

اثبات نظریه کانت مبنی بر تبدیل همه اشکال قیاس به شکل اول

علی اکبر پیمان^۱

چکیده

در آغاز، قیاس، دیدگاه کانت درباره قیاس صوری و شکل‌های چهارگانه آن می‌آید؛ و اینکه تنها شکل شکل اول قیاس صوری اهمیت دارد و شکل‌های دیگر به شکل اول می‌توانند برگردانده شوند. پس از آن شکل‌های گوناگون و قاعده‌های منطق کلاسیک - ارسطویی معرفی می‌گردند؛ در پایان کوشش می‌شود با الگو گرفتن از زبان صوری منطق جدید، نظریه مجموعه‌ها، به ویژه نمودار ون، ثابت شود که چطور همه شکل‌های گوناگون قیاس به شکل اول و آن هم به ضرب اول (Barbara) می‌تواند بازگردد. در هر مورد، نیز، مثالی از زبان طبیعی برای درک بهتر موضوع ارائه می‌شود.

کلید واژه‌ها

کانت، منطق صوری، منطق ریاضی، قیاس صوری، شکل‌های قیاس، نظریه مجموعه‌ها، نمودار ون

دکتر علی اکبر پیمان

بی‌بصیرت عمر در مسموع رفت
باطل آمد در نتیجه خود نگر
بهر قیاس اقتراستی قناعی
از دلایل باز برعکسش صنفی
بی دخان ما را در این آتش خوش است

مولانا جلال‌الدین بلخی

عمر در محمول و در موضوع رفت
هر دلیلی بی نتیجه بی اثر
جز به مصنوعی ندیدی صناعی
میفزاید در وسایط فلسفی
گرد خان او را دلیل آتش است

۱. استاد بازنشسته دانشگاه صنعتی شریف

درباره اشکال و وجوه قیاس صوری و اثبات نظریه کانت مبنی بر اینکه تمام اشکال قیاس و وجوه آن به وجوه شکل اولیه تبدیل می‌شوند.

در ابتدای این مقاله خلاصه گفتار کانت را درباره «موشکافی غلط چهار شکل قیاس صوری» نقل نموده و سپس به توصیف قیاس صوری و وجوه آن پرداخته و در خاتمه ثابت می‌کنیم که وجوه مختلفه قیاس به وجوه شکل اول قابل تبدیلند. برای این کار از اصول و قوانین منطق ریاضی و تئوری مجموعه‌ها استفاده می‌نماییم. کوشش شده که مطالب حتی‌المقدور و بر زبان ساده بیان می‌شود و در این راه هر جا لازم شده مثال‌ها و نمودارهای مربوط ارائه گردیده.

ایمانوئل کانت در نوشتار فوق‌الذکر می‌گوید «قیاس بطور کلی دو گونه است. یکی قیاس ناب یا قیاس محض و دیگری قیاس مختلط؛ قیاس ناب آن است که فقط از سه جمله تشکیل شده باشد و اگر در آن بیش از سه جمله بصورت ظاهر یا ضمنی پیش آیند قیاس مختلط نامیده می‌شود. همچنین می‌گوید قیاس محض فقط در شکل اول امکان پیدا می‌کند و در سه شکل دیگر قیاسات مختلطند.» منظور کانت از جمله عبارتی است که به آن حکم یا گزاره می‌گوئیم و در منطق گزاره‌ای چنین تعریف شده است.

حکم یا گزاره جمله‌ای است که بتوان درباره آن بطور کلی نظر داد که آن جمله راست است غلط است. دستوری که کانت برای قیاس محض می‌دهد چنین است. «یک خصیصه B از یک خصیصه C از یک امر A، خود یک خصیصه از امر A» و می‌گوید از این دستور سه جمله (حکم) حاصل می‌شود.

هر چه عقلانی باشد روحانی است	C دارای خصیصه B هست
روان انسانی عقلانی است	A دارای خصیصه C هست
پس روان انسانی روحانی است	پس A دارای خصیصه B هست

کانت می‌گوید که فقط این قیاس یک قیاس محض است و اشکال دیگر قیاس در حقیقت یک موشکافی بیمورد است و اضافه می‌کند که «علم قیاس یعنی علم اشکال قیاس هیولایی است که پاهایش از گل است و تقسیم‌بندی اشکال قیاس یک ورزش فکری است» و می‌نویسد «اگر چه از هر چهار شکل قیاس امکان رسیدن به نتیجه صحیح وجود دارد. اما بجز در شکل اول این امکان فقط با استفاده از اختلاط قیاس فی مابین تحقق می‌پذیرد.»

کانت در این مقاله به علمای منطق می‌تازد و می‌گوید «اگر در جایی تیزهوشی بسیار برای امر بی‌فایده‌ای بکاربرده شده در همین علم منطق است که در آن عالم نمایی بیش از حد شده و برای هر شکل قیاس وجوه مختلف اختراع گردیده و برای هر وجه نام شکفت و نام‌نوسی برگزیده شده و در آن نام‌ها حروفی تعبیه گشته که دارای معانی رمزی هستند، تا با کمک آن‌ها بتوان آن وجوه را به وجوه شکل اول تبدیل نمود» کانت می‌گوید «برای من مایه مسرت است اگر چند ساعتی وقت را صرف این نمایم تا هیولائی که سرش در ابرهای قرون باستان و پاهایش از گل است سرنگون سازم» و به طنز می‌گوید که «قیاس صوری حداقل یک فایده دارد و آن این است که خبرگان آن می‌توانند افراد ناوارد را مغلوب سازند. این علم در واقع یک نوع ورزش برای این حضرات شده و هنری است که ممکن است در بسیاری از موارد مفید باشد

ولی به شناخت حقیقت کمکی نمی‌نماید و از این جهت بهتر می‌بینیم که در این مورد سکوت اختیار کنم».

با قضاوتی که کانت درباره علم قیاس می‌کنند اگر آن را جدی تلقی کنیم باید مطلب را به همین جا خاتمه دهیم. اما کانت این مقاله را در سال ۱۷۶۲ نوشت و خود تا سال ۱۷۹۸ یعنی بیش از ۳۶ سال دیگر به تدریس منطق و متافیزیک مشغول بود، علی‌الخصوص که از سال ۱۷۷۰ به بعد کرسی درس منطق و ما بعدالطبیعه را در دانشگاه کونیکسبرگ در پروس شرقی به عهده داشت و می‌توان خوب تصور نمود که درس‌های منطق او تنها به شکل اول قیاس محدود نمی‌شده است. در طول دویست سال پس از درگذشت کانت پیشرفت‌های بزرگی در ریاضیات و منطق حاصل آمده و ما می‌توانیم تفکر کانت را در مسئله فوق از دیدگاه، جدیدی مورد بررسی قرار دهیم.

سیلوژیسم (Syllogismus) از واژه یونانی Syllogismos مشتق شده که به معنی ترکیب گفتار است و ما آن را به قیاس صوری ترجمه می‌کنیم. سیلوژیسم عبارت است از استنتاجی که از کلی و جزئی برسد و بطور کلی از سه حکم تشکیل شده است. خود ارسطو قیاس را چنین تعریف می‌کند. «سیلوژیسم عبارت است از گفتاری (Logos) که اگر در آن امری فرض شود امر دیگری حاصل آید که با امر تفاوت دارد و این حصول تنها به خاطر این باشد که امر اول هست و نه به خاطر دخالت امر خارجی دیگر.»

ارسطو روش قیاس را چنین توصیف می‌کند «اگر سه مفهوم با یکدیگر آنچنان رابطه‌ای داشته باشند که آخری بطور تمام در مفهوم وسطی و وسطی بطور تمام در اولی موجود باشد و یا نباشد پس در این صورت برای مفهوم خارجی یک قیاس

کامل (Syllogism) حاصل می‌شود. مفهوم وسطی آن را می‌گوییم که در یکی از مقدمات موجود باشد و دیگری را در خود داشته باشد. بخاطر این خاصیت این مفهوم را مفهوم وسطی می‌نامیم. مفهوم خارجی آن را می‌گوییم که یا خود در دیگری است و یا اینکه دیگری را خود دارد. اگر A از هر B گفته آید و B از هر C گفته آید پس A از هر C گفته آید.»

دو حکمی که از آنها نتیجه‌گیری می‌شود و مقدمات (Prämisse) نام دارند. اولین مقدمه را جمله بالایی یا جمله بزرگ (مقدمه کبری) (Proposition major) و دومین مقدمه را جمله زیر یا جمله کوچک (مقدمه صغری) یا می‌نامند که به لاتین (Proposition minor) است. از این دو مقدمه نتیجه (conclusio) حاصل می‌شود. مفهومی که در هر دو مقدمه مشترک است حد میانه (Terminus medius) و آن دو مفهوم دیگر که در مقدمه اول و دوم وجود دارند مفاهیم خارجی نام دارند. مفهوم خارجی جمله بالایی را حد کبری و مفهوم خارجی جمله دوم را حد صغری می‌نامند که به لاتین به ترتیب (Terminus major) و (Terminus minor) هستند. هر یک از جملات قیاس یک حکم است که در آن دو مفهوم یا دو خصصیه پیش می‌آید. در جمله سوم یا جمله نتیجه مفاهیم موضوع (Subjekt) و محمول (Pradikat) نام دارند. مثلاً اگر جمله سوم این باشد «تمام پرندگان بال دارند» خاصیت پرنده بودن موضوع است و به S نمایش داده می‌شود خاصیت بال داشتن محمول است و آن را به P نمایش می‌دهند. جمله فوق را می‌توان بطور خلاصه چنین نوشت «تمام S ها هستند P» که معنی آن این است «هر چیز که خاصیت یا نشان S دارد دارای خاصیت یا نشان P است.» در زبان منطق صوری برای عبارت «هر چیز» با «تمام چیزهایی که» علامت $\forall x$ را به کار می‌برند که معنی آن این

است که «هر X» یا «تمام Xها». با این علامت می‌توان جمله فوق را به زبان ریاضی نوشت.

$$\forall_x (S \Rightarrow P) \quad \text{یا به طور خلاصه تر} \quad \forall_x [(x \in S) \Rightarrow (x \in P)]$$

در قیاس صوری احکام را برحسب اینکه کلاً تصدیقی (موجبه کلی) (Uniuersell Affirmativ)

یا جزاً تصدیقی (موجبه جزئی) (Partikular Affirmativ) و یا کلاً سلبی (سالبه کلی) (Universell Negativ)

یا جزاً سلبی (سالبه جزئی) (Partikulär Negativ) باشند به چهار نوع تقسیم می‌کنند. برای مثال: حکم موجبه کلی: «تمام پرندگان بال دارند» یا «تمام Sها

$$\forall_x (S \Rightarrow P) \quad \text{هستند P}$$

حکم موجبه جزئی: «بعضی از پرندگان بال دارند» و «بعضی از Sها هستند P»

$$\neg \forall_x (S \Rightarrow P)$$

حکم سالبه کلی: «تمام پرندگان بی‌بال هستند» و «هیچ یک از Sها P نیستند»

$$\forall_x S \Rightarrow \neg P_x$$

حکم سالبه جزئی: «بعضی از پرندگان بال ندارند» یا «بعضی از Sها P نیستند»

$$\neg \forall_x (S \Rightarrow P_x)$$

در مثال بالا علامت \sim نشان نفی و علامت \Rightarrow نشان استلزام (Implikation) است

حکم موجبه کلیه را با حرف (a) م حکم موجبه جزئی را با حرف (i) و سالبه کلی

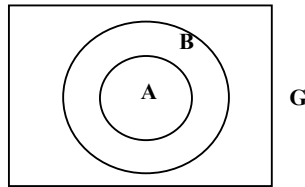
را با حرف (e) و سالبه جزئی را با حرف (o) مشخص می‌کنند. حکم

$\forall_x (A_x \Rightarrow B_x)$ را می‌توان چنین خواند «تمام Xها که دارای خاصیت A هستند

دارای خاصیت B نیز هستند» یا اینکه هر X اگر دارای ویژگی A باشد پس دارای ویژگی B نیز خواهد بود»

حال اگر مجموعه تمام Xها که دارای نشان A هستند به A نمایش دهیم و مجموعه تمام Xها که دارای نشان B هستند به B نمایش دهیم حکم $\forall_x (A_x \Rightarrow B_x)$ را که فرض می شود یک استلزام صادق است می توان بدین طریق تعبیر نمود که مجموعه A یک زیرمجموعه از B است. صورت نموداری مجموعه ها را دیاگرام ون می نامند.

چون A زیرمجموعه ای از B است یعنی $A \subset B$ پس دیاگرام ون آن



(Venn Diagramm) چنین می شود.

G: عالم سخن (universe of discourse)

در این دیاگرام مربع G نمودار مجموعه کل یعنی مجموعه تمام X های ممکنه است. (عالم سخن) در این جا تذکر می دهیم که برای رابطه استلزامی $A \Rightarrow B$ که در آن A و B گزاره هستند چهار امکان موجود است که در قیاس ارسطویی فقط از امکان اینکه هم A صادق است و هم B استفاده می شود که در نتیجه آن $A \Rightarrow B$ صادق می گردد. به خاطر این محدودیت می توانیم رابطه منطقی $A_x \Rightarrow B_x$ را به رابطه مجموعه ای $A \subset B$ ترجمه کنیم.

حکم سالبه کلی $\forall_x (A_x \Rightarrow \neg B_x)$ را که با علامت «e» مشخص کردیم می توان چنین خواند «هر X دارای ویژگی A باشد دارای ویژگی B نیست» یا بطور خلاصه «هر X که A باشد B نیست».

معنی این جگم در زبان تئوری مجموعه‌ها این است که مجموعه A با مجموعه B

بیگانه است یعنی فصل مشترک ندارد این وضعیت

بوسیله دیاگرام ون بطرز زیر نمایش داده می‌شود.

این نمودار نشان می‌دهد که عناصر مجموعه A جزء

B نیستند بلکه جزء آن مجموعه‌ای هستند که

عناصرش خاصیت B را ندارد یعنی جزء \bar{B} (غیر B) هستند که بصورت $B \sim$ نوشته

می‌شود یعنی $A \subset \bar{B}$ یا $A \subset \neg B$

بنابراین ترجمه جمله $\forall_x (A_x \Rightarrow \neg B_x)$ با رعایت محدودیتی که قبلاً ذکر کردیم

می‌شود $A \subset \bar{B}$ در این جا متذکر می‌شویم که مجموعه B نیز جزء آن مجموعه‌ای

است که اعضاء آن علامت A را ندارند یعنی $B \subset \bar{A}$

احکام موجب جزئی «i» که به صورت

$\neg \forall_x (A_x \Rightarrow \neg B_x)$ هستند بطور تحت‌الفظی چنین

خوانده می‌شوند «این طور نیست که تمام Xها که

دارای ویژگی A هستند علامت B را نیز دارا نباشند»

معنی این جمله به زبان ساده این است که «بعضی از

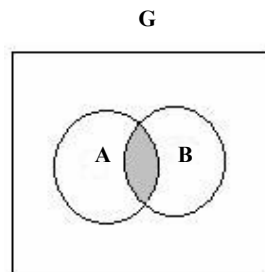
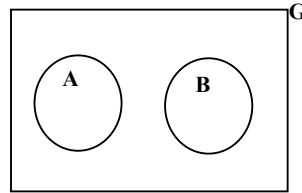
Xها که دارای ویژگی A هستند ویژگی B را نیز دارا هستند.» و یا در زبان تئوری

مجموعه‌ها «مجموعه‌های A و B در بعضی از عناصر مشترکند» یعنی مقطع مشترک

این مجموعه تهی نیست. این مطلب بصورت ریاضی چنین نوشته می‌شود

$A \cap B \neq \emptyset$ که معادل است با $\neg (A \subset \neg B)$. دیاگرام ون برای این دو مجموعه

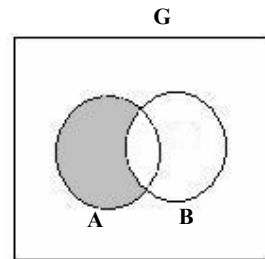
بشکل زیر است.



قسمت هاشور خورده مقطع مشترک A و B را نشان می‌دهد معنی عبارت $\neg(A \subset \neg B)$ این است که مجموعه A یک زیرمجموعه کامل از مجموعه $\sim B$ نیست.

احکام سالبه جزئی «O» که بصورت $\neg \forall x (A_x \Rightarrow B_x)$ هستند بطور تحت‌اللفظی چنین خوانده می‌شوند. «اینطور نیست که تمام X‌هایی که دارای ویژگی A هستند دارای ویژگی B نیز باشند».

یا به زبان ساده «بعضی از Xها B نیستند» معنی این جمله در زبان تئوری مجموعه‌ها این است که مجموعه A دارای بعضی عناصر است که جزء مجموعه B نیستند یا به زبان ریاضی $A \cap \bar{B} \neq \emptyset$ که دیاگرام ون آن بشکل



زیر است:

قسمت هاشور زده مقطع مشترک A و $\sim B$ را نشان می‌دهد. معنی $A \cap \bar{B} \neq \emptyset$ این است که مقطع مشترک \bar{B} , A تهی نیست.

حروف «a»، «i»، «e»، «o» توسط Michael Psellos وضع شده است که حدود 1050 میلادی نیز می‌زیسته است.

توصیف اشکال قیاس

قیاس صوری چنانچه قبلاً گفتیم از دو مقدمه و یک نتیجه تشکیل شده. مفهوم خارجی را در مقدمه اول (Pradikat) P و مفهوم خارجی مقدمه دوم را به S (Subjekt) نمایش می‌دهند. مفهوم میانه که هم در مقدمه اول و هم در مقدمه دوم پیش می‌آید به M (medius) نمایش می‌دهند.

در جمله نتیجه همیشه ابتدا S (موضوع) و سپس P (محمول) قرار می‌گیرد، اما در مقدمات بر حسب اینکه M پیش از P و پیش از S و یا بعد از آنها قرار گیرد چهار وضع پیش می‌آید که چهار شکل قیاس نام دارند. ارسطو اشکال قیاس را شاکله (Schemata) نامیده و بعداً به نام اشکال قیاس (Syllogistische Figuren) مشهور شده‌اند. سه شکل اول توسط ارسطو و شکل چهارم توسط جالینوس (Galenos) وضع شده است.

$[(M - P) \& (S - M)] \Rightarrow (S - P)$	یا	$M - P$	شکل اول
		$\frac{S - M}{S - P}$	
$[(P - M) \& (S - M)] \Rightarrow (S - P)$	یا	$P - M$	شکل دوم
		$\frac{S - M}{S - P}$	
$[(M - P) \& (M - S)] \Rightarrow (S - P)$	یا	$M - P$	شکل سوم
		$\frac{M - S}{S - P}$	
$[(P - M) \& (M - S)] \Rightarrow (S - P)$	یا	$P - M$	شکل چهارم
		$\frac{M - S}{S - P}$	

علامت & نمایش پیوند عطفی et است و علامت \Rightarrow نمایش استلزام است که فرض می‌شود مقدمات آن صادق هستند. اگر یکی یا هر دو مقدمه صادق نباشد طبق قانون استلزام نتیجه هر چه باشد قیاس صادق می‌شود و این حالت را در قیاس صوری در نظر نمی‌گیرند.

هر یک از جملات اشکال فوق می‌تواند موجه کلی (با نماد a) و سالبه کلی (با نماد e) و یا موجه جزئی (با نماد i) و یا سالبه جزئی (با نماد o) باشد. بنابراین برای هر

شکل ۶۴ قیاس و برای چهار شکل فوق مجموعاً، ۲۵۶ نوع قیاس به دست می‌آوریم که آنها را وجوه قیاس می‌نامند. از این تعداد فقط ۱۹ وجه قیاس صادق هستند و بقیه غلط‌اند. نوزده وجه (Modus) صحیح بشرح زیرند:

وجه شکل اول $(AAA);(EAE);(AII);(EIO)$

وجه شکل دوم $(EAE);(AEE);(EIO);(AOO)$

وجه شکل سوم $(AAI);(EAO);(IAI);(AII);(OAO);(EIO)$

وجه شکل چهارم $(AAI);(AEE);(IAI);(EAO);(EIO)$

برای به خاطر سپردن وجوه صحیح قیاسی جملاتی را به صورت شعر در فلسفه اسکولاستیک به کار می‌بردند که اختراع آن را به هیسپانوس (Johannes Hispanus) که در قرن دوازدهم میلادی می‌زیسته نسبت می‌دهند. شعر یوهانس هیسپانوس را ذیلاً می‌آوریم و برای ممتاز نمودن وجوه آنها را در پرانتز نوشته و با علامات مجهز می‌کنیم.

شکل اول $\begin{pmatrix} MP \\ SM \end{pmatrix}$	$\{ \overset{A}{(Barbara)}; \overset{EAE}{(Celarent)} \text{ prima} \overset{AII}{(Darri)}; \overset{EIO}{(Ferioque)} \}$
شکل دوم $\begin{pmatrix} PM \\ SM \end{pmatrix}$	$\{ \overset{EAE}{(Cesare)}; \overset{AEE}{(Camestres)}; \overset{IOAO}{(Festino)}; \overset{AOO}{(Baroco)} \text{ secunda} \}$
شکل سوم $\begin{pmatrix} MP \\ MS \end{pmatrix}$	$\{ \overset{AAI}{\text{tertiagrandeponasrecitat}} \overset{AO}{(Aarapti)}; \overset{E}{(Felapton)} \}$ $\overset{IAI}{(Disamis)}; \overset{AII}{(Datisi)}; \overset{OAO}{(Bocardo)}; \overset{EIO}{(Ferison)}$
شکل چهارم $\begin{pmatrix} PM \\ MS \end{pmatrix}$	$\{ \overset{AAI}{\text{quartasunt}} \overset{AEE}{(Bamalip)}; \overset{IAI}{(Calemes)}; \overset{IAI}{(Dimatis)}; \}$ $\overset{EAO}{(Fesapo)}; \overset{EIO}{(Fresison)}$

علامتی که بر بالای هر وجه نوشته شده مشخص کننده نوع قیاس است مثلاً علامت AAA در بالای وجه بابارا تعیین می کند که هر سه جمله این وجه از نوع موجب کلی هستند. چهاروجه بابارا و کلارنت و داریئی و فریوک مربوط به شکل اولند و چنانچه در ابتدای این مقاله گفتیم می توان وجوه اشکال دیگر را به وجوه شکل اول تبدیل نمود. حکمای قرون وسطی به این امر مطلع بودند و از همین جهت نام وجوه اشکال دیگر را طوری انتخاب کرده اند که حرف اول هر وجهی نشان دهد که این

وجه باید به کدام وجهی از شکل اول تبدیل شود. مثلاً حرف F در وجه Festino از شکل دوم معرف این است که این وجه به Ferioque قابل تبدیل است و حرف D در Disamis نشان می دهد که این وجه به Darii تبدیل می شود.

برای اینکه بدانیم روش این تبدیلات چگونه است؟ بایستی از بعضی از قوانین منطق گزاره‌ای استفاده کنیم حکمای قرون وسطی این قوانین را در شعر فوق با حروف p, m, s, c مشخص نموده‌اند. مثلاً در وجه (Disamis) سه ستاره‌ای که در زیر حروف S و M و S قرار دارند به این امر اشاره می کنند که باید از قوانین m,s استفاده کنیم.

ذیلاً قوانین فوق را شرح داده و آنها را بدین طریق اثبات می کنیم که نشان می دهیم که آنها تاتولوژی هستند.

۱- قانون تقابل معکوس (Contradictoriam Propositionem) که با علامت C

مشخص شده که می گوید $\frac{A}{B}$ برابر است با $\frac{A}{\neg C}$ یا $\frac{\neg B}{\neg C}$

$$(A \wedge \neg B) \neg C \Leftrightarrow (A \wedge C) \Rightarrow B$$

برای اثبات ابتدا طرف چپ هم ارزی فوق را حساب می کنیم.

$$(A \wedge \neg B) \Rightarrow \neg C = \neg(A \wedge \neg B) \vee \neg C = \neg A \vee B \vee \neg C$$

سپس طرف راست هم ارزی را حساب می کنیم.

$$(A \wedge C) \Rightarrow B = \neg(A \wedge C) \vee B = \neg A \vee \neg C \vee B$$

می بینیم که طرف راست و چپ هم‌ارزی یکسان هستند و بدین طریق تاتولوژی (Tautologie) ثابت می‌شود. تذکر می‌دهیم که در اثبات فوق از قوانین دیمورگان (De Morgan) استفاده شده که چنین‌اند:

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

صورت ساده قانون تقابل معکوس چنین است:

$$A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$$

۲- قانون تبدیل ساده (Conversio Simplex) که با علامت S مشخص شده و در حقیقت همان عکس نقیض است که بصورت زیر نوشته شده:

$$M_x \Rightarrow \neg P_x \Leftrightarrow P_x \Rightarrow \neg M_x$$

و اثبات آن باز از تعریف $A \Rightarrow B$ که برابر $\neg A \vee B$ است استفاده می‌شود.

۳- قانون جا به جایی مقدمات (Methathesis Praemissorium) که با علامت M

مشخص شده $\frac{B}{A} \Leftrightarrow \frac{A}{B}$ یا $(B \wedge A) \Rightarrow C \Leftrightarrow (A \wedge B) \Rightarrow C$ که از ثبت آن به خاطر سادگی آن صرف‌نظر می‌کنیم.

۴- قانون تبدیل تصادفی (Conversio per accident) که با علامت P مشخص شده.

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(B \Rightarrow \neg A)$$

این قانون فقط هنگامی صادق است که A صادق باشد و از این جهت قانون فوق تاتولوژی کامل نیست و محدودیت دارد. اثبات قانون فوق با توجه به محدودیت ذکر شده بوسیله جدول راستی صورت می گیرد.

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg(B \Rightarrow \neg A)$	$A \Rightarrow B \Leftrightarrow (B \Rightarrow \neg A)$
W	W	W	W	W
W	F	F	F	W

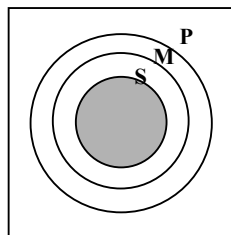
در جدول فوق حرف W علامت راست (Wahr) و حرف F دروغ (Falsch) است.

وجوه قیاس صوری:

در این بخش بشرح وجوه اشکال مختلف قیاس می پردازیم و ثابت می کنیم که تمام وجوه اشکال دوم و سوم و چهارم به وجوه شکل اول قابل تبدیلند و وجوه شکل اول نیز به وجه Barbara می توانند تبدیل شوند.

تعبیر منطقی خلاصه	تعبیر منطقی مفصل	۱- وجه Barbara:
تمام M ها هستند P	تمام X ها که ویژگی M دارند ویژگی P را نیز دارند.	$\forall_x [M_x \Rightarrow P_x]$
تمام S ها هستند M	تمام X ها که ویژگی S دارند ویژگی M را نیز دارند.	$\forall_x [S_x \Rightarrow M_x]$
تمام S ها هستند P	تمام X ها که ویژگی S دارند ویژگی P را نیز دارند.	$\forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$

تعبیر وجه باربارا از موضع تئوری مجموعه ها چنین می شود:



M یک زیر مجموعه از P هست.	$M \subset P$
S یک زیر مجموعه از M هست.	$S \subset M$
S یک زیر مجموعه از P هست.	$S \subset P$

یک مثال ساده برای وجه باربارا چنین است:

دوران‌دیشان محتاطند

خردمندان دوران‌دیشانند.

خردمندان محتاطند

وجه باربارا را به فارسی قیاس اقترانی نامیده‌اند و مثال معروف آن این است که؛ تمام مخلوقات صانعی دارند^۱.

عالم مخلوق است

عالم صانعی داد

۲- وجه Celarent

تعبیر از موضع تنوری مجموعه‌ها

$$M \cap P = \phi$$

هیچ یک از M ها P نیستند.

$$\forall_x [M_x \Rightarrow ??? P_x]$$

$$\underline{S \subset M}$$

تمام S ها M هستند.

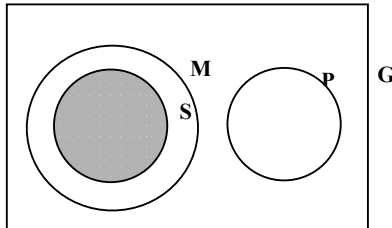
$$\underline{\forall_x [S_x \Rightarrow M_x]}$$

$$S \cap P = \phi$$

هیچ یک از S ها P نیستند.

$$\forall_x [S_x \Rightarrow ?? P_x]$$

مثال:



هیچ خودکامه‌ای آزاده نیست.

همه قدرتمندان خودکامه هستند.

هیچ قدرتمندی آزادی خواه نیست.

۱. در همین مورد حضرت مولانا جلال الدین بلخی به اصحاب قیاس و منطق ایراد می‌گیرد و می‌فرماید:

بر قیاس اقترانی قانعی

جزء به مصنوعی ندیدی صانعی

در این تذکر می‌دهیم که اگر در وجه Celarent بجای علامت $\neg P$ بگذاریم P' وجه Celarent چنین می‌شود:

$$\forall_x [M_x \Rightarrow P'_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow M_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow P'_x]$$

یا به زبان ساده:

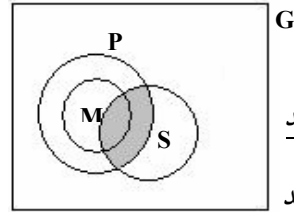
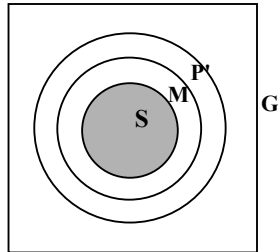
تمام M ها هستند P'

تمام S ها هستند M

تمام S ها هستند P'

که در حقیقت همان وجه Barbara است که در آن بجای P علامت P' که نفی P است به کار برده شده. از موضع تئوری مجموعه‌ها $P' = \{x | x \notin P\}$ یعنی P' مجموعه تمام Xهایی هست که عنصری از P نباشد. با استفاده P' می‌توانیم دیاگرام

ون را برای وجه Celarent بطرز زیر رسم می‌کنیم. که شبیه به دیاگرام باربارا است.



۳. وجه **Darii**

تمام M ها هستند P $\forall_x [M_x \Rightarrow P_x]$

چنین نیست که تمام S ها M نباشند $\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$

چنین نیست که تمام S ها P نباشند $\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$

$$M \subset P$$

$$S \cap M \neq \emptyset$$

$$S \cap P \neq \emptyset$$

تمام حریصان ددمنش هستند

بعضی از حکام حریصند

بعضی از حکام ددمنش هستند

وجه Darii تبدیل به وجه Ferioque می شود اگر بجای P_x بگذاریم $\neg P'_x$ و اگر به جای $\neg P_x$ بگذاریم P'_x .

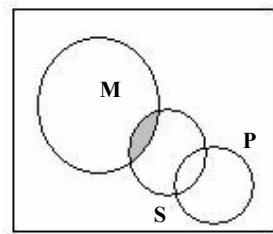
$$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P'_x]$$

$$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$$

$$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P'_x]$$

و در زیر ثابت می کنیم که وجه Ferioque را می توان با استفاده از قوانینی که قبلاً ذکر کردیم به وجه باربارا تبدیل نمود.

۴. وجه Ferioque



هرچه M باشد P نیست

$$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x]$$

بعضی از S ها هستند M

$$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$$

بعضی از S ها P نیستند.

$$\forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$$

هر که اسیر نفس شد بینا نیست

$$M \cap P = \emptyset$$

$$S \cap M \neq \emptyset$$

بعضی آدمیان اسیر نفسند.

$$S \cap \neg P \neq \emptyset$$

بعضی آدمیان بینا نیستند.

اکنون می‌پردازیم به تبدیل وجه Ferioque : ابتدا با استفاده از قانون تقابل معکوس به وجه زیر می‌رسیم.

$$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow M_x]$$

سپس بجای $M_x \Rightarrow \neg P_x$ می‌نویسیم $P_x \Rightarrow \neg M_x$ و در نتیجه خواهیم داشت.

$$\forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$$

اگر به قیاس فوق دقت کنیم می‌بینیم که مفهوم وسطی در اینجا P_x است و مفهوم خارجی M_x است از این جهت می‌توانیم به جای P_x علامت M'_x و به جای M_x علامت P'_x را قرار دهیم.

$$\forall_x [M'_x \Rightarrow \neg P'_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow M'_x]$$

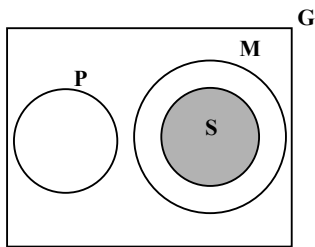
$$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P'_x]$$

که شبیه است به وجه celarent و قبلاً دیدیم که این وجه را می‌توان با تبدیل $\neg P'_x$ به P_x^* به شکل وجه Barbara در آورد.

$$\forall_x [M'_x \Rightarrow P_x^*]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow M'_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow P_x^*]$$



• وجه casare از شکل دوم $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$

هیچ یک از P ها M نیستند.

تمام S ها هستند M

هیچ یک از S ها P نیستند.

$$\forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow M_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$$

هیچ شریفی دورغ نمی گوید

دلالتان دروغگویند

دلالتان شریف نیستند.

$$P \cap M = \phi$$

$$\underline{S \subset M}$$

$$S \cap P \neq \phi$$

وجه casare با کارگیری قانون S به وجه Celarent تبدیل می شود و این وجه نیز

چنانچه دیدیم تبدیل می شود به باربارا

طبق قانون (S)

دروغگویان شریف نیستند

دلالتان دروغگویند

دلالتان شریف نیستند

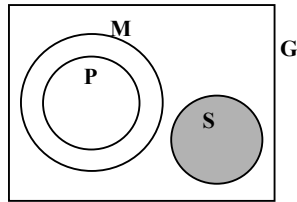
در نتیجه وجه $P \Rightarrow \neg M \Rightarrow M \Rightarrow \neg P$

کلارنت بدست می آید

$$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow M_x]$$

$$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$$



۶. وجه **Cametres** از شکل دوم $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$

تمام P ها هستند M	$\forall_x [P_x \Rightarrow M_x]$
هیچ یک از S ها M نیستند	$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$
هیچ یک از S ها P نیستند.	$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$

$$P \subset M$$

نیکوکاران خوش خوابند

$$S \cap M = \phi$$

هیچ حسودی خوش خواب نیست

$$S \cap P = \phi$$

حسودان نیکوکار نیستند

برای تبدیل وجه **Cametres** به وجه **Celarent** ابتدا قانون (m) و سپس دو بار

قانون (s) را بکار می‌بریم.

$\forall_x [P_x \Rightarrow M_x]$	$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$	$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x]$
$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$	$\xrightarrow{m} \forall_x [P_x \Rightarrow M_x]$	$\xrightarrow{s,s} \forall_x [P_x \Rightarrow M_x]$
$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$	$\forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$	$\forall_x [P_x \Rightarrow \neg S_x]$

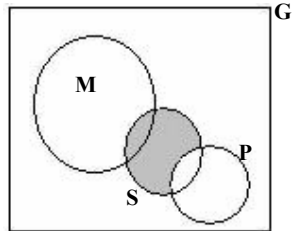
که همان وجه **Celarent** است و اگر بجای S_x بگذاریم P'_x و بجای P_x بگذاریم

S'_x شباهت آن کاملاً آشکار می‌گردد.

$$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P'_x]$$

$$\forall_x [S'_x \Rightarrow M_x]$$

$$\forall_x [S'_x \Rightarrow \neg P'_x]$$



۷. وجه Festino از شکل دوم $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$

هیچکدام از P ها M

$$\forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]$$

نیستند.

$$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$$

بعضی از S ها M هستند.

بعضی از S ها M نیستند.

$$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$$

$$P \cap M = \phi$$

دانشمندان خرده گیر نیستند

$$S \cap M \neq \phi$$

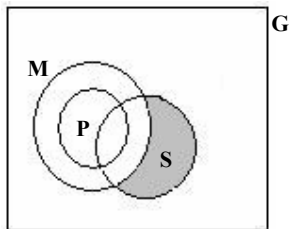
بعضی از معلمان خرده گیرند

$$S \cap \neg P \neq \phi$$

بعضی از معلمان دانشمند نیستند.

تبدیل وجه Festino به وجه Ferioque بکمک قانون (s) صورت می گیرد.

$\forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]$		$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x]$	خرده گیران دانشمند نیستند
$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$	\xrightarrow{s}	$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$	بعضی از معلمان خرده گیرند
$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$		$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$	بعضی از معلمان دانشمند نیستند.



۸. وجه Baroco از شکل دوم $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{l} \text{تمام P ها هستند M} \quad \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] \\ \text{بعضی از S ها M نیستند.} \quad \neg \forall_x [S_x \Rightarrow M_x] \\ \hline \text{بعضی از S ها P نیستند.} \quad \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$

$P \subset M$ شعرهای نیکو خواندنی هستند
 $S \cap \neg M \neq \emptyset$ بعضی از اشعار نو خواندنی نیستند
 $S \cap \neg P \neq \emptyset$ بعضی از اشعار نو شعر نیکو نیستند.

با استفاده از قانون $(A \wedge \neg B) \Rightarrow \neg C \Leftrightarrow (A \wedge C) \Rightarrow B$ می توان وجه

Baroco را به وجه Barbara تبدیل نمود.

$$\begin{array}{l} \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] \quad \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] \\ \neg \forall_x [S_x \Rightarrow M_x] \quad \xrightarrow{(C)} \quad \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] \\ \hline \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] \quad \forall_x [S_x \Rightarrow M_x] \end{array}$$

که اگر به جای P_x بگذاریم M'_x و به جای M_x بگذاریم P'_x کاملاً شبیه به وجه باربارا می شود.

هر شعر نیکو خواندنی است

هر شعر نو نیکوست

هر شعر نو خواندنی است.

ممکن است که این ظن پیش آید که این قیاس با آنچه در ابتدای امر فرض کردیم تناقض دارد، زیرا در آنجا در جمله نتیجه چنین آمده که «بعضی از اشعار نو نیکو

نیستند» و این جا در مقدمه دوم آمده که «هر شعر نو نیکوست.» اما باید توجه نمود که هر قیاس در حقیقت یک استلزام (Implikation) است و در نتیجه باید کلمه «اگر» در جلو جملات مقدمه باشد، یعنی صورت صحیح قیاس فوق چنین است.

(هر شعر نوخواندی است) \Rightarrow [(هر شعر نیکو خواندنی است) \wedge (هر شعر نو نیکوست)]

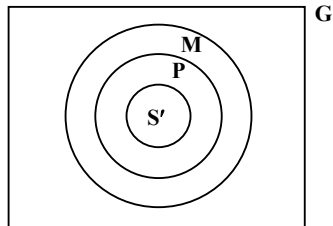
یا به زبان ساده

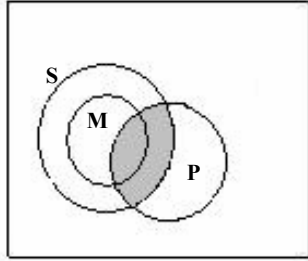
[اگر هر شعر نیکو خواندنی باشد و اگر هر شعر نو نیکو باشد] پس هر شعر نو خواندنی است.

آنچه در داخل پرانتز گوشه دار آمده ما را محدود می کند که پیش فرض استلزام را S' بنامیم که چنین تعریف می شود.

$$\phi \neq S' = S \cap P \subset P$$

و دیاگرام ون مربوطه به شکل زیر در می آید که دیاگرام وجه باربارا است.





۹. وجه Disamis از شکل سوم $\begin{pmatrix} M P \\ M S \end{pmatrix}$

بعضی از M ها هستند P $\neg \forall_x (M_x \Rightarrow \neg P_x)$

G تمام M ها هستند S $\forall_x (M_x \Rightarrow S_x)$

بعضی از S ها هستند P $\neg \forall_x (S_x \Rightarrow \neg P_x)$

بعض روزها شادمان هستم

هر روز سپاسگزارم

بعضی از روزها که سپاسگزارم شادمان

هستم

$$M \cap P \neq \emptyset$$

$$M \subset S$$

$$S \cap P \neq \emptyset$$

برای تبدیل این وجه به وجه Darii دو بار قانون (s) و یکبار قانون (m) را بکار

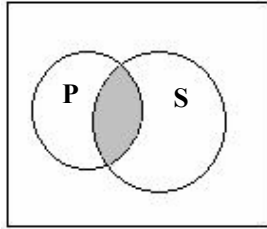
می‌بریم:

$$\neg \forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x] \quad \neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x] \quad \forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$$

$$\frac{\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]}{x} \xrightarrow{2s} \frac{\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]}{x} \xrightarrow{m} \frac{\neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]}{x}$$

$$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x] \quad \neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg S_x] \quad \neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg P_x]$$

که وجه Darii هست که در آن موضوع P_x و محمول S_x فرض شده‌اند.



G $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$ ۱۰. وجه Darapti از شکل سوم

تمام M ها هستند P $\forall_x [M_x \Rightarrow P_x]$

تمام M ها هستند S $\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$

بعضی از S ها هستند P $\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$

نظربازی مخاطره دارد

$M \subset P$

$M \subset S$

$S \cap P \neq \emptyset$

نظربازی پیروی از هوای نفس است

پیروی از بعضی هواهای نفسانی مخاطره

دارد

(سعدی علیه الرحمه می‌فرماید:

حذر از پیروی نفس که در راه خدا مردم افکن‌تر از این غول بیابانی نیست)

تبدیل وجه Darapti به وجه Darii به کمک قانون p صورت می‌گیرد که چنین

است:

$(M_x \Rightarrow S_x) \Leftrightarrow \neg (S_x \Rightarrow \neg M_x)$. این قانون چنانچه قبلاً هم اشاره کردیم با

این شرط صحیح است که مجموعه M_x تهی نباشد.

$\forall_x [M_x \Rightarrow P_x]$

$\forall_x [M_x \Rightarrow P_x]$

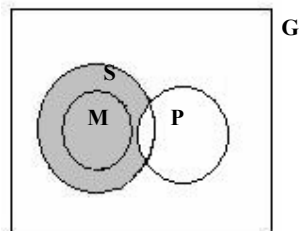
$\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$

\xrightarrow{p}

$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$ که وجه Darii است

$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$

$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$



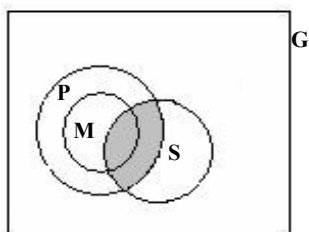
۱۱. وجه Felapton از شکل سوم

هیچ یک از M ها P نیستند.	$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x]$
تمام M ها S هستند.	$\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$
بعضی از S ها P نیستند.	$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$

$M \cap P = \phi$ احترام به بزرگان کسر شأن نیست.
 $M \subset S$ احترام به بزرگان از آداب تربیت است
 $S \cap \neg P = \phi$ بعضی از آداب تربیت کسر شأن نیست

وجه Felapton به کمک دستور (p) به وجه Ferioque تبدیل می شود.

$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x]$	$\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x]$
$\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$	$\xrightarrow{p} \neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]$
$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$	$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$



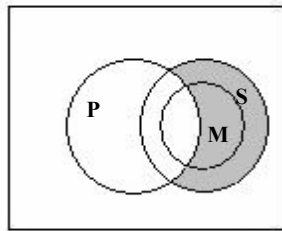
۱۲. وجه Datisi از شکل سوم

تمام M ها هستند P	$\forall_x [M_x \Rightarrow P_x]$
بعضی M ها هستند	$\neg \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x]$
بعضی S ها هستند P	$\forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$

$M \subset P$ تمام روزهای تعطیلی کوهنوردی می کنم
 $M \cap S \neq \phi$ بعضی از روزهای تعطیلی با دوستان هستم.
 $S \cap P \neq \phi$ بعضی روزها با دوستان کوهنوردی می کنم

وجه Datisi به کمک دستور (s) به Darii تبدیل می شود.

$$\begin{array}{ccc} \forall_x [M_x \Rightarrow P_x] & & \forall_x [M_x \Rightarrow P_x] \\ \frac{\neg \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x]}{\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]} & \xrightarrow{s} & \frac{\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]}{\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]} \end{array}$$



۱۳. وجه Bocardo از شکل سوم $\begin{pmatrix} M P \\ M S \end{pmatrix}$

بعضی از M ها P نیستند. $\neg \forall_x [M_x \Rightarrow P_x]$

تمام M ها S هستند. $\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$

بعضی از S ها P نیستند. $\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$

$M \cap \neg P \neq \emptyset$

بعضی از آشنایان همدل نیستند.

$M \subset S$

تمام آشنایان همزبانند.

$S \cap \neg P \neq \emptyset$

بعضی از هم زبانان همدل نیستند.

مولانا می فرماید:

ای بسا دو ترک چون بیگانگان

ای بسا دو ترک و هندو همزبان

همدلی از هم زبانی بهتر است

پس زبان همدلی خود دیگر است

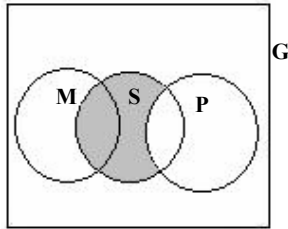
صد هزاران ترجمان خیزد ز دل

غیر ایماء و اشارات و سَجَل

تبدیل وجه Bocardo به وجه Barbara به کمک قانون (c) صورت می گیرد.

$$\frac{\neg \forall_x [M_x \Rightarrow P_x] \quad \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]}{\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]} \xrightarrow{c} \frac{\forall_x [M_x \Rightarrow S_x] \quad \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]}{\forall_x [M_x \Rightarrow P_x]}$$

که در این جا مفهوم وسطی S_x است و موضوع M_x و محمول P_x می باشد.



۱۴. وجه Ferison از شکل سوم $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$

هیچ یک از M ها P $\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x]$
 نیستند $\forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x]$
بعضی از M ها S هستند. $\frac{\forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x]}{x}$
 بعضی از S ها P نیستند. $\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$

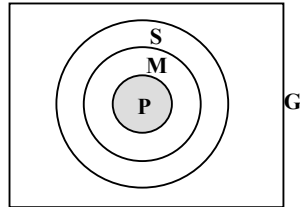
$M \cap P = \emptyset$ هیچ نوشی بی نیش نیست.

$M \cap S \neq \emptyset$ بعضی از نوشها خواب آورند.

$S \cap \neg P \neq \emptyset$ بعضی از خواب آوران بی نیش نیستند.

وجه Ferison به کمک قانون (s) به Ferioque تبدیل می شود.

$$\frac{\forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x] \quad \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]}{\neg \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x]} \xrightarrow{s} \frac{\neg \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x] \quad \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x]}{\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]}$$



۱۵. وجه Bamalip از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$

تمام P ها M هستند. $\frac{\forall [P_x \Rightarrow M_x]}{x}$

تمام M ها S هستند. $\frac{\forall [M_x \Rightarrow S_x]}{x}$

بعضی از S ها P هستند.

$\neg \forall [S_x \Rightarrow \neg P_x]$

$P \subset M$

تمام ایرانی‌ها فارسی می‌دانند.

$M \subset S$

تمام فارسی‌زبانان در آسیا هستند.

$S \cap \neg P \neq \emptyset$

بعضی از آسیائی‌ها ایرانی هستند.

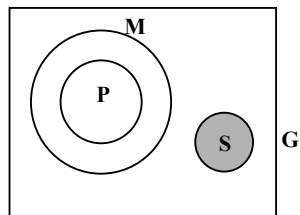
تبدیل وجه Bamalip به Barbara:

$\frac{\forall [P_x \Rightarrow M_x]}{x}$ $\frac{\forall [M_x \Rightarrow S_x]}{x}$ $\frac{\forall [M_x \Rightarrow S_x]}{x}$

$\frac{\forall [M_x \Rightarrow S_x]}{x} \xrightarrow{m} \frac{\forall [P_x \Rightarrow M_x]}{x} \xrightarrow{p} \frac{\forall [P_x \Rightarrow S_x]}{x}$

$\neg \forall [S_x \Rightarrow \neg P_x]$ $\neg \forall [P_x \Rightarrow \neg P_x]$ $\frac{\forall [P_x \Rightarrow S_x]}{x}$

در این وجه محمول به S_x و موضوع به P_x نمایش داده شده است. هم چنین بهنگام کاربرد دستور (p) باید محدودیتی که به آن قبلاً اشاره کردیم رعایت شود.



۱۶. وجه Calemes از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$

تمام P ها M هستند. $\frac{\forall [P_x \Rightarrow M_x]}{x}$

هیچ یک از M ها S نیستند. $\frac{\forall [M_x \Rightarrow \neg S_x]}{x}$

هیچ یک از S ها P نیستند. $\frac{\forall [S_x \Rightarrow \neg P_x]}{x}$

$P \subset M$ آنچه دلخواه من است گران قیمت است.

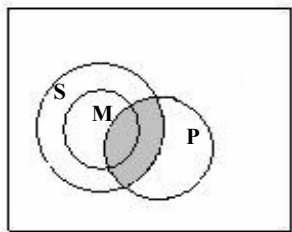
$M \cap S = \phi$ آنچه گران قیمت است در دستفروشی نیست.

$S \cap P = \phi$ آنچه در دستفروشی هست دلخواه من نیست

تبدیل وجه Calemes به وجه Celarent

$$\begin{array}{ccc} \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] & \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x] & \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x] \\ \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x] \xrightarrow{m} \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] & \xrightarrow{s} & \forall_x [P_x \Rightarrow M_x] \\ \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x] & \forall_x [P_x \Rightarrow \neg P_x] & \forall_x [P_x \Rightarrow \neg S_x] \end{array}$$

که در این جا باز موضوع به P_x و محمول به S_x نشان داده شده.



۱۷. وجه Dimatis از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$

بعضی P ها M هستند. $\neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]$

تمام M ها S هستند. $\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$

بعضی S ها P هستند. $\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x]$

$P \cap M \neq \phi$ بعضی از حقایق را همه می دانند.

$M \subset S$ آنچه که همه می دانند بدیهیات است.

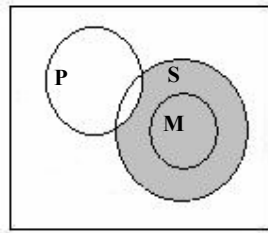
$S \cap P \neq \phi$ برخی از بدیهیات حقایق هستند.

تبدیل وجه Dimatis به Darii از شکل اول

$$\frac{\neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x] \quad \forall_x [M_x \Rightarrow S_x] \quad \forall_x [M_x \Rightarrow S_x]}{\forall_x [M_x \Rightarrow S_x] \xrightarrow{m} \neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x] \xrightarrow{s} \neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]}$$

$$\frac{\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x] \quad \neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x] \quad \neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg S_x]}{\neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x] \quad \neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg P_x] \quad \neg \forall_x [P_x \Rightarrow \neg S_x]}$$

باز در این جا محمول S_x و موضوع P_x است.



۱۸. وجه **Fesapo** از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$

هیچ یک از P ها M نیستند. $\forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]$

تمام M ها S هستند. $\forall_x [M_x \Rightarrow S_x]$

بعضی از S ها P نیستند. $\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$

$P \cap M = \emptyset$

هیچکدام از دلایل شما ارزش شنیدن ندارد.

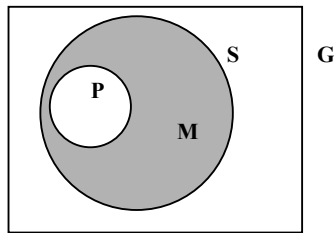
$M \subset S$

آنچه ارزش شنیدن دارد کلمات حکیمانه است.

$S \cap \neg P \neq \emptyset$

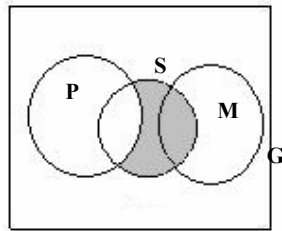
بعضی از کلمات حکیمانه از دلایل شما نیست.

دیاگرام ون این وجه را می توان به صورت مقابل نیز رسم نمود.



تبدیل وجه به Ferioque :

$$\begin{array}{ccc} \forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x] & \forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x] & \forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x] \\ \forall_x [M_x \Rightarrow S_x] & \xrightarrow{s} \forall_x [M_x \Rightarrow S_x] & \xrightarrow{p} \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x] \\ \hline \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] & \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] & \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] \end{array}$$



۱۹. وجه Fresison از شکل چهارم $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$

هیچ یک از P ها M نیستند.

بعضی از M ها هستند S

بعضی از S ها P نیستند.

$$\forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x]$$

$$\neg \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x]$$

$$\neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x]$$

$$P \cap M = \emptyset$$

خوبرویان وفا ندارند.

$$M \cap S \neq \emptyset$$

بعضی از وفاداران جزء حیواناتند.

$$S \cap \neg P \neq \emptyset$$

بعضی از حیوانات خوبرو نیستند.

وجه Fresison به کمک قانون (s) به Ferioque تبدیل می شود.

$$\begin{array}{ccc} \forall_x [P_x \Rightarrow \neg M_x] & \forall_x [M_x \Rightarrow \neg P_x] & \\ \neg \forall_x [M_x \Rightarrow \neg S_x] & \xrightarrow{2 \times s} \neg \forall_x [S_x \Rightarrow \neg M_x] & \\ \hline \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] & \neg \forall_x [S_x \Rightarrow P_x] & \end{array}$$

پس از اینکه نشان دادیم که تمام وجوه اشکال قیاس به وجوه شکل اول و بالنتیجه به وجه باربارا یا قیاس اقترانی قابل تحویل هستند، عکس این موضوع نیز صادق است و قیاس اقترانی را می توان با استفاده از قوانین مناسب به وجوه دیگر تبدیل نمود؛ از این جهت ممکن است این ظن پیش آید که حرف کانت در مورد اینکه تنها قیاس ناب

وجه بارباراست ممکن است صائب نباشد. اما حقیقت این است که وجه باربارا (قیاس اقترانی) تنها قیاس ناب ممکنه است و بقیه وجوه بطریقی بگفته کانت مختلطاند (vermengt). دلیل این امر این است که تنها قیاس اقترانی است که از قانون تراگذری (Transitiv) تبعیت می کند و وجوه دیگر این خاصیت را ندارند. توضیحاً ذکر می کنیم که در علم منطق رابطه ای را تراگذر یا (Transitiv) می نامند که اگر این رابطه بین دو امر X و Y موجود باشد و بین دو امر Y و Z موجود باشد بتوان آن را بین X و Z انتقال داد. (Transition) در اصطلاح ریاضی یک رابطه R را هنگامی تراگذر (Transitiv) می نامیم که برای تمام X و Y و Z از مجموعه M این امر صادق باشد که از XRY, YRZ, نتیجه شود XRZ یا به زبان ریاضی:

$$\forall_{X,Y,Z \in M} [(XRY) \wedge (YRZ) \Rightarrow (XRZ)] \Leftrightarrow \text{رابطه R یک رابطه تراگذری است}$$

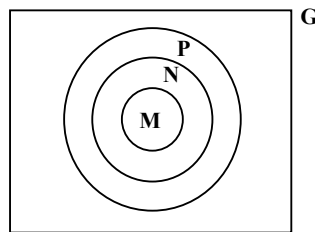
مثال رابطه تراگذر «بزرگتر از» ($>$) و یا «کوچکتر از» ($<$) در مجموعه اعداد حقیقی است.

$$\forall_{X,Y,Z \in \mathbb{R}} (X > Y) \wedge (Y > Z) \Rightarrow X > Z$$

$$\forall_{X,Y,Z \in \mathbb{R}} (X < Y) \wedge (Y < Z) \Rightarrow X < Z$$

همچنین رابطه \subset خاصیت تراگذری دارد.

$$(M \subset N) \wedge (N \subset P) \Rightarrow M \subset P$$



در سیلوژیسم (قیاس صوری) فقط وجه باربارا خاصیت تراگذری دارد.

$$\forall_x (M_x \Rightarrow P_x) \wedge \forall_x (S_x \Rightarrow M_x) \Rightarrow \forall_x (S_x \Rightarrow P_x)$$

و بدین ترتیب گفته کانت که تنها وجه اول از شکل اول یک قیاس محض است درست است.

منابع و مآخذ:

- H. Meier. Die syllogistik des Aristoteles .
E. Knapp, J. Lukasiewicz. Aristoteles syllogistic from the standpoint of formal logic (1951).
K. Prantl. Geschichte der Logik im Abendlande (1956)
K. Jaspers. Philosophische Logik Bd I.
J. Dopp. Formale Logik.
R. Kleinknecht/E. Wust. Lehrbuch elementaren Logik (1976).
J.M. Bochenski. Formale Logik. (1956).
H.J. Reiffen U.H.W. Trapp. Einführung in die Analysis Kuno Fischer Immanuel Kant und seine Lehre (1882).
Immanuel Kant schriften zur Metaphysik und Logik 2 werkausgabe Bd V. Herausgegeben von wilhelm weischedel (Suhrkamp Taschenbuch).

برهان و عرفان
