فصلنامه علمی پژوهشی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
شماره پانزدهم
پاییز ۱۳۹۱

ارائه روشی برای پیش بینی پایدار سری های زمانی با کاربرد در مسائل مالی با استفاده از روش Robust

حمید شهریاری[۱]
نیما شریعتی[۲]
امیر مسلمی[۳]

تاریخ دریافت: ۹۰/۱۰/۲۶ تاریخ پذیرش: ۹۱/۱/۱۵

چکیده

به منظور مدل‌سازی و تخمین مناسب و قابل اعتماد پارامترها در مدل‌های داده‌های خودهمبسته، از رویکردهای پایداراستفاده می‌شود. وجود داده‌های پرت و آلودگی‌ها، تاثیری مخرب در تخمین پارامترهای این مدلها دارد. از آنجایی که در اغلب مسائل مالی، داده‌های گذشته بر داده‌های اخیر اثرگذار هستند، این داده‌ها معمولاً در قالب سری زمانی مدل‌سازی می‌شوند. در این تحقیق، مدل‌های خود رگرسیون به عنوان یکی از مدل‌های مطرح در تحلیل سری‌های زمانی در نظر گرفته شده و رویکرد استوار[۱] جدیدی بر مبنای بهینه سازی s فیلتر شده برای تخمین پارامترهای مدل خود رگرسیون ارائه شده است. از مدل پایدار بدست آمده در پیش بینی پایداری مقادیر آینده استفاده شده است. در انتها نیز به عنوان مثال عددی، سود حاصل از فروش یک محصول واسطه در بازه زمانی ۱۴۸ ماه جمع‌آوری شده و از رویکرد پایدار پیشنهادی برای پیش‌بینی مقادیرسود در آینده استفاده شده است. روش پایدار در مقایسه با روش‌های کلاسیک، کارایی بالاتری را در پیش بینی مقادیر آینده از خود نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: سری‌های زمانی، مدل خود رگرسیون، داده‌های پرت، تخمین پایدار، داده‌های مالی.

۱- دانشیار دانشکده صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ؛ hshahriari@kntu.ac.ir
۲- کارشناس ارشد صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ shariatinima@yahoo.com
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد صنایع، دانشگاه شاهد (مسئول مکاتبات)؛ amirmoslemi.ie@gmail.com

۱- مقدمه

سری‌های زمانی دسته مهمی از داده‌ها در تحلیل‌های تجربی هستند. این سری‌ها، ترتیبی از داده‌ها هستند که در بازه‌های زمانی مساوی به صورت گسسته جمع‌آوری می‌شوند. سری‌های زمانی در بسیاری از زمینه‌ها مانند اقتصاد، تجارت و بازرگانی، علوم مهندسی، علوم طبیعی و علوم اجتماعی کاربرد دارند. وابستگی مشاهدات مجاور از خصوصیت ذاتی و اصلی سری‌های زمانی است، بنابراین پیدا کردن این وابستگی و توصیف آن بسیار حائز اهمیت است. سری‌های زمانی تحت قالب‌های مختلفی مدل‌بندی می‌شوند. این مدل‌ها به دو دسته کلی تقسیم بندی می‌شوند. دسته اول مدل‌های ایستا و دسته دوم مدل‌های غیر ایستا می‌باشند. مدل‌های ایستایی، مدل‌هایی هستند که در آنها میانگین و پراکندگی در طول زمان ثابت هستند؛ در غیر اینصورت مدل را غیرایستایی گویند. در این مدل‌ها، داده فعلی بر اساس داده‌های گذشته به علاوه یک عامل تصادفی خطا تعریف می‌شوند.

بسیاری از سری‌ها مانند داده‌های وابسته صنعتی و تجاری، به‌خصوص در مسائل مالی رفتار غیر ایستا از خود نشان می‌دهند. این بدان معنا است که داده‌ها حول میانگین ثابتی نوسان نمی کنند. این سری‌ها دارای روندهایی در داده‌های خود می‌باشند که داده‌ها در طول زمان حول آنها نوسان می‌کنند. این مدل‌ها می‌توانند با تفاضل‌گیری d ام از داده‌ها به مدل‌های ایستا تبدیل شوند. دسته رایجی از مدل‌های غیرایستای سری‌های زمانی، مدل‌های خود رگرسیون یکپارچه میانگین متحرک[2] هستند. این مدل‌ها شامل ۳ پارامتر اصلی پارامتر خود رگرسیون p، پارامتر میانگین متحرک q و پارامتر تفاضل‌گیری d می باشند و با مساوی با صفر قرار دادن دو پارامتر q و d به مدل خود رگرسیون ایستا تبدیل می‌شوند. مدل‌های سری زمانی مطرح شده و مدل‌های دیگر آن توسط باکس وهمکاران (۱۹۹۴) بررسی شده‌اند.

در بسیاری از موارد، به‌خصوص در تحلیل سری‌های زمانی، بعضی از داده‌ها، داده پرت[3] می‌باشند. این نقاط می‌توانند اثر نامطلوبی بر روی تحلیل کلی و نهایی نتایج داشته باشند. برای پیش بینی رفتار داده‌ها از تخمین مدل رگرسیونی مبتنی بر همین رویکرد استفاده می‌شود. نتیجه‌گیری‌ها و تحلیل‌های آینده بر مبنای این مدل رگرسیونی صورت می‌پذیرد. بنابراین داشتن مدلی با دقت بالا در این راستا بسیار موثر خواهد بود. این مدل رگرسیونی اغلب بر پایه روش حداقل مربعات خطا[4] برآورد می‌شود. نکته قابل ذکر در این راستا این است که روش حداقل مربعات خطا نسبت به داده‌های آلوده و پرت بسیار حساس بوده و وجود این گونه داده‌ها در نتیجه گیری نهایی اثر نامطلوبی دارد. لذا برای کاهش تاثیر نامناسب این داده‌ها، روش حداقل مربعات اصلاح شده و یا روش‌های استوار[5] بایستی به کار گرفته شوند. داده‌های پرت در سری‌های زمانی به مراتب پیچیده‌تر از این داده‌ها در شرایط استقلال مشاهدات هستند. دلیل این امر وجود گونه‌های مختلف داده‌های پرت در سری‌های زمانی است که به واسطه ساختار و خصوصیت وابستگی داده‌ها شکل می‌گیرند. انواع داده‌های پرت در سری‌های زمانی به سه دسته داده‌های پرت جمعی[6]، داده‌های پرت جایگزین[7] و داده‌های پرت ابداعی[8] تقسیم بندی می‌شوند.

اثر داده‌های آلوده و پرت بر تخمین پارامترهای مدل‌های خود رگرسیون با توجه به نوع آلودگی متغییر است. فاکس[۹] (۱۹۷۲)، چن و لیو[۱۰] (۱۹۹۳) و لدولتر[۱۱] (۱۹۹۱) انواع مختلف این داده‌های پرت و اثرات آنها را بر روی مدل‌های سری زمانی مورد بررسی قرار داده‌اند. تی‌سی[۱۲] (۱۹۸۸) داده‌های پرت، تغییرات سطحی و تغییرات پراکندگی را در سری‌های زمانی مورد مطالعه قرار داده است. ال جونگ[۱۳] (۱۹۹۳) رویکردهای متفاوت شناسایی داده‌های پرت را در سری‌های زمانی مطرح کرده است.

در مبحث سری‌های زمانی، داده های آلوده و پرت تاثیر مضر بر روی تخمین پارامترهای مدل رگرسیونی دارد و این اثر با توجه به نوع آلودگی تغییر می‌کند. فاکس[۱۴] (۱۹۷۲)، چن و لیو[۱۵] (۱۹۹۳) و لدولتر[۱۶] (۱۹۹۱) انواع مختلف این داده‌های پرت و اثرات آنها را بر روی مدل‌های سری زمانی مورد بررسی قرار دادند. تسای[۱۷] (۱۹۸۸) داده‌های پرت، تغییرات سطحی و تغییرات پراکندگی را در سری‌های زمانی مورد مطالعه قرار داد. ال جانگ[۱۸] (۱۹۹۳) رویکردهای متفاوت شناسایی داده‌های پرت را در مبحث سری‌های زمانی مطرح کرد.

در بحث سری‌های زمانی، شناسایی نوع مدل مناسب از داده‌ها و نیز شناسایی و تخمین مناسب پارامترهای مدل انتخاب شده مطرح می‌باشد. داده-های پرت اثرات نامطلوبی بر شناسایی مدل و تخمین پارامترهای آن دارد. در فاز شناسایی مدل مناسب، از دو تابع خود همبسته[۱۹] و خود همبسته جزئی[۲۰] استفاده می‌شود. توابع خود همبسته بدون در نظر گرفتن پارامترهای مدل برای توصیف مدل استفاده می‌شوند. تابع خود همبسته جزئی نیز برای شناسایی نوع مدل به کار می‌رود (بروکول و دیویس ۱۹۹۱). داده‌های پرت اثر نامطلوبی بر تخمین صحیح توابع خود همبسته و توابع خود همبسته جزئی دارند، بنابراین برای تخمین پایدار پارامترها، توابع خود همبسته و خود همبسته جزئی مورد نیاز می‌باشد. لذا گام نخست در تخمین پایدار مدل رگرسیونی سری های زمانی، شناسایی پایدار مدل مسأله می باشد.

مرحله بعدی در تخمین استوار، برآورد پایدار پارامترهای مدل مناسب سری‌های زمانی می‌باشد. روش‌های رگرسیون پایدار با تغییرات ساختاری و افزودن فیلترهای مناسب سری‌های زمانی برای تخمین پایدار به کار می‌روند. همپل (۱۹۸۶) تکنیک‌های مختلف تخمین پایدار مدل‌های رگرسیونی را مطرح کرد. دنبای و مارتین (۱۹۷۹) تخمین پایدار پارامترهای مدل خود رگرسیون مرتبه اول را ارائه کرده‌اند. مارتین و یوهایی (۱۹۸۵) مبحث تخمین پایدار پارامترهای مدل‌های خود رگرسیون میانگین متحرک[۲۱] را مورد بررسی قرار داده‌اند. روشیو و یوهایی (۱۹۸۴) روش برآورد پایدار S را برای تخمین پایدار پارامترهای رگرسیون داده‌های مستقل معرفی کرده‌اند. صلیبیان و یوهایی (۲۰۰۶) الگوریتمی سریع را برای روش برآورد S ارائه نموده‌اند. بوانته و همکاران (۱۹۸۷) پیشنهاد کردند که روش تخمین S برای داده‌های مستقل، می‌تواند برای سری‌های زمانی با کارایی مطلوبی به کار برده شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در مبحث سری‌های زمانی، مشاهدات آتی با مشاهدات قبلی از یک جنس هستند و روابط

مشخصی بین آنها برقراراست. پیش‌بینی مقادیر آینده‌ی این سری‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است. مدل تخمین زده شده از مشاهدات می‌تواند پایه پیش‌بینی مشاهدات آینده باشد. این رویکرد مدل‌سازی در مسأله پیش‌بینی مشاهدات آتی اغلب در مواقعی کاربرد دارد که اطلاعات اندکی در مورد نحوه تولید مشاهدات جهت پیش‌بینی در اختیار داریم. در سال‌های گذشته تحقیقات متعددی در راستای بهبود پیش بینی مشاهدات آتی انجام شده است. یکی از مدل‌های متداول و پرکاربرد که در سری‌های زمانی به کار برده می‌شوند، مدل خود رگرسیون یکپارچه میانگین متحرک است. این دسته از مدل‌ها خصوصیات هر سه گروه از مدل‌های خود رگرسیون خالص، میانگین متحرک خالص و نیز مدل ترکیبی خود رگرسیون میانگین متحرک را دارا می‌باشند. ولی مهمترین محدودیت مدل ترکیبی خود رگرسیون میانگین متحرک، وجود شرط خطی بودن روابط در آن است. این شرط باعث می‌شود که نتوان از این مدل در بررسی روابط غیرخطی استفاده نمود. وو[۲۲] (۱۹۹۵) رویکرد پیش‌بینی مناسبی را به منظور یافتن مدلی کارا جهت ارتقاء کارایی پیش‌بینی ارائه کرده‌است. نتایج شبیه‌سازی این مطالعه که بر مبنای شبکه‌های عصبی انجام شده است، نشانگر این نکته است که این روش برای دسته‌ای از سری‌های زمانی که رفتاری غیرخطی را از خود نشان دهند، پیش بینی پایداری را ارائه می‌کند. در این مطالعه داده‌های مبادلات مالی تایوان برای مقایسه کارایی شبکه عصبی در مقابل مدل خودرگرسیون یکپارچه میانگین متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. البته رویکرد شبکه عصبی دارای محدودیت‌هایی از قبیل نیاز به تعداد زیاد داده برای آموزش شبکه می‌باشد. ژنگ[۲۳] (۲۰۰۳) از رویکردی مبتنی بر ترکیب دو روش شبکه عصبی و مدل خودرگرسیون یکپارچه میانگین متحرک که مزایای هر دو روش را حفظ می‌کند، ارائه نمود.

بسیاری از داده‌های مالی را می‌توان با مدل‌های سری‌زمانی مدل‌سازی کرد. همانند سری‌های زمانی، مقادیر فعلی داده‌های مالی نیز به داده‌های قبلی خود وابسته هستند. داده‌های مرتبط با مسائل مالی معمولاً در طول زمان با روندهایی همراه بوده و با مدل‌های غیر ایستا قابل مدل‌سازی می‌باشند. در صورت همگن بودن داده‌ها، با اختلاف‌گیری و تبدیل آنها به مدل‌های خودرگرسیون یا میانگین متحرک و یا مدل ترکیبی خودرگرسیون میانگین متحرک، به سادگی می‌توان به بررسی آنها پرداخت. قیمت[۲۴]، تولید ناخاص داخلی[۲۵] و درآمد شخصی در دسترس[۲۶] معیارهایی هستند که بر مبنای سری‌های زمانی می‌توانند مدل سازی شوند. گوجاراتی[۲۷] (۲۰۰۴) در کتاب اقتصادسنجی خود به کاربردهای سری‌های زمانی به عنوان ابزاری قدرتمند و پر کاربرد در داده‌های اقتصادی و مالی اشاره کرده است. با توجه به ذات داده‌های سری‌های زمانی و اهمیت پیش‌بینی در این مباحث، محققین بسیاری به پیش‌بینی مشاهدات آتی سری-های زمانی در مسائل مالی پرداخته‌اند.

جیوردانی و ویلانی[۲۸] (۲۰۱۰) مدل پویای غیر-گوسین مختلط را برای پیش‌بینی در اقتصادسنجی ارائه کرده‌اند. مارسلینو و همکاران[۲۹] (۲۰۰۶) پیش-بینی تجربی تکراری از مدل‌های خود رگرسیون تک متغیره و دو متغیره رابا داده‌های سری‌های زمانی اقتصادی کشور ایالات متحده در ۱۷۰ ماه بین سال‌های ۱۹۵۹ تا ۲۰۰۲ بررسی کرده‌اند.

ایده پایداری در پیش‌بینی، همانند روش‌های مدل‌سازی پایدار در بسیاری از مدل‌های سری‌های زمانی قابل کاربرد می‌باشد. داده‌های آلوده و پرت در پیش‌بینی سری‌های زمانی نیز می‌توانند اثرات نامطلوبی را بر مدل‌سازی و نهایتاً پیش‌بینی مشاهدات بر جای گذارند و موجب پیش‌بینی‌های غیر قابل اعتمادی می‌شوند. کارماکار[۳۰] (۱۹۹۵) رویکرد پایدار جدیدی را بر مبنای مدلی مختلط جهت تخمین مکان مناسب موجودی‌های انبار ارائه کرد. گگنه و داچسنه[۳۱] (۲۰۰۸) تخمین پایداری برای مدل خود رگرسیون چند متغیره بوسیله متغیر-های برون زا[۳۲] ارائه نمودند. رویکرد جدیدی توسط هیندمن و یولا[۳۳] (۲۰۰۷) برای پیش‌بینی سن مرگ و میر و نرخ باروری در طول زمان ارائه شده است. این رویکرد در مواجهه با سال‌های خاص جنگ و بیماری‌های همه‌گیر که به عنوان داده‌های پرت عمل می‌کنند، رفتاری پایدار از خود نشان می‌دهد و ساختاری منعطف را با در نظر گرفتن سایر محدودیت‌ها و اطلاعات ارائه می‌نماید. چاو و همکاران[۳۴] (۲۰۰۸) مدل پایدار بازگشتی جدیدی را برای برآورد پارامترهای مدل خود رگرسیون جهت پیش بینی سیل ارائه کرده‌اند. در این مدل از رویکرد حداقل مربعات موزون استفاده شده است و مدل نیز مرتباً به روز خواهد شد.

کروکس و همکاران[۳۵] (۲۰۰۸) از روش برآورد M در برآورد پایدار و الگوریتم هال- وینتر[۳۶] که به عنوان یک روش پیش بینی مطرح است، استفاده نموده‌اند. همچنین گِلپر و همکاران[۳۷] (۲۰۱۰) روش هموارسازی نمایی و الگوریتم هال- وینتر پایدار را برای پیش بینی داده‌ها ارائه کرده‌اند. اخیراً خارین[۳۸] (۲۰۱۱) آماره‌ای جدید بر مبنای میانگین خطای ریسک پیش‌بینی ارائه کرده است. کروکس و همکاران[۳۹] (۲۰۱۰) روش پایداری برای پیش‌بینی پایدار سری‌های زمانی غیر ایستا ارائه کرده‌اند. مدل استفاده شده در این رویکرد مدل رگرسیونی غیر پارامتریک بوده و با روش برآورد MM به صورت پایدار برآورد شده است. روش ارائه شده در حضور آلودگی و داده‌های پرت خوب عمل می-کند.

پیش‌بینی پایدار در داده‌های مالی بسیار حائز اهمیت می‌باشند، چرا که پیش‌بینی‌های دقیق اثرات قابل توجهی بر سودآوری خواهد داشت. آرائوجو[۴۰] (۲۰۱۱) رویکرد پایدار خود اصلاح شونده‌ای را جهت پیش‌بینی پایدار داده‌های مالی ارائه کرده است. رویکرد مذبور، مشکلات فرآیند-های قدم زدن تصادفی[۴۱] در سری‌های زمانی مالی را از بین برده است. جدول ۱، مروری مختصر بر ادبیات موضوع به منظور مشخص‌تر شدن جایگاه تحقیق انجام شده در میان تحقیقات اخیر این حوزه دارد.

در تحقیق حاضر، از رویکرد برآورد پایدار S فیلتر شده که توسط بوانته و همکاران[۴۲] (۱۹۸۷) ارائه شده است برای پیش‌بینی پایدار داده‌های مالی استفاده می‌شود. داده‌های بررسی شده از مدل خود رگرسیون یکپارچه میانگین متحرک با پارامتر خود رگرسیون ۱ و میانگین متحرک صفر پیروی می‌کنند که با یک بار اختلاف‌گیری از داده‌ها به مدل خود رگرسیون مرتبه اول تبدیل می‌شوند (ARIMA (1,1,0)). از چندین معیار ارزیابی خطا برای بررسی کارایی و دقت برازش پیش‌بینیِ روش پایدار پیشنهادی نسبت به رویکرد کلاسیک حداقل مربعات خطا استفاده شده است. پیشینه‌ای از پژوهش‌های مرتبط، در جدول شماره (۱) ارائه شده است.

جدول۱- مروری مختصر بر ادبیات موضوع پیش بینی سری‌های زمانی

نویسندگان	رگرسیون پایدار برای سری های زمانی	پیش بینی سری های زمانی	پیش بینی پایدار سری های زمانی	پیش بینی سری های زمانی مالی
دنبای و مارتین (۱۹۷۹)	مدل پایدار خود رگرسیون			
مارتین و یوهایی (۱۹۸۵)	مدل پایدار ترکیبی خود رگرسیون میانگین متحرک			
روشیو و یوهایی (۱۹۸۴)	برآورد کننده S			
صلیبیان باررا و یوهایی (۲۰۰۶)	الگوریتم محاسبه سریع برآورد کننده S			
وو (۱۹۹۵)		پیش بینی داده‌های مالی با شبکه عصبی		
جیوردانی و ویلانی (۲۰۱۰)		ترکیب شبکه عصبی و مدل ترکیبی خود رگرسیون میانگین متحرک		
مارسلینو و همکاران (۲۰۰۶)	مدل خود رگرسیون	پیش بینی تکراری و مستقیم		
کارماکار (۱۹۹۵)	مدل ترکیبی		پیش بینی پایدار	
گگنه و داچسنه (۲۰۰۸)			مدل خود رگرسیون چند متغیره با متغیرهای برون زا	
هیندمن و شاهیدیولا (۲۰۰۷)	مدل LC	پیش بینی نرخ موالید و فوت	پیش بینی پایدار	
چاو و همکاران (۲۰۰۸)	مدل خود رگرسیون بروزشونده	پیش بینی زمان سیل	رویکرد پیش بینی بازگشتی پایدار	
کروکس و همکاران (۲۰۰۸)	استفاده از برآوردکننده M در روش هموارسازی نمایی و الگوریتم هال- وینتر			
گلپر و همکاران (۲۰۱۰)	روش هموارسازی نمایی و الگوریتم هال- وینتر		پیش بینی پایدار	
خارین (۲۰۱۱)			آماره پیش بینی پایدار	
کروکس و همکاران (۲۰۱۰)	برآوردکننده MM بدون فیلتر		پیش بینی پایدار برای سری های غیر ایستا	
آرائوجو (۲۰۱۱)				پیش بینی با رویکرد خود اصلاحی اتوماتیک
تحقیق حاضر	برآوردکننده S فیلتر شده		پیش بینی پایدار سری های زمانی	داده های مالی

۳- مدل‌های پژوهش

در این بخش، ابتدا دو دسته از مدل‌های پرکاربرد سری‌های زمانی که در ادبیات موضوع معرفی شده‌اند، مختصراً مورد بررسی قرار می‌گیرند. این دو دسته شامل مدل خود رگرسیون، به عنوان دسته‌ای از مدل‌های ایستا و مدل خود رگرسیون یکپارچه میانگین متحرک به عنوان دسته‌ای از مدل‌های غیر ایستا می‌باشند. همچنین تخمین پارامترهای مدل خود رگرسیون مورد بررسی قرار گرفته و برای تخمین پارامترهای آن از رویکرد حداقل مربعات خطا استفاده شده است.

۱-۳- مدل خود رگرسیون در سری‌های زمانی

این مدل، یک مدل تصادفی[۴۳] است که به منظور نشان دادن رفتار سری زمانی در حالتی که مدل دارای میانگین و واریانسی ثابت است به کار می‌رود. در این مدل، مقادیر فعلی مشاهدات از حاصل ضرب ضرایبی در مقادیر قبلی به اضافه مقداری به عنوان خطای تصادفی بدست می‌آید. اگر مقدار فعلی مشاهده را با Z_t و مقدار میانگین فرآیند را با μ نشان دهیم و همچنین مقدار مشاهدات فعلی منهای میانگین کم شده را نیز با $\tilde{Z}_t$ نشان دهیم، مدل خود رگرسیون به صورت زیر نشان داده خواهدشد:

(۱)

$$\tilde{Z}_t = \varphi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \varphi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \ldots + \varphi_p \tilde{Z}_{t-p} + a_t$$

این معادله یک مدل رگرسیونی است که مشاهده فعلی را با مشاهدات قبلی مرتبط می‌سازد. بنابراین به این مدل، مدل خود رگرسیون می‌گویند.

با تعریف عملگر برگشتی B ، این مدل به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

(۲)

$$(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p$$

(۳)

$$\phi(B)\,\tilde{Z}_t = a_t$$

۲-۳- مدل خود رگرسیون یکپارچه میانگین متحرک (ARIMA)

دسته دوم از مدل‌های سری‌های زمانی، مدل‌های غیر ایستا می‌باشند که اغلب در صنعت و تجارت کاربرد دارند. این دسته از مدل‌ها با یک روند همراه هستند. نوع خاصی از مدل‌های غیر ایستا، مدل خود رگرسیون یکپارچه میانگین متحرک می‌باشند که با تفاضل‌گیری مناسب می‌توانند به مدل‌های ایستا تبدیل شوند. معادله رگرسیونی این مدل‌ها به صورت زیر می‌باشد:

(۴)

$$\varphi(B)\,\tilde{Z}_t = \phi(B)\,(1-B)^d\,\tilde{Z}_t = \theta(B)\,a_t$$

در این مدل $\varphi(B)$ به عنوان عملگر خود رگرسیون غیر ایستا می‌باشد که با d بار تفاضل‌گیری به مدل خود رگرسیون ایستا تبدیل می‌شود. همچنین $\theta(B)$ نیز به عنوان قسمت میانگین متحرک مدل عمل می‌کند.

۳-۳- رویکرد کلاسیک مبتنی بر حداقل مربعات خطا برای تخمین پارامترهای مدل خود رگرسیون

بعد از مشخص شدن مدل مناسب برای داده‌های سری زمانی، به دست‌آوردن پارامترهای

مدل ضروری می‌باشد. مدل خود رگرسیون از مرتبه p به صورت زیر تعریف می‌شود:

(۵)

$$Z_t-\mu=\varphi_1(Z_{t-1}-\mu)+\varphi_2(Z_{t-2}-\mu)+\dots+\varphi_p(Z_{t-p}-\mu)+a_t$$

در این مدل a_t ها مستقل و هم توزیع با میانگین صفر و واریانس σ_a^2 می باشند. مقدار ثابت مدل نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

(۶)

$$\gamma=\mu(1-\sum_{i=1}^{p}\phi_i)$$

با به کارگیری رویکرد حداقل مربعات خطا، مربع میانگین خطای مشاهدات بایستی حداقل شود، بنابراین معادله حداقل سازی زیر بدین منظور تعریف می شود:

(۷)

$$Minimize\sum_{t=1}^{p}\hat{a}_t^2(\phi,\mu)$$

که در این معادله $\hat{a}_t$ ها تخمین مقادیر باقی-مانده‌ها می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

(۸)

$$\hat{a}_t=Z_t-\gamma-\varphi_1 Z_{t-1}-\varphi_2 Z_{t-2}-\dots-\varphi_p Z_{t-p}$$

بنابراین پارامترهایی که قصد برآورد آن را داریم، از قبیل ضرایب معادله رگرسیونی ϕ_i و μ ، با حل معادله (۷) محاسبه می‌شوند.

۴-۳- رویکرد برآورد S فیلتر شده‌ی پایدار برای مدل‌های سری‌های زمانی

رویکرد کلاسیک مطرح شده برای برآورد پارامترهای مدل خود رگرسیون به داده‌های پرت حساس می‌باشد. بنابراین رویکردی پایدار بر مبنای برآورد پایدار از پراکندگی باقی‌مانده‌ها ($\hat{\sigma}$) در این بخش ارائه شده است. ابتدا مدل خود رگرسیون مرتبه p را در نظر می‌گیریم. داده‌های آلوده را با y_t که $1\le t\le T$ نشان می‌دهیم. $\lambda=(\phi_1,\phi_2,\dots,\phi_p,\mu)$ بردار پارامترهایی است که باید تخمین زده شوند. برای تخمین پارامترها، بردار باقی‌مانده‌ها به صورت $a(\lambda)=(\hat{u}_{p+1}(\lambda),\dots,\hat{u}_T(\lambda))$ تعریف می‌شوند که

(۹)

$$\hat{a}_t(\lambda)=(y_t-\mu)-\varphi_1(y_{t-1}-\mu)-\varphi_2(y_{t-2}-\mu)-\dots-\varphi_p(y_{t-p}-\mu)$$

می‌باشد. برآورد پارامترها با در نظر گرفتن تخمین پراکندگی $\hat{\sigma}$ ، از حل معادله (۱۰) به صورت زیر به دست می‌آید.

(۱۰)

$$\hat{\lambda}=\arg\min_{\lambda}\hat{\sigma}(\hat{a}(\lambda))$$

برآوردکننده S رگرسیون می‌تواند با قرار دادن حالتی خاص از برآورد مقیاس به کار رفته با برآورد کننده M ، در تابع $\hat{\sigma}$ محاسبه شود. بوانته و همکاران (۱۹۸۷)، مناسب بودن این برآورد کننده را برای سری‌های زمانی، همان گونه که برای معادلات رگرسیونی مناسب است، نشان داده‌اند.

اصول اولیه برآوردکننده S همان طور که توسط روشیو و یوهایی (۱۹۸۶) مطرح شد، بر در نظر گرفتن پراکندگی باقی‌مانده‌ها به عنوان تابع حداکثر درستنمایی پایدار است و ضرائب رگرسیونی به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

(۱۱)

$$\hat{\beta} = \arg\min_{\lambda} \hat{\sigma}(r(\beta))$$

در معادله بالا، β به عنوان ضریب رگرسیونی است که باید تخمین زده شود و $r(\beta)$ مقادیر باقی مانده‌ها می‌باشد. در رویه برآورد پایدار پارامترهای سری‌های زمانی، به دلیل اثرات داده‌های پرت بر فرآیند و به منظور جلوگیری از پخش شدن این اثر به باقی‌مانده‌های دیگر، پیش‌بینی‌ای پایدار از باقی مانده‌ها بایستی صورت گیرد. فرض کنید مقادیر فیلتر شده پایدار را با $\hat{x}_{t-i|t-1}, i = 1,2,3,..., p$. نشان دهیم؛ مقدار پیش‌بینی فیلترشده پایدار از باقی‌مانده‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۱۲)

$$\tilde{a}_t(\lambda) = (y_t - \mu) - \varphi_1(\hat{x}_{t-1|t-1}) - \mu) - ... - \varphi_p(\hat{x}_{t-p|t-p} - \mu)$$

بیانی خاص از مقدار مشاهده X_t توسط بروکول و دیویس (۱۹۹۱) به نام حالت فاصله[۴۴] به صورت زیر مطرح شده است که در ادامه از آن استفاده خواهیم کرد.

(۱۳)

$$X_t = \mu + \Phi(X_{t-1} - \mu) + du_t,$$

در این رابطه $X_t = (x_t, x_{t-1}, ..., x_{t-p-1})$ و $d = (1,0,...,0)$, $\bar{\mu} = (\mu,...,\mu)$ همچنین $\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_p \\ I & 0 \end{bmatrix}$ می‌باشد. لذا بر مبنای رابطه (۱۳)، مقدار $\hat{x}_{t|t-1}$ برای بدست آوردن پیش بینی پایدار در زمان t به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود.

(۱۴)

$$\hat{x}_{t|t-1} = \bar{\mu} + \Phi(\hat{x}_{t-1|t-1} - \bar{\mu}),$$

در انتها، مقدار باقی‌مانده‌های پایدار فیلترشده و مقدار مشاهده در زمان t با الگوریتمی بازگشتی به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد.

(۱۵)

$$\tilde{a}_t(\lambda) = (y_t - \mu) - \varphi' \ (\hat{x}_{t-1|t-1} - \mu),$$

(۱۶)

$$\hat{X}_{t|t} = \hat{X}_{t|t-1} + \frac{1}{s_t} m_t \psi(\frac{\tilde{a}_t(\lambda)}{s_t}),$$

در s_t^2 تخمینی از پراکندگی پیش‌بینی فیلترشده پایدار از باقی‌مانده‌ها و $m_t = s_t^2$ می‌باشد. همچنین تابع ψ به صورت زیر تعریف می‌شود.

(۱۷)

$$\psi(a) = \begin{cases} a & if \quad |a| \le b \\ o & if \quad |a| > c \end{cases},$$

مقدار فیلتر شده هر مشاهده به صورت $\hat{X}_{t|t} = \hat{X}_{t|t-1} + s_t \psi(\frac{\tilde{a}_t(\lambda)}{s_t})$ می‌باشد که می‌توان آن را به صورت زیر خلاصه نمود.

(۱۸)

$$\hat{X}_{t|t} = \hat{X}_{t|t-1} \quad if \quad |\tilde{a}_t| > cs_t ,$$

(۱۹)

$$\hat{X}_{t|t} = y_t \quad if \quad |\tilde{a}_t| < bs_t ,$$

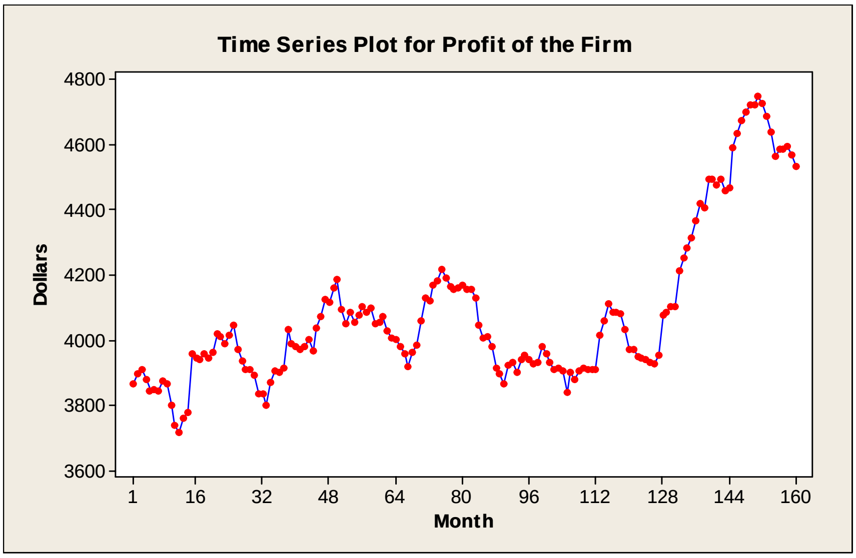
رابطه (۱۸) نشان می‌دهد که فیلتر کردن استوار، مقادیر مشاهداتی که قدر مطلق پیش‌بینی فیلترشده پایدار از باقی‌مانده‌های آنها بزرگتر از c انحراف معیار باشد را با مقدار پیش‌بینی پایدار فیلتر شده از داده‌های قبلی جایگزین می‌کند. رابطه (۱۹) نیز نشان می‌دهد که اگر این مقدار کوچکتر از b انحراف معیار باشد ، مقدار خود مشاهده قرار خواهد گرفت. از این رابطه برای فیلتر کردن پایدار مشاهدات استفاده می‌شود.

۴- نتایج پژوهش

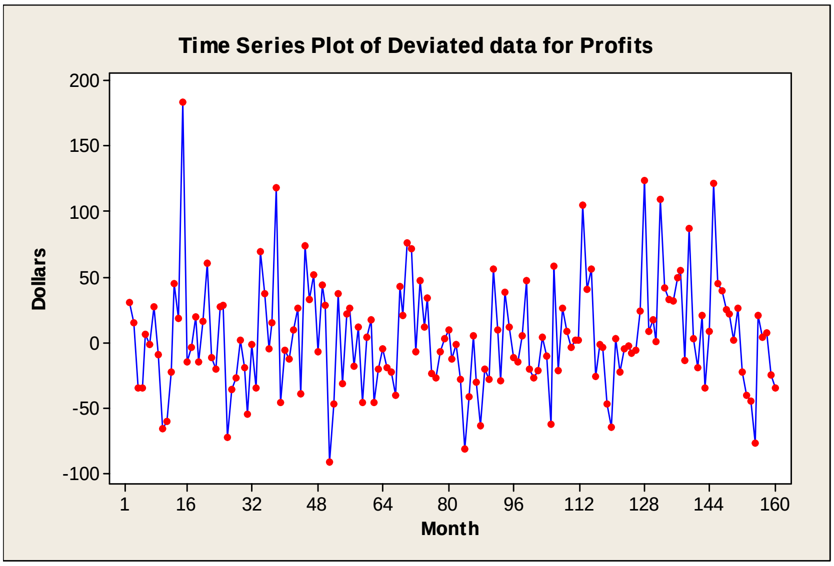
در این قسمت، داده‌های گرفته شده از میزان سود یک شرکت تولیدی که محصولات واسطه‌ی خودرو تولید می‌کند را مورد بررسی قرار می‌دهیم. داده‌ها به صورت ماهانه جمع آوری و در جدول ۲ آورده شده‌اند.

جدول۲- داده‌های مربوط به سود ماهانه

1	3865.12	26	3971.547	51	4096.237	76	4191.912	101	3930.777	126	3927.385
2	3895.975	27	3935.223	52	4049.411	77	4165.08	102	3909.385	127	3951.471
3	3911.334	28	3907.933	53	4087.015	78	4157.678	103	3913.621	128	4075.245
4	3876.939	29	3910.112	54	4055.521	79	4160.492	104	3903.417	129	4083.958
5	3841.673	30	3891.098	55	4077.076	80	4170.465	105	3840.433	130	4101.23
6	3847.487	31	3835.986	56	4103.631	81	4157.628	106	3898.861	131	4101.588
7	3845.449	32	3833.797	57	4084.955	82	4155.767	107	3877.461	132	4211.075
8	3873.02	33	3798.415	58	4096.964	83	4127.395	108	3903.581	133	4252.202
9	3863.797	34	3867.801	59	4050.826	84	4046.479	109	3911.779	134	4284.728
10	3797.851	35	3904.829	60	4055.148	85	4004.422	110	3908.405	135	4315.775
11	3737.746	36	3900.054	61	4072.265	86	4009.385	111	3909.702	136	4365.429
12	3714.524	37	3915.118	62	4026.373	87	3978.39	112	3911.348	137	4420.538
13	3759.06	38	4033.544	63	4005.604	88	3914.798	113	4016.014	138	4406.276
14	3776.806	39	3987.861	64	4001.152	89	3894.526	114	4057.002	139	4492.985
15	3959.611	40	3981.855	65	3981.625	90	3865.868	115	4112.97	140	4495.909
16	3944.98	41	3968.904	66	3958.691	91	3921.297	116	4087.169	141	4476.016
17	3940.627	42	3978.273	67	3918.611	92	3930.233	117	4085.9	142	4496.198
18	3959.62	43	4004.022	68	3961.819	93	3900.615	118	4081.622	143	4461.283
19	3944.575	44	3965.156	69	3982.724	94	3939.346	119	4034.125	144	4469.515
20	3960.618	45	4038.559	70	4058.283	95	3951.535	120	3969.502	145	4591.266
21	4021.15	46	4071.772	71	4129.995	96	3940.469	121	3972.636	146	4636.129
22	4009.632	47	4123.051	72	4122.878	97	3925.119	122	3950.329	147	4675.875
23	3989.516	48	4115.713	73	4170.406	98	3930.517	123	3945.12	148	4700.612
24	4016.169	49	4159.353	74	4182.028	99	3977.787	124	3942.152		
25	4044.536	50	4187.76	75	4216.235	100	3957.559	125	3933.583		



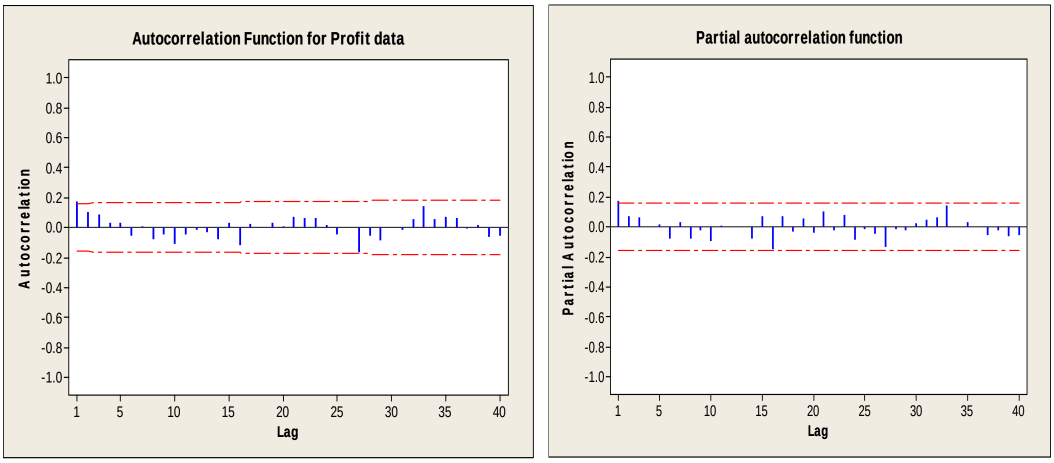
شکل۱- نمودار سری زمانی مربوط به داده‌های جدول ۲



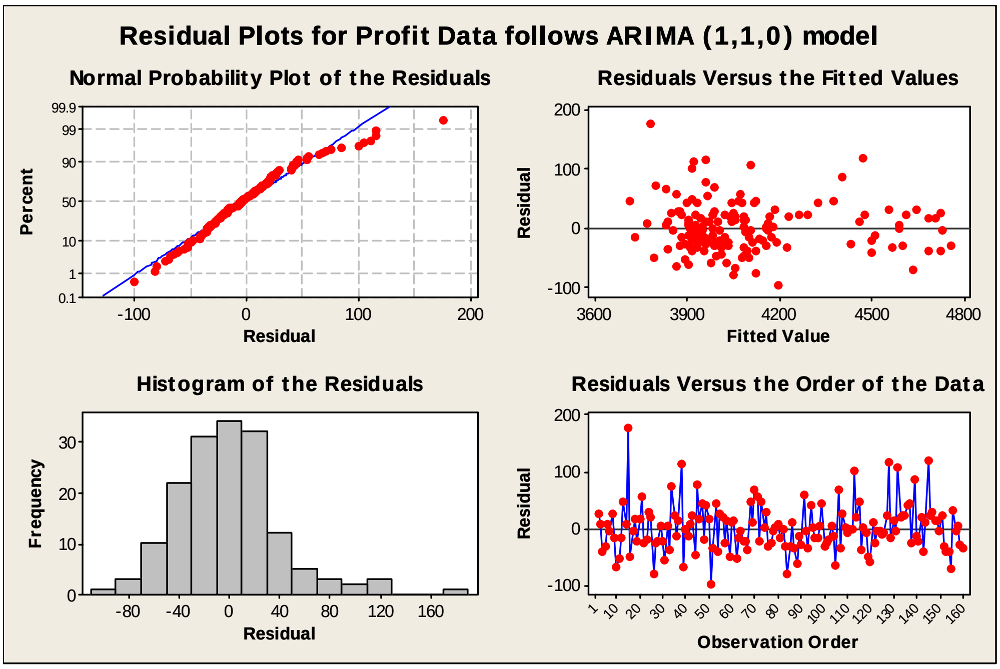
شکل۲- نمودار داده‌های یک بار تفاضلگیری شده داده‌های جدول ۲

از این شکل نتیجه‌گیری می‌شود که داده‌ها در طول زمان دارای روند بوده و در دسته سری‌های غیر ایستا قرار می‌گیرند. در این تحقیق داده‌ها از مدل $ARIMA(1,1,0)$ تبعیت می‌کنند. لذا با تفاضل‌گیری از داده‌های مسأله، مدل مذکور به مدل خود رگرسیون خالص مرتبه اول تبدیل می‌شود که نمودار آن نیز در شکل ۲ نشان داده شده است.

با ارائه نمودارهای توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی، بر فرض پیروی داده‌های یک بار تفاضل‌گیری شده از مدل مذکور صحه‌گذاری شده است. این موضوع را در شکل ۳ نشان داده‌ایم. بر طبق شکل ۴، کفایت مدل را نیز می توان از روی نمودار باقی‌مانده‌ها بررسی نمود.



شکل۳. نمودارهای توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی داده‌های یک بار تفاضل‌گیری شده



شکل۴- نمودارهای باقی‌مانده‌های مدل سری زمانی داده‌ها

در جدول ۳، نتایج آزمون دیکی – فولر[۴۵] در سطح اطمینان ۰.۹۵ برای بررسی خواص آماری متغیر استفاده نشان داده شده است. این آزمون حاکی از غیر ایستا بودن متغیر مذکور می‌باشد. به علاوه تفاضل مرتبه‌ی اول متغیر مذکور ایستا می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این سری از انباشتگی از درجه ۱ برخوردار است.

جدول۳. نتایج آزمون انباشتگی دیکی- فولر

	آزمون دیکی فولر برای داده‌ها	آزمون دیکی فولر برای تفاضل مرتبه اول
مقدار آماره آزمون	۱.۲۳	-۱۰.۴۵
مقدار P-value	۰.۹۴	۰.۰۰۱

با در نظر گرفتن نمودارهای فوق و آزمون انباشتگی، نتیجه می‌شود که داده‌ها از مدل ARIMA(1,1,0) تبعیت می‌کنند. مدل مذکور می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

(۲۰)

$$(1-B)(1-\phi B)\, Z_t = a_t$$

این مدل را می‌توان با یک بار تفاضل‌گیری به مدل خود رگرسیون مرتبه ۱ تبدیل نمود. این کار با تغییر متغیر زیر انجام می‌پذیرد.

(۲۱)

$$(1-B)\, Z_t = y_t$$

(۲۲)

$$y_t(1-\phi B) = a_t$$

مشاهدات تفاضل گیری شده که مقادیر میانگین از آنها کسر نشده است را با y'_t نمایش می‌دهیم. بنابراین مدل نهایی مسأله را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

(۲۳)

$$y'_t = \mu_y(1-\phi) + \phi\, y'_{t-1} + a_t$$

با به کارگیری رویکرد برآورد S پایدار مطرح شده در بخش گذشته برای سری‌های زمانی، دو پارامتر ϕ و μ_y را با استفاده از رابطه (۲۳) تخمین می‌زنیم. این تخمین با روش کلاسیک حداقل مربعات خطا و نیز روش پایدار برای داده‌های مدل خود رگرسیون با مرتبه ۱ صورت گرفته است و نتایج آن در جدول ۴ گزارش شده است. در روش پایدار پارامترهای b و c را برابر ۳ در نظر گرفته‌ایم.

جدول۴- پارامترهای تخمین زده شده مدل خود رگرسیون با روش‌های کلاسیک و استوار

روش / پارامترها	حداقل مربعات خطا	برآورد S فیلتر شده استوار
ϕ	0.1709	0.2103
μ_y	4.17	-0.511
σ_a	31.25	41.59

در گام بعدی پیش بینی داده‌ها صورت خواهد گرفت. در این مرحله داده‌های ۱۴۹ تا ۱۶۰ را گردآوری نموده‌ایم و با استفاده از ۱۴۸ داده اول به پیش بینی ۱۲ داده بعدی پرداخته شده است و نتایج آن با داده‌های واقعی مقایسه شده است. مدل خود رگرسیون یکپارچه میانگین متحرک مسأله برای داده‌های اصلی و بدون کسر میانگین را می-

توان از رابطه‌های (۲۱) و (۲۳) بدست آورد و به صورت زیر بیان نمود:

(۲۴)

$$Z'_t = (1+\phi)\, Z'_{t-1} - \phi\, Z'_{t-2} + \mu_y$$

در این رابطه Z'_t مقدار مشاهده واقعی میانگین کسر شده و μ_y میانگین مدل ایستا می‌باشند که برآورد می‌شوند. مقادیر پیش بینی شده در جدول ۵ آورده شده‌اند.

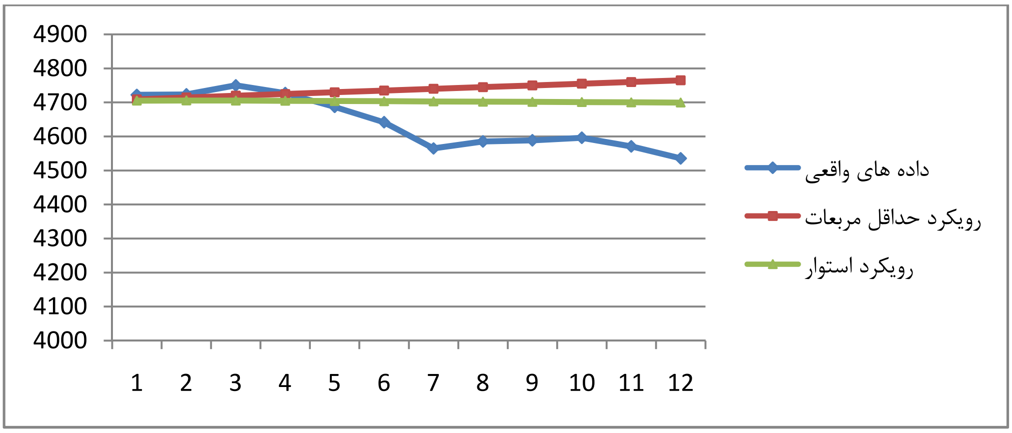
در جدول ۶ برای مقایسه روش‌های پیش‌بینی از معیارهای مربع خطا[۴۶]، میانگین قدر مطلق خطا[۴۷] و آماره یوتایل[۴۸] استفاده شده است. در انتها نیز معیارهای برازش از روش پایدار بهتر از روش کلاسیک عمل نموده و پیش بینی دقیق‌تر و مناسب‌تری را بدست داده است.

جدول۵- مقادیر پیش بینی پایدار و کلاسیک و میزان خطای پیش‌بینی

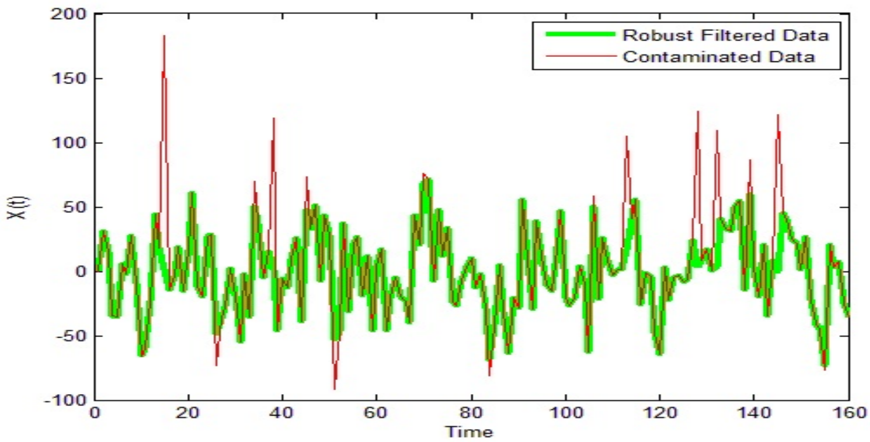
شماره	واقعی	حداقل مربعات خطا	استوار
149	4722.32	4709.00	4705.30
150	4723.60	4714.61	4705.77
151	4750.05	4719.74	4705.36
152	4727.27	4724.7	4704.77
153	4686.84	4729.82	4704.13
154	4641.70	4734.85	4703.48
155	4564.79	4739.88	4702.84
156	4585.23	4744.91	4702.19
157	4588.60	4749.94	4701.54
158	4596.13	4754.96	4700.90
159	4570.77	4759.99	4700.25
160	4535.37	4765.02	4699.60

جدول۶- معیارهای خوبی برازش پیش بینی

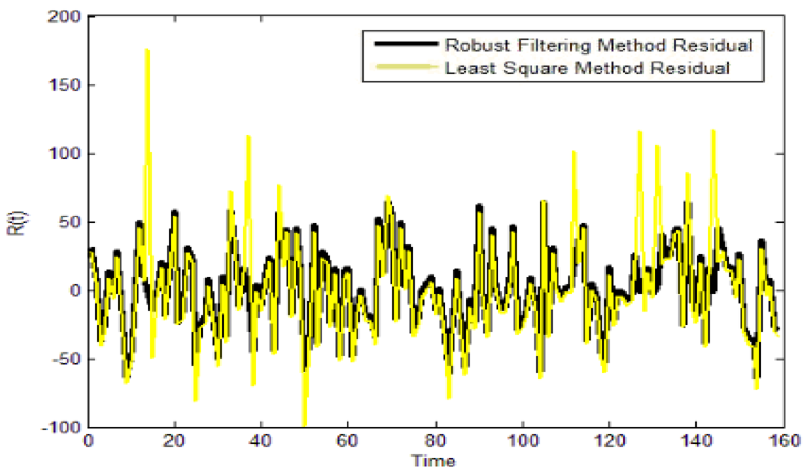
شماره	SE LS	SE Robust	MAE LS	MAE Robust	Theil-U LS	Theil-U Robust
149	177.34	289.79	1.11	1.41	0.005	0.008
150	80.90	317.92	0.74	1.48	0.002	0.009
151	919.04	1997.25	2.52	3.72	0.028	0.060
152	6.204	506.68	0.21	1.87	0.0002	0.015
153	1847.35	299.05	3.58	1.44	0.056	0.009
154	8676.36	3817.30	7.76	5.14	0.267	0.117
155	30656.33	19057.96	14.59	11.50	0.951	0.593
156	25496.08	13679.52	13.30	9.74	0.788	0.425
157	26030.47	12757.15	13.44	9.41	0.804	0.396
158	25227.83	10975.50	13.23	8.73	0.778	0.34
159	35804.06	16763.59	15.76	10.79	1.107	0.522
160	52741.01	26972.20	19.13	13.68	1.636	0.843
جمع خطا	207663	107434	105.42	78.96	6.42	3.34



شکل۵- مقایسه مقادیر پایدار و کلاسیک پیش‌بینی‌ها



شکل۶- نمودار داده‌های آلوده و پیش بینی پایدار آنها



شکل۷- نمودار پیش بینی دو روش حداقل مربعات خطا و استوار

همانطور که در شکل ۵ مشخص است، مقادیر پیش‌بینی پایدار نسبت به مقادیر پیش‌بینی کلاسیک، به مقادیر واقعی نزدیک‌تر می باشد. شکل ۶ نمودار داده‌های آلوده در مقابل داده‌های فیلتر شده به روش پایدار را نشان می‌دهد.

بنابراین روش پایدار در حضور آلودگی از روش حداقل مربعات خطا بهتر عمل کرده و پیش بینی دقیق‌تری را برای مشاهدات آتی بدست می‌دهد.

۵- نتیجه گیری و بحث

این تحقیق به بررسی استفاده از الگوریتم برآورد S پایدار در پیش‌بینی سری‌های زمانی می-پردازد. از این رویکرد، در پیش بینی مقادیر آینده داده‌های مالی استفاده شده است. برای بررسی این رویکرد، داده‌های جمع آوری شده از میزان سود یک شرکت تولیدی در ۱۴۸ ماه که از مدل خود رگرسیون یکپارچه میانگین متحرک پیروی می‌کنند، مورد بررسی قرار گرفته است. بعد از تفاضل‌گیری از داده‌ها، مدل به یک مدل خود رگرسیون مرتبه اول تبدیل می‌شود. محاسبات انجام شده کارایی رویکرد پیش‌بینی پایدار نسبت به روش پیش‌بینی کلاسیک را با در نظر گرفتن چندین معیار متداول برآورد خطای مشاهدات واقعی از میزان پیش بینی آن را نشان می‌دهد. جهت ادامه تحقیقات در این زمینه، بررسی سایر مدل‌های سری زمانی و سایر رویکردهای پایدار پیشنهاد می‌شوند.

فهرست منابع

1) Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C., (1994).Time series analysis, forecasting and control, Prentice-Hall international, Inc.
2) Fox, A.J., (1972). Outliers in time series, Journal of the Royal Statistical Society, Vol.34, pp.350-363.
3) C. Chen and L.M. Liu, (1993). Joint estimation of the model parameters and outlier effects in time series, Journal of the American Statistical Association, Vol.88, pp.284-297.
4) J. Ledolter, (1991). Outlier in time series analysis: Some comments on their impact and their detection, Directions in Robust Statistics and Diagnostics, Part I,W. Stahel and S. Weisberg (eds.), 159-165, New York: Springer.
5) R.S. Tsay, (1988). Outliers, level shifts and variance changes in time series, Journal of Forecasting, Vol.7, pp.1-20.
6) G.N. Ljung, (1993). On outlier detection in time series. Journal of the Royal Statistical Society, Vol.55
7) Brockwell, P.J. and Davis, R.A. (1991), Introduction to Time Series and Forecasting, New York: Springer.
8) Hampel, F.R., Ronchetti, E.M., Rousseeuw, P.J. and Stahel, W.A. (1986), Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions. New York: John Wiley & Sons, Inc.
9) L. Denby and R.D Martin, (1979). Robust estimation of the first-order autoregressive parameter, Journal of the American Statistical Association, Vol.74, pp.140-146.
10) R.D. Martin and V.J. Yohai, (1985). Robustness in time series and estimating ARMA models, Handbook of statistics, Volume 5: Time series in the time domain, E.J. Hannan, P.R. Krishnaiah and M.M. Rao (eds.), Amsterdam: Elsevier.
11) P.J. Rousseeuw and V.J. Yohai, (1984). Robust regression by means of S-estimators, Robust and nonlinear time series analysis, Lecture Note in Statistics, 26, 256-272, Springer, New York.
12) M. Salibian-Barrera and V.J. Yohai, (2006). A fast algorithm for S-regression estimates, Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol.15, pp.414–427.
13) Wu, B., (1995). Model-free forecasting for nonlinear time series (with application to exchange rates) Computational Statistics & Data Analysis, Vol.19, pp. 433-459.

14) G.P. Zhang, (2003). Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model Neurocomputing, Vol.50Gujrati, D.N. (2004), Basic Econometrics, 4th edition, McGraw-Hill.
15) Giordani, P. and Villani, M., (2010). Forecasting macroeconomic time series with locally adaptive signal extraction, International Journal of Forecasting, Vol.26, pp. 312–325.
16) Marcellino, M., Stock, J. H. and Watson, M.W., (2006). A comparison of direct and iterated multistepAR methods for forecasting macroeconomictime series Journal of Econometrics, Vol.135, pp.499–526.
17) Karmarkar, U. S., (1994). A robust forecasting technique for inventory and lead time Management Journal of Operations Management, Vol. 12, pp.45-54.
18) Gagn´e C. and Duchesne, P., (2008). On robust forecasting in dynamic vector time series models Journal of Statistical Planning and Inference, Vol.138, pp.3927 – 3938.
19) Hyndman, R. J. and Ullah, M. S. (2007). Robust forecasting of mortality and fertility rates: A functional data approach Computational Statistics & Data Analysis, Vol.51, pp.4942 – 4956.
20) Chao Z., Hua- sheng H., Wei-min, B. and Luo-ping, Z., (2008). Robust recursive estimation of auto-regressive updating model parameters for real-time flood forecasting Journal of Hydrology, Vol.349, pp. 376– 382.
21) Croux, C., Gelper, S. and Fried, R., (2008). Computational aspects of robust holt-winters smoothing based on M-estimation, Applications of mathematics, Vol. 53, pp.163–176
22) Gelper, S., Fried, R. Croux, C., (2010). Robust Forecasting with Exponential and Holt-Winters Smoothing, Journal of forecasting, Vol.29, pp. 285–300.
23) Kharin,Y., (2011). Robustness of the Mean Square Risk in Forecasting of Regression Time Series, Communications in Statistics - Theory and Methods, Vol.40, pp. 2893-2906.
24) Croux, C., Iren, G. and Koen, M., (2010). Robust Forecasting of Non-Stationary Time Series, Center Discussion Paper Series No. 2010-105. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1690494.
25) Araujo, R.D.A. A robust automatic phase-adjustment method for financial forecasting Knowledge-Based System doi:10.1016/j.knosys.2011.09.004
26) Boente, G.L. and Fraiman, R. (1999), Discussion of Locantore et al., 1999, Test, 8, 28–35

یادداشت‌ها

[1] Robust
[2] Autoregressive integrated moving average (ARIMA)
[3] Outlier
[4] Ordinary Least Squares
[5] Robust
[6] Additive outliers (AOs)
[7] Replacement outliers (ROs)
[8] Innovation outliers (IOs)
[9] Fox
[10] Chen and Liu
[11] Ledolter
[12] Tsay
[13] Ljung
[14] Fox
[15] Chen and Liu
[16] Ledolter
[17] Tsay
[18] Ljung
[19] Autocorrelation function(ACF)
[20] Partial autocorrelation function (PACF)
[21] Mixed autoregressive moving average model (ARMA)
[22] Wu
[23] Zhang
[24] Price
[25] Gross domestic product (GDP)
[26] Personal disposal income (PDI)
[27] Gujrati
[28] Giordani and Villani
[29] Marcellino et al.
[30] Karmarkar
[31] Gagn´e and Duchesne
[32] Exogenous variable
[33] Hyndman and Ullah
[34] Chao et al.
[35] Croux et al.
[36] Holt-winter
[37] Gelper et al.
[38] Kharin
[39] Croux et al.
[40] Araujo
[41] Random walk
[42] Boente et al.
[43] Stochastic
[44] State-space

[45] Dickey - Fuller
[46] SE
[47] MAE
[48] Theil-U