۳) دو معیار ناپارمتریک χ و $\bar{\chi}$ را معرفی و برای شناسایی و کمی سازی ریسک دنباله در میان بازده‌های سهام پنج بازار سهام بین المللی طی دوره ۲۰۰۰-۱۹۶۸ استفاده کردند. ایشان برای رفع ناهمسانی واریانس در فرآیند بازده‌های سهام از یک سری از فیلترهای نوسان (از قبیل AGARCH، ADC و SV) استفاده کردند و در تحقیق‌شان نشان دادند که شواهدی قوی در خصوص استقلال مجانبی بین بازده‌های بازار سهام مورد بررسی وجود دارد. همچنین نتایج تحقیق آنها نشان داد که وابستگی مقادیر فرین در بازارهای رو به افت[۳۶] نسبت به بازهای در حال صعود[۳۷] قوی‌تر است.

سینق و همکاران (۲۰۱۱) در تحقیقی با استفاده از معیارهای ناپارامتریک دو متغیره EVT جهت بررسی وابستگی مجانبی و تخمین درجه وابستگی دنباله بازده روزانه بازار سهام استرالیا با چهار بازار سهام بین المللی (S&P-500، Nikkei-225، DAX-30 و Heng-Seng) پرداختند و از مدل‌های GARCH و AGARCH به عنوان فیلترهایی برای همسانی سری‌های بازده لگاریتمی استفاده کردند. نتایج تحقیق نشان داد که وابستگی مجانبی بین دنباله‌های فرین بازارهای سهام ضرورتاً وجود ندارد؛ بلکه می‌تواند به دلیل وجود ناهمسانی در سری‌های زمانی مالی بازارهای سهام مختلف باشد.

اونال و کورمان (۲۰۱۲) به بررسی وابستگی فرین بین بازده‌های نفت برنت و شاخص بورس سهام ترکیه (ISE100) طی دوره ۲۰۱۱-۱۹۸۸ (طی دو مرحله ۱۹۹۹-۱۹۸۸ و ۲۰۱۱-۲۰۰۰) پرداختند. از پسماندهای مربوط به مدل‌های ARIMA شاخص بازار سهام و نفت برنت برای تحلیل مقادیر قرین دومتغیره استفاده شد. نتایج تحقیق نشان داد که اولاً، بین بازده روزانه شاخص سهام و نفت برنت استقلال مجانبی وجود دارد. دوماً، در دوره دوم (۲۰۱۱-۲۰۰۰) انطباق بین مقادیر فرین در دنباله منفی بیش از دنباله مثبت است و این نتیجه هم‌راستا با نتایج تحقیقات قبلی انجام شده در این خصوص است.

چن و لو (۲۰۱۵) به بررسی وابستگی فرین بین بازار سهام چین و قیمت جهانی نفت خام بر مبنای EVT پرداختند و دریافتند که وابستگی فرین مثبت بین این بازارها وجود دارد. آنها تشریح کردند که این وابستگی مثبت بر حسب چرخه‌های اقتصادی به خاطر هم‌سوئی بین بازار سهام چین، قیمت جهانی نفت و چرخه اقتصادی جهانی است. آنها همچنین با بررسی اثر سرایت نشان دارند که وابستگی بین بازار سهام جهانی و بازار نفت خام در طی دوران بحرانی افزایش می‌یابد.

در خصوص وابستگی فرین بین بازارهای مالی با استفاده از نظریه ارزش فرین چند متغیره هیچ تحقیق داخلی توسط نگارندگان مقاله حاضر یافت نشد و به نظر می‌رسد مقاله حاضر اولین تحقیق در این خصوص باشد. تحقیقات داخلی انجام شده در خصوص وابستگی فرین در مواردی از قبیل « مدل سازی و اندازه گیری ریسک سبد اعتباری با وابستگی فرین»، «وابستگی‌های فرین تابع مفصل با رویکردچگالی دمی» و « بررسی ساختار وابستگی مفصل‌های مقدار فرین» انجام شده است.

۳- روش‌شناسی پژوهش

تحقیق حاضر براساس دسته‌بندی بر مبنای هدف، از نوع کاربردی است و می‌تواند به اشخاص در مـدیریت و کنترل ریسک کمک کند. از سوی دیگر این تحقیق به لحاظ روش، از نوع توصیفی- همبسـتگی مـی‌باشـد؛ زیـر اقدام به مطالعه وجود روابط بین بازارهای سهام مختلف نموده و میزان و درجه وابستگی فرین آنها را می‌سنجد.

قلمرو مکانی پژوهش شامل بورس اوراق بهادار تهـران و بازارهـای سـهام بـین المللـی (Nikkei225، DFM، CAC All Shares ، DAX و S&P 500) و قلمرو زمانی آن شامل یک دوره ۱۰ ساله (از ابتـدای سـال ۲۰۰۶ تـا انتهای سال ۲۰۱۵) می‌باشد.

با توجه به اینکه در تحقیق حاضر برای آزمون وابستگی فرین از بازده روزانه لگاریتمی ($\log(p_t/p_{t-1})$) شاخص کل هر یک از بازارهای سهام مذکور استفاده شده است، بنابراین در تحقیق حاضـر، نمونـه‌گیـری انجـام نشـده و نمونه تحقیق در واقع همان جامعه آماری تحقیق (بازارهای مورد بررسی) می‌باشد.

برای گردآوری اطلاعات مورد نیاز بازار سهام تهران از قیمت‌های روزانه شـاخص بـورس اوراق بهـادار تهـران استفاده شده است. همچنین برای جمع آوری قیمت‌های روزانه شاخص سهام بازارهای ژاپن، دبی، فرانسه، آلمان و S&P از سایت www.investing.com استفاده شده است.

در تحقیق حاضر، از معیارهای مبتنی بر EVT دو متغیره (دو معیار ناپارمتریک χ و $\bar{\chi}$) و از رویکرد مبتنی بر آستانه، جهت ارزیابی وابستگی فرین بازار سهام تهران با پنج بازار سهام بین المللی مذکور استفاده شده است.

همچنین برای فیلتر کردن همبستگی سریالی و ناهمسانی واریانس جهت بدست آوردن داده‌های مستقل، به ترتیب از مدل‌های اتورگرسیو(AR)[۳۸] و AGARCH[۳۹] برای سری‌های بازده تک متغیره و از مدل‌های اتورگرسـیو برداری (VAR)[۴۰] وMGARCH[۴۱] برای سری‌های بازده دو متغیره استفاده شده است.

بطور کلی، به منظور تخمین سطح وابستگی سری‌های دو متغیره، در مقاله حاضر به شرح زیر عمل شده است:

۱) بکـارگیری مـدل‌هـای VAR و MGARCH بـه مجموعـه داده‌هـای خـام (X, Y) و بدسـت آوردن باقیمانده‌های استانداردشده، $\hat{v} = (\hat{v}_X, \hat{v}_Y)$

۲) تخمین توزیع تجربی $\hat{v}_X$ و $\hat{v}_Y$: $F_{v_X}(v_X)$ و $F_{v_Y}(v_Y)$

۳) تبدیل متغیرهای تجربی به متغیرهای توزیع شده فرچت:

$$S = -\frac{1}{logF_{v_X}(v_X)} \quad \text{و} \quad T = -\frac{1}{logF_{v_y}(v_y)}$$

۴) انتخاب مقدار آستانه (u) و تعیین داده‌های فرین با استفاده از رویکرد POT

۵) بکارگیری معیارهای χ و $\bar{\chi}$ جهت آزمون وابستگی فرین.

با توجه به اینکه ادبیات تجربی مرتبط، قویاً تصدیق می‌کند که سطح وابستگی فرین در دو دنباله توزیع، نامتقارن است و عموماً گرایش بیشتری برای وابستگی فرین در دنباله چپ نسـبت بـه دنبالـه راسـت وجـود دارد (چـن و همکاران، ۲۰۱۲). بنابراین در تحقیق حاضر نیز درجه وابستگی بازده‌های مثبـت و منفـی بطـور جداگانـه بـرای

بازارهای مختلف آزمون شده است. در مقاله حاضر، برای تحلیل داده‌ها نیز از نرم افزارهای Eviews و R استفاده شده است.

۴- یافته‌های پژوهش

۴-۱- آماره‌های توصیفی

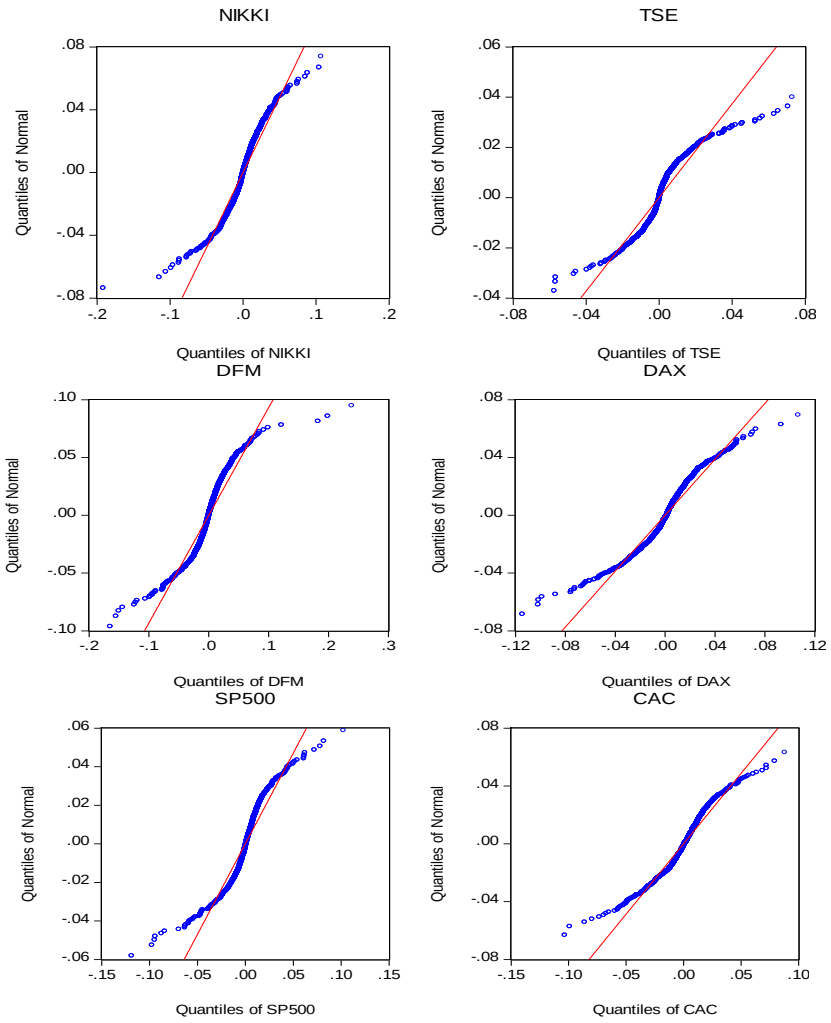
در جدول (۱) برخی آماره‌های توصیفی بازده شاخص شش بازار سهام ارائه شده است. چولگی سری‌های بازدهی بازارهای ژاپن (Nikkei 225)، آلمان (DAX)، فرانسه (CAC) و آمریکا (S&P 500) منفی می باشند که نشان می‌دهد انحرافات از میانگین در جهت منفی، بزرگتر است. در مقابل، چولگی بازارهای سهام ایران (TSE) و دبی (DFM) مثبت می‌باشد.

کشیدگی سری بازدهی هر شش بازار بطور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از ۳ بوده و نشان می‌دهد این سری‌ها از توزیع‌های بلند و کشیده با دنباله‌های پهن برخوردار هستند .

جدول ۱- آماره توصیفی بازده روزانه شاخص‌های سهام طی دوره ۲۰۱۵-۲۰۰۶

	TSE	DFM	Nikkei	CAC	DAX	S&P
میانگین	۰,۰۰۱۴۴	-۰,۰۰۰۷	۰,۰۰۰۱۲	۰,۰۰۰۰۹	۰,۰۰۰۵۴	۰,۰۰۰۳۹
میانه	۰,۰۰۰۵	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۶	۰,۰۰۱۰	۰,۰۰۱۸	۰,۰۰۱۱
انحراف معیار	۰,۰۱۱۵	۰,۰۲۸۵	۰,۰۲۲۰	۰,۰۱۸۸۴	۰,۰۲۰۵	۰,۰۱۷۴
چولگی	۰,۷۲۲	۰,۱۶۰۳	-۰,۸۱۴۹	-۰,۴۵۴۷	-۰,۵۱۴۱	-۰,۷۲۲۹
کشیدگی	۱۰,۵۳۹	۱۴,۰۶۳	۱۰,۹۸۱	۶,۵۵۷۷	۷,۱۹۱	۱۰,۵۵
جارک-برا	۳۰۶۴	۶۳۷۰	۳۴۵۰	۷۰۱	۹۶۸	۳۰۷۹
p-value	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
Engle(1)	۴۴۳	۴۷۱	۳۳۱	۸۱	۳۱۵	۱۰۷
p-value	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
Q(5)	۲۸,۳۲	۱۳,۶۱	۱۰,۴۴	۵۸,۱۴	۱۳,۱۲	۲۹,۱۸
p-value	۰,۰۰	۰,۰۲۴	۰,۰۶	۰,۰۰	۰,۰۲۵	۰,۰۰۰

در نمودار (۲)، شکل چندک- چندک توزیع‌های تجربی سری‌های بازده در مقابل توزیع نرمال ترسیم شده است و نشانگر عدم نرمال توزیع بازدهی تمامی سری‌های و پهن بودن دنباله آنها است.



همچنین در جدول (۱)، آماره Engle(1) هر شش سری، بسیار بالا بوده و نشانگر ناهمسانی واریانس قوی است. آزمون پورت- مانتو[۴۲] برای خودهمبستگی بازده میان پنج وقفه اول، Q(5)، نشان می‌دهد که فرض عدم وجود خودهمبستگی، بجز Nikkei 22 برای سایر سری‌های بازدهی رد می‌شود. خودهمبستگی سری‌های بازده ممکن است بر درجه وابستگی بین آنها تاثیر بگذارد. بنابراین، ضرورت دارد فیلتر AR بر سری‌های بازده برازش شود.

در جدول (۲)، آماره‌های توصیفی برای بازده‌های فیلتر شده با AR ارائه شده است. در قسمت فوقانی این جدول، آماره توصیفی بازده‌هایی که فقط برای رفع خودهمبستگی با AR فیلتر شده‌اند ولی برای رفع ناهمسانی با AGARCH استفاده نشده‌اند را نشان می‌دهد.

آزمون Q(5) نشان می‌دهد که فرض صفر عدم خودهمبستگی مورد تایید است؛ ولیکن آماره Engle(1) نشانگر وجود ناهمسانی واریانس است.

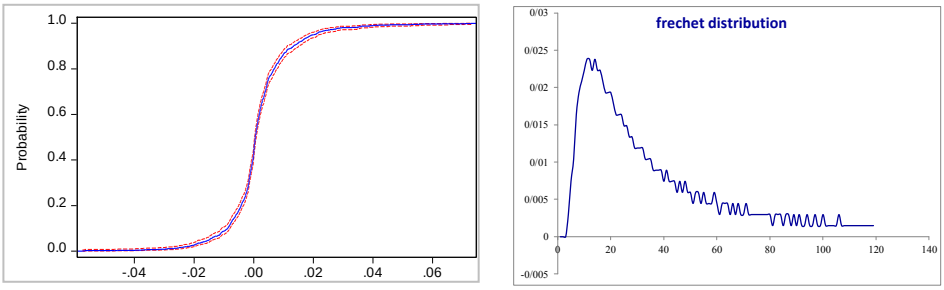
جدول ۲- آماره توصیفی بازده‌های فیلتر شده با AR طی دوره ۲۰۱۵-۲۰۰۶

	TSE	DFM	Nikkei	CAC	DAX	S&P
بازده‌هایی که برای رفع ناهمسانی، فیلتر نشده‌اند.						
چولگی	۰,۶۱۲	۰,۱۵۹۳	-۰,۷۸۴۳	-۰,۴۹۳	-۰,۵۲۴۰	-۰,۶۳۲۸
کشیدگی	۹,۹۹۱	۱۳,۸۶۷	۱۰,۹۹۵	۶,۰۵۰۱	۷,۳۹۴	۱۰,۲۸
Engle(1)	۴۸۸	۵۱۲	۴۱۳	۹۷	۳۶۶	۱۱۸
p-value	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
Q(5)	۰,۰۰۴	۰,۰۰۱۸	۰,۰۰۱۴	۰,۰۰۵	۰,۰۰۲	۰,۰۰۳
p-value	۱,۰۰	۱,۰۰	۱,۰۰	۱,۰۰	۱,۰۰	۱,۰۰
پسماندهای فیلتر شده با AGARCH						
چولگی	۰,۵۱۸	۰,۱۱۴۷	-۰,۷۴۳۰	-۰,۴۰۱۰	-۰,۵۶۴۰	-۰,۶۱۱۸
کشیدگی	۴,۰۱۸	۷,۲۵۱	۴,۵۲۷	۳,۷۵۱	۴,۵۲۱	۶,۷۲۱
Engle(1)	۲,۵۷۳	۳,۸۲۱	۰,۸۷۲	۰,۰۹۲۱	۰,۰۸۳۱	۲,۷۱۵
p-value	۰,۶۰۴	۰,۰۵۷۸	۰,۹۲۸	۱,۰۰	۱,۰۰	۰,۹۹۱
Q(5)	۷,۹۴۵	۷,۱۵۳	۲,۱۱۰	۴,۵۳۱	۴,۹۲۱	۵,۲۸۷
p-value	۰,۶۴۰	۰,۶۹۸	۰,۸۷۶	۰,۷۲۵	۰,۷۸۸	۶,۹۲۳

در قسمت پایینی جدول (۲)، آماره توصیفی پسماندهای فیلتر شده با AGARCH را نشان می‌دهد. آماره Engle(1) و Q(5) نشانگر عدم وجود ناهمسانی واریانس و خودهمبستگی سریالی می‌باشد و این بازده‌های فیلتر شده با AR و AGARCH بسیار نزدیک به متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان (i.i.d) می‌باشند.

۴-۲- تخمین آستانه فرین (u) و پارامترهای توزیع تعمیم یافته پرتو (GPD)

پس از به دست آوردن داده‌های فیلتر شده با AR و AGARCH، تابع توزیع تجمعی[۴۳](CDF) هر یک از سری پسماندهای استاندارد شده را تخمین زده و سپس آنها را به متغیرهای توزیع شده با فرچت تبدیل می‌کنیم. به عنوان مثال، در نمودار(۳)، نمودارهای توزیع تجمعی تجربی و توزیع فرچت بازده روزانه لگاریتمی شاخص بورس اوراق بهادار تهران (TSE) ارائه شده است:



نمودار ۳- نمودار تابع توزیع تجربی تجمعی و تابع توزیع فرچت TSE

مرحله بعدی، تعیین آستانه فرین سری‌های دومتغیره با استفاده از تابع میانگین فزونی و تخمین پارامترهای GPD با استفاده از تخمین زن حداکثردرستنمایی ξ (تخمین زن هیل) می‌باشد.

در جدول (۳)، مقدار آستانه، تعداد مشاهدات فراتر از آستانه (N_u)[۴۴] پارامتر شاخص دنباله $(\widehat{\xi})$ و پارامتر مقیاس $(\hat{\sigma})$دنباله‌های چپ و راست سری‌های دومتغیره نشان داده شده است.

شاخص دنباله $(\widehat{\xi})$ در دنباله‌های چپ و راست تمامی سری‌های دومتغیره، مثبت بوده و نشان می‌دهد که دنباله‌های چپ و راست توزیع بازدهی سری‌های دومتغیره، پهن و متراکم است. همچنین به جزء سری TSE-DFM، در بقیه سری‌های دومتغیره، شاخص دنباله $(\widehat{\xi})$ در دنباله راست بیش از دنباله چپ می‌باشد.

شایان ذکر است شاخص دنباله $(\widehat{\xi})$ در متغیرهای گاوسی (نرمال) صفر می باشد. در حالی که در شاخص دنباله در تمامی سری‌های دومتغیره مذکور در جدول (۳) بزرگتر از صفر می‌باشد.

جدول ۳- نتایج تخمین پارامترهای توزیع تعمیم یافته پارتو (GPD)

		آستانه (u)	Excess	Quartile	$\widehat{\xi}$	$\hat{\sigma}$
TSE-DFM	دنباله چپ	-۰,۰۴۶۷	۴۵	۰,۰۴	۰,۱۸۵۰	۰,۰۲۸۲
	دنباله راست	۰,۰۴۴۹	۲۱	۰,۹۶	۰,۲۵۸	۰,۰۱۶۲
TSE-Nikke	دنباله چپ	-۰,۰۳۲۲	۶۴	۰,۰۷	۰,۱۸۹۶	۰,۰۱۸۷
	دنباله راست	۰,۰۴۱۱	۵۸	۰,۹۲	۰,۱۶۲۱	۰,۰۱۶۲
TSE-CAC	دنباله چپ	-۰,۰۳۹۱	۲۶	۰,۰۳	۰,۲۶۸	۰,۰۱۰۱
	دنباله راست	۰,۰۴۸۲	۳۳	۰,۰۹۶	۰,۲۴۸	۰,۰۲۲۸
TSE-DAX	دنباله چپ	-۰,۰۳۲۸	۴۲	۰,۰۵	۰,۲۱۱	۰,۰۱۲۴۱
	دنباله راست	۰,۰۳۴۹	۳۲	.۰,۰۹۶	۰,۱۸۳	۰,۰۱۴۲
TSE-S&P	دنباله چپ	-۰,۰۲۷۱	۲۷	۰,۰۳	۰,۳۱۱	۰,۰۱۲۰
	دنباله راست	۰,۰۳۵۱	۳۰	۰,۹۶	۰,۲۹۶	۰,۰۲۱۷

۴-۲- برآورد معیارهای وابستگی فرین

برای آزمون وابستگی مجانبی بین بازارها از طریق معیارهای ناپارامتریک χ و $\bar{\chi}$ مبتنی بر MEVT و با استفاده از بازده‌های فیلتر شده با VAR و MGARCH استفاده شده است.

جدول (۴) نتایج تخمین χ و $\bar{\chi}$ مبتنی بر MEVT را با استفاده از تخمین حداکثر راستنمایی (MLE) برای دنباله‌های چپ و راست بازده‌های فیلتر شده نشان می‌دهد. سطح اطمینان برای برای تخمین معیارهای وابستگی χ و $\bar{\chi}$، ۹۵ درصد در نظر گرفته شده است.

جدول ۴- معیارهای وابستگی بین بازده‌های فیلتر شده TSE با سایر بازارها

	دنباله چپ			دنباله راست		
	حد پایین	$\bar{\chi}$	حد بالا	حد پایین	$\bar{\chi}$	حد بالا
TSE-DFM	۰,۱۳۶	۰,۵۰۱	۰,۸۶۶	۰,۰۶۹۴	۰,۴۳۲	۰,۷۹۵
TSE-Nikke	۰,۰۹۳۷	۰,۳۲۵	۰,۵۵۶	۰,۱۴۹	۰,۳۲۸	۰,۵۰۶
TSE-CAC	۰,۰۳۵۸	۰,۲۶۹	۰,۵۰۲۲	۰,۱۱۷	۰,۲۸۴	۰,۴۵۱
TSE-DAX	۰,۱۰۹	۰,۳۰۱	۰,۴۹۳	۰,۱۰۹	۰,۳۱۱	۰,۵۱۳
TSE-S&P	۰,۰۵۲۶	۰,۲۷۸	۰,۵۰۳	۰,۰۵۰۶	۰,۱۹۸	۰,۳۴۵

در تمامی سری‌های بازده دومتغیره، حد بالای $\bar{\chi}$ با سطح اطمینان ۹۵ درصد کوچکتر از یک بوده و بیانگر استقلال مجانبی بین بورس اوراق بهادار تهران با سایر بازارهای سهام مذکور می‌باشد.

بنابراین بر اساس نتایج تخمین χ و $\bar{\chi}$ مبتنی بر MEVT و بر اساس رویکرد POT، بورس اوراق بهادار تهران با سایر بازارهای مذکور در این تحقیق وابستگی مجانبی ندارد. در بین بازارهای مورد بررسی، بورس اوراق بهادار تهران بیشترین درجه وابستگی را با بورس دبی (DFM) در هر دو دنباله چپ و راست دارد.

۵- نتیجه گیری و بحث

نظریه ارزش فرین بر مدلسازی رفتار دنباله‌های توزیع با استفاده از مقادیر فرین تمرکز دارد. نظریه ارزش فرین چندگانه (MEVT) عمدتاً برای مطالعه ساختار وابستگی پیشامدهای فرین - بویژه برای تخمین وابستگی بین بازده‌های دارایی ریسکی- بکار می‌رود و در مدیریت ریسک بسیار مهم است.

در مقاله حاضر، وابستگی مجانبی بین لگاریتم بازدهی روزانه شاخص TSE با شاخص‌های DFM، DAX، S&P 500، CAC All Shares و Nikkei 225 با استفاده از نظریه ارزش فرین چند متغیره و با رویکرد فراتر از آستانه (POT) طی دوره ۲۰۱۵-۲۰۰۶ مورد ارزیابی قرار گرفت. همچنین به منظور رفع خود همبستگی سریالی از مدل های AR-AGARCH برای تک متغیره‌ها و از مدل‌های VAR-MGARCH برای دو متغیره استفاده شد.

نتایج تحقیق نشان می‌دهد که وابستگی مجانبی بین بـازده روزانـه شـاخص بـورس اوراق بهـادار تهـران بـا شاخص‌های مذکور تایید نمی‌شود و این شاخص‌ها در مقابل رخـدادهـای فـرین همچنـان بـا یکـدیگر اسـتقلال مجانبی داشته و وابستگی فرین بین این بازارها مشاهده نشد. با وجود این، شـاخص بـورس اوراق بهـادار تهـران، بیشترین درجه وابستگی مثبت را در بین بازارهای مذکور با شاخص بورس دبی (DFM) دارد کـه نشـانگر تـاثیر مستقیم داده‌های فرین بر این دو بازار در هر دو دنباله جپ و راست است.

نتایج تحقیق حاضر، مشابه و همسو با نتایج تحقیق انجـام شـده توسـط پـون و همکـاران (۲۰۰۳)، فرنانـدز (۲۰۰۳)، ییفانگ (۲۰۰۷)، چن و همکاران (۲۰۱۰)، سینق و همکاران (۲۰۱۱) بوده و وابستگی مجانبی بازارها با استفاده از داده‌های فیلتر شده با مدل‌هایی از قبیل MGARCH، AGHARCH وSV تایید نشده است. هر چند در برخی از این تحقیقات با استفاده از داده‌های خام، وابستگی مجانبی در بعضی از بازارها تایید شده است.

در خصوص وابستگی مجانبی فرین بین بازارها، تحقیق حاضر برای این اولین بار در ایـران انجـام شـده و در راستای توسعه تحقیق حاضر و نیز دلایل وابستگی یا استقلال مجانبی بین بازارها، انجام پژوهش‌هـایی بـه شـرح زیر به پژوهشگران و علاقه مندان در حوزه مدیریت ریسک پیشنهاد می‌گردد:

- ✓ بررسی وابستگی فرین بین بازارهای منطقه با استفاده از رویکردهایی از قبیل POT و ماکسیم بلوک‌ها.
- ✓ ارزیابی و تحلیل وابستگی فرین بورس اوراق بهادار تهران با بازارهای ارز، طلا و نفت در ایران با اسـتفاده از مدل‌های مختلف رفع خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس از قبیل SV و EGARCH.
- ✓ بررسی و شناسایی شاخص‌های کلان اقتصادی و مالی در ایجاد وابستگی مجانبی بین بازارها با اسـتفاده از نظریه‌های ارزش فرین شرطی و ارزش فرین چند متغیره.

فهرست منابع

* زمانی، شیوا، اسلامی بیدگلی، سعید و کاظمی، معین (۱۳۹۲). "محاسبه ارزش در معـرض ریسـک شـاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین". فصلنامه بورس اوراق بهادار، شماره ۲۱، بهار ۹۲.
* سجاد، رسول، هدایتی شهره و هدایتی، شراره (۱۳۹۳). "برآورد ارزش در معرض خطر با اسـتفاده از نظریـه ارزش فرین در بورس اوراق بهادارد تهران". فصلنامه علمی پژوهشی دانش سـرمایه‌گـذاری، شـماره ۹، بهـار ۱۳۹۳.
* Chen, Q., Giles, D. and Feng, H. (2012). "The Extreme-Value Dependence between the Chinese and Other International Stock Markets. Applied". Financial Economics Volume 22, Issue 14.
* Chen, Q. and X., Lv.(2015)."The Extreme-Value Dependence between the Crude Oil Price and Chinese Stock Markets". International Review of Economics and Finance, 39, 121-132.
* Coles, S. G., Heffernan, J. and Tawn, J. A. (1999). "Dependence measures for extreme value analyses". Extremes 3, 5-38.
* Embrechts, P., McNeil, A. and Strautman, D. (2002). "Correlation and dependency in risk management: properties and pitfalls. In Risk Management: Value at Risk and Beyond". Cambridge University Press.
* Fernandez, V. (2003). "Extreme Value Theory: Value at Risk and Returns Dependence around the World", Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.

* Glegola, M. (2007). "Extreme value analysis of corrosion data", Master Thesis, Delft University of Technology, Faculty of Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science, The Netherlands.
* Gilli, M., & Këllezi, E. (2006). "An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk". Computational Economics, 27(2), 207-228.
* Liu, Y., (2008). " Measuring Financial Risk And Extremal Dependence Between Financial Markets In Taiwan ", ", Master Thesis, College of Social Science, Department of Economics.
* Longin, F. M. (1996). "The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns". J. Bus. 63, 383-408.
* Poon, S., Rockinger, M. and Tawn, J. A. (2003). "Modeling extreme-value dependence in international stock markets", Statistica Sinica, 13, 929-53.
* Schmuki, S. (2008). "Tail Dependence: Implementation, Analysis, and Study of the most recent concepts". Master's thesis, Swiss Federal Institute of Technology.
* Singh, A. K, Allen, D. E., & Powell, R. J (2011). "Tail Evaluating Extremal Dependence in Stock Markets Using Extreme Value Theory". 19th International Congress on Modeling and Simulation, Perth, Australia, 12–16 December 2011, http://mssanz.org.au/modsim 2011.
* Trzpiot G., Majewska J. (2011): "The power of tail independence tests in extreme value models". An application for stock exchange marketswww.statistics.gov.hk/wsc/CPS205-P8-S.pdf.
* Trudel, D. (2008). "Tail Dependence of Hedge Funds". Master's thesis, Swiss Federal Institute of Technology.
* Ünal, G. and D. Korman. 2012. "Analysis of Extreme Dependence between Istanbul Stock Exchange and Oil Returns". The International Journal of Business and Finance Research, v. 6 (4), 113-124.

یادداشت‌ها

[1] Extreme Dependence
[2] Codependent Risk
[3] Asymptotic Dependence
[4] Singh et al
[5] Copula
[6] Poon, Rockinger, Tawn
[7] Yi Fang Liu
[8] Extrem Value Theory (EVT)
[9] Fernandez
[10] asymptotic independence
[11] Chen et al
[12] Coles et al
[13] Schmuki
[14] Value at Risk (VaR)
[15] Expected Shortfall (ES)
[16] Multivariate EVT
[17] Extreme Tails of the Distribution
[18] Block Maxima
[19] Peak Over Threshold (POT)

[20] Generalized Extreme Value (GEV)
[21] Generalized Pareto Distribution (GPD)
[22] Gilli & Kellezi
[23] Shape Parameter or Tail Index
[24] Location Parameter
[25] Scale Parameter
[26] Trzpiot & Majewska
[27] Mean Excess Function
[28] Chen & Lv
[29] Sklar's Theorem
[30] Embrechts
[31] Standard Fréchet Marginals
[32] Rate
[33] Association
[34] Unal & Korman
[35] Extreme Movements
[36] Bear Market
[37] Bull Market
[38] Autoregressive
[39] Asymmetric GARCH
[40] Vector Autoregressive
[41] Multivariate GARCH
[42] portmanteau Test
[43] Cumulative Distribution Function(DCF)
[44] Excess