



# برآورد سطح دینامیک آب در چاه با استفاده از روابط تجربی، آنالیز ابعادی و قانون بقای انرژی (مطالعه موردی: استان البرز)<sup>۱</sup>

سارا فکوری<sup>۱</sup> و محمد بی‌جن‌خان<sup>۲\*</sup>

(۱) دانشجوی مقطع کارشناسی‌ارشد، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران.  
(۲) استادیار، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران.  
\* ایمیل نویسنده مسئول: bijankhan@eng.ikiu.ac.ir

## چکیده:

**زمینه و هدف:** برداشت بی‌رویه از منابع آب زیرزمینی منجر به افت شدید سطح ایستابی و بروز مشکلات جدی در سطح دشت‌های کشور شده است. عمق آب در چاه (سطح دینامیک) با کاهش سطح ایستابی و افزایش دبی پمپاژ پایین‌تر افتاده و در بحرانی‌ترین حالت منجر به ورود هوا به داخل لوله رانش می‌شود. جریان دوفازی در طولانی مدت منجر به آسیب‌دیدگی الکتروموتور و نهایتاً سوختن آن خواهد شد. از طرفی اندازه‌گیری سطح دینامیک با استفاده از روش‌های میدانی بسیار دشوار و در برخی موارد امکان‌ناپذیر است. لذا در این تحقیق در نظر است که بدون اندازه‌گیری‌های مستقیم، مدلی برای تخمین سطح دینامیک ارائه شود.

**روش پژوهش:** انجام عملیات ویدئومتری یکی از روش‌هایی است که در تعیین سطح دینامیک چاه‌ها نقش دارد. اما دلیل پرهزینه بودن و عدم امکان انجام آن برای همه چاه‌ها لازم است تا روشی برای تخمین سطح دینامیک ارائه شود. برای این منظور، با استفاده از مبانی هیدرولیکی حاکم بر پمپاژ آب از چاه، اقدام به ارائه یک مدل ریاضی ساده براساس معادله بقای انرژی بمنظور برآورد سطح دینامیک آب در چاه شد. همچنین، معادلات تجربی Jacob (1947) و Rorabaugh (1953) که بر مبنای افت آبخوان و افت چاه هستند، برای محاسبه سطح دینامیک توسعه داده شدند. در نهایت با استفاده از آنالیز ابعادی مدل بدون بعدی نیز برای تخمین پارامتر سطح دینامیک ارائه شد. مدل توسعه داده شده آنالیز ابعادی کمک می‌کند تا براساس میزان برداشت، عمق چاه و نوع پمپ اطلاعاتی از افت چاه بدست آید و روشی کاربردی است. پس از ارائه چهار مدل مذکور ضرائب مربوط به آنها با استفاده از داده‌های مشاهداتی مربوط به ۱۷ حلقه چاه در محدوده‌های کرج، کمالشهر و گرمدره واقع در استان البرز بدست آمد.

**یافته‌ها:** نتایج نشان داد که مدل‌های Jacob (1947) و Rorabaugh (1953) هر دو نتیجه یکسانی داشته و قادرند با میانگین قدرمطلق خطای نسبتی معادل ۵/۱ درصد سطح دینامیک آب در چاه را برآورد کنند. همچنین، با استفاده از روش‌های آنالیز ابعادی و تعادل انرژی می‌توان با میانگین قدر مطلق خطای نسبی ۴ و ۱۲/۳۹ درصد به برآورد سطح آب در چاه پیروازد. به بیان دیگر سه مدل Jacob (1947)، Rorabaugh (1953) و آنالیز ابعادی کمترین مقدار خطا را داشته اما مدل تعادل انرژی سطح دینامیک را با خطای بیشتری برآورد می‌کند. تغییرات سطح دینامیک چاه ارتباط مستقیم با عملکرد هیدرولیکی آن دارد و لذا روابط پیشنهادی برای ارزیابی شرایط عملکرد چاه در محدوده‌های مورد مطالعه قابل کاربرد است.

**نتایج:** بمنظور ارزیابی خطا بین سطح دینامیک مشاهداتی و محاسباتی خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) هر کدام از روش‌ها و به تفکیک محدوده‌های مطالعاتی بدست آمد. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که محدوده کمالشهر نسبت به سایر مناطق خطاهای کمتری دارد. بدین ترتیب که RMSE مربوط به منطقه کمالشهر برای روابط Jacob و Rorabaugh، آنالیز ابعادی و تعادل انرژی به ترتیب برابر با ۶/۵۸، ۶/۵ و ۱۶/۸۷ متر بدست آمد. همچنین روش‌های Jacob (1947) و Rorabaugh (1953) و آنالیز ابعادی کمترین خطا را در محاسبه سطح دینامیک ارائه می‌دهند در حالی که مدل تعادل انرژی به دلیل نبودن اطلاعاتی از میزان فشار روی لوله رانش پمپ، عدم قطعیت‌های زیادی دارد و مقدار سطح دینامیک را با خطاهای بیشتری محاسبه می‌نماید. مدل آنالیز ابعادی به دلیل بدون بعد بودن پارامترها نسبت به دو مدل تجربی Jacob و Rorabaugh که به لحاظ ابعادی موزانه نیستند، از مزیت بیشتری برخوردار است.

**کلیدواژه‌ها:** سطح دینامیک، ویدئومتری، افت آبخوان، افت چاه

نشریه حفاظت منابع آب و خاک

آدرس تارنما:

<https://wsrj.srbiau.ac.ir>

پست الکترونیک:

[iauwsrcj@srbiau.ac.ir](mailto:iauwsrcj@srbiau.ac.ir)

[iauwsrcj@gmail.com](mailto:iauwsrcj@gmail.com)

سال دوازدهم

شماره سه (۴۷)

بهار ۱۴۰۲

تاریخ دریافت:

۱۴۰۱/۰۷/۲۹

تاریخ پذیرش:

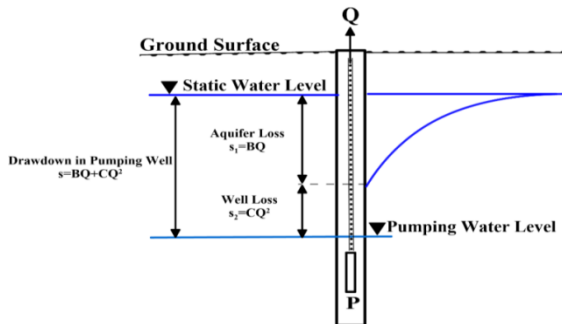
۱۴۰۱/۱۰/۳۰

صفحات: ۱۳۸-۱۲۹



## مقدمه

برداشت آب زیرزمینی با استفاده از چاه‌ها منجر به افت سطح آب در محدوده چاه می‌شود. حرکت آب در محیط آبخوان با دو نوع افت انرژی شامل افت آبخوان (Aquifer Loss) و افت چاه (Well Loss) همراه خواهد بود (شکل ۱). بمنظور محاسبه انواع افت‌های مذکور روابط تجربی مختلفی از جمله (Jacoob (1947) و Rorabaugh (1953) ارائه شده است که در بخش‌های بعدی به آنها پرداخته خواهد شد.



شکل ۱. نمایی شماتیک از افت آبخوان (Aquifer Loss) و افت چاه (Well Loss)

کورتولوس<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۱۹) به بررسی میزان انواع افت در هنگام برداشت آب از چاه‌های منابع زیرزمینی ذخیره آب شیرین‌کن‌ها در کشور امارات پرداختند. با استفاده از داده‌های مشاهداتی، آنها نشان دادند که روش ژاکوب برای محاسبه ضرائب افت نیاز به تدقیق دارد.

پولک<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۱۹) با استفاده از رابطه ژاکوب و بکارگیری پارامترهایی نظیر افت چاه و دبی به بررسی عملکرد هیدرولیکی چاه پرداختند. افزایش افت چاه یا به عبارت دیگر افزایش سطح دینامیک نشان از سالخورده‌گی چاه می‌باشد. مولد و موصطفی<sup>۴</sup> (۲۰۱۶) با استفاده از داده‌های آزمایش پمپاژ و بکارگیری روش ژاکوب اقدام به برآورد ضرائب افت چاه و افت آبخوان برای یک آبخوان تحت فشار در محدوده اربیل عراق کردند. روش پیشنهادی آنها علاوه بر امکان محاسبه افت‌های با رفتار خطی و غیرخطی امکان ارزیابی عملکرد چاه را نیز فراهم آورد.

کاهش تراز سطحی آبخوان‌ها باعث افزایش مصرف انرژی و هزینه جهت استحصال و استخراج آب، کاهش کیفیت آب، فرونشست زمین، افزایش فرسایش و از همه مهمتر بروز بحران ازدست‌دادن منابع آب استراتژیک در آینده گردیده‌است (Jamdar et al., 2019). پایش سطح ایستابی از رایج‌ترین روش‌های مدیریت کمی آب زیرزمینی است. برداشت بیش از حد از منابع آب زیرزمینی و کاهش بارندگی منجر به افت شدید سطح ایستابی در بسیاری از دشت‌های کشور و بروز پدیده فرونشست شده است (Akbari, 2021). از طرف دیگر، عمق آب در چاه با کاهش سطح ایستابی و افزایش برداشت آب از آبخوان می‌تواند کاهش یابد. زمانیکه عمق آب در چاه (سطح دینامیک)، تا محل نصب پمپ کاهش یابد منجر به پدیده هوا کشیدن پمپ و ایجاد آسیب جدی به الکتروموتور خواهد شد (Moller et al. 2015).

استفاده از سنسورها و ابزارهای مخابراتی امکان پایش تغییرات سطح ایستابی را فراهم می‌آورد (Gonga et al., 2021). روشی را برای پایش لحظه‌ای تغییرات سطح ایستابی بمنظور کنترل رشد نوعی از صنوبر بیابانی ارائه کردند. پایش سطح ایستابی با استفاده از داده‌برداری میدانی معمولاً کاری بسیار پرهزینه و زمانبر است. لذا انتخاب صحیح چاه‌های مشاهداتی از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است (Babaei et al., 2017). از دیگر ابزارهای بسیار کارآمد برای پایش تغییرات سطح ایستابی استفاده از سنجش از دور و تصاویر ماهواره‌ای می‌باشد. در این راستا سراسکانرود و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۲۱) کاربرد ماهواره گریس را برای پایش ذخائر آب زیرزمینی و ارتباط آن با کاربری اراضی پرداختند. فرجی و همکاران (۲۰۱۷) نشان دادند که با استفاده از ماهواره گریس می‌توان با دقت مطلوبی نسبت به تخمین سطح ایستابی نیز اقدام کرد. آنها با استفاده از داده‌های سنجش از دور و مقایسه آن با داده‌های مشاهداتی در سطح استان قزوین، کاربرد ماهواره گریس را برای تخمین تغییرات سطح ایستابی نشان دادند.

<sup>2</sup> Kurtulus

<sup>3</sup> Polak

<sup>4</sup> Mawlood and Mustafa

<sup>1</sup> Saraskanroud

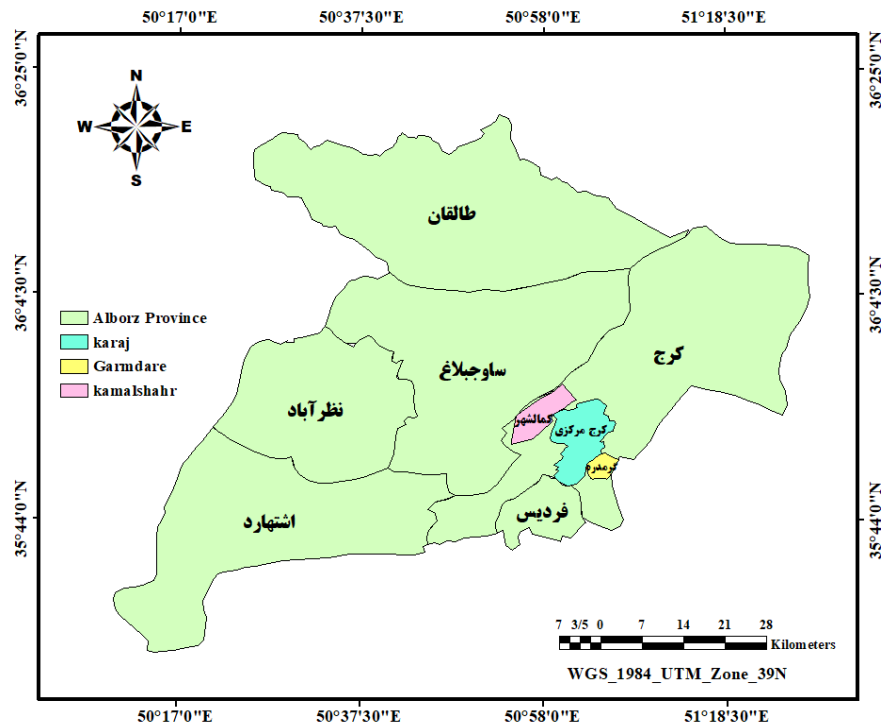
### مواد و روش‌ها

#### منطقه مورد مطالعه و داده‌های مورد استفاده

استان البرز با مساحت ۵۱۲۱/۶۹۴ کیلومتر مربع به عنوان کوچک‌ترین استان ایران در محدوده جغرافیایی ۵۰ درجه و ۱۰ دقیقه تا ۵۱ درجه و ۳۰ دقیقه طول شرقی و ۳۵ درجه و ۲۸ دقیقه تا ۳۶ درجه و ۳۰ دقیقه عرض شمالی، در جنوب ارتفاعات البرز مرکزی واقع شده است. چاه‌های سه محدوده شهری کرج، کمالشهر و گرمدره در شهرستان کرج مناطق مورد مطالعه در این تحقیق هستند (شکل ۲).

اطلاعات موجود در این بخش شامل داده‌های مربوط به ۱۷ حلقه چاه و پارامترهایی نظیر دبی، سطح دینامیک، سطح ایستابی و عمق چاه است که نتیجه انجام عملیات ویدئومتری چاه‌ها می‌باشد (جدول ۱) از این اطلاعات برای توسعه مدل ریاضی بر مبنای معادله بقای انرژی و محاسبه سطح دینامیک به روش‌های Rorabaugh Jacob و آنالیز ابعادی (Buckinham) استفاده شد.

عمق آب در چاه (سطح دینامیک) از پارامترهای مهم در شرایط بهره‌برداری از چاه‌ها است. رسیدن رقوم آب در چاه به نزدیکی محل نصب پمپ منجر به ورود هوا به لوله مکش شده که باعث آسیب رسیدن به الکتروموتور، تولید جریان دوفازی و در نهایت بروز مشکل در برداشت آب خواهد شد. با توجه به سابقه مطالعات، به روشنی می‌توان دریافت که علی‌رغم وجود مطالعات گسترده روی برآورد سطح ایستابی، برآورد افت آبخوان و افت چاه، مطالعات در خصوص تخمین سطح دینامیک وجود ندارد؛ بنابراین در نظر است تا بدون اندازه‌گیری‌های مستقیم مدلی برای برآورد آن ارائه شود. در تحقیق حاضر با استفاده از سه رویکرد استفاده از معادله بقای انرژی، آنالیز ابعادی و معادلات تجربی افت چاه-آبخوان در قالب چهار مدل (Rorabaugh (1953) Jacob (1947) آنالیز ابعادی و تعادل انرژی ارائه شد. با استفاده از داده‌های مشاهده‌ای مربوط به سطح دینامیک چاه‌های محدوده‌های گرمدره، کمالشهر و کرج واقع در استان البرز، ضرائب واسنجی و ثابت مدل‌ها محاسبه شد.



شکل ۲. منطقه مورد مطالعه

جدول ۱. داده‌های سطح دینامیک و سطح ایستایی اندازه‌گیری شده چاه‌های محدوده مورد مطالعه

موقعیت	دبی اندازه‌گیری شده (L/s)	سطح دینامیک (متر)	سطح ایستایی (متر)	عمق چاه (متر)
۱۵	۱۲۱/۹	۱۱۹/۶	۲۴۹	
۱۹	۱۲۷/۲	۱۲۱/۹	۲۳۰	
۱۰/۵۵	۱۱۵	۱۰۲/۵	۱۵۷	
۲۵	۱۰۳/۹	۹۰	۲۱۰	
کمالشهر	۱۱۵/۵	۱۱۳/۵	۲۱۰	
۲۰	۱۲۳/۲	۱۰۶/۳	۱۹۲	
۲۵/۲	۱۱۵/۷	۱۱۳/۲	۲۱۶	
۳۱	۱۱۲	۱۰۸	۲۲۰	
۲۵	۱۲۴/۵	۱۱۷/۳	۲۰۰	
۲۴	۲۰۰	۱۹۰	۳۰۵	
گرمدره	۱۸۵	۱۷۰	۲۳۷	
۲۱	۱۸۱	۱۴۹	۲۲۲	
۲۲	۱۴۷	۱۳۶	۲۴۱	
۲۹	۱۵۰	۱۴۳	۲۴۹	
کرج	۱۸۰	۱۴۸	۲۳۸	
۲۳	۱۸۵	۱۶۶	۲۴۰	
۳۳/۳	۱۴۰	۱۲۵	۲۲۷	

## معادلات حاکم بر مسئله

که در آن  $S_{aq}$  افت مربوط به آبخوان،  $S_{sk}$  افتی است که در اثر ورود آب از آبخوان به گراول پک با جریان آرام اتفاق می‌افتد،  $S_{cv}$  عبارت از افت ناشی از حرکت آب از گراول پک به داخل لوله آبد،  $S_{gp}$  افت ناشی از حرکت آب درون گراول پک،  $S_{sc}$  افت ناشی از حرکت آب از لوله آبد به درون چاه و  $S_{ip}$  افت ناشی از حرکت عمودی آب درون لوله رانش پمپ می‌باشد. شایان ذکر است که افت گراول پک با توجه به نوع دانه‌بندی می‌تواند به دو بخش مربوط به جریان آرام و آشفته تقسیم شود.

در معادله (۳)،  $S_{gp}$ ،  $S_{sk}$ ،  $S_{cv}$  (با فرض جریان آرام) با توان اول دبی ( $Q$ ) و  $S_{sc}$  و  $S_{ip}$  با توان دوم دبی ( $Q^2$ ) رابطه دارند. در نتیجه رابطه (۳) قابل تبدیل به همان فرم معادله Jacob خواهد بود. (Houben 2015). در نتیجه روابط ۳ و ۱ از نظر عملیاتی مشابه یکدیگر هستند.

به منظور بررسی دقت و شناسایی خطاهای روابط بدست آمده برای محاسبه سطح دینامیک از دو آماره خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و میانگین قدر مطلق خطای نسبی (MARE) استفاده شد. در زیر روابط مربوط به هر کدام قرار داده شده است.

همانطور که پیش‌تر در مقدمه اشاره شد حرکت آب در محیط متخلخل با دو نوع افت آبخوان و افت چاه همراه است. با استفاده از نتایج آزمایش پمپاژ، برای یک چاه بخصوص، بمنظور محاسبه انواع افت‌ها می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد (Jacob 1947):

$$s = BQ + CQ^2 \quad (1)$$

که در آن  $B$  و  $C$  ضرایب ثابت و  $Q$  دبی چاه می‌باشد. شایان ذکر است که پارامترهای  $BQ$  و  $CQ^2$  به ترتیب افت آبخوان و افت چاه هستند.

رورابو<sup>۱</sup> (۱۹۵۳) نشان داد که افت چاه بجای توان دوم باید توان  $p$  از دبی برداشتی از چاه باشد. لذا رابطه Jacob را به شکل زیر پیشنهاد داد:

$$s = BQ + CQ^p \quad (2)$$

همچنین Houben (2015) رابطه زیر را برای محاسبه افت سطح آب در چاه ارائه کرد:

$$S_{tot} = S_{aq} + S_{sk} + (S_{gp} + S_{cv}) + S_{sc} + S_{ip} \quad (3)$$

<sup>1</sup> Rorabaugh

که در آن،  $h_f$  نشان دهنده افت و تابعی از بار سرعت

$E_1$  و  $E_2$ ،  $h_p$  ارتفاع تولیدی توسط پمپ می‌باشد،  $(\alpha \frac{V^2}{2g})$  به ترتیب انرژی در نقاط ۱ و ۲ می‌باشند:

$$E_1 = Z_1 \quad (7)$$

$$E_2 = h_w + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \quad (8)$$

که در آن  $P_2$  فشار آب در سطح زمین،  $V$  سرعت جریان بر حسب متر بر ثانیه،  $g$  شتاب ثقل زمین بر حسب متر بر مجذور ثانیه و  $\gamma$  وزن مخصوص آب می‌باشد.

جملات  $\frac{V^2}{2g}$ ،  $\frac{P_2}{\gamma}$  و  $Z$  به ترتیب عبارتند از انرژی جنبشی، انرژی فشاری و انرژی پتانسیل واحد وزن سیال. مطابق شکل فوق  $Z_2$  برابر با  $h_w$  یا عمق چاه است. همچنین با توجه به شکل (۳) داریم:

$$h_d = h_w - Z_1 \quad (9)$$

که در آن  $h_d$  سطح دینامیک آب در چاه است. با توجه به معادلات (۷)، (۸) و (۹) و ساده‌سازی آنها داریم:

$$h_d = h_p - \left[ \frac{P}{\gamma} + (1 + \alpha) \frac{V^2}{2g} \right] \quad (10)$$

اگر به جای  $V$  از معادل آن یعنی  $Q/A$  استفاده شود و همچنین کل ترم‌های داخل کروشه برابر با  $K$  فرض شوند، رابطه (۱۱) حاصل می‌شود:

$$h_d = h_p - K \quad (11)$$

در این رابطه  $K$  تابعی از پارامترهای  $Q$ ،  $h_w$  و  $g$  می‌باشد و با استفاده از آنالیز ابعادی می‌توان آن را به صورت  $Q/(h_w^{2.5} g^{0.5})$  در نظر گرفت. باید توجه داشت که همواره عدم قطعیت‌هایی در روابط دبی-هد مربوط به پمپ وجود دارد، زیرا در عمل ممکن است، عملکرد پمپ مطابق با منحنی مشخصه ارائه شده توسط شرکت سازنده نباشد، لذا لازم است ضرائب واسنجی وارد رابطه شوند که این ضرائب را می‌توان با توجه به داده‌های مشاهده‌ای موجود بدست آورد. حال به منظور بی‌بعد کردن رابطه سطح دینامیک ( $h_d$ ) با عمق چاه ( $h_w$ ) رابطه کلی و بدون بعد سطح دینامیک به صورت زیر بدست می‌آید:

(۴)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Calculated_i - Observed_i)^2}{N}} \quad (5)$$

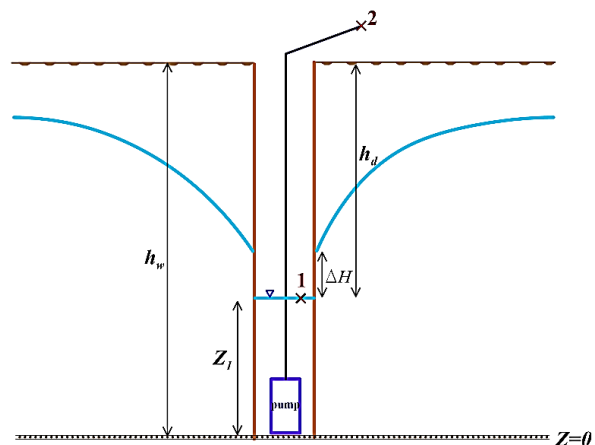
$$MARE = \frac{\sum_{i=1}^N ABS \left( \frac{Calculated - Observed}{Observed} \right) \times 100}{N}$$

### نتایج و بحث

سطح دینامیک چاه از جمله پارامترهایی است که در برآورد عملکرد هیدرولیکی چاه بسیار حائز اهمیت است. ارائه مدلی که بتواند براساس میزان برداشت، عمق چاه و نوع پمپ اطلاعاتی از سطح دینامیک در اختیار قرار دهد از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. با به کارگیری آنالیز ابعادی، مدل‌های ریاضی و تجربی می‌توان بدون اندازه‌گیری مستقیم اقدام به برآورد سطح دینامیک با استفاده از داده‌های تاریخی یک چاه نمود. به منظور ارائه مدلی برای تخمین سطح دینامیک در این مقاله چهار روش Jacob (1947)، (1953)، Rorabaugh آنالیز ابعادی و تعادل انرژی مورد ارزیابی قرار گرفت.

با توجه به شکل (۳) با نوشتن معادله برنولی بین سطح آب در چاه، نقطه ۱، و محل خروج آب از پمپ به سطح زمین، نقطه ۲، داریم:

$$E_1 + h_p = E_2 + h_f \quad (6)$$



شکل ۳. تغییرات افت چاه

برساند بدست آمد؛ سپس این ارتفاع در تعداد طبقات ضرب گردید تا هد نهایی ایجاد شده حاصل شود.

با بکارگیری داده‌های اندازه‌گیری شده سطح دینامیک مربوط به محدوده‌های کمالشهر، کرج و گرمدره اقدام به واسنجی رابطه (۱۲) شد. ضرائب a, b, c و d به ترتیب برابر با ۰/۷۳۵، ۰/۰۹۹، ۱/۳۱۲ و ۰/۱۳۶ بدست آمد.

روش دیگری که برای محاسبه سطح دینامیک می‌توان از آن بهره برد استفاده از روابط مربوط به افت آبخوان و چاه می‌باشد. برای این منظور با استفاده از روابط Jacob (1947) و Rorabaugh (1953) و در نظر گرفتن سطح ایستابی می‌توان معادلات زیر را برای محاسبه سطح دینامیک ارائه کرد:

$$h_d = hs + (BQ + CQ^2) \quad (13)$$

$$h_d = hs + (BQ + CQ^p) \quad (14)$$

با استفاده از روابط فوق و داده‌های مشاهداتی می‌توان ضرائب تجربی معادلات را بدست آورد. در این راستا ضرائب B و C برای معادله (۱۳) به ترتیب برابر با ۰/۳۷۶ و ۰/۰۱۷۱ محاسبه شد. همچنین ضریب p مربوط به معادله (۱۴) برابر یک بدست آمد و در نتیجه برای دو روش ژاکوب و رورابو عملاً پاسخ یکسانی بدست آمد. شایان ذکر است که ضرائب معادلات مذکور به لحاظ فیزیکی لازم است همواره بزرگتر از صفر باشند.

سطح دینامیک آب در چاه را می‌توان به عنوان تابعی از پارامترهایی نظیر دبی برداشتی، عمق چاه، سطح ایستابی و شتاب ثقل در نظر گرفت:

$$h_d = f(Q, h_w, h_s, g) \quad (15)$$

با استفاده از مفاهیم آنالیز ابعادی، رابطه (۱۴) به فرم بدون بعد زیر در می‌آید:

$$\frac{h_d}{h_s} = g\left(\frac{Q}{h_s^{2.5} g^{0.5}}, \frac{h_w}{h_s}\right) \quad (16)$$

که در آن g نماد تابع می‌باشد.

رابطه ابعادی (۱۶) را می‌توان با فرض فرم توانی به شکل زیر نوشت:

$$\frac{h_d}{h_w} = a\left(\frac{h_p}{h_w}\right)^b - c\left(\frac{Q}{h_w^{2.5} g^{0.5}}\right)^d \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)  $h_d$  سطح دینامیک،  $h_w$  عمق چاه،  $h_p$  هد تولید شده توسط پمپ می‌باشند. همچنین a, b, c و d ضرائب واسنجی می‌باشند که با توجه به داده‌های مشاهده‌ای محاسبه می‌شوند.

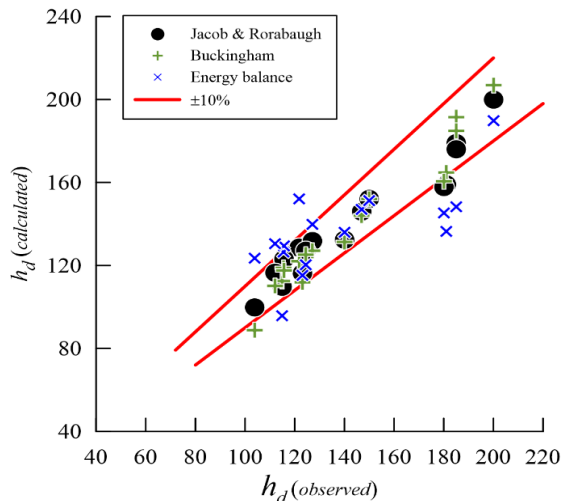
برای برآورد سطح دینامیک با استفاده از معادله (۱۲) لازم است ملاحظات در نظر گرفته شود. استفاده از این روش مشروط بر این است که در مدت بهره‌برداری، پمپ و متعلقات آن تغییری نکرده باشد. همچنین اگر مقصد دریافت آب شبکه بود، نوسانات فشار در شبکه ناچیز فرض شود.

به منظور محاسبه هد تولید شده توسط پمپ از «راهنمای انتخاب الکتروپمپ‌های شناور پمپیران» ابتدا با استفاده از اطلاعات مربوط به آبدهی و ارتفاع، منحنی عملکرد هر پمپ رسم و رابطه‌ای برای پمپ یک طبقه برآزش داده شد. پمپ‌های استفاده شده در مناطق مورد مطالعه شامل انواع پمپ شناور UQH 293، UQH 233، UQN 345، BPN 374 و BPH 384 می‌باشند. در جدول (۲) منحنی‌های عملکرد مربوطه به انواع پمپ‌های مذکور آورده شده است.

جدول ۲. روابط مربوط به منحنی‌های مشخصه انواع پمپ‌های مورد استفاده

نوع پمپ	روابط
UQH ۲۳۳	$hp = -0.0067Q^2 - 0.0608Q + 19.983$
UQH ۲۹۳	$hp = -0.0037Q^2 + 0.0977Q + 20.242$
UQN ۳۴۵	$hp = -0.0008Q^2 - 0.0051Q + 16.426$
BPN ۳۴۷	$hp = -0.0002Q^2 - 0.0094Q + 15.78$
BPH ۳۸۴	$hp = -0.0006Q^2 - 0.0285Q + 27.321$

روابط جدول (۲) برای چاه‌های محدوده‌های کمالشهر، کرج و گرمدره به کار برده شد. بدین ترتیب با توجه به نوع پمپ دبی هر کدام از چاه‌ها در روابط جدول (۲) قرار گرفت و ارتفاعی که پمپ می‌توانست آب را

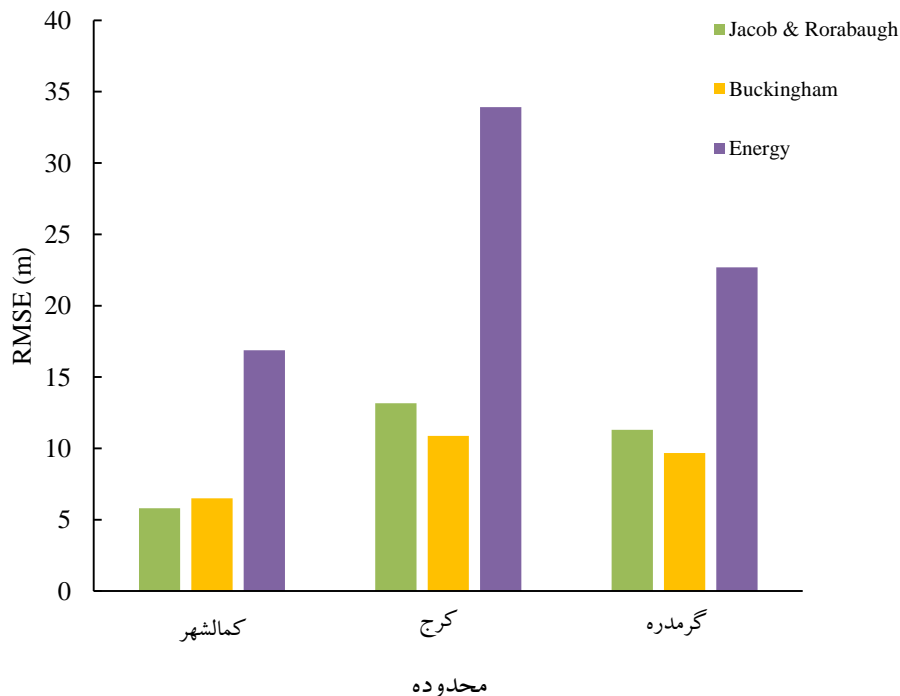


شکل ۴. سطح دینامیک مشاهداتی در مقابل سطح دینامیک محاسباتی با استفاده از روش‌های مختلف

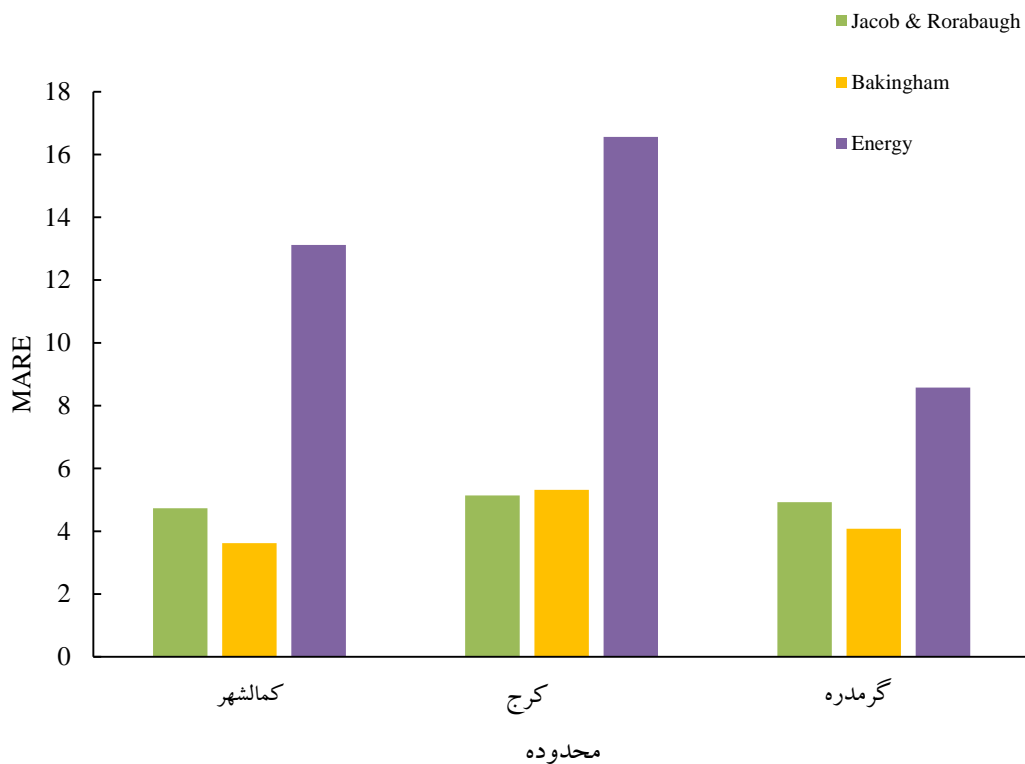
$$\frac{h_d}{h_s} = a \left( \frac{Q}{h_s^{2.5} g^{0.5}} \right)^b \left( \frac{h_w}{h_s} \right)^c \quad (2)$$

با استفاده از داده‌های مشاهداتی ضرایب  $a$ ،  $b$  و  $c$  به ترتیب معادل ۱/۱۱۶، ۰/۰۰۴۹- و ۰/۲۳۷۲- بدست آمد. برای دستیابی به یک شمای کلی از محدوده تغییرات خطا، نمودار سطح دینامیک مشاهداتی در مقابل سطح دینامیک محاسباتی رسم شد و نتیجه آن در شکل (۴) قرار گرفت. ملاحظه می‌شود که تمام روش‌ها به جز روش معادله انرژی قادر هستند تا در محدوده  $\pm 10\%$  عمق آب در چاه را تخمین بزنند. به صورت کلی، این مقدار خطا، با توجه به پیچیدگی حرکت آب در خاک و خطاهای احتمالی مربوط به قرائت مقادیر سطح دینامیک قابل قبول است.

مطابق روابط (۴) و (۵) برای سه محدوده کمالشهر، کرج و گرمدره RMSE و MARE محاسبه شد و در ادامه نمودارهای مربوط به آنها به ترتیب در شکل (۵) و (۶) ترسیم شدند.



شکل ۵. خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) برای سه محدوده کمالشهر، کرج و گرمدره



شکل ۶. میانگین قدرمطلق خطای نسبی (MARE) برای سه محدوده کمالشهر، کرج و گرمدره

### نتیجه‌گیری

کاهش طولانی مدت سطح آب ناشی از پمپاژ مداوم آب‌های زیرزمینی موجب پایین افتادن سطح آب در چاه می‌شود. هنگامی که سطح آب درون چاه به پمپ می‌رسد، جریان دو فازي وارد پمپ می‌شود که کاهش طول عمر مفید پمپ و سوختن الکتروموتور را به همراه خواهد داشت. به همین دلیل بررسی مداوم سطح دینامیک ضروری است. از طرفی اندازه‌گیری سطح دینامیک با استفاده از روش‌های میدانی بسیار دشوار و در برخی موارد امکان‌پذیر نیست. لذا در این تحقیق در نظر است که بدون اندازه‌گیری‌های مستقیم مدلی برای تخمین سطح دینامیک ارائه شود. برای این منظور چهار مدل مختلف برای برآورد سطح دینامیک توسعه داده شد. ابتدا با استفاده از معادله بقای انرژی مدل ریاضی برای تخمین سطح دینامیک ارائه شد تا رابطه‌ای براساس مبانی هیدرولیکی حاصل شود. سپس دو مدل (Jacob (1947) و Rorabaugh

ملاحظه می‌شود که در هر سه محدوده شهری کمالشهر، کرج و گرمدره سه روش Jacob, Rorabaugh و آنالیز ابعادی با اختلاف کمی کمترین مقدار خطا را داشته اما در روشی که سطح دینامیک بر مبنای معادله انرژی بدست آمد در همه محدوده‌های شهری بیشترین خطا حاصل شد. دلیل این رخداد را می‌توان صرف نظر کردن از پارامتر فشار و عدم اطلاع دقیق از شرایط پمپ دانست. نتایج تحقیق حاضر کمک می‌کند تا بجای بکارگیری ویدئومتری، علی‌الخصوص برای داده‌های تاریخی، با استفاده از دبی برداشتی، سطح استاتیک و اطلاعات مربوط به عمق چاه تخمین نسبتاً دقیقی از سطح دینامیک آب در چاه داشت. پایش سطح دینامیک در طول زمان کمک می‌کند تا شرایط استغراق پمپ در چاه بررسی شود و در صورت بروز پدیده‌های اقدامات بعدی لحاظ گردد.



خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) هر کدام از روش‌ها و به تفکیک محدوده‌های مطالعاتی بدست آمد. بدین ترتیب RMSE مربوط به منطقه کمالشهر برای روابط Jacob و Rorabaugh، آنالیز ابعادی و تعادل انرژی به ترتیب برابر با ۶/۵۸، ۶/۵ و ۱۶/۸۷ متر بدست آمد. در حالی که برای محدوده کرج این مقادیر برابر با ۱۰/۶۴، ۹/۶۸ و ۲۲/۶۹ متر می‌باشند. همچنین خطای جذر میانگین مربعات محدوده گرمدره نیز معادل ۱۴/۴۵، ۱۰/۸۷ و ۳۳/۹۲ متر محاسبه شد. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که محدوده کمالشهر نسبت به سایر مناطق خطاهای کمتری دارد.

(1953) بر مبنای افت نیز برای این منظور توسعه داده شدند و در نهایت با استفاده از روش آنالیز ابعادی معادله-ای بدون بعد برای محاسبه سطح دینامیک ارائه گردید. سپس با ارزیابی خطا بین سطح دینامیک مشاهداتی و محاسباتی، ملاحظه شد که روش‌های (1947) Jacob و (1953) Rorabaugh هر دو نتیجه یکسانی داشته و قادرند با میانگین قدرمطلق خطای نسبتی معادل ۵/۱ درصد سطح دینامیک آب در چاه را برآورد کنند. آنالیز ابعادی کمترین خطا را در محاسبه سطح دینامیک ارائه می‌دهند در حالی که مدل تعادل انرژی به دلیل فرضیات در نظر گرفته شده برای آن، عدم قطعیت‌های زیادی دارد و مقدار سطح دینامیک را با خطاهای بیشتری محاسبه می‌نماید. در انتها

#### Reference:

- Akbari, M. (2021). Monitoring land subsidence due to geological and water resources factors using Differential Radar Interferometry method (Case Study: Arak city). *Journal of Water and Soil Resources Conservation*, 10(3), 115-132. [in Persian]
- Babaei, S., Hamdami, G., and Ghasemieh, H. (2017). "Identify the Effective Wells in Determination of Groundwater Depth in Urmia Plain Using Principle Component Analysis." *Journal of Water and Soil*, 31(1), 40-50. [in Persian]
- Faraji, Z., Kaviani, A., and Ashrafzadeh, A., (2016). "Assessment of GRACE satellite data for estimating the groundwater level changes in Qazvin province." *Journal of Ecohydrology*, 4(2), 463-476. doi: 10.22059/ije.2017.61482. [in Persian]
- Gonga, Y., Zhanga, J., Zhoua, J., Wangb, G., Wangb, H., and He, X. (2021). "10.1016\_j.egy.2021.10.012\_2hok.pdf." *Energy Reports*, Hangzhou, China, 505-511.
- Houben, G. J. 2015. "Review: Hydraulics of water wells—head losses of individual components." *Hydrogeol. J.*, 23 (8): 1659-1675. <https://doi.org/10.1007/s10040-015-1313-7>.
- Jacob, C. E. (1947). "Drawdown test to determine effective radius of artesian well." *Trans, ASCE*, 112((paper 2321)), 1047-1070.
- Jamdar, M., Sarai Tabrizi, M., & Saremi, A. (2019). Management and optimization for conjunctive operation of water resources in order to reduce Hashtgerd aquifer decline. *Journal of Water and Soil Resources Conservation*, 8(3), 85-102. [in Persian]
- Kurtulus, B., Yaylim, T. N., Avşar, O., Kulac, H. F., and Razack, M. (2019). "The well efficiency criteria revisited-development of a generalwell efficiency criteria (GWEC) based on rorabaugh's model." *Water (Switzerland)*.
- Mawlood, D. K., and Mustafa, J. S. (2016). "Analyze the Well Losses and Aquifer Losses on the Pumping Test Results." *The official scientific journal of Salahaddin University-Erbil*, 28(S6), 61-67.
- Möller, G., Detert, M. & Boes, R.M., 2015. Vortex-induced air entrainment rates at intakes. *Journal of Hydraulic Engineering*, pp.1-8.
- Polak, K., Górecki, K., and Kaznowska-Opala, K. (2019). "The dynamics of water wells efficiency reduction and ageing process compensation." *Water (Switzerland)*.
- Rorabaugh, M. J. (1953). "Graphical and theoretical analysis of step-drawdown test of artesian well." *Proc Amer Soc Civil Engrs*, 79(362), 23.
- Saraskanroud, A. S., Safari, S., and Elham, M. (2021). "Estimation of the levels of Groundwater Aquifers under the Influence of Land-Use Changes by Using GRACE Satellite Data." *Journal of Geography and Environmental Planning*, 32(4), 1-26.



Print ISSN: 2251-7480  
Online ISSN: 2251-7400

Journal of  
**Water and Soil  
Resources Conservation  
(WSRCJ)**

**Web site:**

<https://wsrcj.srbiau.ac.ir>

**Email:**

[iauwsrcj@srbiau.ac.ir](mailto:iauwsrcj@srbiau.ac.ir)  
[iauwsrcj@gmail.com](mailto:iauwsrcj@gmail.com)

**Vol. 12  
No. 3 (47)  
Spring 2023**

**Received:**  
2022-10-21

**Accepted:**  
2023-01-20

**Pages: 129-138**



# Estimation of the Well's Dynamic Water Level Using Empirical Formulas, Dimensional Analysis, and Energy Conservation Law (Case Study: Alborz Province)

Sara Fakouri<sup>1</sup> and Mohammad Bijankhan<sup>2</sup>

1) Msc student Water Sciences and Engineering Department, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran.

2) Assistant Prof. Water Sciences and Engineering Department Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran.

\*Corresponding author email: [bijankhan@eng.ikiu.ac.ir](mailto:bijankhan@eng.ikiu.ac.ir)

**Abstract:**

**Background and Aim:** Over-groundwater exploitation leads to severe water table decline and critical consequences in Iran's fields. Water level at wells (dynamic water level) has reduced due to groundwater table decrease. It may reach the pump level and would result in air entrance into the suction pipe. Such two-phase flow would damage the electromotor finally. On the other hand, field measurement of the dynamic water level is always very difficult. Hence, it is aimed at this study to present a model to estimate the dynamic water level indirectly.

**Method:** Water well Videometry is a useful tool to read the dynamic water level. It is however costly and not always possible. Therefore, a method to find the dynamic water level is of great practical importance. In this regard, energy balance equation is applied to a well pumping system to formulate the dynamic water level. Also, the empirical Jacob's (1947) and Rorabaugh's (1953) equations describing the well and aquifer losses are employed to develop a mathematical model of the dynamic water level. Finally, Buckingham analysis was employed to present a dimensionless model of the dynamic water level. Dimensional analyses could be applied using the information on the well discharge, well depth, and pump performance curve to estimate the well loss. The models were calibrated using the observed data of 17 water wells in Karaj, Kamalshahr, and Garmdareh of Alborz province.

**Results:** The results indicated that the performance of Jacob's (1947) and Rorabaugh's (1953) methods are similar with the associated mean relative error of 5.1% compared to the measured dynamic water well values. Also, employing the dimensional analysis and energy balance methods the dynamic water level could be estimated with the mean absolute relative errors of 4 and 12.39% respectively. The results indicated that the three first models were much better than the energy balance model to predict the dynamic water level. Well performance is directly connected to the position of the dynamic water level, hence, the proposed methods could be used effectively to evaluate the well efficiency.

**Conclusion:** To evaluate the relative error of estimating the dynamic water level RMSE values of different methods were calculated for the areas under study. The results indicated the proposed methods could be used more accurately for Kamalshahr area. The associated RMSE values of 6.58, 6.5, and 16.87 m was found for Jacob (1947) and Rorabaugh (1953), dimensional analysis, and energy balance models respectively. The method proposed based on the energy balance could not predict the observed dynamic water levels correctly. The reason might be attributed to the fact that there was no information about the pressure values at the outlet pipe. Also, there was no significant difference between the performances of Jacob (1947), Rorabaugh (1953) models. Among all, with the advantage of having dimensionless parameters, the model proposed based on the dimensional analysis was the best with the least mean absolute relative error.

**Keywords:** Dynamic water level, Videometry, Aquifer loss, Well loss