



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
سال هشتم / شماره سی‌ام / تابستان ۱۳۹۸

## مدلسازی ساختارهای وابستگی اجزای سیستم مالی ایران با رویکرد ARMA - APGARCH - Vine - Copula

سهیل خلیلی

دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشگاه تهران (نویسنده مسئول)  
soheil63firooz@yahoo.com

رضا تهرانی

عضو هیات علمی، استاد گروه مدیریت مالی و بیمه دانشگاه تهران  
Rtehrani@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۹/۱۰ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۱/۱۵

### چکیده

در این مقاله با بکارگیری رویکرد واین کاپیولا و با استفاده از مشاهدات روزانه از شاخص های بانک، بیمه، سرمایه گذاری ها و سایر مالی در بورس اوراق بهادار تهران طی دوره ای ۸ ساله، شواهدی دال بر ارتباط معنی دار و متقارن میان زیر بخش های شاخص مالی بورس اوراق بهادار تهران به دست آمده است. پس از جمع آوری داده ها و محاسبه بازدهی پیوسته گروه ها و پس از برآورد توزیع حاشیه ای نرخ های بازدهی هریک از شاخص ها با استفاده از مدل ARMA-APGARCH و با فرض پیروی مقادیر باقیمانده استاندارد از توزیع تی استیودنت چوله، ساختار وابستگی شاخص های مورد بررسی در قالب ساختارهای R-Vine مدلسازی گردید. با استفاده از یافته های پژوهش و به عنوان کاربرد ساختارهای واین کاپیولا در مدیریت ریسک سبدهای سرمایه گذاری، تخمین سنجه ارزش در معرض خطر با استفاده از این روش به نتایج قابل قبولی منجر شده است.

واژه‌های کلیدی: ساختار وابستگی، توابع کاپیولا، ساخت زوجی واین کاپیولا، ارزش در معرض خطر.

## ۱- مقدمه

مدلسازی و درک وابستگی میان بازده دارایی‌های مالی نقشی اساسی در تخصیص دارایی‌ها و صورت‌بندی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری دارد. مدیریت ریسک‌های مالی به شکل ویژه‌ای تحت تاثیر وابستگی میان دارایی‌ها و بازارهای مالی است و به همین خاطر مدلسازی و کمی‌سازی ساختار و میزان وابستگی بازارها و دارایی‌های مالی برای سرمایه‌گذاران امری ضروری است. یکی از سنج‌های بسیار معمول برای اندازه‌گیری وابستگی میان دو متغیر، محاسبه ضریب همبستگی خطی است که بر مبنای فرض زیربنایی پیروی توام دو متغیر از توزیع‌های گاوسی بنا نهاده شده است. همانگونه که با مراجعه به پژوهش‌هایی مانند لانجین و سولنیک (۲۰۰۱)، کارمان و هررا (۲۰۱۴) و سایر پژوهش‌هایی که تا کنون در حوزه مدلسازی وابستگی‌های مالی انجام شده اند می‌توان دریافت، داده‌های مالی معمولاً از توزیع‌های گاوسی و یا توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند و به همین خاطر اتکای صرف بر ضریب همبستگی به عنوان سنج اندازه‌گیری وابستگی میان متغیرهای مالی اغلب اوقات به نتایج گمراه‌کننده‌ای منجر می‌شود. همانگونه که در بحران مالی اخیر نیز مشاهده شد، هم‌تغییری میان متغیرهای مالی و بازده دارایی‌های مالی در شرایط سقوط بازار در مقایسه با شرایط صعود بازار، به شکل چشمگیری تقویت می‌شود. به عبارت دیگر ساختار وابستگی میان دارایی‌ها و بازارهای مالی ساختاری نامتقارن است. در واقع چنین خاصیتی که در ادبیات مالی عدم تقارن همبستگی و یا وابستگی دم‌چپ توزیع بازدهی‌ها نامیده می‌شود، به معنی بطلان فرض پیروی نرخ‌های بازدهی از توزیع‌های با مقاطع بیضوی است. علاوه بر این، ضرایب همبستگی خطی تنها میزان وابستگی میان دارایی‌ها و یا بازارهای مالی و یا به عبارت دیگر شدت ارتباط میان آنها را می‌سنجد و اطلاعاتی در خصوص ساختار وابستگی میان متغیرهای مالی یعنی نحوه رابطه میان دارایی‌ها و بازارهای مالیدر شرایط گوناگون به دست نمی‌دهند. ابزاری که برای غلبه بر این کاستی طراحی شده و جوامع پژوهشی مالی و اقتصادی خود را به آن مجهز کرده‌اند کاپیولا<sup>۱</sup> نام دارد. کاپیولا ابزاری ایده‌آل برای مطالعه همزمان میزان و ساختار وابستگی میان متغیرهای مالی هستند. قابلیت توابع کاپیولا برای مدلسازی و تخمین توزیع‌های چند متغیره از قضیه اسکالر (۱۹۵۹) نتیجه شده است. بر مبنای این قضیه هر توزیع توامی را می‌توان به توزیع‌های حاشیه‌ای آن و تابعی مانند C که مسئول به تصویر کشیدن ساختار وابستگی است، تفکیک نمود. همچنین می‌توان گفت که هر تابع کاپیولایی با ترکیب توزیع‌های حاشیه‌ای و وابستگی میان متغیرها، یک توزیع توام چند متغیره تولید می‌کند. راز جذابیت کاپیولاها در همین نکته نهفته است، چرا که با استفاده از توابع کاپیولا می‌توان رفتار توزیع‌های حاشیه‌ای یک متغیره هر یک از متغیرهای تصادفی را به صورت مجزا از وابستگی میان متغیرهای تصادفی مدلسازی کرد. (گروبر، ۲۰۱۴)

پژوهش‌هایی مانند، جو (۱۹۹۷)، نلسن (۱۹۹۹)، الکساندر (۲۰۰۸) چئونگ (۲۰۰۹) و پاتون (۲۰۰۶) نمونه‌های خوبی از کاربرد توابع کاپیولا در علوم مالی هستند. اگر چه انواع مختلفی از توابع کاپیولای دو متغیره در دست است که هر یک می‌توانند الگوهای وابستگی پیچیده و در عین حال انعطاف‌پذیری را در متغیرهای مالی مدل‌سازی نمایند، هنگام انتخاب میان توابع کاپیولای چند متغیره ( $n > 2$ ) با انتخاب‌های زیادی روبرو نیستیم. برای غلبه بر این محدودیت، نخستین بار جو (۱۹۹۶) روشی که آن را ساخت کاپیولای زوجی<sup>۲</sup> (PCC) نامید،

به جوامع پژوهشی ارائه نمود. پس از ارائه این روش محققین دیگری مانند بدفورد و کوک (۲۰۰۱)، کوروویکا و کوک (۲۰۰۶) روش ارائه شده توسط جو (۱۹۹۶) را توسعه داده و در تکامل آن کوشیدند. ساختارهای واین از دل این تلاش ها برای توسعه و و گسترش روش PCC بیرون آمده اند.

## ۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

### • توابع کاپیولا و قضیه اسکالر

به اعتقاد کوروویکا و همکاران (۲۰۱۲) مسئولیت ارائه مدل های کاپیولا به عنوان ابزاری مفید و پرکاربرد در زمینه علوم مالی را می توان به جو (۱۹۹۷) و نلسن (۲۰۰۶) نسبت داد. واژه کاپیولا نخستین بار توسط اسکالر<sup>۳</sup> (۱۹۵۹) و در زمینه امار و ریاضی و در قالب قضیه ای که به نام او قضیه اسکالر نامیده می شود، مورد استفاده قرار گرفت. همانگونه که فیشر (۱۹۹۷) در دانشنامه علوم آماری اظهار می دارد، کاپیولاها به دو دلیل مورد اقبال عمومی قرار گرفته اند، نخست به این خاطر که کاپیولاها سنجه ای فارغ از مقیاس برای ارزیابی میزان پیوستگی و رابطه میان متغیرهای تصادفی هستند و دوم اینکه کاپیولاها نقطه آغازی برای ساختن خانواده ای از توزیع های دوگانه و چندگانه به حساب می آیند. (فیشر، اشلوتر و ویگرت، ۲۰۰۹) سودمندی توابع کاپیولا، به عنوان ابزاری برای مدلسازی ساختارهای وابستگی مقطعی بین متغیرهای تصادفی، از قابلیت این توابع در تفکیک توزیع های حاشیه ای از وابستگی توام میان متغیرها سر چشمه می گیرد. کاپیولاهای زوجی را می توان به این صورت تعریف کرد: اگر  $X$  و  $Y$  متغیرهای تصادفی پیوسته ای با توابع توزیع  $F(x) = P(X \leq x)$  و  $G(y) = P(Y \leq y)$  و تابع توزیع توام  $H(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y)$  باشند، برای هر زوج مانند  $(x, y)$  در فضای  $[-\infty, \infty]^2$  نقطه ای در فضای  $I^3$  ( $I = [0, 1]$ ) با مختصات  $(F(x), G(y), H(x, y))$  وجود دارد. این نگاشت از فضای  $I^2$  به فضای  $I$  را کاپیولا می نامند. به عبارت دیگر، کاپیولا تابعی است با دامنه  $I^2$  و برد  $I$  ( $C: I^2 \rightarrow I$ ) به گونه ای که به ازای همه مقادیر  $x \in I$  روابط زیر برقرار باشد.

$$C(0, x) = C(x, 0) = 0 \quad \text{رابطه ۲}$$

$$C(1, x) = C(x, 1) = x \quad \text{رابطه ۱}$$

همچنین در توابع کاپیولا و به ازای تمام مقادیر  $a, b, c, d \in I$  که  $a \leq b, c \leq d$  رابطه زیر همیشه برقرار است:

$$V_C([a, b] \times [c, d]) = C(b, d) - C(a, d) - C(b, c) + C(a, c) \geq 0 \quad \text{رابطه ۳}$$

تابع  $V_C$  در رابطه بالا را حجم مستطیل  $[a, b] \times [c, d]$  تحت تابع  $C$  می نامند. (نلسن، ۲۰۰۶) در حالت چند متغیره، می توان توابع کاپیولا را توابعی دانست که اطلاعات راجع به ساختار وابستگی میان  $n > 2$  متغیر تصادفی  $X_1, X_2, \dots, X_n$  را در هم تلفیق می کند. (کوروویکا و جو، ۲۰۱۱)

قضیه اسکالر (۱۹۵۹) به عنوان قضیه ای بنیادین در مدلسازی کاپیولا، نشان می‌دهد که چگونه توزیع‌های چندگانه یک مجموعه از داده‌ها را می‌توان به توابع کاپیولا و توزیع‌های حاشیه‌ای تک تک داده‌ها تفکیک کرد. این قضیه در زمینه مدلسازی آماری توابع توزیع چند متغیره نقشی با اهمیت ایفا می‌کند و مبنای ساخت توابع کاپیولای زوجی قرار می‌گیرد. بر مبنای قضیه اسکالر، اگر  $H$  تابع توزیعی دو بعدی، با توزیع‌های حاشیه‌ای  $F$  و  $G$  باشد، آنگاه تابع کاپیولایی مانند  $C$  وجود دارد به گونه‌ای که  $H(x, y) = C(F(x), G(y))$  همچنین به ازای هر تابع توزیعی مانند  $F$  و  $G$  و هر تابع کاپیولایی مانند  $C$  تابع  $H$  تابع توزیع توامی با دو تابع توزیع حاشیه‌ای  $F$  و  $G$  خواهد بود. اگر توابع  $F$  و  $G$  پیوسته باشند آنگاه تابع  $C$  تابعی منحصر به فرد خواهد بود.

$$H(F^{-1}(u), G^{-1}(v)) = C(u, v) \quad \text{رابطه ۲}$$

در رابطه بالا  $F^{-1}$  وارون پیوسته از راست-محدود از چپ<sup>۴</sup> تابع  $F$  است. اگر متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  متغیرهای تصادفی پیوسته‌ای با توابع توزیع بالا باشند، آنگاه  $C$  تابع توزیع توام متغیرهای تصادفی  $F(X)$  و  $G(Y)$  با توزیع‌های یکنواخت است.

#### • ساختارهای واین (تاکواره ای)

در کنار توجهی که در دهه گذشته به توابع کاپیولای دو متغیره برای مدلسازی روابط میان متغیرهای مالی و اقتصادی شده است، ساختارهای مبتنی بر ساختارهای سلسله مراتبی<sup>۵</sup> از کاپیولاهای زوجی نیز اخیراً مورد استقبال جامعه پژوهشی علوم مالی و اقتصادی قرار گرفته است. همچنین در سالهای اخیر، کاربردهای کاپیولا در زمینه مدل‌های سری زمانی نیز گسترش یافته است. مشکل اصلی در مدلسازی‌های چند متغیره با استفاده از توابع کاپیولا، شناسایی توابع کاپیولای مناسب برای مدلسازی‌های چند متغیره است. کاپیولاهای چند متغیره استاندارد مانند کاپیولاهای چند متغیره گاوسی و تی استیودنت و یا کاپیولاهای ارشمیدسی چند متغیره از فقدان انعطاف پذیری در مدلسازی ساختار وابستگی میان تعداد زیادی از متغیرها رنج می‌برند. به عنوان روشی جایگزین برای مدلسازی الگوهای وابستگی چند متغیره، ساخت کاپیولاهای زوجی در قالب ساختارهای واین، نخستین بار توسط جو (۱۹۹۶) ارائه گردید. واین‌ها ساختارهای گرافیکی انعطاف‌پذیری هستند که برای توصیف توزیع‌های توام چند متغیره از سلسله‌ای از کاپیولاهای زوجی استفاده می‌کنند. همچنین، آس و همکاران (۲۰۰۹) در خلاقیتی کلیدی و راهگشا در مدلسازی وابستگی‌های چند متغیره، سلسله‌ای از کاپیولاهای زوجی، موسوم به ساختارهای C-Vine و D-Vine ارائه نمودند. این دو ساختار واین به طبقه گسترده تری از ساختارهای واین موسوم به ساختارهای R-Vine تعلق دارند. ساختارهای واین در قالب مدل‌های گرافیکی تثوریک، تعیین می‌کنند که چه متغیرهایی در چه جایگاهی می‌بایست در ساخت کاپیولاهای زوجی مورد استفاده قرار بگیرند، به نحوی که ساختار حاصل به بهترین نحو ممکن ساختار وابستگی و تغییرات توام مجموعه متغیرهای مورد بررسی را منعکس نماید. به عبارت دیگر واین‌ها ابزاری برای بر چسب گذاری محدودیت‌های

چینش متغیرهای تصادفی در توزیع های با ابعاد بالا هستند. هر ساختار واینی مانند  $V$  مجموعه ای است مرکب از درخت های به هم مرتبطی مانند  $T_1, T_2, \dots, T_{n-1}$  که شاخه های هر درختی مانند  $j$ ، گره های آغاز کننده درخت بعدی  $j + 1$  هستند. ساختارهای متعارف واین (R-Vine) به ازای  $n$  متغیر، ساختاری است که در آن

$$E(V) = E_1 \cup \dots \cup E_{n-1}$$

معرف مجموعه شاخه های  $V$  است به گونه ای که:

$$V = \{T_1, T_2, \dots, T_{n-1}\} \quad (1)$$

(هر ساختار واین مجموعه ای درخت های متوالی است)

(2)  $T_1$  درختی است با گره های  $N_1 = \{1, 2, \dots, n\}$  و شاخه های  $E_1$ ، به ازای  $i = 2, \dots, n-1$ ،  $T_i$  درختی است با گره های  $N_i = E_{i-1}$  (به جز درخت اول، شاخه های درخت قبلی، گره های آغازین درخت بعدی است).

(3) (قاعده مجاورت) به ازای  $i = 2, \dots, n-1$  و  $\{a, b\} \in E_i$  خواهیم داشت  $E_i \# a \Delta b$ . منظور از  $\Delta$  عملگر تفاضل متقارن و  $\#$  عدد اصلی مجموعه است.

هر شاخه در درخت  $T_j$  زوجی مرتب نشده از گره های  $T_j$  همان درخت و یا به عبارت دیگر، زوجی مرتب نشده از شاخه های درخت  $T_{j-1}$  است. مرتبه هر گره در هر درخت مانند  $T_j$  با تعداد شاخه های متصل به آن گره برابر است. هر ساختار واین معمولی به شرطی که دارای درختی مانند  $T_j$  با گره منحصر به فردی با مرتبه  $n-1$  باشد، واین کانونی C-Vine نامیده می شود. در صورتی که تمامی گره های تشکیل دهنده درخت های ساختار واین دارای مرتبه حداکثر 2 باشند، ساختار واین حاصل، واین قابل ترسیم D-Vine نامیده می شود. (کوک و همکاران، 2011)

هر ساختار R-Vine بین  $n$  متغیر تصادفی، شامل  $\frac{n(n-1)}{2}$  شاخه است. برای تشکیل دادن اولین درخت ساختار واین به شناسایی  $n-1$  کاپیولای دو متغیره غیر شرطی نیاز داریم. چگالی ساختار R-Vine کاپیولا با تخصیص کاپیولاهای دو متغیره مناسب به شاخه های ساختار R-Vine بیان می شود. (دفور و کوک، 2001)

## 2-1- پیشینه تجربی تحقیق

ساختارهای سلسله مراتبی ساخته شده از توابع کاپیولای زوجی، اخیراً در زمینه های گوناگونی در رابطه با مدلسازی های چند متغیره استفاده شده است. مواردی از کاربرد ساختارهای واین کاپیولا در علوم مالی عبارتند از:

- (1) مک آلیر، پاول و سینگ (2017) ساختار R-Vine را برای مطالعه وابستگی های متقابل بازار بزرگ مالی اروپا در قالب شاخص های انفرادی هر یک از بازارها و شاخص ترکیبی یورو استاکس 50 و شاخص متوسط صنعتی داو جونز به کار گرفتند. نمونه انتخابی این پژوهشگران بین سالهای 2005 تا 2013 مطالعه نحوه تغییر همبستگی میان بازارهای مورد بررسی را در شرایط اقتصادی مختلفی امکان پذیر ساخت. نتایج حاصل از این تحقیق حکایت از آن دارد که همبستگی میان بازارهای مالی به گونه ای پیچیده تغییر می کند.
- (2) سوکچارون و لیثام (2017) نحوه بکارگیری رویکرد واین کاپیولا برای تخمین نسبت پوشش ریسک چند دوره ای برای پوشش ریسک نامطلوب شرکت های پالایشی را، با استفاده از داده های هفتگی قیمت نقدی و

- آتی نفت خام WTI، گازوئیل و نفت کوره در دوره زمانی ۱۹۸۶ تا ۲۰۱۵ بررسی نمودند. به اعتقاد پژوهشگران مذکور، کاپیولاهای واین در به تصویر کشیدن ویژگی‌های منحصر به فرد فرآورده‌های نفتی مانند چولگی و دم پهن توزیع‌های حاشیه‌ای هر یک از محصولات نفتی همچنین وابستگی دنباله‌ای متنوع میان این محصولات دارای مزیت هستند.
- (۳) ژنگ و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از داده‌های مربوط به ۱۰ شاخص سهام بین‌المللی بین سالهای ۲۰۰۶ تا ۲۰۱۳ به مدل‌سازی ساختار وابستگی میان بازارهای سهام با استفاده از رویکردهای C-Vine، D-vine و R-Vine پرداختند. پس از انجام این مرحله، پژوهشگران مذکور با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو به محاسبه و پیش‌بینی ارزش در معرض خطر (VaR) و ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR) برای سبدهای هم‌وزن متشکل از شاخص‌های بین‌المللی دهگانه، بر پایه ساختار وابستگی تخمین زده شده بر مبنای توابع کاپیولا و ساختارهای واین کاپیولا پرداختند و دقت محاسبات مربوط به ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از آماره‌های مختلف کریستوفرسن (۱۹۹۸) مورد سنجش قرار گرفت.
- (۴) بن صیدا (۲۰۱۷) با استفاده از تابع کاپیولای متقارن جو، کلایتون که قادر به شناسایی وابستگی‌های دنباله‌ای دم‌سمت چپ و راست است و با استفاده از ساختارهای C-Vine و D-Vine به ایجاد و مدل‌سازی فرایند رژیم سویچینگ مارکوف اقدام نمود و مدل خود را روی دوازده ورقه قرضه دولتی شامل اوراق ایالات متحده و یازده دولت اروپایی پیاده‌سازی کرد. نتایج حاصل از این تحقیق حکایت از آن دارد که مدل‌های کاپیولا رژیم سویچینگ پویایی مستتر در وابستگی میان داده‌ها را بهتر از کاپیولاهایی که با فرض رژیم واحد مدل‌سازی می‌شوند، منعکس می‌کند.
- (۵) ریاض الوی و محمد بن عایشه (۲۰۱۶) با بکارگیری رویکرد واین کاپیولا به بررسی رابطه پویای میان انرژی، سهام و ارزش پرداختند. با استفاده از نمونه‌ای مرکب از بازدهی‌های ۱۰ ساله نفت خام، شاخص داو جونز و شاخص وزنی دلار پژوهشگران به شواهدی دال بر رابطه‌ای معنی‌دار و متقارن میان این سه دارایی دست یافتند. همچنین، با تقسیم دوره بررسی به دو قسمت قبل و بعد از بحران مالی، دریافتند که رابطه میان بازدهی‌های این سه دارایی در طول زمان ثابت نیست و ساختار وابستگی تحت تاثیر بحران مالی سال ۲۰۰۷ تا ۲۰۰۹ قرار دارد.
- (۶) ربودو و اگولینی (۲۰۱۵) با مطالعه ساختار وابستگی چندگانه میان چهار فلز گرانبها (طلا، نقره، پلاتین و پالادیوم) به بررسی سرریز مطلوب و نامطلوب قیمتی میان آنها با استفاده از ساختارهای واین کاپیولا و محاسبه ارزش در معرض خطر مطلوب و نامطلوب پرداختند. بنا بر یافته‌های این پژوهشگران ساختار وابستگی میان فلزات مذکور با یکدیگر متفاوت بوده و هر یک از آنها وابستگی دنباله‌ای و میانگین به خصوصی دارد. بر اساس یافته‌های این پژوهش، شواهدی دال بر سرریز مطلوب و نامطلوب قیمتی میان فلزات گرانبها مشاهده شد که اندازه و اهمیت آن در فلزهای مختلف متفاوت است.
- (۷) برخمان، سزادو و پاترلینی (۲۰۱۴)، در پژوهش خود با استفاده از داده‌های مربوط به ۳۳ بانک و ۱۸۸ نهاد مالی ایتالیایی بین سال‌های ۲۰۰۳ تا ۲۰۱۱ استخراج شده از پایگاه داده‌های زبان‌های حاصل از عملیات

درایتالیا موسوم به (DIPO) و با در نظر گرفتن خانواده ای از توابع کاپیولای زوجی و ساختار های واین کاپیولا، موفق به مدلسازی وابستگی میان هفت رخداد عملیاتی و هشت خط عملیاتی و محاسبه سرمایه لازم برای پوشش همزمان چنین رخدادهایی شدند. بر اساس یافته این تحقیق سرمایه لازم برای پوشش ریسک های عملیاتی در نهادهای مالی مورد بررسی به طور متوسط ۳۸٪ پایین تر از میزانی است که توسط کمیته بال و طبق استاندارد بال ۲ تعیین شده است.

۸) لو، آلوک و بریلسفورد (۲۰۱۳) با استفاده از مدل های کاپیولای چند متغیره بیضوی و نامتقارن به پیش بینی بازدهی سید هایی متشکل از ۳ تا ۱۲ دارایی پرداختند. در این پژوهش با فرض عدم وجود محدودیت فروش استقراضی و تابع مطلوبیتی که با ویژگی حداقل کردن مقدار ارزش در معرض خطر شرطی شناخته می شود، به بررسی مرز کارای ایجاد شده توسط هر یک از مدل ها و مقایسه زوجی هر یک از روش ها به منظور تلفیق وابستگی نامتقارن قابل مقیاس گذاری در بازدهی دارایی ها با استفاده از کاپیولای ارشمیدسی کلایتون به صورت درون و برون نمونه ای پرداختند. بر اساس یافته های پژوهشگران مذکور، مدلسازی عدم تقارن در توزیع های حاشیه ای و مدلسازی وابستگی با استفاده از تابع کاپیولای ارشمیدسی کلایتون و ساختار واین کانونی (C-Vine) به صورتی هماهنگ بهترین نتایج ممکن را از منظر سنجه های اقتصادی و اماری در مقایسه با مدل هایی که ساختارهای وابستگی متقارن و بیضوی را با یکدیگر تلفیق می کنند، به بار می آورد.

۹) برخمان و سزادو (۲۰۱۳) با ترکیب مدل های خانواده گارچ برای توصیف توزیع های حاشیه ای با ساختار واین کاپیولای معمولی (R-Vine)، به ارائه یک مدل عاملی برای توصیف نرخ های بازدهی دارایی پرداختند. این مدل که توسط ارائه دهندگان آن مدل واین کاپیولای معمولی بخشی بازار (RVMS) نامیده شده است، از مدل CAPM الهام گرفته شده است و نسبت به مدل CAVA که توسط هینن و والدسوگو (۲۰۰۹) ارائه شده است، ویژگی های مطلوب تری از خود نشان می دهد.

۱۰) نیکولوپولوس، جو و لی (۲۰۱۰) نشان دادند که واین کاپیولاهای ساخته شده از کاپیولاهای دو متغیره تی استیودنت، برازش مناسبی برای دادهای مربوط به بازدهی های چندگانه دارایی های مالی ارائه می دهند. هر چند که به نظر می رسد وابستگی بازدهی ها در دم سمت چپ توزیع توام دارایی ها از وابستگی دم سمت راست توزیع توام دارایی ها قوی تر باشد. به منظور ارزیابی وجود این عدم تقارن در این پژوهش از کاپیولاهایی که عدم تقارن در دو سمت چپ و راست توزیع را منعکس می کنند استفاده شده است.

### ۳- روش شناسی پژوهش

#### داده های مورد استفاده و افق زمانی پژوهش

داده های مورد نیاز برای انجام این پژوهش عبارتند از: مقادیر روزانه شاخص های گروه بانک، گروه بیمه و بازنشستگی، گروه سایر مالی و گروه سرمایه گذاری های بورس اوراق بهادار تهران که از تارنمای TSETMC.IR جمع آوری و استخراج گردیده است. پژوهش حاضر با استفاده از داده های روزانه مربوط به شاخص های اشاره

شده در بالا به تعداد ۱۹۸۲ نقطه داده روزانه، از تاریخ ۴ فروردین ۱۳۸۷ تا ۳۰ آبان ۱۳۹۶ به اجرا در آمده است. پس از جمع آوری داده‌های مربوط به شاخص‌های اشاره شده، محاسبه بازدهی لگاریتمی روزانه هر یک از شاخص‌ها، به صورت پیوسته و با استفاده از فرمول  $\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$  انجام خواهد شد.

### ۳-۱- مدل‌های مورد استفاده در انجام تحقیق

#### مدل ARMA

به منظور برآورد توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای مورد بررسی، معادله میانگین بازدهی‌های محاسبه شده با استفاده از فرایند  $ARMA(p,q)$  با وقفه‌های  $p$  و  $q$  توصیف می‌شود.

رابطه ۳

$$r_t = \varphi_0 + \sum_{j=1}^p \varphi_j r_{t-j} + \sum_{h=1}^q \varphi_h \varepsilon_{t-h} + \varepsilon_t$$

پارامترهای معادله  $ARMA(p,q)$  با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی و مرتبه مدل با استفاده از نسبت اطلاعات AIC تخمین زده می‌شود.

#### مدل APGARCH

یکی از اشکال بسیار عمومی مدل‌های GARCH مدل گارچ توانی نامتقارن یا مدل APGARCH است که نخستین بار توسط دینگ، گرانجر و انگل (۱۹۹۳) ارائه شده است. این مدل به عنوان یک مدل عمومی می‌تواند مدل‌های TS-GARCH (تیلور (۱۹۸۶))، GJR-GARCH (گلاستن، جاگاناتان و رانکل (۱۹۹۳))، T-GARCH (زاکویان (۱۹۹۳))، N-GARCH (هیگینز و برا (۱۹۹۲)) و Log-ARCH (پنتولا (۱۹۸۶)) را در خود جای بدهد.

شکل کلی مدل APGARCH عبارت است از

رابطه ۶

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{k=1}^r \beta_k \sigma_{t-k}^\delta + \sum_{h=1}^m \alpha_h (|\varepsilon_{t-h}| - \lambda_h \varepsilon_{t-h})^\delta$$

در معادله بالا  $\omega$  مقداری ثابت،  $\beta$  و  $\alpha$  به ترتیب ضرایب و پارامترهای اجزاء GARCH و ARCH هستند. به ازای مقادیر مخالف صفر،  $\lambda$  اثر اهرمی را در مدل می‌کند. همچنین  $\delta$  پارامتر توانی مدل است. در این مدل تمامی مقادیر  $\varepsilon_t$  به شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

$$z_t \sim D_\theta(0,1)$$



در معادله بالا  $z_t$  فرایندی iid با میانگین صفر و واریانس ۱ و با تابع چگالی  $D_\theta$  است.  $\theta$  پارامتری برای توصیف سایر ویژگی‌های توزیع مانند چولگی یا کشیدگی آن است. (دینگ، گرانجر و انگل، ۱۹۹۳). پارامترهای مدل APGARCH با استفاده از روش حداکثر درست نمایی تخمین زده می‌شود.

### ۳-۲- توزیع‌های حاشیه‌ای یک متغیره

چولگی توزیع امکان مدلسازی غیر متقارن سمت راست و چپ توزیع را فراهم می‌آورد. دم پهن توزیع این امکان را فراهم می‌کند که رخدادهای حادی را با احتمال بالاتری از آنچه که توزیع نرمال پیش بینی می‌کند، مدلسازی نماییم. در این پژوهش، برای مدلسازی جزء تصادفی مقادیر باقیمانده ( $z_t$ ) از مدل تی استیودنت چوله هنسن (۱۹۹۴) استفاده خواهد شد. هنسن توزیع تی استیودنت چوله را که شکل خاصی از توزیع تی استیودنت چوله تعمیم یافته است را به صورت زیر ارائه داد.

#### رابطه ۴

$$f(z_t | \Omega_{t-1}, \eta, \lambda) = bc \left( \frac{1}{(\eta-2)} + \left( \frac{bz_t + a}{(1-\lambda)} \right)^2 \right)^{-\left(\frac{\eta+1}{2}\right)} \quad z_t < -\frac{a}{b}$$

$$f(z_t | \Omega_{t-1}, \eta, \lambda) = bc \left( \frac{1}{(\eta-2)} + \left( \frac{bz_t + a}{(1+\lambda)} \right)^2 \right)^{-\left(\frac{\eta+1}{2}\right)} \quad z_t \geq -\frac{a}{b}$$

در معادله‌های بالا  $a = 4\lambda c \left( \frac{\eta-2}{\eta-1} \right)$  و  $b^2 = 1 + 3\lambda^2 - a^2$  و  $c = \frac{\Gamma\left(\frac{\eta+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi(\eta-2)}\Gamma\left(\frac{\eta}{2}\right)}$

پارامتر  $\lambda$  که پارامتری برای کنترل چولگی توزیع است، می‌تواند مقادیری بین -۱ تا +۱ را اتخاذ کند. ( $-1 < \lambda < +1$ ). اگر مقدار  $\lambda$  صفر باشد ( $\lambda = 0$ ) توزیع به توزیع تی استیودنت معمولی با درجه آزادی  $\eta$  تبدیل می‌شود. با تغییر مقادیر  $\lambda$  می‌توان اشکال مختلفی از توزیع را به دست آورد. پارامترهای توزیع تی استیودنت چوله هنسن با استفاده از روش حداکثر درست نمایی تعیین می‌شود.

### مدل‌های کاپیولا

در ادبیات توابع کاپیولا، دامنه گسترده‌ای از توابع کاپیولا وجود دارد که به طور کلی می‌توان آنها را به دو دسته خانواده توابع بیضوی و خانواده توابع ارشمیدسی تقسیم کرد. توابع کاپیولای بیضوی، توابع دو یا چند متغیره‌ای هستند که مقاطعی بیضوی دارند. خانواده توابع توزیع بیضوی منبعی غنی برای تولید توابع توزیع چند متغیره هستند. توابع کاپیولای گاوسی و تی استیودنت دو دسته بسیار متداول و مشهور از توابع کاپیولای بیضوی هستند. هر یک از این دو دسته از توابع کاپیولا قابل تعمیم به توابع چند متغیره هستند. (فیشر، اشلوتر و ویگرت، ۲۰۰۹) در این پژوهش از کاپیولاهای بیضوی گاوسی و تی استیودنت به شرح جدول ۱ استفاده خواهد

شد. کاپیولاهای ارشمیدسی گروهی عمومی از توابع کاپیولا هستند که به واسطه خواص ریاضی خود و نیز به خاطر اینکه می‌توان این دسته از توابع کاپیولا را در قالب یک تابع منحصر به فرد مولد آرگومان تعریف کرد از کاپیولاهای بیضوی متمایز می‌شوند. تابع مولد آرگومان پارامتریک، معمولاً به صورت  $\varphi_\theta(t)$  بیان می‌شود که  $\theta$  بیانگر وابستگی پارامتریک تابع به بردار پارامترهای  $\theta$  است. در این پژوهش از توابع کاپیولای ارشمیدسی فرانک، گامبل و کلایتون به شرح جدول ۱ استفاده خواهد شد.

جدول ۱- توابع کاپیولا

وابستگی دنباله ای	پارامتر	شکل تابع کاپیولا	تابع کاپیولا
عدم مدلسازی وابستگی دنباله ای	$\rho$	$C(u, v) = \phi_\rho(\phi_\rho^{-1}(u), \phi_\rho^{-1}(v))$	گاوسی
مدلسازی وابستگی دنباله ای متقارن	$\rho, v$	$C(u, v) = T_{\gamma, v}(T_{\gamma, v}^{-1}(u), T_{\gamma, v}^{-1}(v))$	تی استیودنت
مدلسازی وابستگی دنباله ای سمت راست	$\theta \geq 1$	$C(u, v) = \exp(-[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{\frac{1}{\theta}})$	گامبل
مدلسازی وابستگی سمت چپ	$\theta \geq -1$	$C(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$	کلایتون
مدلسازی وابستگی های سمت راست و چپ	$\theta \in R$	$C(u, v) = -\theta^{-1} \log \left\{ 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right\}$	فرانک

### ساختارهای واین

تابع توزیع ساختار C-Vine به صورت زیر تعریف می‌شود.

#### رابطه ۵

$$f(x) = \prod_{i=1}^n f(x_i) \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{h=1}^{n-j} C_{j, j+h|1, 2, \dots, j-1}(F(x_j|x_{1:j-1}), F(x_{j+h}|x_{1:j-1})),$$

تابع چگالی R-Vine به صورت زیر تعریف می‌شود. گروبر (۲۰۱۴)

$$c(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)) = \prod_{i=1}^{d-1} \prod_{e \in E_i} c_{j(e), k(e)|D(e)}(F(x_j(e)|x_D(e)), F(x_k(e)|x_D(e)))$$

### ارزش در معرض خطر

ارزش در معرض خطر حداکثر زیان امکان پذیر دارایی یا سبد دارایی‌ها در سطح اطمینان مشخصی در افق زمانی مشخصی است. بنابراین تعریف ارزش در معرض خطر، VaR تابعی است از دو عامل طول دوره زمانی اندازه

گیری و سطح اطمینان که به صورت چندک مرتبه  $1-\alpha$  تعریف می شود. در این پژوهش VaR را به صورت عددی عددی منفی تعریف می نماییم بنابراین ارزش در معرض خطر در سطح چندکی  $1-\alpha$  و در زمان  $t$  ارزش در معرض خطر به صورت زیر تعریف می شود.

رابطه ۶

$$P(x_t < VaR_t^{1-\alpha} | \Omega_{t-1}) = \alpha$$

در رابطه بالا  $x_t$  بازدهی دارایی در زمان  $t$  و  $\Omega_{t-1}$  اطلاعات در دسترس تا زمان  $t$  است. بازده سبد سرمایه گذاری با استفاده از رابطه  $x_t = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i$  محاسبه می شود.

### مراحل انجام تحقیق

پس از تبدیل داده های روزانه به بازدهی های لگاریتمی، به منظور پیش بینی ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری در افق یکساله (۲۵۰ روز) پنجره ای متحرک به تعداد ۱۷۳۲ نقطه داده انتخاب می شود. سپس یک فرایند ARMA(p,q)-APARCH(p,q) با توزیع تصادفی تی استیودنت چوله هسن روی هر یک از سری های زمانی بازدهی های لگاریتمی برازش می یابد. مرتبه بهینه p,q با استفاده از معیار AIC انتخاب و مقادیر باقیمانده (رزیدوال) های هر یک از سری زمانی استخراج می شود. پس از استاندارد سازی مقادیر باقی مانده با استفاده از انحراف معیار محاسبه شده در فرایند ARMA-APARCH، مقادیر باقیمانده با استفاده از رابطه ۷ به مقادیر توزیع حاشیه ای تی استیودنت چوله تبدیل می شوند. این مرحله برای هر یک از چهار دارایی مورد بررسی تکرار می شود. با استفاده از توزیع های حاشیه ای برآورد شده در مرحله قبل ساختار R-Vine کاپیولای توصیف کننده نحوه وابستگی بازدهی های دارایی های مورد بررسی ساخته می شود. در این مرحله برای انتخاب تابع کاپیولای زوجی توصیف کننده رابطه هر یک از دو متغیر از معیار اطلاعات AIC و برای تشکیل دادن ساختار بهینه از سنج و وابستگی رتبه ای Kendall<sup>۶</sup> استفاده می شود. با استفاده از ساختار وابستگی محاسبه شده و به منظور پیش بینی ساختار وابستگی دارایی های موجود در سبد، شبیه سازی مقادیر توزیع های حاشیه ای بر اساس ساختار و این کاپیولای بهینه به تعداد ۱۰۰۰ مرتبه انجام می شود. مقادیر توزیع های حاشیه ای شبیه سازی شده به مقادیر باقیمانده (رزیدوال) استاندارد تبدیل می شوند و بازدهی های هر یک از دارایی های موجود در سبد با استفاده از فرایند ARMA-APARCH تخمین زده شده، به تعداد ۱۰۰۰ مرتبه، شبیه سازی می شود. پس از محاسبه بازده پیش بینی شده روزانه سبد سرمایه گذاری، ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری در سطح معنی داری ۰.۵٪ و ۱٪ محاسبه می شود. کلیه گام های ذکر شده در بالا به اندازه طول دوره پیش بینی (۲۵۰) مرتبه تکرار می شود. با استفاده از سری زمانی ارزش در معرض خطر ۰.۵٪ و ۱٪ و نیز بازدهی های واقعی سبد سرمایه گذاری با استفاده از آماره های پس آزمایی کریستوفرسن (۱۹۹۸) و کوپیک (۱۹۹۵) دقت پیش بینی های انجام شده آزمون می شود.

## ۴- نتایج تحقیق

جدول ۲ آماره‌های توصیفی بازدهی گروه‌های مورد استفاده برای توصیف ساختار وابستگی در اجزا تشکیل دهنده سیستم مالی و تخمین ارزش در معرض خطر سبدهی مرکب از سهام مالی در بورس اوراق بهادار تهران را نشان می‌دهد.

جدول ۲- آماره‌های توصیفی

سایر مالی	بیمه و بازنشستگی	سرمایه‌گذاری‌ها	بانک	
-5.41	۷,۸۷-	۳,۳۲-	۹,۶۸-	حداقل
16.57	۱۳,۹۸	۵,۳۶	۹,۴۹	حداکثر
0.0855	۰,۰۸۵۰۱	۰,۰۱۰۹	۰,۰۷۸۸	میانگین
1.616	۱,۲۳۹	۰,۰۹۸۹	۱,۰۵۴	انحراف معیار
1.1418	۰,۹۰۶	۰,۵۶۱	۰,۴۱۲	چولگی
۸,۴۳۶	۱,۰۹۸	۱,۹۷	۸,۹۵	کشیدگی
6324.8 (۰,۰۰۰)	10264 (0.0000)	427.35 (۰,۰۰۰)	6694 (۰,۰۰۰)	چارک -بر
-10.242 (۰,۰۰۸۷)	۱۱,۴۷- (۰,۰۰۹۱)	-9.7625 (۰,۰۰۷۶)	-10.807 (۰,۰۰۸۹)	دیکی فولر تعمیم یافته
۱۷۰,۷۹ (۰,۰۰۰۰)	۳۸۳,۹ (۰,۰۰۰۰)	۳۷۳,۵۸ (۰,۰۰۰۰)	228.5 (۰,۰۰۰۰)	لیونگ باکس (lag=20)
۳,۵۸۲ (۰,۰۰۰۰)	۶,۳۷ (۰,۰۰۰۰)	۴,۹۸۷ (۰,۰۰۰۰)	7.072 (۰,۰۰۰۰)	ضریب لاگرانژ (ARCH)

جدول ۳- ضرایب همبستگی پیرسون

سایر مالی	بیمه و بازنشستگی	سرمایه‌گذاری	بانک	
			۱	بانک
		۱	۰,۵۴۸۷	سرمایه‌گذاری
	۱	۰,۲۵۴۴	۰,۲۰۷۱	بیمه و بازنشستگی
۱	۰,۲۱۴۹	۰,۵۶۱۸	۰,۴۵۶۲	سایر مالی

همانگونه که در جدول ۲ نیز قابل مشاهده است، بازدهی شاخص‌های مورد استفاده چوله به سمت راست و در مقایسه با توزیع نرمال کشیده تر هستند. فرض نرمال بودن بازدهی‌های دارای ۱٪ در می‌شود همچنین اثری از ریشه واحد در بازدهی‌های مورد بررسی، یافت نمی‌شود و سری‌های زمانی

داده های مورد بررسی مانا هستند. علاوه بر این بر مبنای آماره لیونگ-باکش با وقفه ۲۰، فرض استقلال و عدم وجود خود همبستگی در سری زمانی بازدهی دارایی های مورد بررسی رد می شود. همچنین آماره آزمون ARCH انگل وجود اثر خود همبستگی و ناهمسانی شرطی در کلیه سری های زمانی را تایید می کند. نتایج برازش مدل ARMA-APGARCH به منظور تبدیل سری زمانی بازدهی های شاخص های گروه مالی به متغیر های تصادفی مستقل و یکسان، در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۴- برازش مدل ARMA-APGARCH

واریانس				میانگین				
delta	gamma	beta	alpha	omega	ma1	ar1	mu	
1.033896 (۰,۰۰۰۰)	-0.104 (۰,۱۴۷۶)	0.864153 (۰,۰۰۰۰)	0.224263 (۰,۰۰۰۰)	0.000042 (۰,۴۴۳۱)	0.149956 (۰,۰۰۰۰)	0.16694 (۰,۰۰۰۰)	-0.00014 (۰,۱۵۴۵)	بانک
1.320427 (۰,۰۰۰۰)	-0.13041 (۰,۰۴۹۷)	0.863143 (۰,۰۰۰۰)	0.14029 (۰,۰۰۰۰)	0.000047 (۰,۵۰۳۷)	0.347648 (۰,۰۰۰۰)	.	0.000575 (۰,۰۲۳۰)	سرمایه گذاری ها
0.906615 (۰,۰۰۰۰)	0.31055 (۰,۰۰۰۰)	0.841297 (۰,۰۰۰۵)	0.211222 (۰,۰۰۰۰)	0.000478 (۰,۲۷۹۵)	.	0.336175 (۰,۰۰۰۰)	0.000541 (۰,۰۶۳۵)	بیمه و بازنشستگی
0.713238 (۰,۰۰۰۰)	-0.13662 (۰,۱۳۰۷)	0.841404 (۰,۰۰۰۰)	0.162748 (۰,۰۰۰۰)	0.002025 (۰,۲۳۷۶)	0.290641 (۰,۰۰۰۰)	-0.03584 (۰,۰۰۱۷)	.	سایر مالی

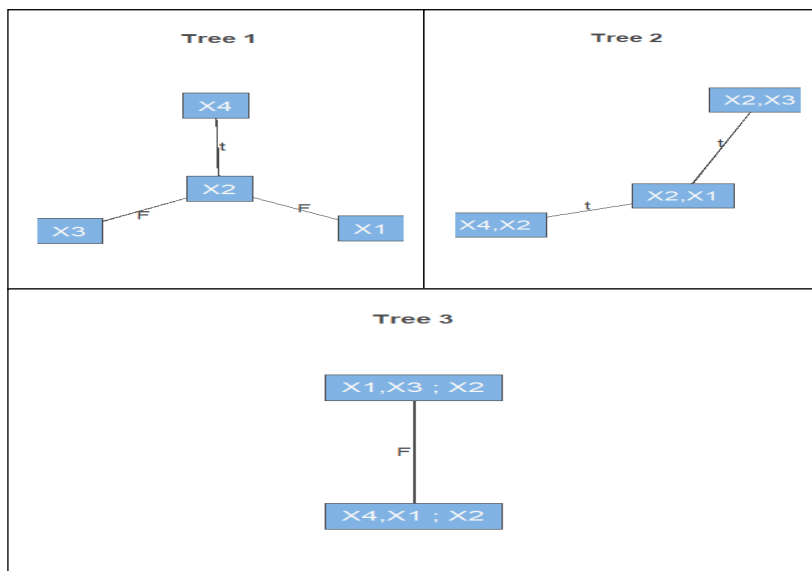
مرتبیه مدل های ARMA-APGARCH در بازه ای بین ۰ تا ۲ و بر مبنای معیار اطلاعات AIC انتخاب شده اند. اطلاعات مندرج در جدول بالا حاکی از آن است که میانگین بازدهی های گروه بانک، گروه سرمایه گذاری ها، گروه بیمه و بازنشستگی و گروه سایر مالی از خود ویژگی خود همبستگی نشان می دهند. همچنین مدل سازی واریانس شرطی، حکایت از معنی دار بودن اجزاء ARCH و GARCH در تمامی سری های زمانی دارد. همچنین اثر اهرمی برای گروه های سرمایه گذاری ها و گروه بیمه و بازنشستگی معنی دار است. به عبارت دیگر، گروه های بانک و سایر مالی به اطلاعات مثبت و منفی به گونه ای یکسان واکنش نشان می دهند. مقادیر تخمین زده شده برای پارامتر  $\delta$  در کلیه سری های زمانی معنی دار است. این موضوع نشان می دهد که تصریح های استاندارد GARCH قادر به ارائه بهترین برازش در بازدهی های گروه های فرعی شاخص مالی بورس اوراق بهادار تهران نیستند. همچنین آماره های آزمون ضریب لاگرانژ انگل و آماره آزمون لیونگ باکش حکایت از حذف اثر خودهمبستگی و ناهمبستگی واریانس در مقادیر باقیمانده مدل ARMA-APGARCH دارد. همچنین، نتایج حاصل از برازش توزیع تی استیودنت چوله بر مقادیر باقیمانده استاندارد در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول ۵- تخمین پارامترهای توزیع‌های حاشیه‌ای

آزمون کرامر ون میزس (CVM)	چولگی ( $\eta$ )	درجه آزادی (U)	
۰,۷۱	۲,۷۶ (۰,۰۰۰۰)	۱,۱۰ (۰,۰۰۰۰)	بانک
۰,۹۱	۱۰,۳۵ (۰,۰۰۰۰)	۱,۱۱ (۰,۰۰۰۰)	سرمایه‌گذاری‌ها
۰,۷۲	۱,۱۱ (۰,۰۰۰۰)	۲,۹۹ (۰,۰۰۰۰)	بیمه و بازنشستگی
۰,۸۶	1.13 (۰,۰۰۰۰)	4.67 (۰,۰۰۰۰)	سایر مالی

مقادیر درجه آزادی و عدم تقارن برای توزیع تی استیودنت چوله برای تمامی سری‌های زمانی مورد بررسی معنی‌دار است. به این معنی که مقادیر باقیمانده استاندارد شده از توزیعی چوله و پهن‌دم پیروی می‌کند. همچنین آماره آزمون کرامر ون میزس (CVM) شواهدی دال بر عدم رد فرض صفر مبنی بر پیروی توزیع‌های سری‌های زمانی مورد بررسی از توزیع تی استیودنت چوله فراهم می‌کنند. پس از استاندارد سازی مقادیر باقیمانده، مقادیر استاندارد شده به عنوان مشاهدات نمونه‌ای کاذب<sup>۷</sup> و با استفاده از تکنیک تغییر انتگرال احتمال، مبنای تخمین و برآورد ساختارهای واین کاپیولا قرار گرفتند. توابع کاپیولای زوجی میان هر جفت متغیر بر اساس نسبت اطلاعات AIC و ساختار واین توصیف‌کننده توزیع توام سری‌های زمانی با استفاده از آماره همبستگی رتبه‌ای کندال تعیین شده است. بر این اساس بهترین ساختار برازش شده، از ساختار C-Vine به دست آمده است. شکل ساختار واین برازش یافته همراه با اطلاعات مربوط به بهترین تابع کاپیولای زوجی انتخاب شده در نمودار ۱ نشان داده شده است.

محوریت ساختار وابستگی میان شاخص‌های گروه مالی در اختیار گروه سرمایه‌گذاری‌ها قرار دارد. به عبارت دیگر علاوه بر وابستگی مستقیم میان هر یک از گروه‌ها با یکدیگر وابستگی غیر مستقیم هر یک از گروه‌ها، از مجرای وابستگی هر یک از گروه‌ها با گروه سرمایه‌گذاری‌ها بین گروه‌ها انتقال می‌یابد. در جدول ۵ نتایج تخمین کاپیولاهای دو متغیره در هر یک از درخت‌های ساختار C-Vine نشان داده شده است.



نمودار ۱- ساختار C-Vine کاپیولا بین گروه بانک (X1)، گروه سرمایه گذاری ها (X2)، گروه بازنشستگی و بیمه (X3) و گروه سایر مالی (X4)

جدول ۵- تخمین پارامترهای کاپیولهای زوجی در ساختار C-Vine کاپیولا

درخت اول			
سایر مالی - سرمایه گذاری	بانک - سرمایه گذاری	بیمه و بازنشستگی - سرمایه گذاری	
t	Frank	Frank	کاپیولا
۰,۶۲ و ۸,۳۳	۴,۱۷	۲,۴۸	پارامترهای اول و دوم
۰,۴۳	۰,۴	۰,۲۶	تاو کندال
درخت دوم			
بانک - سایر مالی	بانک - بیمه و بازنشستگی		
t	t	کاپیولا	
0.37 , 6.59	0.35 , 3.22	پارامترهای اول و دوم	
0.24	0.23	تاو کندال	
درخت سوم			
Frank	کاپیولا		
0.97	پارامترهای اول و دوم		
0.11	تاو کندال		

همانطور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود، نخستین درخت این ساختار به وابستگی میان بانک-سرمایه‌گذاری، بیمه و بازنشستگی-سرمایه‌گذاری و سایر مالی-سرمایه‌گذاری مربوط است. نتایج حاصل از تخمین پارامترهای کاپیولاهای زوجی حکایت از وجود همبستگی مثبت بالا میان گروه‌ها دارد که با توجه مندرجات جدول ۳ نیز چنین رخدادی پیش‌بینی می‌شود. با مقایسه میان پنج گروه تابع کاپیولای مندرج در جدول ۱ مشخص گردید که رابطه میان متغیرهای درخت اول با استفاده از کاپیولاهای  $t$  استیودنت (سایر مالی-سرمایه‌گذاری) و فرانک (میان بانک-سرمایه‌گذاری، بیمه و بازنشستگی-سرمایه‌گذاری) به بهترین شکل ممکن توصیف می‌شود. این موضوع را می‌توان اینگونه تفسیر کرد که شاخص گروه‌های مالی مورد بررسی در بازار صعودی و نزولی به صورت متقارن به یکدیگر وابسته هستند و سرمایه‌گذاران هر یک از این گروه‌ها را به صورت دارایی با ویژگی‌هایی یکسان در نظر می‌گیرند. در دومین درخت ساختار واین، وابستگی گروه بانک-گروه بیمه و بازنشستگی و وابستگی گروه بانک-گروه سایر مالی مشروط به گروه سرمایه‌گذاری، را نشان می‌دهد. بر اساس شاخص نسبت اطلاعات AIC کاپیولای  $t$  استیودنت، وابستگی مشروط میان گروه‌های مذکور را به بهترین شکل توصیف می‌کند. نهایتاً در آخرین درخت ساختار واین، وابستگی میان گروه بیمه و بازنشستگی و گروه سایر مالی مشروط به گروه بانک و گروه سرمایه‌گذاری، بهترین کاپیولا زوجی برازش یافته در این درخت که وابستگی میان این دو گروه را توصیف می‌کند کاپیولای فرانک است.

لازم به ذکر است که پارامترهای توابع کاپیولا پس از آزمون عدم وابستگی و استقلال زوجی میان متغیرها تخمین زده شده است. به این معنی که پس از عدم تایید فرض صفر استقلال زوجی متغیرها (کنار گذاشته شدن تابع کاپیولای استقلال از فهرست توابع در دسترس) تابع کاپیولای مناسب انتخاب و پارامترهای آن تخمین زده شده است. تمامی پارامترهای توابع کاپیولا تخمین زده شده در سطح ۱٪ معنی‌دار هستند.

جدول ۶- وابستگی دم بالایی

سایر مالی	بیمه و بازنشستگی	سرمایه‌گذاری	بانک	بانک
			۰	بانک
		۰	۰,۰	سرمایه‌گذاری
	۰	۰,۱۰	۰,۲۲۳	بیمه و بازنشستگی
۰	۰,۱۷۲	۰,۰	۰,۰	سایر مالی

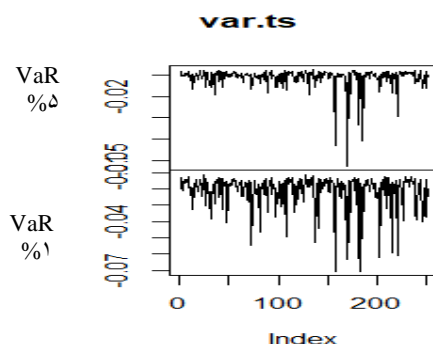
بررسی وابستگی دم بالایی میان گروه‌های مورد بررسی حکایت از آن دارد که رخدادهای حدی سمت راست گروه بیمه و بازنشستگی با رخدادهای حدی سمت راست توزیع بازدهی‌های گروه‌های بانک و سرمایه‌گذاری یعنی رخدادهای به شدت خوب در این دو گروه وابسته است و می‌توان انتظار وقوع همزمان چنین وقایعی را به صورت توأم در گروه بیمه و بازنشستگی و گروه بانک یا گروه سرمایه‌گذاری‌ها داشت.



جدول ۷- وابستگی دم پایینی

سایر مالی	بیمه و بازنشستگی	سرمایه گذاری	بانک	
			۰	بانک
		۰	۰,۰	سرمایه گذاری
	۰	۰,۱۰	۰,۲۲۳	بیمه و بازنشستگی
۰	۰,۱۷۲	۰,۰	۰,۰	سایر مالی

بررسی وابستگی دم پایینی میان گروه های مورد بررسی حکایت از آن دارد که رخدادهای حدی سمت چپ گروه بیمه و بازنشستگی با رخدادهای حدی سمت چپ توزیع بازدهی های گروه های بانک و سرمایه گذاری یعنی رخدادهای به شدت بد در این دو گروه وابسته است و می توان انتظار وقوع همزمان چنین وقایعی را به صورت توأم در گروه بیمه و بازنشستگی و گروه بانک یا گروه سرمایه گذاری ها داشت. مقایسه جدول ۷ و جدول ۸ حکایت از وجود ساختار وابستگی تقارن میان گروه بیمه و بازنشستگی با گروه بانک و سرمایه گذاری دارد. با تخمین پارامترهای توابع توزیع یک متغیره و مقادیر باقیمانده استاندارد شده فرایند ARMA-APGARCH که با استفاده از تابع توزیع تی استیودنت چوله به مقادیری با توزیع یکنواخت بین ۰ و ۱ تبدیل شده اند و برآورد ساختار و این کاپیولا و تخمین پارامترهای کاپیولاهای زوجی تشکیل دهنده ساختار و این، به منظور پیش بینی ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری در دوه ای ۲۵۰ روزه و به منظور در نظر گرفتن ساختار وابستگی میان گروه دارایی های در نظر گرفته شده در سبد سرمایه گذاری هم وزن متشکل از این گروه ها، از تکنیک شبیه سازی استفاده شده است. برای برآورد بازدهی هر یک از گروه ها در هر روز از دوره پیش بینی، ۱۰۰۰ مقدار برای توزیع حاشیه ای گروه ها بر اساس توزیع تی استیودنت چوله شبیه سازی شد. در گام بعد با استفاده از تصریح ARMA-APGARCH برآورد شده ۱۰۰۰ نقطه داده برای بازدهی هر یک از گروه ها در هر روز از دوره پیش بینی شبیه سازی گردید و با تکرار فرایند فوق برای ۲۵۰ روز، بر اساس بازدهی های شبیه سازی شده، بازدهی سبد سرمایه گذاری هم وزن متشکل از گروه های مورد بررسی در هر روز پیش بینی و بر اساس بازدهی های پیش بینی شده، ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری (VaR) در دو سطح معنی داری ۱٪ و ۵٪ محاسبه شد. نمودار ۲ مقادیر پیش بینی شده ارزش در معرض خطر برای سبد سرمایه گذاری هم وزن را طی دوره ۲۵۰ روزه آزمون نشان می دهد.



### نمودار ۲- ارزش در معرض خطر پیش بینی شده در سطح معنی داری ۱٪ و ۵٪

برای آزمون تخمین‌های انجام شده از ارزش در معرض خطر در هر روز از آزمون‌های پوشش شرطی<sup>۸</sup> و غیر شرطی کریستوفرسن (۱۹۹۸) که از آزمون‌های پر استفاده به منظور انجام چنین مقایسه‌ای است، استفاده شده است. نتایج حاصل از آزمون‌های پوشش شرطی و غیر شرطی کریستوفرسن در جدول ۹ نمایش داده شده است.

جدول ۸- نتایج آزمون ارزش در معرض خطر

CC	UC	تعداد تخطی‌های مشاهده شده	تعداد تخطی‌های مورد انتظار	$VaR_{\alpha}$
0.009584438	0.01326258	5	12	$VaR_{0.05}$
0.000000	0.000000	0	2	$VaR_{0.01}$

بر اساس نتایج جدول ۹، شواهد کافی برای رد تناسب ارزش در معرض خطر تخمین زده شده برای سبد سرمایه‌گذاری در سطح ۵٪ ( $VaR5\%$ ) در سطح اطمینان ۹۵٪ و ارزش در معرض خطر تخمین زده شده در سطح ۱٪ ( $VaR1\%$ ) در سطح اطمینان ۹۹٪ وجود ندارد.

### ۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله با بکارگیری ساختارهای واین کاپیولای متعارف (R-Vine) به بررسی ساختار وابستگی میان اجزای تشکیل دهنده سیستم مالی ایران پرداخته شد. به این منظور از اطلاعات قیمت سهام نهادهای مالی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در قالب شاخص گروه‌های بانک، سرمایه‌گذاری، بازنشستگی و بیمه و سایر مالی استفاده شد. با برآورد ساختار وابستگی میان شاخص‌های گروه مالی بورس اوراق بهادار تهران در قالب

ساختارهای واین کاپیولا، سعی شد تا نحوه وابستگی مستقیم و غیر مستقیم این چهار گروه مشخص و ترسیم شود. شواهد به دست آمده از این پژوهش و بررسی ساختار وابستگی چندگانه میان گروه های مورد بررسی در قالب ساختار واین کانونی (C-Vine) با محوریت گروه سرمایه گذاری ها حاکی از آن است که: ۱- وابستگی مثبت و متقارنی میان گروه های مورد بررسی قابل تشخیص است. ۲- وابستگی دم پایینی و دم بالایی میان گروه بیمه و بازنشستگی با گروه های بانک، سرمایه گذاری و سایر مالی مشاهده می شود. به بیان دیگر گروه سایر مالی نسبت به وقوع رخداد های حدی در سایر گروه های مالی واکنشی هم جهت نشان می دهد. ۳- گروه سرمایه گذاری در بررسی ساختار وابستگی میان گروه های تشکیل دهنده شاخص مالی بورس اوراق بهادار نقشی مرکزی ایفا می کند. به این معنی که علاوه بر وابستگی های مستقیم میان گروه های مالی، وابستگی هر یک از گروه ها با گروه سرمایه گذاری می توان موجب انتقال رخدادها و شوک ها بین گروه های مختلف شود. به عنوان نمونه ای کاربردی از موارد استفاده از ساختارهای واین کاپیولا در مدیریت ریسک و سرمایه گذاری، ارزش در معرض خطر سبدی هم وزن متشکل از گروه های مورد بررسی محاسبه و مورد آزمون قرار گرفت. به این منظور پس از برازش یک فرایند ARMA-APGARCH با مقادیر باقیمانده استاندارد تی استیودنت چوله بر سری زمانی بازدهی های گروه های مورد بررسی بین بازه زمانی فروردین ۱۳۸۷ تا مهر ۱۳۹۶ در قالب یک پنجره متحرک ۱۷۳۲ روزه، مقادیر توزیع های حاشیه ای مقادیر باقیمانده استاندارد شده بر حسب توزیع تی استیودنت چوله به عنوان نمونه ای برای تخمین ساختارهای واین کاپیولا و کاپیولاهای زوجی تشکیل دهنده این ساختار به کار گرفته شدند و بر مبنای ساختار واین به دست آمده و با استفاده از تکنیک شبیه سازی مقادیر بازدهی هر یک از گروه ها برای دوره ۲۵۰ روزه محاسبه شدند. نتایج حاصل از آزمون ارزش در معرض خطر پیش بینی شده در سطح ۵٪ و ۱٪ حکایت از آن دارد که روش واین کاپیولا در تخمین ارزش در معرض خطر از دقت مناسبی برخوردار است.

مقایسه نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج پژوهش هایی مانند یو و همکاران (۲۰۱۷) و ژنگ و همکاران (۲۰۱۷) حکایت از آن دارد که استفاده از مدل ARMA-APGARCH برای توصیف پارامترهای توزیع های حاشیه ای متغیرهای مورد بررسی موجب ایجاد دقت کافی در تخمین ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری شده است. مقایسه نتایج حاصل از پژوهش با اهداف پژوهش حاکی از آن است که مدل سازی ساختار وابستگی گروه های چهارگانه مورد بررسی با استفاده از توابع کاپیولا و در قالب ساختار واین کاپیولا مکانیزم های انتقال ریسک میان گروه های فرعی تشکیل دهنده شاخص مالی بورس اوراق بهادار تهران را به نحو مناسبی به تصویر بکشد.

به نظر می رسد می توان از انعطاف پذیری بالای ساختارهای واین کاپیولا و توابع کاپیولا برای مطالعه ساختارهای وابستگی در نظام مالی کشور و مطالعه ریسک های مالی بهره برد. در همین راستا، تکمیل پژوهش حاضر با استفاده از توابع کاپیولا با پارامترهای متغیر در زمان می توان درک بهتری از نحوه نمو ساختار وابستگی میان دارایی ها و بازارهای مالی طی زمان به دست بدهد.

## فهرست منابع

- \* Aloui, R., & Ben Aissa, M. (2016). Relationship between oil, stock prices and exchange rates: A vine copula based GARCH method. *The North American Journal of Economics and Finance*, 37, 458-471.
- \* Applications, P. A. (2014). Forecasting VaR and ES of stock index portfolio: A Vine copula method. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 416, 112-124.
- \* Armin, P., Kim, J., & Tafakori, L. (2016). Measuring systemic risk using vine-copula. *Economic Modelling*, 53, 63-74.
- \* BenSaida, A. (2017). The contagion effect in European sovereign debt markets: A regime-switching vine copula approach. *International Review of Financial Analysis*, in press.
- \* Brechmann, E., Czado, C., & Paterlini, S. (2014). Flexible dependence modeling of operational risk losses and its impact on total capital requirements. *Journal of Banking & Finance*, 40, 271-285.
- \* Choudhry, M. (2013). *An introduction to Value at Risk*. John Wiley & sons.
- \* Ding, Z., Granger, C., & Engle, R. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 98-106.
- \* Ding, Z., Granjer, C., & Engle, R. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 83-106.
- \* Fischer, M., Schluter, C., & Weigert, F. (2009). An empirical analysis of multivariate copula models. *Quantitative Finance*, 9(7), 839-854.
- \* Flores, M. Ú., & et al. (2017). *Copulas and Dependence Models with Applications*. Switzerland: Springer.
- \* Hansen, B. (1994). Autoregressive conditional density estimation. *International Economic Review*, 35, 705-730.
- \* Kurowicka, D., & Joe, H. (2011). *Vine Copula Handbook*. Hong Kong: World Scientific Publishing.
- \* Mahfoud, M. (2012). *Bivariate Archimedean copulas: an application to two stock market indices*. Vrije Universiteit Amsterdam. Amsterdam.
- \* Nelsen, R. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer.
- \* Reboredo, J., & Ugolini, A. (2015). Downside/upside price spillovers between precious metals: A vine copula approach. *North American Journal of Economics and Finance*, 34, 84-102.
- \* Ruschendorf, L. (2013). *Mathematical Risk Analysis*. Springer.
- \* Sukcharoen, K., & Leatham, D. (2017). Hedging downside risk of oil refineries: A vine copula approach. *Energy Economics*, 66, 493-507.
- \* Yu, W., yung, K., & wei, Y. (2017). Measuring Value-at-Risk and Expected Shortfall of crude oil portfolio using extreme value theory and vine copula. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 490, 1423-1433.

## یادداشت‌ها

<sup>1</sup> Copula<sup>2</sup> Pair wise copula construction<sup>3</sup> Sklar<sup>4</sup> Cadlag Inverse

---

<sup>5</sup> Cascading

<sup>6</sup> Kendall's tau

<sup>7</sup> Pseudo-sample observations

<sup>8</sup> Conditional coverage