فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال دهم/ شماره سی‌وهشتم/ تابستان ۱۴۰۰

تخمین فرایندهای خنثی نسبت به ریسک درمدل‌های انتشارپرشی قراردادهای آتی سکه در بازار بورس کالای ایران

ناهیدمالکی نیا
دکتری مدیریت صنعتی – مالی،گروه حسابداری و مدیریت، واحد بیله سوار، دانشگاه آزاد اسلامی، بیله سوار، ایران (نویسنده مسئول)
n.malekiniya@gmail.com

حسین عسگری آلوج
استادیار، گروه حسابداری و مدیریت، واحد بیله سوار، دانشگاه آزاد اسلامی، بیله سوار، ایران
hosein.asgari@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۱/۱۲ تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۷/۲۴

چکیده

درقیمت‌گذاری ابزارهای مشتقه، تخمین قیمت بازار ریسک و توابع فرایندهای تصادفی متغیرهای مدل ضروری است. زمانی که یک راه‌حل به شکل بسته نامعلوم است، برآورد قیمت بازار ریسک یک سوال اصلی درادبیات نظری ابزار مشتقه با مدل انتشارپرشی است. دراین مقاله ضمن مرور رویکرد مدل گومز، حبیبی لشگری و مارتینز رودینگز(۲۰۱۶) برای تخمین توابع فرایندهای خنثی نسبت به ریسک ازداده‌های بازار بورس کالای ایران استفاده می‌شود. بعلاوه، در این رویکرد جدید نیازی به تخمین نرخ جابجایی فیزیکی و قیمت بازار ریسک جهت قیمت‌گذاری قرارداد آتی سکه نیست. به طور دقیق‌تر، این پژوهش عامل نرخ جابجایی خنثی نسبت به ریسک، تلاطم و پارامترهای توزیع دامنه پرش قرارداد آتی سکه را برای یک دوره زمانی از مهر ۱۳۸۹ تا اردیبهشت ۱۳۹۶ تخمین می‌زند. یافته‌های پژوهش نشان می‌دهدکه مدل‌های انتشار و انتشارپرشی قیمت‌های آتی را کمتر برآورد، و قیمت‌های بدست آمده با مدل انتشارپرشی نسبت به مدل انتشار به قیمت‌های مشاهده شده بازار نزدیکتر هستند. برای قراردادهای آتی بلندمدت‌تر مدل انتشارپرشی دارای خطای کمتری نسبت به مدل انتشاری می‌باشد. بعلاوه هر چقدر تاریخ سررسید قراردادهای آتی سکه طولانی‌تر باشد، تفاوت بین مقادیر این دو مدل و مقادیر مشاهده شده بازار بیشترمی‌شود.

واژه‌های کلیدی: تخمین ناپارامتریک نادارایا-واتسون، دیفرانسیل عددی، سنجه خنثی نسبت به ریسک، فرآیندتصادفی انتشارپرشی، قراردادآتی سکه.

۱- مقدمه

قراردادهای آتی یکی ازمهم ترین ابزارهای مشتقه ای هستندکه دربازارهای مالی جهانی جهت خریدیافروش یک دارایی یاکالادرآینده کاربرددارند. ساختاربازارهای مالی به گونه ای است که ریسک های زیادی راایجادمی کنند. موسسات و شرکتهای مالی، بانک هاو سازمان های بیشماری بمنظورکسب سود بیشتروزیان های کمتروتداوم حیات سعی درسرمایه گذاری در بدره دارایی ها هستند. سبدهای سرمایه گذاری جزءتفکیک ناپذیردارایی های ریسکی هستند. این ساختاربه موسسات قابلیت توسعه سرمایه گذاری ریسکی رامی دهد واین موسسات بایدریسکهای سرمایه گذاری شان رامدیریت نمایند. ابزارمشتقه ازمهم ترین اهرم های مالی هستندکه برای مدیریت ریسک مورداستفاده قرارمی گیرند. همانطوری که ازنام این ابزارمشهوداست ارزش این ابزار بر مبنای ارزش دیگردارایی های ریسکی تعیین می شود. بکارگیری این ابزاربدون قیمت گذاری آنهاغیرممکن می باشد، بنابراین قیمت گذاری آنهاازمهم ترین وظیفه بازارهای مالی است. مدل های تئوریکی قیمت گذاری قراردادهای آتی سعی دریافتن این ارزش موردانتظارجهت استفاده درقراردادهای آتی دارند.

رفتاربسیاری ازقراردادهای آتی کالادرطول سالهای اخیرروندغیرمعمولی پیداکرده و قیمتهای قراردادهای آتی افزایش معناداری را تجربه وماهیت نوسانات آنها بطرزقابل ملاحظه ای تغییر نموده است. این نوسانات بدلیل فعالیت شرکتهای مالی بدون مواجهه باریسک ناشی ازدارایی پایه بوده که استراتژی تنوع پرتفوی رادربازار های قراردادآتی کالااتخاذ نموده اند. باوم و زیرلی (۲۰۱۴)

بازارسکه همانند سهام عادی واوراق بهاداربادرآمدثابت متفاوت بوده است. برای مثال تغییر درانتظارات بازاریاحتی توسعه های غیرقابل پیش بینی درعوامل اقتصادکلان ممکن است باعث بروز پرش ناگهانی درقیمت های سکه شود. کیرایکو، نومیکوس، پاپاستولو و پولایسیس(۲۰۱۵).

بنابراین روش های مدلسازی سنتی بصورت مستقیم قابل بکارگیری نیستند. بمنظورقیمت گذاری ابزار مشتقه ، لازم است که ویژگیهای تجربی قیمتهای کالا مدنظرقراربگیرند. درمدلهای اولیه فرض می شودکه قیمت نقدی ودیگرعوامل ازفرایندهای انتشارپیروی می کنند. برای مثال گیبسون و شوارتز(۱۹۹۰) فرض کردند که قیمت نقدی وثمرات رفاهی از مدل فرایندانتشاربازگشت به میانگین تبعیت می کنند. سپس شوارتز(۱۹۹۷) مدل تک عاملی ودوعاملی رامرورکرده و یک مدل سه عاملی انتشاربازگشت به میانگین راتوسعه دادند. میلترسن وشوارتز (۱۹۹۸) همچنین یک مدل سه عاملی را بمنظورقیمت گذاری قراردادهای آتی کالاواختیارمعاملات آتی مدنظرقراردادند. اخیراً درادبیات نظری مدلهای انتشارپرشی موردتوجه قرارگرفته اند، تعدادزیادی مطالعات تجربی وجودداردکه نشان می دهند قیمت های کالاهاازمدل انتشارپرشی پیروی می کنند دینگ (۲۰۰۰) و اشمیت، وانگ و کیم (۲۰۱۴).

هیلاردوریس(۱۹۹۸) یک مدل سه عاملی راتوسعه دادندکه نشان می دهدقیمت نقدی ازیک فرایندتصادفی انتشارپرشی پیروی می کند. یان (۲۰۰۲) مدلهای تعیین ارزش داراییهای پایه راتوسعه داد، مدلی که جهش درقیمت نقدی وتلاطم راوارد مدل تصادفی کرده است. هیلیارد و هیلیارد (۲۰۱۵) حرکت براونی استانداردتقویت

شده باپرش را بکارگرفت تابتواند قیمت نقدی دارایی پایه وانتشاربازگشت به میانگین متغیرهای نرخ بهره وثمرات رفاهی را برای قیمت سکه ومس توصیف کند.

دراین مقاله یک مدل دوعاملی انتشارپرشی دارایی پایه بکارگرفته می شود. یکی از عوامل قیمت نقدی دارایی پایه است. درادبیات نظری مدلهای همگر(آفین) بعلت سادگی و سهولت بصورت گسترده موردا ستفاده قرارمی گیرند. این مدلهاتوابع پارامتریک رابرای بدست آوردن راه حل شکل بسته در مسایل قیمت گذاری راانتخاب می کنند. این مدلهابرای قیمت های بازارریسک بسیاردارای اهمیت است جایی که فرض می شودقیمت بازارریسک دربسیاری ازمواردثابت می ماند. بنابراین بااین فرض کلیه توابع به آسانی برآوردشده و اوراق مشتقه را می توان قیمت گذاری نمود. باوجوداین، هیچ شواهدتجربی درموردتوابع همگرو وجود نداردکه آیااین مدلهابرای قیمت گذاری قراردادهای آتی کالابهتر هستند ونیز، قیمت بازارریسک دربازارهای مشتقه قابل مشاهده نیست. اگردیگرتوابع واقعی ترباتوابع ناپارامتریک برای بیان متغیرهاياقیمت بازارریسک موردتوجه قرارگیرد، دیگرمدلهای همگرو راه حلهای شکل بسته جواب مساله نخواهندبود. بنابراین برآوردقیمت بازارریسک غیرممکن خواهد بود. درحقیقت این مساله اخیریک سوال مهم و بازدرادبیات نظری مدلسازی انتشارپرشی قیمت اوراق مشتقه می باشد.

مهمترین واصلی ترین سهم پژوهش حاضررامی توان ازدوبعد بیان کرد. اول اینکه بدست آوردن برخی نتایج جهت برآوردتوابع خنثی نسبت به ریسک ازمدل دوعاملی انتشارپرشی دارایی پایه است که مستقیما ازداده های قیمت نقدی وآتی دارایی پایه ازبازاربورس کالااستفاده می کند. بنابراین زمانی که راه حل شکل بسته نامعلوم است، می توان یک راه حل بسته یاتقریب عددی برای مسایل قیمت گذاری بدون تخمین قیمت های غیرقابل مشاهده وغیرقابل تخمین بازارریسک بدست آورد. دوم نشان دادن تاثیرپرش درقیمت های نقدی دارایی پایه وقیتهای آتی می باشد. دراین پژوهش ازداده های بورس کالای ایران ویک رویکردناپارامتریک جهت تخمین کلیه توابع مدل دوعاملی استفاده می شود. بنظراستفاده ازرویکرد ناپارامتری درمقایسه با مدل همگرو پارامتر یک نزدیکتربه واقعیت ودنیای واقعی می باشد. درحقیقت هدف اصلی پژوهش مقایسه خطای تخمین درقیمت گذاری قراردادهای آتی سکه طلا دربورس کالای ایران بااستفاده ازفرایندهای تصادفی مدل انتشارومدل انتشارپرشی می باشد.

درادامه پژوهش؛ دربخش ۲ یک مدل دوعاملی انتشارپرشی جهت قیمت گذاری قراردادآتی دارایی پایه ارایه می شود. دربخش ۳ برخی ازنتایج اثبات می شودکه تخمین عامل نرخ جابجایی خنثی نسبت به ریسک، شدت پرش وپارامترهای توزیع دامنه پرش راازروی داده های قیمت نقدی وآتی دارایی پایه رامکن می سازد. دربخش ۴ مدل دوعاملی انتشارپرشی باداده های بورس کالای ایران تو سط رویکردناپارامتر یک تخمین زده می شود. سپس قیمت قراردادآتی دارایی پایه قیمت گذاری شده وارجحیت این مدل نسبت به مدل انتشارنشان داده می شود. بخش ۵ یافته های پژوهش رابیان می کند.

پیشینه پژوهش

اسماعیلی رزی، دلالی اصفهانی،صمدی و پرورده (۱۳۹۴) قراردادهای آتی کالارا با استفاده از الگوی تک-عاملی راس(۱۹۹۵) و شوارتز (۱۹۹۷) قیمت گذاری کرده ومدل را با فرض وجود جهش تصادفی در قیمت نقد کالا توسعه داده و درنهایت به‌منظور مطالعه تجربی الگوهای طرح‌شده، از داده‌های قیمت آتی سکه طلا در ایران استفاده کرده و پارامترهای الگوهای قیمتی به‌وسیله رهیافت فیلتر کالمن را برآورد نموده اند.

کارنامه حقیقی (۱۳۹۰)یک مدل نظری از فرآیندهای تصادفی قیمت تئوریک برای قراردادهای آتی سکه طلا در بورس کالای ایران استخراج نموده و از مدل تک عاملی شوارتز استفاده کرده و برای تخمین مدل فوق از فیلتر کالمن که به عنوان یک تخمین زننده مدل های غیرخطی کاربرد دارد، بهره گیری کرده است. نتیجه نشان می دهدکه مقادیر به دست آمده برای پارامترها نشانگر پیروی ضعیف از این فرآیند است که معلول غیردقیق بودن قیمت های نقدی به دست آمده در بازار بورس کالای ایران بوده است.

معصومه درویشی (۱۳۹۲) برای به دست آوردن قیمت اوراق مشتقه از یک فرآیند انتشار پر شی استفاده نموده و با استفاده از یک عملگر، تابعی دنباله ای از توابع ساخته که به طور یکنواخت، روی مجموعه های فشرده به قیمت اوراق همگراست. سرعت همگرایی این دنباله از نوع نمایی است. همچنین نشان داده که هر عضو این دنباله حل کلاسیک منحصر به فرد یک معادله دیفرانسیل جزئی سهمی گون است و درنهایت، یک الگوریتم عددی برای این روش ارائه کرده و کارایی الگوریتم را به وسیله چند مثال مورد ارزیابی قرار داده است

سحرسجادی (۱۳۹۴) در زمینه فرآیندهای حالت پرش-انتشار آفین، عملکرد تحلیلی کلاسی از تبدیل‌ها، در حالت خاص تبدیل‌های لاپلاس و فوریه ارائه نموده ، که رفتار تحلیلی ارزش گذاری و مسائل اقتصاد سنجی را فراهم می‌کنند. مثال‌های کاربردی این تبدیلات، شامل مدل‌های ارزش‌گذاری با درآمد ثابت است که پیش فرض آنها مبتنی بر شدت می‌باشد.محقق با یک مثال، دلایل تلاطم تصادفی و پرش برای ارزش‌گذاری اختیار معامله رامورد آزمون قرار داده و تاثیر روی اسمیرک توزیع توام پرش‌ها در تلاطم و پرش ها در قیمت دارایی پایه را مشخص می‌کند .

معصومه میرزابابائی (۱۳۹۴) فرمول بندی های انتگرال دیفرانسیل جزئی را برای قیمت گذاری اوراق مشتقه تحت مدل های انتشار پرشی استفاده نموده است .دراین پژوهش فرمول بندی معادلات قید شده همراه با روش های عددی حل آن ها ، شرحی بر سه روش تفاضلات متناهی و روش کار آن ها ، همچنین شرح مفصلی از شش روش کارآمد بر اساس یک فرمول بندی متمم خطی و گسسته سازی تفاضلات متناهی داده شده است.

راضیه گودرزی (۱۳۹۵) به معرفی قیمت بازاری ریسک گسترش یافته برای مدل‌های بازده آفین پرداخته وعنوان می کندکه قیمت بازاری ریسک آفین گسترش یافته یک برازش مناسب با اهمیت آماری بالا برای مدل‌های آفین فراهم می‌کند و تحت شرایطی فرصت‌های آربیتراژی را ایجاد نمی‌کند. همچنین قیمت بازاری ریسک گسترش یافته را برای مدل‌های یک عاملی، دوعاملی و سه عاملی بدست می آوردواگرچه محقق بر روی مدل‌های بازده آفین تمرکزنموده اما این روش می‌تواند برای مدل‌های دیگر قیمت گذاری دارایی‌ها نیز استفاده شود.

سمیه عمرانی (۱۳۹۶) قیمت را ابتدا با استفاده از مدل های معادلات دیفرانسیل تصادفی پیش بینی ونیز از مدل حرکت براونی هندسی برای مدل سازی و پیش بینی داده هایی که دارای پرش نیستند و از مدل انت شار- پرش مرتون برای داده هایی که دارای پرش هستند، استفاده کرده و با استفاده از روش حداکثر درستنمایی ا ین مدل ها را کالیبره نموده و پارامترهای مجهول مدل ها را محاسبه کرده است . در نها یت برای برر سی کارایی مدل های مذکور، پیش بینی را با استفاده از مدل های سری زمانی نیز انجام داده و نتایج آن ها را با هم مقایسه نموده است .

ریبریووهاجز(۲۰۰۴) یک مدل دوعاملی کاهشی را برای تع یین ارزش قرارداد های آ تی وقیمت های ن قدی کالاتوسعه دادند. این مدل توسعه یافته مدل دوعاملی گیبسون (۱۹۹۰) و شوارتز (۱۹۹۷) باافزدون ویژگی های جدیدی به مدل می باشد. اول اینکه این مدل یک مدل بدون فرصت آربیتراژراتضمین می کند. دوم اینکه تلاطم قیمت نقدی متناسب باریشه دوم سطح ثمرات رفاهی است. آنهابه صورت تجر بی هردو مدل رابااستفاده ازداده های هفتگی قراردادهای آتی نفت از۱۷ مارس ۱۹۹۹ تا۲۴د سامبر۲۰۰۳موردآز مون قرارداد ند. درهردو مورد، آنهاپارامترهای مدل را با استفاده ازفیلترکالمن تخمین زدند.

اشمیتز، وانگ و کیم (۲۰۱۴) بیان کردندکه تلاطم تصادفی، پرش های قیمتی ، فصلی بودن وهزی نه ح مل تصادفی بصورت مجزادرمدل های قیمت گذاری قراردادهای آتی کالاها و اختیارمعاملات واردشده اند نه ب صورت یکجا. آنهایک مدل جامع که همه چهارویژگی راشامل می شود راارائه کردند. آنهاالگوریتم خاص مارکوچین یعنی مونت کارلوراجهت تخمین تلاطم تصادفی وتلاطم تصادفی پرشی بکاربردند. آزمون برازش مدل کلی مدل تلاطم تصادفی پرشی رامناسب ارزیابی کرده و داده های درون نمونه ای وبرون نمونه ای ونتایج حاصل ازپوشش ریسک کالاهاوحمایت ازمدل تلاطم تصادفی پرشی رافراهم نمودند.

گومزومارتینزرودرگیوز(۲۰۱۵) نتایج دقیقی بدست آوردندکه عامل نرخ جابجایی بی تفاوت نسبت به ریسک را به شیب قیمت آتی کالای مصرفی مشترک باعوامل مرتبط می کند. آنها نتیجه این پژوهش رادر قرارداد های آتی گازطبیعی ونفت خام موردمعامله دربورس کالای نیویورک بررسی کردند. زمانیکه راه حل به شکل ب سته معلوم است، تخمین قیمت بازارریسک یکی ازسوالات مطرح درطول دوره مطالعاتی انتشارپرشی می باشد. بعلاوه ، تخمین نرخ جابجایی فیزیکی دارای ریسک بالای محاسباتی نادرست است .

گومزومارتینزرودرگیوز(۲۰۱۵) برخی شواهدونتایجی بدست آوردندکه نرخ جابجایی خنثی به ریسک وشدت پرش خنثی به ریسک نرخ های بهره رابه قیمت هاوبازده تاسررسیداوراق قرضه های بدون بهره مرتبط می سازد. این نتایج دربرابرتخمین نرخ جابجایی وشدت پرش خنثی به ریسک نرخ های بهره مستقیماازداده های بازارراهی می گشاید. این دوتابع قابل مشاهده نیستنداماتخمین آنهایک رویه اصلی برای حل مسائل قیمت گذاری فراهم می نماید. بعلاوه این رویکردجدیدمانع تخمین نرخ جابجایی فیزیکی بموازات قیمت بازارریسک است.

کیو ،کلوول و بهار(۲۰۱۵) یک فرمول قیمت گذاری برای قراردادهای پیمان آتی انرژی برق نتی جه گ یری کردندکه صرف ری سک ذا تی در ا ین قراردادهارام شخص می ک ند. قی مت قرارداد هاهم با مدل انت شاروهم انتشارپرشی دربیشتربازارهاشناخته شده است. آنهادریافتندکه مدل قی مت ن قدی که شامل تغی یرات ف صلی،

بازگشت به میانگین وشدت پرش متغیربازمان برای بازارآمریکا بسیار مناسب است. رویکردمدلسازی آنهابه بررسی صرف ریسک تصادفی بعلت انتشاروپرش منجرشد.

آندریاس کیاچ ، پائولورودریگزونورمن سیگر(۲۰۱۷) طیف گ سترده ای از عا مل نرخ جابجایی منع طف و ویژگیهای انتشارتلاطم تصادفی از مدل های انتشارپرشی را برای بازده روزانه شاخص S & P 500 تحل یل کرده ودریافتند که عملکرد مدل تقریبا به طور انحصاری از مشخصه مولفه های انت شار نا شی می شود در حالی که ویژگی عامل نرخ جابجایی از درجه دوم اهمیت برخوردار است. علاوه بر ایندریافتندکه پویایی واریانس مدل های غیر آفین به تخمین های ناپارامتریک وار یانس بافراوانی بالا شبیه سازی شده و مدل های انت شار پر شی برآوردهای قابل اعتماد تر برای بازده مورد انتظار قراردادهای سواپ ارائه می دهند.

چنکسی فان، ایکسینگولیووکینگبیائو (۲۰۱۷)سه مدل قیمت گذاری قابل تبدیل شامل مدل تلا طم ثا بت، مدل تلاطم تصادفی و مدل انتشارپرشی را با استفاده از داده های اوراق قرضه قابل تبدیل چین از سال ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۳ مقایسه کرده وبه این نتیجه دست یافتندکه مدل تلاطم تصادفی بهتر از دو مدل دیگر با خطاهای ن سبی ۹۱٪ (۸۵٪) کوچکتر از مدل انتشارپرشی است.

کیم و لی (۲۰۱۸) نشان داده اند که مدل های نوسان پذیری تصادفی و مدل های پرش انت شار، د قت و صحت حرکت سهام را نشان می دهند. با این حال، این مدل ها محدودیت های عملی دارند. ترکیب آنها با مدل نوسان محلی، که ممکن است منجر به عملکرد بهتر شود.

نامهیانگ کیم ویانهی لی (۲۰۱۸) یک روش موثر و کارآمد برای تخمین قیمت اوراق مشتقه با ترکیب مدل نوسانات محلی و مدل پرش انتشار و استفاده از داده های مصنوعی و واقعی بازار برای ارزیابی عملکرد ارائه نموده اند. آنهامدل تلاطم محلی، مدل تلاطم تصادفی و مدل پرش انتشار تلاطم محلی را با استفاده از روش پیشنهادی برای قیمت گذاری شاخص عملکرد KOSPI 200 بکارگرفتند. روش پیشنهادی عملکرد پیش بی نی وتخ مین خوبی را نشان می دهد.

یوهانگ لیو ، المینگ جیانگ وویتذه سو (۲۰۱۸) فرآی ند انتشارپر شی را به قی مت گذاری اوراق م شتقه ترکیبی معرفی کرده و فرمول های ارزیابی مربوطه را به دست می آورند. آنهافرض می کنند که پو یایی بازده دارایی های پایه شامل یک مولفه دریفت، و فرآیند براوونی (وینر)پیوسته وفرایندانتشارپرشی گس سته ا ست که اندازه پرش از فرآیندتوزیع پواسون پیروی می کند و لگاریتم اندازه پرش ازیک توزیع نمایی دوگا نه پ یروی می کندکه توسط کو (۲۰۰۲) پیشنهادشده است. نتایج عددی نشان می دهد که مزیت ترک یب دو توز یع ن مایی و توزیع نرمال این است که هر دو ویژگی لتوکورتیک نامتقارن و لبخند نوسان را تصویرمی کند.

روش شناسی پژوهش

درجهت تحقق هدف اصلی پژوهش، این سوال مطرح می شودکه آ یا درقی مت گذاری قرارداد های آ تی سکه طلادربورس کالای ایران بااستفاده ازفرایندهای تصادفی، خطای تخمین مدل انتشارپرشی کمترازخطای تخ مین مدل انتشارپرشی می باشد؟

مدل تعیین ارزش قراردادآتی

دراین بخش مدل دوعاملی قیمت گذاری قراردادآتی دارایی پایه (کالا)ارایه می شود. اولین عا مل قیـمت نـقدی sودومین عامل ثمرات رفاهی آنی یانوسان بین دیگرمتغیرهای ممکنδ است
(Ω, F, P) فضای احتمال بافیلترF است که شرایط مع مول رابرقرار می ک ند. د نگ (۲۰۰۰)، ا شمیت، وا نگ و کیم(۲۰۱۴) و هیلیارد و رایس(۱۹۹۸)
عوامل مدل فرض می شودکه ازفرآیندتصادفی انتشارپرشی پیروی می کند:

$$dS(t)=\mu_s\big(S(t),\delta(t)\big)dt+\sigma_s\big(S(t),\delta(t)\big)dW_S(t)+J\big(S(t),\delta(t),Y(t)\big)dN(t) \quad \text{رابطه ۱}$$

$$d\delta(t)=\mu_\delta\big(S(t),\delta(t)\big)dt+\sigma_\delta\big(S(t),\delta(t)\big)dW_\delta(t) \quad \text{رابطه ۲}$$

جایی که μ_S و μ_δ عوامل نرخ جابجایی (دریفت)و σ_S وσ_δ نوسانات می باشند. دامنه پرشJ تابعی ازدوعامل می باشد وY یک متغیرتصادفی باتوزیع احتمال Π است. بعلاوه W_S و W_δ فرایند براوونی می باشند و N نشان دهنده فرایندپواسون باشدت λ می باشد. فرض براین است که حرکت براوونی استانداردهمبسته است با :
$Cov(W_S,W_\delta)=\rho t$
باوجوداین W_S و W_δ فرض می شودکه مستقل ازفرایندپواسون N می باشد. همچنین فرض می شودکه ا ندازه پرش وفاصله زمانی پرش باقسمت انتشارفرایندهمبستگی ندارد. فرض می ک نیم که $\mu_S ,\mu_\delta, \sigma_S , \sigma_\delta, J, \lambda\ \Pi$ شرایط نظم تناسب را برآورده می سازد. ت حت فر ضیات بالا ، قی مت قراردادآ تی دارا یی درز مان tبا تاریخ سررسیدT،$t \le T$, با$F(t, S, \delta; T)$ بیان شده ودرتاریخ سررسیدارزش آن برابراست با

$$F(T,S,\delta;T)=S$$

درآخراینکه فرض می کنیم برای قیمت قراردادآتی یک پرتفوی تکراری وجوددارد ومی توان قیمت آتی رابافرمول زیربیان کرد

$$F(t,S,\delta;T)=E^Q[S(T) \mid S(t) = S, \delta(t) = \delta],) \quad \text{رابطه ۳}$$

Fکه دراین فرمول E^Q بازده موردانتظارشرطی تحت سنجه Q یعنی سنجه احت مال خن ثی ن سبت به ری سک رانشان می دهد . مدل دوعامل (۱) .(۲) تحت سنجه Qعبارت است از

$$dS=(\mu_s-\sigma_s\theta^{W_S}+\lambda^Q E_Y^Q[J])dt+\sigma_s dW_S^Q+Jd\tilde{N}^Q,) \quad \text{رابطه ۴}$$

$$d\delta=(\mu_\delta-\sigma_\delta\theta^{W_\delta})dt+\sigma_\delta dW_\delta^Q$$ رابطه ۵)

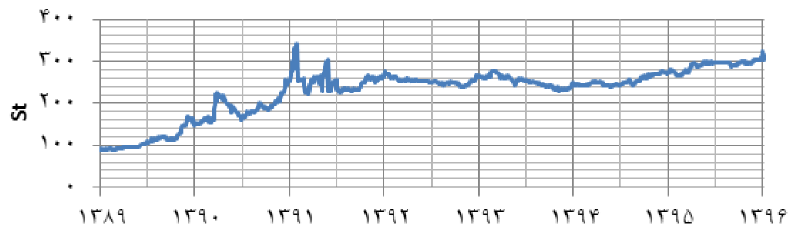
که درآن W_S و W_δ فرایند براوونی تحت Q و $Cov(W_S,W_\delta)=\rho t$ میباشد.قیمت بازاریسک $\theta^{W_S}(S,\delta)$ و $\theta^{W_\delta}(S,\delta)$ فرایند براوونی هستند و Q $\tilde{N}$ فرایندپواسون جبرانی تحت سنجه با شدت $\lambda^Q(S,\delta)=\lambda(S,\delta)\theta^N(S,\delta)$ رانشان می دهد.

یافته های پژوهش

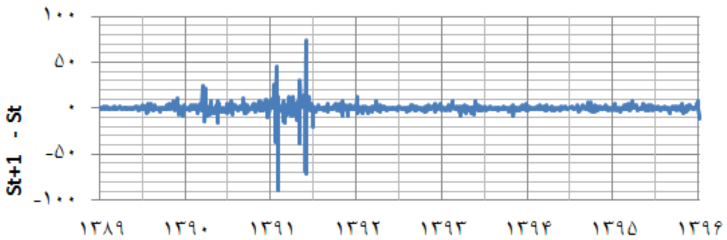
دراین بخش نشان داده می شودکه چطوردرعمل رویکردبیان شده دربخش ۳ برای قیمت گذاری آتی دارایی دربازارمورداستفاده قرارمی گیرد. بعلاوه تاثیرافزودن پرش هابه قیمت نقدی واتی دارایی تحلیل خواهدشد. قیمت نقدی وثمرات رفاهی که بطورگسترده درمطالعات قبلی بکارگرفته شده، مورداستفاده قرارمی گیرد. برای مثال گیبسون و استوارتز (۱۹۹۰) و استوارتز (۱۹۹۷) فرض می کند که قیمت نقدی ازیک فرایندانتشارپرشی پیروی می کندچون قیمت های کالاازتغییرات ناگهانی دربازاربرخوردارهستند. باوجوداین ثمرات رفاهی یک فرایند انتشاراست چون رفتارآن تحت تاثیرتغییرات ناگهانی وشدیدقرارنمی گیرد.(یان، ۲۰۰۴)

جدول۱. خلاصه آماری قیمت نقدی سکه واولین تفاضل آن، شهریورسال ۱۳۸۷ تا فروردین ۱۳۹۵ (قیمت به دلار)

متغیر	تعدادمشاهدات N	Mean	Std.dev.	MAX	MIN
S_t	۱۳۰۶	۲۲۸/۷	۵۷/۹	۳۴۰/۵	۸۸/۵
$S_{t+1}-S_t$	۱۳۰۵	۰/۱۶۲۵	۵/۶	۷۴/۲	-۸۹/۳



نمودار۱. قیمت نقدی سکه تمام بهارآزادی طی دوره زمانی ۱۳۸۹-۱۳۹۶



نمودار۲. تفاضل اولیه قیمت نقدی سکه تمام بهار آزادی طی دوره زمانی ۱۳۸۹-۱۳۹۶

برای سادگی وقابلیت انعطاف پذیری همانطوری که درمطالعات پیشین معمول است فرض می شودکه اندازه توزیع پرش تحت سنجه Q معلوم است وبرابرباتوزیع تحت سنجه P می باشد. بدین معنی که همه صرف ریسک مرتبط باپرش بصورت مصنوعی توسط تغییرات درشدت پرش λ تحت سنجه فیزیکی λ^Q سنجه خنثی نسبت به ریسک جذب می شود. باندی و نگوین(۲۰۰۳). بعلاوه فرض می شوددر(۴) که $J(S, \delta, Y) = Y$ که درآن Y یک متغیرتصادفی باتوزیع نرمال $N(0, \sigma_Y)$,است. یان (۲۰۰۲) ، چانگ و وانگ (۲۰۰۱) و کیو ،کلوول و بهار(۲۰۱۵).

به منظوربکارگیری رویکردبخش ۳قیمتهای نقدی ازنرم افزاراطلاعاتی استاندارد بازار سرمایه بانام ره آورد نوین استفاده شده وقیمتهای آتی نیزازآمارمعاملات قراردادهای آتی بورس کالای ایران دریافت شده است. معاملات آتی دربورس کالای ایران ازمورخ ۱۳۸۷/۰۹/۰۵راه اندازی شده است. درواقع قیمت های آتی،قیمت های تسویه روزانه این قراردادها می باشندکه مطابق مقررات درپایان ایام معاملاتی توسط بورس محاسبه شده وگزارش می گردند. دوره زمانی نمونه ازمهرماه ۱۳۸۹تااردیبهشت ۱۳۹۶ راپوشش می دهد. شکل ۱ داده های قیمت نقدی سکه واولین تفاضل اش رانشان می دهد.

داده های درون نمونه ای پژوهش، ازمهرماه ۱۳۸۹تااردیبهشت۱۳۹۵برای تخمین توابع خنثی نسبت به ریسک گردآوری می شوند. جدول ۱ داده های درون نمونه ای راخلاصه می کند. داده های برون نمونه ای ازبهمن ۱۳۹۵ تااردیبهشت ۱۳۹۶ گردآوری می شودتانتایج حاصل ازرویکرد پژوهش حاضربااین داده ها موردمقایسه وارزیابی قراربگیرد.

همانطوری که درمطالعات وپژوهش های قبلی مشهوداست ثمرات رفاهی قراردادآتی سکه دربازارقابل مشاهده نیست. بنابراین بااستفاده ازپژوهش گیبسون و شوارتز(۱۹۹۰) می توان ثمرات رفاهی رابااستفاده ازفرمول زیربرآوردنمود:

$$\delta_{T-1,T}=r_{T-1,T}-12\text{Ln}\left[\frac{F(t,S,\delta;T}{F(t,S,\delta;T-1)}\right],$$

که درآن $r_{T-1,T}$ نرخ بهره ماهانه بدون ریسک دردوره $T-1$ رانشان می دهد.جهت محاسبه $\delta_{1,2}$ ، ثمرات رفاهی سالانه یکماه قبل ، این نرخ بهره ازنرخ های اوراق مشارکت دولتی بدست می آید. جهت کسب اطلاعات

بیشتربه گیبسون و استوارتز(۱۹۹۰) مراجعه شود. نرخ اوراق مشارکت ازپایگاه اطلا عاتی با نک مر کزی بد ست آمده است.

درابتداعامل نرخ جابجایی خنثی نسبت به ریسک جبرانی رامحاسبه کرده وسپس مشتق جزیی راطبق قضیه ۱ در(۶)[1] رابااستفاده ازدیفرانسیل عددی (۹)[2]، برای قیمتهای آتی باسرر سیدهای مت فاوت تقر یب ودرمرح له بعدی بابرآوردکننده نادارایا – واتسون تخمین زده می شود. درمرح له دوم بمنظوربد ست آوردن شدت پرش خنثی نسبت به ریسک، مشتقات جزئی درفرمول (۷) رابااستفاده ازدیفرانسیل عددی (۹) باقی مت های ن قدی وقیمت های آتی باسررسیدهای متفاوت تقریب زده می شود.

همانطوری که قبلافرض شد، توزیع پرش تحت سنجه Qمعلوم است ومساوی باتوزیع ت حت سنجهP می با شد، بنابراین$Y \sim N(0,\sigma_Y^2)$ $E_Y^Q[Y]=E_Y[Y]=0$ است .

دراین مرحله σ_Y^2و نوسان قیمت نقدی σ_S توسط معادلات لحظه ای فرایندانتشارپرشی درق ضیه ۲ [3]تخ مین زده خواهدشد، بافرض اینکه دامنه توزیع پرش از یک توز یع نر مال پ یروی می ک ند. بطوردق یق ترزمانی که$Y \sim N(0,\sigma_Y^2)$ ، آنگاه

$$E_Y\left[Y^{2K}\right]=\sigma_Y^{2K}\prod_{n=1}^{k}(2k-1),$$

$$E_Y\left[Y^{2K-1}\right]=0,k=1,2,3,\ldots$$

بمنظورتخمین σ_Y^2 و σ_S^2 ازمعادلات (۱۱) و(۱۲) با$k=4$ و $k=6$ وبرآوردکننده نادارایا- واتسون استفاده می شود. سپس این مقادیرمحاسبه شده وتقریب های مشتقات جزئی درمعاد له (۷)جای گذاری شده و شدت پرش خنثی نسبت به ریسک قیمت نقدی بابراوردکننده نادارایا – واتسون تخمین زده می شود. همانطور که ث مرات رفاهی یک فرایندانتشاری است میتوان عامل نرخ جابجایی خنثی نسبت به ریسک راتوسط معاد له (۸) تخ مین زدکه درآن این رابطه $Cov(S,\delta)=\rho\sigma_S\sigma_\delta$برقراراست.جهت تخمین کوواریانس شرط نمو نه (۱۴)وبرآوردکن نده نادارایا – واتسون بکارمی رود، برای کسب اطلا عات بی شتربه بودوخ،دوونینگ،ریچارد سون و ا ستنتون(۲۰۱۰) مراجعه شود. سپس کوواریانس محاسبه شده وتقریب مشتقات جزئی درمعادله (۸)جایگذاری می شودوعامل نرخ جابجایی خنثی نسبت به ریسک ثمرات رفاهی توسط برآوردکننده نادارایا – واتسون محاسبه می شود. درنهایت، نوسان ثمرات رفاهی تحت سنجه P بانوسان همان متغیرتحت سنجه Q برابرخواهدبود، σ_δ تو سط نمو نه مرت به دوم (۱۳) وداده های ثمرات رفاهی تخمین زده می شود.

جهت قیمت گذاری آتی سکه طلا ، رویکردشبیه سازی مونت کارلوبکارگرفته می شود که خلاصه آ ماری آن درجداول (۲)،(۳)،(۴)،(۵)،(۶)و(۷) تنظیم شده است ، بعلت اینکه این رویکردبطورگسترده ای توسط پژوهشگران بازاردرع مل موردا ستفاده قرار می گ یرد، بویژه در مدل های چ ندعاملی بخاطر سهولت و کارایی ا ین رویکردبیشترمورداستفاده قرارمی گیرد.

رویکردی که دراین پژوهش پیشنهادمی شودتوسعه مدل انتشارپرشی است که توسط گومز، و مارتینزردریگرز(۲۰۱۳) برای مدل انتشاری قیمت گذاری کالاپیشنهاد شده است. بنابراین می توان هردورویکردرابرای بررسی تاثیرپرش هاروی قیمت های نقدی وقیمت های آتی دارایی پایه بکاربرد.

گومز، ومارتینزرودریگورز فرض می کنندکه قیمت قراردادهای آتی به همان دوعامل یعنی قیمت نقدی وثمرات رفاهی دارایی پایه بستگی دارد.بطوردقیقترآنهافرض می کنندکه این عوامل ازفرایندتصادفی انتشارمشترک تحت سنجه Qپیروی می کنند.

$$dS=(\mu_s-\sigma_s\theta^{W_S})dt+\sigma_s dW_S^Q, \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$d\delta=\left(\mu_\delta-\sigma_\delta\theta^{W_\delta}\right)dt+\sigma_\delta dW_\delta^Q, \quad \text{رابطه ۱۶}$$
$$Cov(W_S,W_\delta)=\rho t$$

همچنین دراین پژوهش مدل (۱۵)-(۱۶)مستقیماازداده های بورس کالای ایران بااستفاده از مدل گومز،ومارتینزردریگرز(۲۰۱۳) تخمین زده شده وقیمت آتی سکه طلاباروش شبیه سازی مونت کارلوبااستفاده ازنرم افزارصفحه گسترده Vertex42 LLC2004©شبیه سازی می شود.

بمنظورتحلیل تاثیرافزودن عامل پرش به قیمت نقدوآتی دارایی برخی مقایسات بین قیمت های آتی بدست آمده ازمدل انتشارپرشی(JDM) ومدل انتشار(DM) انجام می شود. جهت مقایسه ازمعیارهای ریشه دوم میانگین مربعات خطا (RMSE) ، درصدریشه دوم میانگین مربعات خطا (PRMSE) و قدرمطلق میانگین خطا (MAE) برای داده های برون نمونه ای بعنوان معیارهای اندازه گیری خطا استفاده می شود.

جدول ۲. قیمت شبیه سازی شده قراردادآتی بامدل انتشاربرای N=5000، RUN=20

DM	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Mean	304/34	303/10	302/50	301/96	301/01	299/01	299/25	298/88
StErr	0/05	0/06	0/06	0/07	0/07	0/09	0/09	0/09
Median	304/33	302/93	302/49	301/95	301/07	299/01	299/22	298/70
StDev	3/28	4/09	4/50	4/73	5/25	6/06	6/18	6/45
Max	310/72	310/90	312/88	311/82	310/12	312/15	311/84	310/04
Min	298/00	295/46	293/01	292/36	291/60	284/77	286/79	287/77
Range	12/71	15/43	19/87	19/46	18/52	27/38	25/04	22/27
Skewness	0/01	0/01	0/02	0/00	-0/03	-0/02	0/03	0/01
Kurtosis	-1/22	-1/19	-1/12	-1/16	-1/19	-1/07	-1/16	-1/20
Upper Confidence Limit	304/25	302/99	302/38	301/83	300/86	298/84	299/08	298/70
Lower Confidence Limit	304/43	303/22	302/63	302/09	301/15	299/18	299/42	299/06

جدول ۳. قیمت شبیه سازی شده قراردادآتی بامدل انتشارپرشی برای N=5000، RUN=20

JDM	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Mean	315/67	313/37	313/36	312/21	311/62	310/18	310/64	313/21
StErr	0/02	0/04	0/04	0/04	0/05	0/06	0/06	0/04
Median	315/67	313/36	313/39	312/16	311/60	310/19	310/67	313/21

StDev	1/10	2/53	2/70	3/15	3/37	4/09	4/07	2/52
Max	318/11	318/88	320/94	319/30	317/67	321/05	319/66	317/57
Min	313/04	308/35	306/75	305/39	305/68	299/43	301/60	308/76
Range	5/06	10/53	10/53	13/91	11/99	21/62	18/06	8/81
Skewness	-0/01	0/00	0/00	0/02	0/01	-0/04	0/01	0/00
Kurtosis	-1/09	-1/16	-0/89	-1/10	-1/21	-0/79	-1/11	-1/22
Upper Confidence Limit	315/64	313/30	313/29	312/12	311/52	310/07	310/53	313/14
Lower Confidence Limit	315/70	313/44	313/44	312/30	311/71	310/29	310/76	313/28

جدول ۴. میانگین قیمت شبیه سازی شده به روش مونت کارلو بامدل انتشاربرای RUN=20

	مدل انتشار (DM)							
	F1	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**	**F8**
RUN1	305/801	300/932	302/919	302/986	298/764	297/875	297/949	297/651
RUN2	304/671	301/913	300/890	302/892	301/203	299/000	300/736	297/543
RUN3	302/824	302/601	304/981	301/860	300/109	300/322	299/096	297/997
RUN4	305/745	304/502	304/260	304/000	302/582	299/339	301/815	297/809
RUN5	304/138	303/744	301/408	299/001	299/661	297/970	298/663	300/125
RUN6	303/348	302/871	302/508	303/676	302/542	299/380	302/515	298/177
RUN7	306/215	303/742	303/144	302/689	299/398	296/364	298/145	299/300
RUN8	304/636	305/330	304/375	302/323	301/649	296/792	299/967	300/495
RUN9	304/171	303/121	302/156	301/665	300/213	297/150	297/384	299/498
RUN10	303/386	302/809	303/339	303/763	303/224	298/602	299/165	299/112
RUN11	305/161	302/727	301/019	302/914	298/676	298/275	299/875	298/878
RUN12	303/458	302/724	301/781	302/148	298/711	300/078	297/529	296/881
RUN13	303/678	302/263	302/926	302/610	300/848	298/448	299/152	296/723
RUN14	304/547	303/362	302/244	301/443	301/646	300/320	298/655	299/764
RUN15	303/268	304/333	303/766	301/773	299/234	300/472	299/169	295/922
RUN16	304/467	303/452	304/118	301/880	299/961	298/350	297/856	298/833
RUN17	304/186	304/318	302/913	302/742	302/002	300/185	298/196	300/025
RUN18	305/874	303/650	302/202	304/222	301/065	297/682	297/409	299/545
RUN19	305/155	301/129	301/937	303/328	300/186	297/669	300/134	298/570
RUN20	303/831	303/057	303/207	300/767	302/121	299/956	296/442	301/989
Mean	304/428	303/129	302/805	302/434	300/690	298/711	298/993	298/742

جدول ۵. میانگین قیمت شبیه سازی شده به روش مونت کارلو بامدل انتشارپرشی برای RUN=20

	مدل انتشارپرشی(JDM)							
	F1	**F2**	**F3**	**F4**	**F5**	**F6**	**F7**	**F8**
RUN1	316/017	312/858	312/747	311/903	312/402	310/913	311/064	312/972
RUN2	315/435	312/672	313/529	314/329	311/634	311/110	310/916	312/252
RUN3	316/471	312/255	312/744	312/277	312/704	309/312	309/392	313/926
RUN4	315/141	313/493	312/957	313/557	310/939	311/261	312/422	313/528
RUN5	315/350	312/820	313/042	311/040	310/007	309/092	309/799	314/411
RUN6	315/612	313/020	314/048	311/480	312/654	309/022	311/631	312/452
RUN7	316/378	313/912	312/648	312/580	310/357	311/251	310/382	312/505
RUN8	315/242	313/061	313/410	311/140	311/334	310/367	310/601	312/911
RUN9	315/409	313/814	314/582	312/176	310/440	310/576	309/547	312/914
RUN10	316/293	313/257	313/639	313/864	310/018	309/872	310/709	313/056
RUN11	315/976	313/171	310/880	311/873	311/866	312/917	309/290	313/140
RUN12	315/997	314/052	313/282	311/010	311/048	309/497	309/094	311/386
RUN13	315/866	312/737	312/984	315/074	312/323	309/918	311/712	313/499
RUN14	314/938	313/829	314/345	311/655	310/217	308/034	308/150	312/940
RUN15	315/422	313/696	314/263	312/604	310/683	308/644	311/696	313/155

	(JDM)مدل انتشارپرشی							
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
RUN16	315/919	314/124	313/014	311/762	312/259	308/105	309/298	313/308
RUN17	315/325	314/004	313/174	311/837	308/867	311/647	309/767	313/700
RUN18	315/297	312/826	312/691	311/518	311/650	311/314	309/959	312/004
RUN19	315/569	311/924	313/343	311/207	309/795	308/220	312/136	314/055
RUN20	315/418	313/458	313/447	313/464	311/552	306/916	311/610	313/318
Mean	315/654	313/249	313/238	312/318	311/137	309/900	310/459	313/072

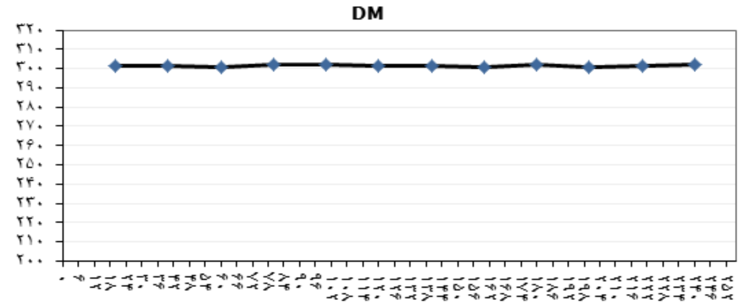
جدول ۶. میانگین قیمت شبیه سازی شده قراردادهای آتی باسررسیدهای متفاوت به روش مونت کارلو بامدل انتشار(DM) برای Days (N=240) بافواصل زمانی ۲۰روزه

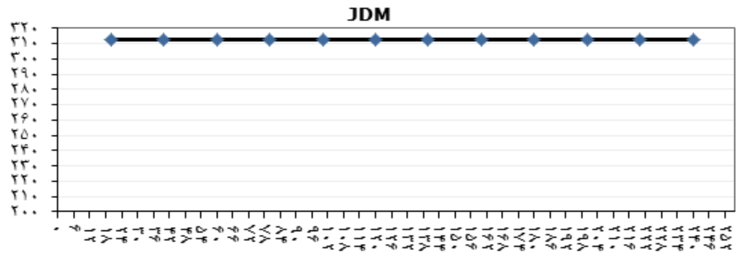
DM	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
F1	304/1	304/4	304/3	304/4	304/8	303/8	304/5	303/1	305/4	303/8	303/8	304/2
F2	303/1	305/0	303/9	303/7	301/4	302/3	303/5	303/8	303/3	303/4	303/3	303/7
F3	302/9	302/8	302/2	303/0	303/3	300/7	302/0	302/8	304/0	302/2	304/0	303/6
F4	300/2	304/2	302/1	302/2	303/6	303/4	301/3	302/1	301/6	301/8	301/7	301/8
F5	302/1	300/5	301/2	301/8	302/0	301/9	304/1	297/6	301/4	300/3	302/4	303/3
F6	298/7	298/5	298/6	299/2	299/3	300/4	301/4	297/0	299/9	300/3	297/5	298/6
F7	299/1	298/0	297/8	299/8	300/5	299/8	298/0	298/4	299/2	299/3	299/6	300/2
F8	302/1	298/9	296/3	300/1	299/9	298/9	297/2	299/6	299/6	297/3	297/6	299/9
Mean	301/6	301/5	300/8	301/8	301/9	301/4	301/5	300/5	301/8	301/0	301/2	301/9

جدول ۷. میانگین قیمت شبیه سازی شده قراردادهای آتی باسررسیدهای متفاوت به روش مونت کارلو بامدل انتشارپرشی (JDM) برای (N=240 Days)بافواصل زمانی ۲۰روزه

JDM	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
F1	315/9	315/5	315/2	315/8	315/4	315/8	315/7	315/8	315/8	315/5	315/4	315/5
F2	314/2	312/6	313/5	313/4	314/1	313/5	313/6	313/1	313/9	313/5	314/2	314/1
F3	313/4	313/0	312/9	312/9	314/1	312/6	313/0	313/5	314/1	312/5	312/9	313/8
F4	313/5	311/9	311/7	312/5	313/3	311/6	311/9	313/1	312/0	311/1	312/4	312/8
F5	312/0	312/1	311/2	312/1	311/1	313/1	311/6	312/1	312/2	312/6	311/9	310/8
F6	309/4	310/9	311/1	310/3	309/4	309/4	310/6	311/7	310/8	310/0	310/3	311/3
F7	310/2	311/6	311/1	311/9	310/4	311/4	312/2	310/9	311/9	311/4	310/2	311/3
F8	313/1	313/4	312/3	313/7	312/9	313/0	313/4	313/1	313/8	311/9	313/7	313/1
Mean	312/7	312/6	312/4	312/8	312/6	312/6	312/8	312/9	313/1	312/3	312/6	312/8

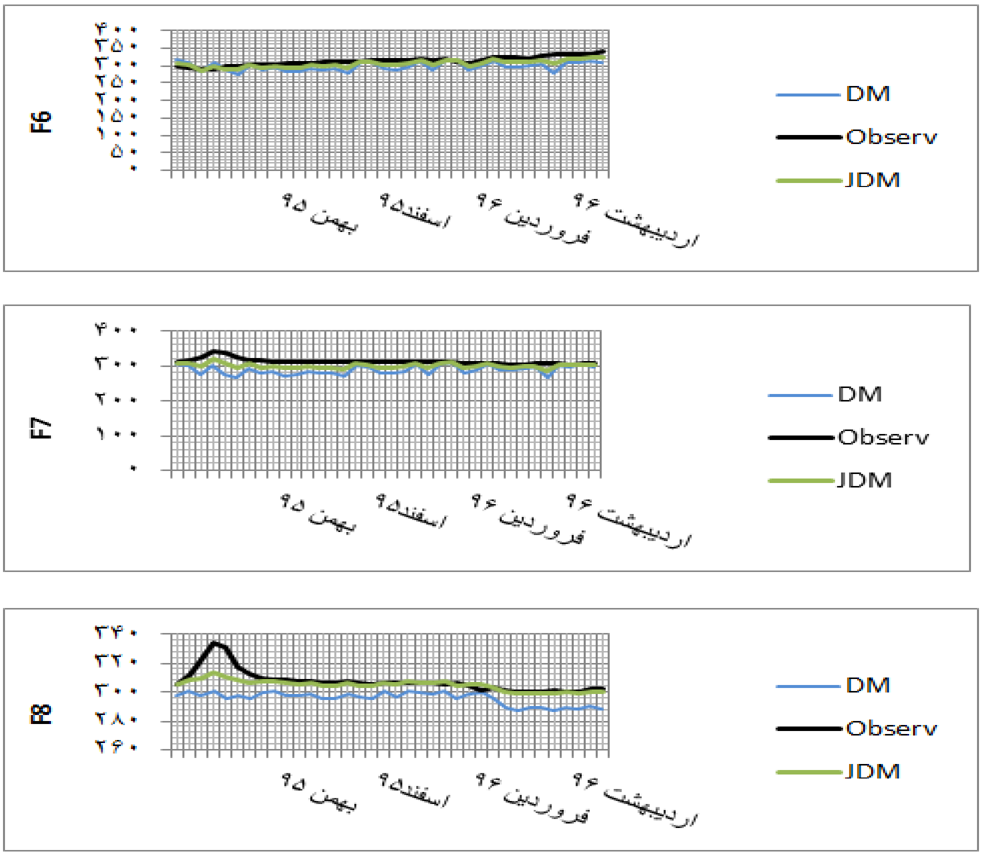
شبیه سازی مونت کارلوبرای ۵۰۰۰داده انجام شده وا ین ال گوریتم برای ۲۰بارتکرار شده ا ست وم یانگین قیمتهادر۲۰ باتکرارمحاسبه شده ونتیجه آن درنمودار۳ گزارش شده ونشان می دهدکه قیمت های شبیه سازی شده با روش مونت کارلو ازثبات لازم برخوردارمی باشدودارای اعتبارمی باشد.





نمودار۳. میانگین قیمت شبیه سازی شده قراردادهای آتی باسررسیدهای متفاوت به روش مونت کارلو بامدل انتشاروانتشارپرشی برای (N=240 Days)بافواصل زمانی ۲۰روزه وRun=20 و N=5000 .

درنمودار(۴) قیمتهای آتی مشاهده شده وقیمتهای آ تی تخ مین زده شده (پیش بی نی شده) با مدلهای انتشاروانتشارپرشی درداده های برون نمونه ای برای سررسیدهای مختلف ترسیم شده است. همانطورکه درشکل مشهوداست، برای سررسیدهای متفاوت قیمت های آتی مشاهده شده بالای قیمتهای تخ مین زده شده تو سط مدل انتشاروانتشارپرشی هستند. به طوردقیق تر قیمت های تخمی نی با مدل انت شارازقیمتهای تخمی نی با مدل انتشارپرشی کمترهستند. بعلاوه هرچقدرتاریخ سررسیدطولانی ترباشد، تفاوت بین مقادیربیشترمی شود.



نمودار۴. قیمت های آتی سکه طلا(فروردین ۱۳۹۶-فروردین ۱۳۹۵)باتاریخ سررسید: قیمت های آتی مشاهده شده دربورس کالای ایران باخطوط قرمزپررنگ ، قیمتهای آتی مدل انتشارباخطوط غیرممتد سبزوقیمتهای آتی بامدل انتشارپرشی باخطوط غیرممتدآبی ترسیم شده اند.

برای داده های برون نمونه ای درجدول(۸) مقادیرمعیارهای مختلف اندازه گیری خ طا درقیمت های آ تی باسررسیدهای مختلف نشان داده شده است. برای قراردادهای آتی بلندمدت تر مدل انتشارپر شی دارای خ طای کمتری نسبت به مدل انتشاری می باشد. بعلاوه هرچقدر سرر سیدطولانی تر می شود، ت فاوت بین دو مدل بیشترمی شود .

جدول ۸. سنجه های خطا:MAE, RMSE and PRMSE برای دوره زمانی برون نمونه ای ازبهمن ۱۳۹۵تااردیبهشت ۱۳۹۶

مدل انتشار (DM)			مدل انتشارپرشی(JDM)			
	MAE	PRMSE	RMSE	MAE	PRMSE	RMSE

1/336 ×10-01	4/0 %	1/252 ×10-01	2/480 ×10-01	7/5 %	2/419 ×10-01	F1
4/861 ×10-01	13/2 %	4/668 ×10-01	5/937 ×10-01	16/2 %	5/779 ×10-01	F2
1/211 ×10-01	3/7 %	1/045 ×10-01	2/128 ×10-01	6/5 %	1/811 ×10-01	F3
2/185 ×10-01	6/5 %	2/120 ×10-01	3/325 ×10-01	9/9 %	3/229 ×10-01	F4
1/036 ×10-01	3/2 %	8/639 ×10-02	2/004 ×10-01	6/2 %	1/846 ×10-01	F5
2/581 ×10-01	7/6 %	2/308 ×10-01	3/617 ×10-01	10/7 %	3/337 ×10-01	F6
1/710 ×10-01	5/1 %	1/467 ×10-01	2/700 ×10-01	8/1 %	2/487 ×10-01	F7
2/045 ×10-01	6/0 %	1/854 ×10-01	3/567 ×10-01	10/6 %	3/399 ×10-01	F8

درکل مدلهای انتشاروانتشارپرشی قیمتهای آتی راکمتربرآوردمی کنندوقیمتهای بدست آمده بامدل انتشارپرشی نسبت به مدل انتشاربه قیمتهای مشاهده شده بازارنزدیکترهستند. بنابراین این یافته استفاده ازفرایندهای انتشارپرشی رادرمدلسازی پویاییهای قیمت کالا برای قیمت گذاری قراردادهای آتی سکه طلا بویژه برای قراردادهای آتی باسررسیدهای طولانی تر موردحمایت قرار می دهد.یافته های حاصل ازاین پژوهش درراستای نتایج پژوهش رودریگرزومارتینزبرای سررسیدهای بلندمدت قراردادهای آتی است ولی یافته های این پژوهش رابرای سررسیدهای کوتاه مدت تاییدنمی کند.

نتیجه گیری وپیشنهادها

دراین پژوهش علاقه عملی به رویکردگومز، حبیبی لشگری و مارتینز رودریگرز(۲۰۱۶)دریک آزمایش تجربی باداده های بورس کالای ایران نشان داده شد وتاثیرافزایش عامل پرش به قیمت نقدی دارایی /کالا درکنارقیمت آتی سکه طلا موردتحلیل قرارگرفت .

درابتدا مدل تعیین ارزش قراردادآتی که توسط گومز، حبیبی لشگری و مارتینز رودریگرز(۲۰۱۶)توسعه یافته ، بیان شد وسپس جهت قیمت گذاری آتی سکه طلا ، رویکردشبیه سازی مونت کارلوطبق مدل انتشارپرشی استفاده گردید که توسط گومز، ومارتینزرودریگرز(۲۰۱۳) برای قیمت گذاری کالاپیشنهاد شده است .دراین مدل گومز، ومارتینزرودریگرز فرض می کنندکه قیمت قراردادهای آتی به دوعامل یعنی قیمت نقدی وثمرات رفاهی دارایی پایه بستگی دارد وقیمت نقدی ازمدل انتشارپرش وثمرات رفاهی ازمدل انتشارپیروی می کنند . دراین مقاله نیزیک مدل دوعاملی بامفروضات مدل گومز واله و مارتینزرودریگرزاستفاده شد وپارامتر های مدل مستقیماازداده های بورس کالای ایران برای یک دوره زمانی درون نمونه ای ازمهر ماه ۱۳۸۹ تادی ماه ۱۳۹۵تخمین زده شده وقیمت آتی سکه طلا با روش شبیه سازی مونت کارلوبرای دوره زمانی برون نمونه ای ازبهمن ماه ۱۳۹۵ تا اردیبهشت ۱۳۹۶ شبیه سازی شد .

جهت تحلیل تاثیرافزودن عامل پرش به قیمت ها ومقایسه خطای تخمین درقیمت گذاری قراردادهای آتی سکه طلا با استفاده ازمدلهای انتشارو انتشارپرشی از معیار های برآورد خطا برای داده های برون نمونه ای استفاده گردید. یافته های پژوهش نشان می دهد که مدل انتشارپرش قیمت های آتی قراردادآتی سکه طلا

رادربازاربورس ایران به ویژه قراردادهای آتی بلندمدت را بهتروباخطای پائین تری نسبت به مدل انتشار شبیه سازی می کند .

به عنوان یک پیامد، زمانی که راه حل به شکل بسته مجهول می باشد، لازم نیست که فرض آربیتراژدرموردقیمت بازارریسک برقرارباشد. عامل نرخ جابجایی فیزیکی وقیمت بازارریسک را نمی توان به سادگی تخمین و برآورد کرد . همانطوری که دراین پژوهش عامل نرخ جابجایی خنثی نسبت به ریسک مستقیما ازداده های بازاربدست می آیدخطای تخصیص نادرست، بعلت عدم لزوم تخمین عامل نرخ جابجایی فیزیکی،کاهش داده می شود. همچنین یکی از مدلها جهت برآوردقیمت بازارریسک ، مدل قیمت گذاری دارائیهای سرمایه ای دربازارهای کارا است ولی بعلت عدم تایید کارایی بازار بورس ایران درشکل ضعیف توسط دانیالی ده حوض محمود و منصوری حسین (۱۳۹۱) ، استفاده از مدل CAPM نمی تواند تخمین دقیق ومناسبی برای قیمت بازارریسک باشد . بنابراین این تکنیک می تواند دربورس کالای ایران قابل ملاحظه وقابل بکارگیری باشد. بنابراین هردوروش پارامتریک وناپارامتریک رامی توان جهت تخمین توابع موردنیازبکارگرفت.

درنهایت پیشنهاد می شود ازدیگرمدلهای معادلات دیفرانسیل تصادفی ازجمله حرکت براوونی هندسی ، مدل تلاطم تصادفی هستون ، پرش انتشارمرتون ، تقریب های عددی قوی (فیلترینگ،تحلیل سناریو، و شبیه‌سازی) وضعیف برای شبیه سازی قیمت قراردادآتی دربازاربورس کالای ایران به صورت آزمایش تجربی استفاده ونتایج جهت پیش بینی وتخمین دقیق تروبهترمقایسه شوند.

فهرست منابع

* اسماعیل رزی، حسین، دلالی اصفهانی، رحیم، صمدی، سعید، پرورده ، افشین. (۱۳۹۴). قیمت گذاری قراردادهای آتی کالایی با استفاده از پویایی های قیمت نقد: کاربرد الگو برای بازار آتی طلا در ایران، فصلنامه نظریه های کاربردی اقتصاد، سال دوم ، شماره (۳).
* دانیالی ده حوض محمود, منصوری حسین. (۱۳۹۱) . بررسی کارایی بورس اوراق بهادار تهران در سطح ضعیف و اولویت بندی عوامل موثر بر آن، پژوهشنامه اقتصادی , دوره ۱۲ , شماره ۴۷ ; از صفحه ۷۱ تا صفحه ۹۶ .
* درویشی ، معصومه . (۱۳۹۲). قیمت‌گذاری اختیار معاملات آسیایی تحت انتشار پرشی ، گروه ریاضی وکامپیوتر، دانشگاه شیخ بهایی ، اصفهان، پایان‌نامه کارشناسی ارشد
* سجادی ، سحر ، (۱۳۹۴) ، ارزش گذاری دارایی ها تحت توزیع پرشی آفین ، استاد راهنما: محمدتقی جهاندیده ، سعیدوحدتی ، دانشگاه شیخ بهایی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد

* عمرانی ، سمیه . (۱۳۹۶) . پیش بینی قیمت با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی و سری های زمانی ، گروه علوم اقتصادی ، دانشگاه خوارزمی ، تهران ، پایان‌نامه کارشناسی ارشد
* کارنامه حقیقی، مهدی. (۱۳۹۰). قیمت‌گذاری نظری قراردادهای آتی در چارچوب مدل فرآیندهای تصادفی: مورد مطالعه قرارداد آتی سکه طلا، دانشکده علوم اداری و اقتصادی، دانشگاه ا صفهان، پا یان نامه کارشناسی ارشد
* گودرزی ، راضیه .(۱۳۹۵) . قیمت بازاری ریسک برای مدل‌های آفین قیمت ور قه قر ضه ، ا ستاد راهن ما: محمد جلوداری ممقانی ، دانشگاه علامه طباطبائی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد
* میرزابابایی ، معصومه . (۱۳۹۴) . مقایسه و بررسی روش‌های تفاضلات مت ناهی برای قیمت گذاری اخت یار معاملات آمریکایی تحت مدل پرش انتشار متناهی ، گروه علوم ریاضی ، داز شگاه شیخ ب هایی ، پژوه شگاه علوم وفناوری اطلاعات ایران ، پایان‌نامه کارشناسی ارشد
* Andreas Kaeck, Paulo Rodrigues, Norman J. Seeger. (2017). Equity index variance: Evidence from flexible parametric jump–diffusion models, Journal of Banking & Finance, Volume 83, October 2017, Pages 85-103.
* Bandi, F.M. Nguyen, T.H. (۲۰۰۳). On the functional estimation of jump- diffusion models. J. Econometrics 116: 293–328.
* Baum C.F., Zerilli, P. (2014).Jumps and stochastic volatility in crude oil futures prices using conditional moments of integrated volatility. Boston College Working Papers in Economics
* Chenxi Fan, Xingguo Luo, Qingbiao Wu. (2017). Stochastic volatility vs. jump diffusions: Evidence from the Chinese convertible bond market, International Review of Economics & Finance ,Volume 49, May 2017, Pages 1-16
* Cont, R. Tankov, P. (2004).Financial modeling with Jump Processes, Chapman and Hall/CRC. Boca Raton, Florida
* Deng, S. (2000).stochastic models of energy commodity prices and their applications: mean-reversion with jumps and spikes. Working Paper, University of California Energy Institute, University of California.
* Diana, R., Ribeiroy, S., Hodgesz, D. (2004), A Two-Factor Model for Commodity Prices and Futures Valuation. Working paper.
* Gibson, R.Schwartz, E.S. (1990).Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims.J. Finance, 45 (3): 959–973.
* Gomez-Valle, L. Martnez-Rodriguez, J. (2013).Advances in pricing commodity futures: Multifactor models.Math.Comput.Modelling 57: 1722–1731.
* Gomez-Valle,L.Martnez-Rodriguez,J. (2015).The role of the risk-neutral jump size distribution in single-factor interest rate models.Abstr. Appl. Anal. 2015: 1–8.
* Gomez-Valle,L.Martnez-Rodriguez,J. (2016).Estimation of risk-neutral processes in single-factor jump-diffusion interest rate models.J. Comput. Appl. Math.291: 48–57.
* Gomez-Valle,L.,Habibilashkary,Z.,Martinez-Rodriguez,J. (2016).A new technique to estimate the risk-neutral processes in jump–diffusion commodity futures models. Journal of Computational and Applied Mathematics,
* Hardle, W. (1999). Applied Nonparametric Regression, in: Econometric Society Monographs. vol. 19, Cambridge University Press, New York
* Hilliard, J.E. Hilliard, J. (2015). Estimating early exercise premiums on gold and copper options using a multifactor model and density matched lattice. Financ.Rev. 50: 27–56.

* Hilliard, J. E. Reis, J.(1998). Valuation of commodity futures and options under stochastic convenience yields, interest rates, and jump diffusion in the spot.J. Financ. Quant. Anal. 33 (1) 61–86.
* Kyriakou, I., Nomikos, N.K., Papastolou, N., Poliasis, P.K. (2015).Affine structure models and the pricing of energy commodity derivatives.Cass Business School.Working Paper Series. N 24
* Miltersen, R. Schwartz,E.S. (1998).Pricing of options on commodity futures with stochastic term structures of convenience yields and interest rates.J. Financ.Quant. Anal., 33 (1) 33–59.
* Namhyoung Kim, Younhee Lee. (2018). Estimation and prediction under local volatility jump–diffusion model, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Volume 491, 1 February 2018, Pages 729-740.
* Nawalkha, S.K. Beliaeva, N., Soto, G. (2007). Dynamic Term Structure Modeling: The Fixed Income Valuation Course. John Wiley & Sons, Inc.,
* Oksendal, B. Sulem, A. (2007).Applied Stochastic Control of Jump Diffusions.Springer-Verlag, Berlin,Heidelberg.
* Runggaldier,W.J. (2003). Jump-diffusion models, in: S.T. Rachev (Ed.), Handbook of Heavy Tayled Distributions in Finance. North Holland, UniversitatKarisruhe, Karisruhe, Germany, pp. 169–209.
* Schmitz, A. Wang, Z. Kim, J.H. (2014).A jump diffusion model for agricultural commodities with Bayesian analysis .J. Futures Mark. 34 (3) 235–260.
* Schwartz, E.S. (1997).The stochastic behavior of commodity prices: implications for a valuation and hedging. J. Finance, 52 (3) 923–973.
* Stanton, R. (1997). A nonparametric model of term structure dynamics and the market price of interest rate risk. J. Finance 52: 1973–2002.
* Xiao, Y. Colwell, D.B. Bhar, R. (2015). Risk premium in electricity prices: evidence from the PJM market. J. Futures Mark. 35 (8): 776–793.
* Yan, X. (2002). Valuation of commodity derivatives in a new multi-factor model. Rev. Deriv. Res. 5 251–271.
* Yu-hong Liu, I-Ming Jiang, Wei-tze Hsu,(2018), Compound option pricing under a double exponential Jump-diffusion model, The North American Journal of Economics and Finance,Volume 43, January 2018, Pages 30-53

یادداشت‌ها

۱- قضیه ۱ . اگر قیمت آتی دارایی($F(t, S, \delta; T)$ باشد(۳) و و ازفرایندتصادفی که توسط معادلات (٤) و(٥) معین شده ، پیروی کند ، آنگاه

رابطه ٦)

$$\frac{\partial F}{\partial T}(t,S,\delta;T)=(\mu_s-\sigma_s\theta^{W_S}+\lambda^Q E_Y^Q[J])(T)$$

رابطه۷)

$$\frac{\partial (SF)}{\partial T}(t,S,\delta;T)=\left(2S\frac{\partial F}{\partial T}+\sigma_S^2+\lambda^Q E_Y^Q\left[J^2\right]\right)(T)$$

رابطه ۸)

$$\frac{\partial (\delta F)}{\partial T}(t,S,\delta;T)=(\delta\frac{\partial F}{\partial T}+S\left(\mu_\delta-\sigma_\delta\theta^{W_\delta}\right)+\rho\sigma_S\sigma_\delta$$

اثبات مشروح این قضیه درپیوست مقاله گومز، حبیبی لشگری و مارتینز رودینگز (۲۰۱۶) آمده است.

۲-بمنظوربکارگیری قضیه ۱ از دیفرانسیل عددی استفاده می شود . قیمتهای آتی توسط این روش تقریب زده خواهدشد. دراین پژوهش بااستفاده از تقریب مرتبه چهارم شیب ها که همان قیمتهای آتی قراردآتی سکه هستندتوسط فرمول تفاضل مشهورتقریب زده می شود:

$$\frac{\partial g}{\partial T}|T=t=\frac{-25g(t)+48(t+\Delta)-36g(t+2\Delta)+16g(t+3\Delta)-3g(t+4\Delta)}{12\Delta}+O(\Delta^4)$$ رابطه ۹)

۳-بمنظورتخمین وبرآوردتوابع فرایندهای تصادفی S و δ تحت معیارفیزیکی ازنتایج قضیه گومز، حبیبی لشگری و مارتینز رودینگز (۲۰۱۶) استفاده می شود. قضیه ۲ – اگر S و δ معادلات (۱) و(۲) راحل کند سپس :

$$M_S^1(S,\delta)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E[S(t+\Delta t)-S(t)\ |S(t)=S,\delta(t)=\delta]=\mu_s(S,\delta)+\lambda(S,\delta)E_Y[Y]$$ رابطه۱۰)

$$M_S^2(S,\delta)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E\left[(S(t+\Delta t)-S(t))^2|S(t)=S,\delta(t)=\delta\right]=\mu_s(S,\delta)+\lambda(S,\delta)E_Y[Y]$$ رابطه۱۱)

$$M_S^k(S,\delta)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E\left[(S(t+\Delta t)-S(t))^k|S(t)=S,\delta(t)=\delta\right]=\lambda(S,\delta)E_Y\left[Y^k\right],\ k\geq 3$$ رابطه۱۲)

$$M_\delta^2(S,\delta)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E\left[(\delta(t+\Delta t)-\delta(t))^2|S(t)=S,\delta(t)=\delta\right]=\sigma_\delta^2(S,\delta)$$ رابطه۱۳)

$$\mathrm{cov}(S,\delta)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E[((S(t+\Delta t)-S(t))(\delta(t+\Delta t)-\delta(t))|S(t)=S,\delta(t)=\delta]=\rho(S,\delta)\sigma_S\ (S,\delta)\ \sigma_\delta(S,\delta)$$ رابطه۱٤)