

## بررسی خطای پیش‌بینی نوسان شاخص‌های صنعت با استفاده از مدل‌های حرکت برآونی هندسی و گارچ

ارشاد امامی<sup>۱</sup>

علیرضا حیدرزاده هنزائی<sup>۲</sup>

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۱۲

### چکیده

پژوهش حاضر، به بررسی عملکرد مدل‌های گارچ مرتبه اول و مدل حرکت برآونی هندسی به عنوان مدل‌های رقیب در پیش‌بینی نوسان روزانه پرداخته است. هدف پژوهش، پاسخ به این سوال است که آیا خطای پیش‌بینی نوسان در مدل حرکت برآونی هندسی تفاوت معنی‌داری نسبت به مدل گارچ دارد. جهت مطالعه مدل‌ها، اطلاعات روزانه بازده لگاریتمی شاخص سی و هشت صنعت مختلف بورس اوراق بهادار تهران به عنوان جامعه آماری پژوهش در دوره زمانی فروردین ۱۳۹۵ تا شهریور ۱۳۹۹ در نظر گرفته شده است. بازه مذکور به دو بخش دوره برآورد (معادل چهار سال و شش‌ماه داده روزانه) و دوره پیش‌بینی (برابر با شش‌ماه آخر) تقسیم‌بندی شد. به صورت پنجره متحرک، متغیرهای هر مدل از روش حداکثر درست‌نمایی با اطلاعات چهار ساله برازش شده و بر این اساس پیش‌بینی‌های روزانه نوسان برای دوره شش‌ماهه آتی بدست می‌آید. نتایج پیش‌بینی‌ها به کمک معیار ریشه میانگین مجذور خطا با یکدیگر مقایسه شده و هرکدام که دارای آماره کمتری باشد به این معناست که عملکرد بهتری را از خود نشان می‌دهد. مطابق نتایج پژوهش، مدل گارچ مرتبه اول تنها در شاخص سه صنعت مختلف دارای عملکرد بهتری است و در سایر شاخص‌های مورد بررسی مدل حرکت برآونی هندسی پیش‌بینی بهتری از نوسان روزانه را ارائه می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** خطای پیش‌بینی نوسان، مدل گارچ، حرکت برآونی هندسی

<sup>۱</sup> دانش‌آموخته کارشناسی ارشد گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و علوم اجتماعی، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. ershad\_emami@yahoo.com

<sup>۲</sup> استادیار و عضو هیات علمی گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و علوم اجتماعی، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسوول): a\_heidarzadeh@iau-tnb.ac.ir

## ۱- مقدمه

نااطمینانی سرمایه‌گذاران نقطه آغازین هر مدل مالی است و اثر نااطمینانی بر رفتار سرمایه‌گذاران و نهایتاً بازار، هر مدل مالی را تشکیل می‌دهد (کمپل و همکاران<sup>۱</sup>، ۱۹۹۷). نااطمینانی، ویژگی ذاتی هر مدل مالی است. عوامل مختلفی از جمله تغییرات عوامل بنیادین شرکت، روحیات افراد و انتظارات کلی بازار از شرایط آتی اقتصادی بر این امر دخیل هستند. بخش عمده مدیریت ریسک، تخصیص دارایی‌ها و معاملات در بازارهای مالی به کمی‌سازی زیان احتمالی دارایی‌ها اختصاص دارد. امروزه، در چارچوب تفکر ریسک و بازده مارکوویتز، نوسان (تلاطم) به عنوان معیاری کاربردی جهت سنجش ریسک مورد پذیرش قرار گرفته‌است.

پیش‌بینی نوسان از اهمیت فراوانی برای تمام سرمایه‌گذارانی برخوردار است که فعالیت‌شان بر بازده تعدیل‌شده بر ریسک شامل استراتژی‌هایی از قبیل تخصیص دارایی‌ها، توازن ریسک و هدف‌گذاری نوسان تأکید دارد. سرمایه‌گذاران خصوصی، نهادهای سرمایه‌گذاری و بازیگران عرصه بازار با پیش‌بینی نوسان این امکان را می‌یابند تا مسیر توسعه اقتصادی و بازار را دریافته و از این طریق نسبت به مدیریت سبد سرمایه‌گذاری خویش اقدام نمایند.

شناخت رویکردهای مختلف پیش‌بینی نوسان موجب بهبود فرایند بررسی ریسک می‌شود. همچنین، گسترش رویکردهای مختلف این سوال را مطرح می‌نماید که از میان روش‌های گوناگون پیش‌بینی کدام‌یک از عملکردی بهتر برخوردار است؟ در این راستا، پژوهش‌های مختلفی به مقایسه عملکرد دو یا چند مدل پرداخته و اثربخشی هر کدام از آن‌ها را مورد بررسی قرار داده‌است. به طور مثال مقاله اندرسن و بولرسلف<sup>۲</sup> (۱۹۹۷) در بررسی دقت پیش‌بینی نوسان یک‌روزه با استفاده از مدل‌های آرچ و نوسان تصادفی در مقایسه با مدل‌های متداول، پژوهش پانگ و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۰۴) در ارزیابی توانمندی مدل‌های گارچ و آرما جهت پیش‌بینی نوسان نرخ ارز، تحقیق هنس و لوند<sup>۴</sup> (۲۰۰۱، ۲۰۰۵ و ۲۰۰۶) در مقایسه مدل گارچ (۱،۱) و سایر مدل‌های نوسان، پژوهش لادوخین<sup>۵</sup>

(۲۰۰۹) در مقایسه دقت مدل‌های سنتی نوسان (از جمله میانگین متحرک موزون نمایی<sup>۶</sup>) با مدل‌های واریانس ناهمسانی شرطی اتورگرسو (از جمله خانواده گارچ). بازار سرمایه در تمام کشورها با ریسک‌های بسیاری مواجه است. در نتیجه، پیش‌بینی ریسک و رابطه آن با بازده آتی بازار امری بسیار مهم در سرمایه‌گذاری، مدیریت ریسک و سایر فعالیت‌ها، تصمیم‌گیری‌ها و سیاست‌گذاری‌های حوزه مالی تلقی می‌شود. معیار نوسان (انحراف معیار بازده دارایی مالی) یکی از شیوه‌های کمی‌نمودن ریسک است و مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسان جهت تخصیص بهینه منابع در بازارهای مالی بسیار مهم و اساسی است.

به دلیل ماهیت غیرخطی بازار سهام که تحت تأثیر عوامل مختلفی نظیر شرایط سیاسی، اقتصادی، و روان‌شناسی قرار دارد، به نظر می‌رسد کاربرد رویکردهای سنتی توسط فعالان بازار سرمایه چندان کارآمد نباشد. در نتیجه اتخاذ روش‌های مناسب در پیش‌بینی رفتار قیمت دارایی‌هایی مالی، نقشی موثر در تصمیم‌گیری فعالان بازار سرمایه، اعم از مدیران، سرمایه‌گذاران و تحلیل‌گران ایفا می‌کند. افزایش دقت پیش‌بینی با کاهش نااطمینانی به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا با بهبود فرآیند تصمیم‌گیری، خطر تصمیم‌های نادرست را کاهش دهند (مونتگومری و همکاران<sup>۷</sup>، ۱۹۹۰).

اهمیت پژوهش حاضر در این امر نهفته است که ضمن بررسی عملکرد روش‌های حرکت برآونی و گارچ جهت مدل‌سازی نوسان، در نهایت در پی دستیابی به ابزاری جهت پیش‌بینی و مدیریت ریسک مدیران، سرمایه‌گذاران و سایر فعالان بازار سرمایه هستیم که دارای بیشترین دقت در پیش‌بینی نوسان در هر صنعت بورس اوراق بهادار تهران است. در نتیجه، فعالان بازار این امکان را یافته تا دقت تصمیم‌های خود را ارتقا بخشیده و ریسک‌های موجود را تحت کنترل قرار دهند.

بازار سرمایه در تمام کشورها با ریسک‌های بسیاری مواجه است. در نتیجه، پیش‌بینی ریسک و رابطه آن با بازده آتی بازار امری بسیار مهم در سرمایه‌گذاری، مدیریت ریسک و سایر فعالیت‌ها، تصمیم‌گیری‌ها و

مانند قیمت سهام، از مسیری تبعیت می‌کنند که تابع حرکت براونی است (راعی و فلاح طلب، ۱۳۹۲). فرآیندهای تصادفی به مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی اطلاق می‌شود که به زمان وابسته است. به عبارت دیگر، مجموعه که شامل متغیرهای تصادفی است، یک فرآیند تصادفی را تعریف می‌کند. متغیر پارامتری است که زمان نامیده می‌شود (راس<sup>۱</sup>، ۲۰۱۴). همچنین متغیر تصادفی، را می‌توان به‌عنوان تابعی مانند  $x$  از  $\omega$  با مقادیر عددی و حوزه تعریف  $\Omega$ : یک متغیر تصادفی تعریف کرد.

$$\omega \in \Omega: \omega \rightarrow x(\omega)$$

لازم به ذکر است که صفت تصادفی، فقط برای یادآوری این موضوع است که با یک فضای نمونه پدیده‌های معینی توصیف شود که معمولاً پیشامدهای تصادفی یا پدیده‌های احتمالی نامیده می‌شوند. عنصر تصادفی موجود در  $x(\omega)$  نقطه‌ی نمونه‌ای  $\omega$  است که به تصادف برگزیده می‌شود (طیبی و همکاران، ۱۳۹۰). در علوم ریاضیات، هنگام نمایش تغییرات پیوسته یک متغیر در طول زمان از معادلات دیفرانسیل استفاده می‌شود. معادله دیفرانسیل تصادفی شامل اجزای تصادفی است. این اجزا ممکن است مقادیر ثابت تصادفی (متغیرهای تصادفی) و یا فرآیندهای تصادفی باشد که فرض می‌شود خواص آماری آن‌ها معلوم و مشخص است. با توجه به این موضوع، جواب معادله در نهایت یک فرآیند تصادفی خواهد بود و بنابراین مشکل اصلی، پیدا کردن ویژگی‌های توزیع احتمال آن است (سبشیک<sup>۲</sup>، ۲۰۱۳). حل معادلات دیفرانسیل تصادفی به دلیل وجود عنصری با خاصیت تصادفی، با روش‌های معمول امکان‌پذیر نیست و بنابراین برای به دست آوردن جواب معادله نیاز به استفاده از روش‌های نوین حل چنین معادلاتی است. یکی از مهم‌ترین و شناخته‌شده‌ترین این روش‌ها لم ایتو است.

از سوی دیگر، فرآیند وینر یا فرآیند براونی استاندارد یک فرآیند تصادفی مارکوفی زمان پیوسته است (طیبی و همکاران، ۱۳۹۰). فرآیند مارکوف به فرآیندی اطلاق می‌شود که در آن مقادیر آتی یک متغیر فقط به مقدار کنونی آن بستگی دارد و سیر حرکت آن در گذشته تا رسیدن به مقدار فعلی، تاثیری در مقادیر آتی متغیر ندارد.

سیاست‌گذاری‌های حوزه مالی تلقی می‌شود. معیار نوسان (انحراف معیار بازده دارایی مالی) یکی از شیوه‌های کمی‌نمودن ریسک است و مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسان جهت تخصیص بهینه منابع در بازارهای مالی بسیار مهم و اساسی است.

به دلیل ماهیت غیرخطی بازار سهام که تحت تأثیر عوامل مختلفی نظیر شرایط سیاسی، اقتصادی، و روان‌شناسی قرار دارد، به نظر می‌رسد کاربرد رویکردهای سنتی توسط فعالان بازار سرمایه چندان کارآمد نباشد. در نتیجه اتخاذ روش‌های مناسب در پیش‌بینی رفتار قیمت دارایی‌هایی مالی، نقشی موثر در تصمیم‌گیری فعالان بازار سرمایه، اعم از مدیران، سرمایه‌گذاران و تحلیل‌گران ایفا می‌کند. افزایش دقت پیش‌بینی با کاهش ناطمینانی به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا با بهبود فرآیند تصمیم‌گیری، خطر تصمیم‌های نادرست را کاهش دهند. اهمیت پژوهش حاضر در این امر نهفته است که ضمن بررسی عملکرد روش‌های حرکت برآونی و گارچ جهت مدل‌سازی نوسان، در نهایت در پی دستیابی به ابزاری جهت پیش‌بینی و مدیریت ریسک مدیران، سرمایه‌گذاران و سایر فعالان بازار سرمایه هستیم که دارای بیشترین دقت در پیش‌بینی نوسان در هر صنعت بورس اوراق بهادار تهران است. در نتیجه، فعالان بازار این امکان را یافته تا دقت تصمیم‌های خود را ارتقا بخشیده و ریسک‌های موجود را تحت کنترل قرار دهند. نهایتاً این پژوهش به دنبال این مطلب است که کدام مدل بهترین عملکرد را در پیش‌بینی نوسانات شاخص‌های صنعت دارد؟ به طور مشخص، آیا در مدل‌سازی نوسان‌های شاخص‌های صنعت، مدل برآونی نسبت به گارچ عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهند؟

## ۲- ادبیات نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

### ۲-۱ ادبیات نظری

#### فرآیند براونی هندسی

حرکت براونی، یک فرآیند تصادفی است که مسیرهای پیوسته داشته و مشتق آن در هیچ نقطه‌ای وجود ندارد. در علوم مالی نیز معمولاً فرض می‌شود متغیرهای تصادفی



هر دو فاصله زمانی متفاوت از هم مستقل هستند؛

(۳) دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $t$  است.

مطابق با لم ایتو، فرم لگاریتمی قیمت دارایی را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$S_t = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W_t}$$

این معادله بیانگر آن است که قیمت دارایی در حرکت براونی هندسی از توزیع لاگ-نرمال پیروی می‌کند و بازده لگاریتمی ارزشها دارای توزیع نرمال است. هنگامی که بخواهیم قیمت یک ورق بهادار را در طول زمان مدل کنیم، فرایند حرکت براونی هندسی هیچ‌کدام از عیوب فرآیند حرکت براونی را ندارد، زیرا در لگاریتم قیمت سهم که بر اساس متغیر تصادفی، نرمال فرض شده است، امکان ایجاد قیمت منفی برای سهم وجود ندارد. به علاوه، در حرکت براونی هندسی به دلیل استفاده از نسبت تغییر قیمت به جای استفاده از فاصله مطلق بین تغییرات قیمت، این تغییرات به قیمت اولیه وابسته نیست. بنابراین با توجه به اینکه  $W_t \sim N(0, t)$ ، واضح است که توزیع بازده  $t$  روزه ارزشها از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right) \sim N\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t, \sigma^2 t\right)$$

## ۲-۲ مروری بر پیشینه پژوهش

### ۲-۲-۱ مروری بر پیشینه خارجی

توبار و همکاران<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۴) در مقاله‌ای با عنوان «برآورد نوسان شاخص‌های مالی با استفاده از مدلی با پارامترهای متغیر با زمان» برای محاسبه آن‌لاین نوسان، در محیطی پویا طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۰ برای شاخص‌های نزدک و ایپگا<sup>۱۲</sup> از مدل‌های دیفرانسیل تصادفی لگاریتمی و گارچ استفاده کرده‌اند. شبیه‌سازی نشان داد که مدل‌های متغیر با زمان برای برآورد آن‌لاین نوسان مناسب می‌باشند.

سایینی و همکاران<sup>۱۳</sup> (۲۰۱۴) در مقاله‌ای با عنوان «پیش‌بینی نوسان در شاخص بازار سهام» با استفاده از مدل‌های فضای حالت، با توجه به عدد پایانی روزانه

یکی از خواص فرآیند وینر آن است که در هیچ نقطه‌ای مشتق‌پذیر نیست و همین خاصیت است که باعث می‌شود انتگرال‌گیری از آن به صورت معمول امکان‌پذیر نباشد (خالوزاده و خاکی صدیق، ۱۳۸۴) و جهت انتگرال‌گیری آن نیاز به روش‌های نوینی مانند لم ایتو احساس گردد. اینک با توجه به تعریف فرآیند وینر و معادلات دیفرانسیل تصادفی، می‌توان به توضیح حرکت براونی هندسی پرداخت. مدل اخیر معادله دیفرانسیلی است که در متغیرهای خود دارای عنصر وینر است که همین نکته آن را به یکی از انواع معادلات دیفرانسیل تصادفی تبدیل می‌کند. حرکت براونی هندسی یکی از فرآیندهای تصادفی مهم و کاربردی مالی است که در یک معادله دیفرانسیل تصادفی صدق می‌کند. بر این اساس، حرکت براونی هندسی نیز از لحاظ فنی یک فرآیند مارکوف است (راعی و فلاح طلب، ۱۳۹۲). حرکت براونی هندسی یکی از ساده‌ترین مدل‌های تصادفی است که دارای جمله رانش و نوسانات تصادفی ثابت است و همان فرآیندی است که بلک و شولز<sup>۱۰</sup> (۱۹۷۲) آن را به عنوان معادله دیفرانسیل تصادفی حاکم بر رفتار قیمت دارایی پایه در مدل‌سازی قیمت اوراق مشتقه در نظر گرفته‌اند (نیسی و پیمانی، ۱۳۹۳). با توجه به آنچه گفته شد از مدل حرکت براونی هندسی می‌توان در شبیه‌سازی رفتار متغیرها استفاده کرد. شواهد تجربی متعددی گواه این ادعا است. فرم معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت براونی هندسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

که در آن،  $\mu$ ، میانگین بازده و  $\sigma$  انحراف معیار بازده طی یک دوره زمانی مشخص است. همچنین،  $W_t$  به فرآیند وینر (براونی) اشاره دارد. حرکت براونی هندسی دارای سه ویژگی است:

- (۱) این فرایند، یک فرآیند مارکوف است: به این معنا که توزیع احتمال کلیه مقادیر آتی آن تنها وابسته به مقدار فعلی آن است؛
- (۲) دارای نمونه‌های مستقل در طول فواصل زمانی متفاوت است. بر این اساس، توزیع  $W_t$  ها برای

یک سال به صورت مطلوب و قابل قبولی انجام می‌پذیرد، اما کمترین خطای پیش‌بینی در دوره‌های یک هفته، دو هفته و یک ماه حاصل شده و پس از آن، هرچه افق زمانی پیش‌بینی افزایش می‌یابد، مقادیر خطا رو به افزایش می‌گذارد.

آگستینی و همکاران<sup>۱۷</sup> (۲۰۱۹) در پژوهشی تحت عنوان پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از حرکت براونی هندسی به پیش‌بینی قیمت سهام در آینده با استفاده از حرکت براونی هندسی پرداختند. آن‌ها بر مبنای مدل حرکت براونی هندسی اقدام به پیش‌بینی قیمت سهام هفت شرکت موجود در شاخص ترکیبی بورس جاکارتا کرده‌اند. آن‌ها با استفاده از معیار ریشه میانگین مجذور خطا برای بررسی صحت مقادیر پیش‌بینی‌شده، نشان دادند مدل حرکت براونی هندسی رتبه بالایی در پیش‌بینی با صحت بالا دارد به گونه‌ای که مقدار معیار ریشه میانگین مجذور خطا برای مقادیر پیش‌بینی‌شده کوچک‌تر مساوی بیست درصد بوده است.

بدریه و همکاران<sup>۱۸</sup> (۲۰۲۰) با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی به پیش‌بینی قیمت سهام پرداخته‌اند. هدف آن‌ها شناسایی بهترین دوره زمانی داده‌های تاریخی جهت تخمین پارامترهای مدل GBM و بهترین افق پیش‌بینی بود. آن‌ها با تمرکز بر چهل شرکت بزرگ پذیرفته‌شده در بورس مالزی که از هشت صنعت و از هر صنعت پنج شرکت انتخاب شده بود، دریافتند استفاده از شصت و پنج مشاهده روزانه تاریخی می‌تواند قیمت سهام را برای بیست و یک روز با صحت بالا پیش‌بینی نماید که در این حالت نتایج پیش‌بینی با استفاده از مدل GBM از صحت بالاتری نسبت به حالت‌های دیگر برخوردار است. آن‌ها به منظور بررسی صحت قیمت‌های پیش‌بینی‌شده نسبت به قیمت‌های واقعی از معیار MAPE و برای تفسیر نتایج حاصل، از جدول پیشنهادی لورنس و همکاران (۲۰۰۹) استفاده کرده‌اند.

#### ۲-۲-۲) مروری بر پیشینه داخلی

دولو و ورزیده (۱۳۹۹) در تحقیقی به پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی پرداخته‌اند. برای این منظور، شاخص کل

سنسکس<sup>۱۴</sup> در دوره زمانی ۲۰۰۶ تا ۲۰۱۳ به برآورد و مقایسه توانایی پیش‌بینی مدل آرما و نوسان تصادفی در فضای حالت و کالمن فیلتر به عنوان برآورد مدل پرداختند. نتایج بررسی قابلیت پیش‌بینی نوسان در هر دو مدل را تصدیق می‌کند و در پایان خطای پیش‌بینی برای یک پیش‌بینی سی روزه به نفع مدل نوسان تصادفی بدست می‌آید. همچنین، این نتایج نشان می‌دهد که کالمن فیلتر می‌تواند برای برآورد و پیش‌بینی بهتر نوسان در مدل‌های فضای حالت باشد.

دندرامیس و همکاران<sup>۱۵</sup> (۲۰۱۵) در مقاله‌ای با عنوان «انتقال محور نوسان، با استفاده از شوک‌های بزرگ بازار سهام» مدل نوسان تصادفی را برای انتقال سطح نوسان بازده بازار سهام ایالات متحده، که به صورت ساختار شکسته شناخته شده، طی سال‌های ۲۰۰۳ تا ۲۰۱۳ بکار می‌برد. نتایج بیان‌گر آن است که مدل قادر است به بررسی منابع متفاوت محور انتقال نوسان بازار با استفاده از اخبار بازار و بدون اتکا به اطلاعات بیرونی بپردازد. همچنین، این مدل از توانایی بررسی اثرات شوک‌های بزرگ بازده در سطح‌های نوسان آتی بازار برخوردار است.

ردی و کلینتون<sup>۱۶</sup> (۲۰۱۸) در پژوهشی تحت عنوان شبیه‌سازی قیمت‌های سهام با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی در شرکت‌های استرالیایی به شبیه‌سازی مسیر قیمت سهام با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی پرداختند. آن‌ها در این پژوهش به بررسی شرکت‌های استرالیایی پذیرفته‌شده در اس اند پی و شاخص پنجاه شرکت ای‌اس‌ایکس پرداختند. آن‌ها نخست، با استفاده از مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای به پیش‌بینی بازده مورد انتظار سالانه هر یک از سهام پرداخته شد و پس از آن، حرکت براونی هندسی در دو حالت، یک‌بار برای سهام انفرادی و بار دیگر برای پرتفوی‌های متشکله در حالات مختلف، به کار گرفته شد. جهت بررسی صحت پیش‌بینی از سه روش ضریب همبستگی، معیار ریشه میانگین مجذور خطا و درصد پیش‌بینی‌های در جهت صحیح استفاده شد. نتایج حاصل نشان داد اگرچه طبق معیار ریشه میانگین مجذور خطا پیش‌بینی دوره‌های یک هفته، دو هفته، یک ماه، دو ماه و

نمونه‌های کوچک به صورت مجانبی نامتقارن است و با افزایش تعداد داده‌ها به سمت توزیع مجانبی متقارن میل می‌کند.

### ۳- روش‌شناسی پژوهش

#### ۳-۱- جامعه و نمونه آماری

در این پژوهش، بورس اوراق بهادار تهران بازار به عنوان جامعه آماری پژوهش مورد مطالعه قرار می‌گیرد. شاخص کل، شاخص قیمت و بازده<sup>۱</sup>، شاخص سی شرکت بزرگ، شاخص پنجاه شرکت فعالتر و شاخص صنعت از جمله شاخص‌های اصلی بورس اوراق بهادار تهران هستند که نمایی کلی از عملکرد بازار را ارائه می‌کنند. همچنین، هر کدام از صنایع بورسی دارای شاخصی مختص به شرکت‌های زیر گروه خود است که جزئیات بیشتری از رفتار گروه‌ها را برای فعالان بازار تبیین می‌کند. داده‌های مربوط به شاخص صنایع بورس اوراق بهادار تهران به عنوان نماینده این بازار به صورت بازه زمانی روزانه مورد استفاده قرار می‌گیرند. بر این اساس، نوسان شاخص سی و هشت صنعت دارای بیشترین حجم فعالیت، به شرح جدول (۳-۱) مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

#### ۳-۲- فرضیه پژوهش

خطای پیش‌بینی نوسان با استفاده از مدل مبتنی بر حرکت برآونی نسبت به مدل گارچ از تفاوت معناداری برخوردار است.

#### ۳-۳- مدل و روش اندازه‌گیری متغیرهای پژوهش

متغیر این پژوهش، بازه روزانه شاخص صنایع در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد که با استفاده از رابطه (۳-۱)، به صورت پیوسته محاسبه می‌شود تا محاسبه نوسان بازده انجام شود.

$$r_i = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (3-1)$$

بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ابتدای ۱۳۸۰ تا پایان سال ۱۳۹۵ مورد بررسی قرار گرفت. نتایج پژوهش نشان داد که مدل حرکت براونی هندسی قادر است تا شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران را در افق زمانی یک روزه با صحت بالا پیش‌بینی کند. از دیگر نتایج پژوهش حاضر این است که با افزایش افق زمانی پیش‌بینی، صحت مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط مدل کاسته شده و توانایی مدل در شبیه‌سازی شاخص کاهش می‌یابد. با این حال تا افق پیش‌بینی نود روزه کماکان مقادیر پیش‌بینی‌شده از صحت بالایی برخوردار است.

عمرانی (۱۳۹۸) در پژوهشی به پیش‌بینی قیمت با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی و سری‌های زمانی پرداخته است. در این پژوهش پیش‌بینی قیمت را ابتدا با استفاده از مدل‌های معادلات دیفرانسیل تصادفی انجام می‌دهیم. مدل‌هایی که بر پایه معادلات دیفرانسیل تصادفی هستند و در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته‌اند مدل حرکت براونی هندسی و مدل انتشار-پرش مرتون می‌باشند. از مدل حرکت براونی هندسی برای مدل‌سازی و پیش‌بینی داده‌هایی که دارای پرش نیستند و از مدل انتشار-پرش مرتون برای داده‌هایی که دارای پرش هستند، استفاده می‌کنیم. با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی این مدل‌ها را کالیبره می‌کنیم و پارامترهای مجهول مدل‌ها را محاسبه خواهیم کرد. در نهایت برای بررسی کارایی مدل‌های مذکور، پیش‌بینی را با استفاده از مدل هلی سری زمانی نیز انجام داده و نتایج آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

فتاحی و همکاران در پژوهشی با عنوان «پیش‌بینی تلاطم بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش MCMC و الگوریتم متروپلیس هستینگ» با استفاده از داده‌های شاخص بورس اوراق بهادار تهران در بازه فروردین ۱۳۸۷ تا فروردین ۱۳۹۳ به این نتیجه رسیدند که در نمونه‌های کوچک، روش حداکثر درست‌نمایی کارایی کمتری نسبت به روش بی‌زی دارد اما با افزایش حجم نمونه، کارایی و دقت پیش‌بینی در هر دو روش همگرا می‌شود، به طوری که تابع توزیع پارامترها در

جدول (۳-۱) صنایع مورد پژوهش

| ردیف | صنعت         | ردیف | صنعت            | ردیف | صنعت              | ردیف | صنعت               |
|------|--------------|------|-----------------|------|-------------------|------|--------------------|
| ۱    | زراعت        | ۱۱   | کانی غیر فلزی   | ۲۱   | قند و شکر         | ۳۱   | سرمایه‌گذاری‌ها    |
| ۲    | ذغال سنگ     | ۱۲   | فلزات اساسی     | ۲۲   | چند رشته‌ای صنعتی | ۳۲   | بانک‌ها            |
| ۳    | کانه فلزی    | ۱۳   | محصولات فلزی    | ۲۳   | مواد دارویی       | ۳۳   | رادیویی            |
| ۴    | منسوجات      | ۱۴   | ماشین آلات      | ۲۴   | مالی              | ۳۴   | رایانه             |
| ۵    | محصولات چرمی | ۱۵   | دستگاه‌های برقی | ۲۵   | شیمیایی           | ۳۵   | انبوه سازی         |
| ۶    | محصولات چوبی | ۱۶   | وسایل ارتباطی   | ۲۶   | دارویی            | ۳۶   | اطلاعات و ارتباطات |
| ۷    | محصولات کاغذ | ۱۷   | ابزار پزشکی     | ۲۷   | پیمانکاری         | ۳۷   | فنی و مهندسی       |
| ۸    | انتشار و چاپ | ۱۸   | خودرو           | ۲۸   | کاشی و سرامیک     | ۳۸   | بیمه و بازنشسته    |
| ۹    | ف. نفتی      | ۱۹   | حمل و نقل       | ۲۹   | سیمان             |      |                    |
| ۱۰   | لاستیک       | ۲۰   | مبلمان          | ۳۰   | غذایی به جز قند   |      |                    |

می‌باشد که در آن  $m$  طول دوره پیش‌بینی است که از  $T+1$  تا  $T+m$  است.

$$MSE = \frac{\sum_{t=T+1}^{T+m} (\hat{Y}_t - Y_t)^2}{m}$$

از آن جا که در محاسبه میانگین مجذور خطا از مجذور خطاهای پیش‌بینی استفاده می‌شود. لذا ریشه دوم آن را حساب می‌کنند و به نام ریشه میانگین مجذور خطا<sup>۲۲</sup> معرفی می‌کنند.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=T+1}^{T+m} (\hat{Y}_t - Y_t)^2}{m}}$$

#### ۴- آزمون فرضیه‌ها و یافته‌های پژوهش

##### ۴-۱ آمار توصیفی

اطلاعات مربوط به آمار توصیفی شاخص‌های مورد پژوهش، به شرح جدول ۴-۱ است. لازم به توضیح است، اطلاعات مربوط به شاخص‌های منسوجات، محصولات چرمی، مبلمان، وسایل ارتباطی، ابزار پزشکی و اطلاعات و ارتباطات که عمدتاً به دلیل توقف نماد تشکیل‌دهنده

همان‌طور که قبلاً توضیح داده‌شد، واریانس نیز معیاری از نوسان در نظر گرفته می‌شود. واریانس به صورت ساده، مجذور انحراف معیار است. با این وجود، واریانس به عنوان تابعی جهت برآورد و ارزیابی پیش‌بینی نوسان، کم ثبات‌تر و نامطلوب‌تر از انحراف معیار می‌باشد. به این معنی که اگر میانگین به صورت ریالی بیان شود، انحراف معیار نیز در واحد ریال بدست می‌آید، درحالی‌که واریانس به صورت مجذور ریال خواهد بود. به این دلیل، انحراف معیار، سنججه مناسب‌تری جهت اندازه‌گیری و شناسایی نوسان است. در نتیجه در این پژوهش از انحراف معیار برای محاسبه نوسان استفاده می‌شود. از این رو، به منظور تخمین نوسان از طریق مدل گارچ و نیز مدل حرکات برآونی از نرم‌افزار پایتون بهره خواهیم برد و در آخر، به مقایسه قدرت پیش‌بینی عملکرد مدل‌های مزبور با استفاده از معیار ریشه میانگین مجذور خطا خواهیم پرداخت.

##### ۲۰ معیارهای ارزیابی پیش‌بینی

معیارهای ارزیابی پیش‌بینی، بر مبنای مقایسه مقادیر واقعی  $(Y_t)$  و مقادیر پیش‌بینی  $(\hat{Y}_t)$  قرار دارند. اولین معیار برای ارزیابی دقت پیش‌بینی، میانگین مجذور خطا<sup>۲۱</sup>



جدول (۴-۱) آماره‌های توصیفی شاخص صنایع مورد بررسی

| شاخص              | تعداد | حداکثر  | حداقل    | میانگین | انحراف معیار | میانه    | کشیدگی | چولگی   | سطح معناداری جارک-برا |
|-------------------|-------|---------|----------|---------|--------------|----------|--------|---------|-----------------------|
| زراعت             | ۱۲۵۰  | ۰/۱۲۷۵  | (۰/۰۸۲۳) | ۰/۰۰۲۱  | ۰/۰۲۳۷       | (۰/۰۰۰۴) | ۰/۹۹   | ۰/۳۷    | ۰/۰۰۰                 |
| ذغال‌سنگ          | ۱۱۶۸  | ۰/۱۹۱۴  | (۰/۰۵۱۳) | ۰/۰۰۱۹  | ۰/۰۲۸۹       | (۰/۰۰۱۱) | ۲/۲۲   | ۰/۶۷    | ۰/۰۰۰۱                |
| کانه فلزی         | ۱۳۲۵  | ۰/۰۷۷۷  | (۰/۰۴۵۴) | ۰/۰۰۱۱  | ۰/۰۱۴۵       | (۰/۰۰۰۸) | ۳/۵۵   | ۱/۰۶    | ۰/۰۰۰                 |
| محصولات چوبی      | ۱۰۸۳  | ۰/۲۶۵۴  | (۰/۰۵۱۲) | ۰/۰۰۲۳  | ۰/۰۲۸۵       | ۰/۰۰۰۱   | ۹/۳۵   | ۱/۲۸    | ۰/۰۰۰۳                |
| محصولات کاغذ      | ۱۲۸۶  | ۰/۰۸۳۱  | (۰/۰۹۶۱) | ۰/۰۰۱۶  | ۰/۰۲۳۳       | (۰/۰۰۰۰) | ۰/۴۸   | ۰/۰۷    | ۰/۰۰۰                 |
| انتشار و چاپ      | ۱۲۰۸  | ۰/۲۸۵۳  | (۰/۱۲۳۹) | ۰/۰۰۳۰  | ۰/۰۲۸۲       | ۰/۰۰۰۱   | ۱۰/۷۳  | ۱/۱۶    | ۰/۰۰۰                 |
| فرآورده نفتی      | ۱۳۲۵  | ۰/۰۶۵۹۴ | (۰/۶۲۴۲) | ۰/۰۰۱۰  | ۰/۰۲۳۵       | (۰/۰۰۰۱) | ۳۷۸/۱۸ | (۱۴/۱۸) | ۰/۰۰۰                 |
| لاستیک            | ۱۳۲۴  | ۰/۱۲۱۵  | (۰/۱۱۱۵) | ۰/۰۰۱۲  | ۰/۰۱۵۸       | (۰/۰۰۰۷) | ۸/۶۴   | ۰/۶۲    | ۰/۰۰۰۲                |
| فلزات اساسی       | ۱۳۲۴  | ۰/۰۶۴۸  | (۰/۰۸۱۴) | ۰/۰۰۱۳  | ۰/۰۱۲۹       | (۰/۰۰۰۴) | ۳/۹۷   | ۰/۵۴    | ۰/۰۰۰                 |
| محصولات فلزی      | ۱۳۲۲  | ۰/۰۵۷۶  | (۰/۱۳۵۳) | ۰/۰۰۱۰  | ۰/۰۱۶۷       | (۰/۰۰۰۴) | ۶/۵۳   | (۰/۶۰)  | ۰/۰۰۰                 |
| ماشین‌آلات        | ۱۳۲۵  | ۰/۰۶۹۰  | (۰/۰۴۵۴) | ۰/۰۰۱۷  | ۰/۰۱۳۶       | ۰/۰۰۰۶   | ۱/۲۷   | ۰/۳۷    | ۰/۰۰۰                 |
| دستگاه‌های برقی   | ۱۳۲۵  | ۰/۰۹۳۲  | (۰/۰۴۲۲) | ۰/۰۰۱۳  | ۰/۰۱۳۷       | (۰/۰۰۰۳) | ۳/۱۴   | ۰/۷۲    | ۰/۰۰۰۱                |
| خودرو             | ۱۳۲۵  | ۰/۱۳۵۱  | (۰/۰۶۱۳) | ۰/۰۰۱۰  | ۰/۰۲۰۰       | ۰/۰۰۰۱   | ۱/۱۶   | ۰/۲۸    | ۰/۰۰۰                 |
| قند و شکر         | ۱۳۲۳  | ۰/۰۸۶۸  | (۰/۰۴۰۸) | ۰/۰۰۱۷  | ۰/۰۱۵۵       | (۰/۰۰۰۶) | ۱/۰۹   | ۰/۶۵    | ۰/۰۰۰                 |
| چند رشته‌ای صنعتی | ۱۳۲۳  | ۰/۰۵۱۹  | (۰/۰۴۷۸) | ۰/۰۰۱۱  | ۰/۰۱۱۶       | (۰/۰۰۰۴) | ۴/۶۷   | ۰/۷۳    | ۰/۰۰۰                 |
| غذایی به جز قند   | ۱۳۲۲  | ۰/۰۶۵۴  | (۰/۰۴۷۲) | ۰/۰۰۱۴  | ۰/۰۱۰۹       | (۰/۰۰۰۱) | ۲/۹۴   | ۰/۷۲    | ۰/۰۰۰۲                |
| مواد دارویی       | ۱۳۲۰  | ۰/۰۵۷۶  | (۰/۰۳۷۴) | ۰/۰۰۱۶  | ۰/۰۰۸۷       | ۰/۰۰۰    | ۶/۸۸   | ۱/۵۶    | ۰/۰۰۰                 |
| شیمیایی           | ۱۳۲۳  | ۰/۰۴۹۴  | (۰/۰۵۸۴) | ۰/۰۰۰۹  | ۰/۰۱۰۲       | (۰/۰۰۰۲) | ۶/۳۳   | ۰/۸۱    | ۰/۰۰۰۴                |
| کاشی و سرامیک     | ۱۳۱۸  | ۰/۰۵۸۲  | (۰/۰۶۶۴) | ۰/۰۰۱۰  | ۰/۰۱۲۸       | (۰/۰۰۰۴) | ۶/۰۳   | ۰/۵۴    | ۰/۰۰۰                 |
| سیمان             | ۱۳۰۶  | ۰/۰۴۶۵  | (۰/۰۳۵۴) | ۰/۰۰۰۸  | ۰/۰۱۰۶       | (۰/۰۰۱۱) | ۲/۲۹   | ۰/۹۰    | ۰/۰۰۰                 |
| کانی غیرفلزی      | ۱۳۱۸  | ۰/۱۴۰۳  | (۰/۱۲۵۴) | ۰/۰۰۱۵  | ۰/۰۱۴۲       | ۰/۰۰۰۱   | ۱۲/۶۲  | ۰/۶۲    | ۰/۰۰۰۷                |
| سرمایه‌گذاری‌ها   | ۱۳۲۴  | ۰/۰۵۴۴  | (۰/۰۳۸۲) | ۰/۰۰۱۰  | ۰/۰۱۰۸       | ۰/۰۰۰۲   | ۲/۲۷   | ۰/۴۵    | ۰/۰۰۰                 |
| بانک‌ها           | ۱۲۸۶  | ۰/۰۶۲۱  | (۰/۱۲۰۲) | ۰/۰۰۰۵  | ۰/۰۱۲۳       | (۰/۰۰۰۴) | ۱۳/۰۶  | ۰/۷۴    | ۰/۰۰۰۳                |
| رادیویی           | ۱۲۹۹  | ۰/۰۵۸۸  | (۰/۰۴۷۷) | ۰/۰۰۱۲  | ۰/۰۱۰۱       | (۰/۰۰۰۴) | ۷/۴۹   | ۱/۱۷    | ۰/۰۰۰                 |
| مالی              | ۱۳۲۵  | ۰/۰۴۹۸  | (۰/۰۸۲۷) | ۰/۰۰۰۶  | ۰/۰۱۰۷       | (۰/۰۰۰۲) | ۷/۱۷   | ۰/۳۷    | ۰/۰۰۰                 |
| بیمه و بازنشسته   | ۱۳۲۱  | ۰/۰۵۵۴  | (۰/۰۴۳۴) | ۰/۰۰۱۰  | ۰/۰۱۱۹       | (۰/۰۰۰۸) | ۱/۷۳   | ۰/۶۳    | ۰/۰۰۰۲                |
| انبوه‌سازی        | ۱۳۱۹  | ۰/۰۶۳۱  | (۰/۰۶۵۰) | ۰/۰۰۰۷  | ۰/۰۱۴۹       | (۰/۰۰۱۰) | ۱/۱۸   | ۰/۴۴    | ۰/۰۰۰                 |
| رایانه            | ۱۳۲۴  | ۰/۰۹۷۸  | (۰/۰۴۶۲) | ۰/۰۰۱۴  | ۰/۰۰۹۵       | ۰/۰۰۰۲   | ۱۴/۴۸  | ۱/۶۶    | ۰/۰۰۰۱                |
| فنی و مهندسی      | ۱۲۲۴  | ۰/۰۶۷۹  | (۰/۱۴۲۹) | ۰/۰۰۱۲  | ۰/۰۱۹۸       | (۰/۰۰۰۲) | ۴/۱۴   | ۰/۱۸    | ۰/۰۰۰                 |

طور میانگین دارای ۱,۲۹۴ داده روزانه است. شاخص صنعت محصولات چوبی دارای کمترین داده (۱,۰۸۳) داده روزانه) و شاخص‌های کانه فلزی، فرآورده‌های نفتی، ماشین‌آلات، دستگاه‌های برقی، خودرو و مالی با ۱,۳۲۵ روز معاملات، دارای بیشترین داده در بازه پنج و نیم ساله پژوهش هستند. میانگین بازده روزانه لگاریتمی شاخص‌ها

شاخص‌های مزبور فاقد داده‌های کافی روزانه بودند (کمتر از هزار داده روزانه طی پنج سال و نیم اخیر) از نمونه‌های مورد بررسی حذف شده است. مهمترین شاخص مرکزی، میانگین است که نشاندهنده نقطه تعادل و مرکز ثقل توزیع است و شاخص مناسبی برای نشان دادن مرکزیت داده‌ها است. شاخص صنعت‌های مورد پژوهش به



میانگین لگاریتمی بازده روزانه طی دوره مورد بررسی تقریباً برابر با ۰,۰۱ درصد است. همچنین، توزیع بازده شاخص دارای چولگی مثبت (به سمت راست) است و کشیدگی آن بیشتر از کشیدگی توزیع نرمال می‌باشد. علاوه بر این، برای بررسی نرمال بودن نمونه از آزمون جارک - برا استفاده شده است. فرض صفر این آزمون، نرمال بودن نمونه است. با توجه به آماره و سطح معناداری آزمون مذکور، فرض نرمال بودن نمونه رد می‌شود. در صورتی که داده‌ها ناماننا باشد، منجر به تولید رگرسیون کاذب شده و نتایج از لحاظ آماری قابل استنتاج نخواهد بود. به همین منظور از آزمون دیکی - فولر تعمیم‌یافته برای بررسی وجود ریشه واحد استفاده شده است. فرض صفر این آزمون، وجود ریشه واحد و ناماننا بودن داده‌های مورد بررسی است. نتایج آزمون مزبور در جدول ۴-۳ ارائه شده است.

جدول (۴-۳) آزمون دیکی فولر - شاخص صنعت شیمیایی

| آماره  | کمیت بحرانی |        |        |
|--------|-------------|--------|--------|
|        | ٪۱          | ٪۵     | ٪۱۰    |
| ٪-۸/۳۹ | ٪-۳/۴۴      | ٪-۲/۸۶ | ٪-۲/۵۷ |

همانطور که از نتایج آزمون قابل مشاهده است، در تمامی سطوح معنی‌داری فرض صفر رد شده است و در نتیجه داده‌ها دارای ریشه واحد نیست و در نتیجه برآورد مدل‌ها منجر به تخمین رگرسیون کاذب نمی‌شود.

#### ۴-۲ آمار استنباطی

##### ۴-۲-۱ برآورد مدل گارچ

به عنوان یکی از دو مدل مورد بررسی، در ابتدا به تخمین متغیرهای مدل گارچ پرداخته می‌شود. به دلیل آنکه مدل‌های آرچ و گارچ خطی نیست، روش حداکثر درست‌نمایی نسبت به روش حداقل مربعات معمولی ارجح است. در نتیجه، برای برآورد مدل از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده شده است. لازم به توضیح است که متغیرها براساس توزیع نرمال خطاها برآورد شده است. همچنین، به منظور حفظ قابلیت مقایسه میان

طی دوره پنج و نیم ساله مورد بررسی، به طور میانگین برابر ۰,۱۳ درصد است. در این دوره، شاخص صنعت چاپ و انتشار با ۰,۳۰ درصد، از بیشترین میانگین بازدهی روزانه برخوردار بوده است. از طرفی، صنعت بانک‌ها با ۰,۰۵ درصد، کمترین متوسط بازدهی روزانه را کسب کرده است. شاخص کانی غیرفلزی با حداکثر بازده ۱۴,۰۳ درصدی، بالاترین بازدهی مثبت روزانه را به ثبت رسانده است. در طرف مقابل، شاخص فرآورده نفتی با منفی ۶۲,۴۲ درصد، رکورد دار بیشترین زیان روزانه است. بازگشایی شش شرکت پالایشگاهی در تاریخ ۲۶ اسفند ۱۳۹۳ منجر به کاهش ۵,۴ شاخص کل شد و شدیدترین سقوط تاریخ بازار بورس و اوراق بهادار تهران را رقم زد. اثرات این رویداد در چولگی و کشیدگی غیرعادی صنعت فرآورده‌های نفتی قابل مشاهده است. میزان عدم تقارن منحنی فراوانی را چولگی مینامند. اگر ضریب چولگی صفر باشد، جامعه کاملاً متقارن است و اگر ضریب مثبت باشد، چولگی به راست و اگر منفی باشد، چولگی به چپ وجود خواهد داشت.

همان‌طور که عنوان شد، داده‌های مورد بررسی این پژوهش، شاخص‌های صنایع بورس اوراق بهادار تهران است. در ابتدا با استفاده از آماره‌های میانگین، میانه، واریانس، چولگی و کشیدگی توزیع آماری شاخص‌ها از منظر آمار توصیفی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در جدول ۴-۲ آماره‌های توصیفی مرتبط با بازده لگاریتمی شاخص صنعت شیمیایی طی دوره ۱۳۹۵/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۹/۰۶/۳۱ ارائه شده است.

جدول (۴-۲) آماره‌های توصیفی بازده شاخص صنعت شیمیایی

| تعداد نمونه | میانگین | انحراف معیار | کشیدگی | چولگی | آماره جارک-برا | سطح معناداری |
|-------------|---------|--------------|--------|-------|----------------|--------------|
| ۱۳۲۲        | ۰/۰۴۹   | ۰/۱۰         | ۶۳۳۲   | ۰/۸۱۰ | ۲۳۵۵           | ۰/۰          |



#### ۴-۲-۴ پیش‌بینی نوسان توسط مدل‌های پژوهش و آزمون قدرت پیش‌بینی آن‌ها

در ارتباط با شیوه سنجش نوسان، مطالعات مختلف سنجه‌های مختلفی برای اندازه‌گیری نوسان پیشنهاد داده است. محاسبه واریانس و انحراف معیار بازده روزانه از جمله این معیارها می‌باشد. هرچند، با توجه به این مطلب که در صورت تکیه بر داده‌های پایانی، بخش عمده‌ای از اطلاعات مربوط به تحرکات شاخص چشم‌پوشی می‌شود، روشی جایگزین با استفاده از محاسبه دامنه روزانه (فاصله لگاریتمی بیشترین و کمترین قیمت روز) پیشنهاد شده است. این روش، برآورد بهتری از تحرکات میان‌روز را در اختیار قرار می‌دهد. در میان پژوهش‌های صورت‌گرفته در این زمینه می‌توان به پارکینسون (۱۹۸۰)، علیزاده (۲۰۰۲)، اندرسن و همکاران (۲۰۰۳)، مارتنز و وندیک (۲۰۰۷) و همچنین گوستاوسن (۲۰۱۴) اشاره نمود. با کمک متغیرهای برازش‌شده در هر مدل، نوسان روز آتی شاخص به صورت پنجره متحرک پیش‌بینی شده است. نتایج حاصل از پیش‌بینی نوسان شاخص صنعت شیمیایی توسط مدل گارچ و مدل حرکت برآونی هندسی به ترتیب در نمودارهای ۴-۲ و ۴-۳ نمایش داده شده است.

در این پژوهش، معیار ریشه میانگین مجذور خطا برای ارزیابی صحت پیش‌بینی مدل‌ها انتخاب شده است. بر این اساس، با مقایسه نتایج حاصل از پیش‌بینی هر مدل و نوسان واقعی شاخص در آن روز، مدلی که کمترین خطای پیش‌بینی را داشته باشد، به عنوان بهترین مدل انتخاب می‌شود. نتایج مقایسه خطای پیش‌بینی شاخص صنعت شیمیایی با استفاده از مدل گارچ و حرکت برآونی هندسی در جدول ۴-۶ قابل مشاهده است. با توجه به این مطلب که مقدار ریشه میانگین مجذور خطا در مدل حرکت برآونی هندسی کمتر از مدل گارچ مرتبه اول است، مدل حرکت برآونی پیش‌بینی بهتری از نوسان شاخص صنعت شیمیایی ارائه می‌کند.

نتایج حاصل از پیش‌بینی سایر شاخص‌های مورد پژوهش به شرح جدول ۴-۷ است. در میان شاخص‌های مورد بررسی، با توجه به آماره ریشه میانگین مجذور خطا، مدل گارچ مرتبه اول صرفاً برای شاخص‌های چاپ و انتشار، فراورده‌های نفتی و دستگاه‌های برقی عملکرد بهتری نشان می‌دهد. در سایر موارد، مدل حرکت برآونی هندسی پیش‌بینی بهتری از نوسان ارائه می‌کند. نتایج بدست‌آمده با پژوهش پون و گرنجر (۲۰۰۳) نیز همراستا

شاخص‌های صنایع مختلف و قدرت پیش‌بینی نوسان این مدل، این پژوهش بر مبنای مدل گارچ مرتبه اول است. هرچند، نتیجه پژوهش‌های مختلف (بروکس و همکاران<sup>۲۳</sup>، ۲۰۰۳؛ و هسن<sup>۲۵</sup>، ۲۰۰۵) حاکی از آن است که مرتبه‌های بیشتر مدل گارچ، فاقد قدرت بیشتر پیش‌بینی نسبت به مرتبه اول آن مدل است و در نتیجه استفاده از مرتبه اول برای مدل‌سازی ویژگی سری‌زمانی شاخص‌ها کافی است. برای تخمین متغیرها از روش پنجره متحرک استفاده می‌شود که در آن داده مربوط به دوره برآورد (دوره پنج‌ساله) برای برازش مدل بکار رفته است. در این فرآیند، اندازه پنجره دوره برآورد ثابت مانده و به تعداد روزهای موجود در دوره پیش‌بینی (دوره شش‌ماهه) متغیرها تخمین زده شده است.

#### ۴-۲-۴ برآورد متغیرهای مدل حرکت برآونی هندسی

همانند برآورد متغیرهای مدل گارچ مرتبه اول، متغیرهای مدل حرکت برآونی هندسی از روش حداکثر راست‌نمایی و با فرض نرمال بودن توزیع پسماندها تخمین زده شده است. در این روش، مقادیر میانگین و انحراف معیار داده برازش می‌شود. همچنین، رویکرد تعیین دوره برازش مدل بر مبنای پنجره متحرک می‌باشد. خلاصه آماری نتایج تخمین در جدول ذیل ارائه شده است.

جدول ۴-۵ خلاصه آماری پارامترهای مدل حرکت برآونی

هندسی

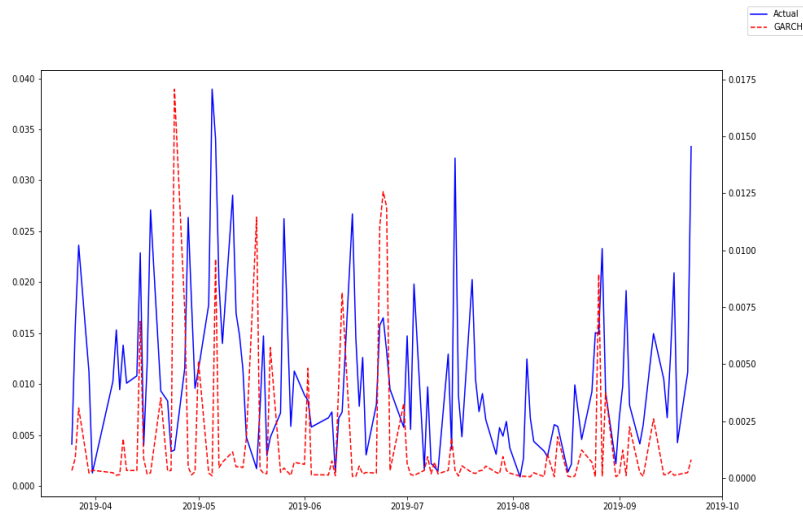
| معیار         | $\sigma$ | $\mu$   |
|---------------|----------|---------|
| تعداد مشاهدات | ۱۱۸      | ۱۱۸     |
| کمترین        | ۰/۰۰۹۷۸  | ۰/۰۰۰۵۷ |
| بیشترین       | ۰/۰۱۰۳۴  | ۰/۰۰۱۰۶ |
| میانه         | ۰/۰۱۰۱۳  | ۰/۰۰۰۸۶ |
| میانگین       | ۰/۰۱۰۰۹  | ۰/۰۰۰۸۳ |
| انحراف معیار  | ۰/۰۰۰۱۷  | ۰/۰۰۰۱۳ |

مقدار برازش‌شده متغیر  $\mu$ ، که معادل جمله رانش مدل حرکت برآونی هندسی است، به طور میانگین برابر ۰,۰۸۳ درصد می‌باشد. علامت مثبت جمله رانش با توجه به مشاهده روند صعودی شاخص قابل تایید است.

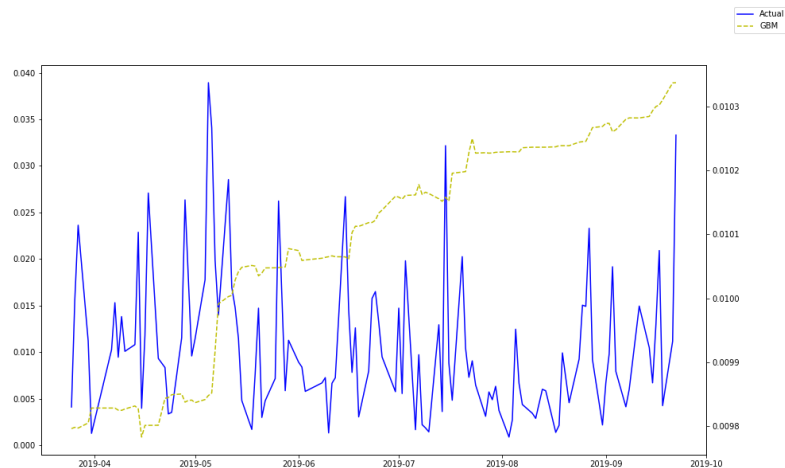
رقیب از خود نشان داده است. نتایج تحقیق ادینگتون و گوان (۲۰۰۲)، که شاخص آتی اس اند پی را مورد بررسی قرار داده است، و تیلور (۲۰۰۱)، که در آن شاخص‌های مختلفی مطالعه شده است، به نتایج مشابهی دست یافتند.

است. در این مطالعه تطبیقی، نتیجه نود و سه پژوهش مختلف با رویکرد مقایسه قدرت پیش‌بینی چهار دسته رویکرد مختلف شامل مدل‌های ساده تاریخی، گارچ، نوسان تصادفی و نوسان ضمنی بررسی شده است. در این پژوهش، مدل گارچ بدترین عملکرد را در میان مدل‌های

نمودار ۲-۴) پیش‌بینی نوسان با مدل گارچ



نمودار ۳-۴) پیش‌بینی نوسان با مدل حرکت براونی هندسی



جدول ۴-۶) مقایسه عملکرد مدل گارچ و حرکت براونی هندسی

| معیار                  | گارچ مرتبه اول | حرکت براونی هندسی |
|------------------------|----------------|-------------------|
| ریشه میانگین مجذور خطا | ۰/۰۱۲۳         | ۰/۰۰۷۹            |



جدول ۴-۷) مقایسه عملکرد مدل گارچ و حرکت برآونی هندسی صنایع مختلف

| شاخص             | گارچ مرتبه اول | حرکت برآونی هندسی | شاخص            | گارچ مرتبه اول | حرکت برآونی هندسی |
|------------------|----------------|-------------------|-----------------|----------------|-------------------|
| زراعت            | ۰/۰۲۰۷         | ۰/۰۱۲۰            | مواد دارویی     | ۲/۱۸۹۱         | ۰/۰۱۱۵            |
| ذغال سنگ         | ۰/۰۲۵۶         | ۰/۰۱۶۵            | شیمیایی         | ۰/۰۱۲۳         | ۰/۰۰۷۹            |
| کانه فلزی        | ۰/۰۱۴۱         | ۰/۰۰۹۴            | کاشی و سرامیک   | ۰/۰۲۱۳         | ۰/۰۱۲۷            |
| محصولات چوبی     | ۰/۰۲۶۶         | ۰/۰۱۳۸            | سیمان           | ۰/۰۶۴۳         | ۰/۰۰۹۴            |
| محصولات کاغذ     | ۰/۰۲۴۴         | ۰/۰۱۵۱            | کانی غیرفلزی    | ۰/۰۱۶۵         | ۰/۰۰۹۲            |
| چاپ و انتشار     | ۰/۰۳۰۳۷        | ۰/۰۳۰۶۲           | سرمایه‌گذاری‌ها | ۰/۰۱۳۶         | ۰/۰۰۶۶            |
| فرآورده‌های نفتی | ۰/۵۵۶۰         | ۰/۵۶۱۷            | بانک‌ها         | ۰/۰۱۳۳         | ۰/۰۰۸۴            |
| لاستیک           | ۰/۰۱۹۵         | ۰/۰۱۰۴            | رادیویی         | ۰/۰۳۱۱         | ۰/۰۲۷۷            |
| فلزات اساسی      | ۰/۰۱۳۰         | ۰/۰۰۷۷            | مالی            | ۰/۰۱۱۹         | ۰/۰۰۷۲            |
| محصولات فلزی     | ۰/۰۱۶۷         | ۰/۰۰۷۹            | بیمه و بازنشسته | ۰/۰۱۸۱         | ۰/۰۱۰۱            |
| ماشین‌آلات       | ۰/۰۱۷۰         | ۰/۰۰۸۴            | انبوه‌سازی      | ۰/۰۱۸۶         | ۰/۰۰۹۵            |
| دستگاه‌های برقی  | ۰/۳۶۳۶         | ۰/۳۶۵۴            | رایانه          | ۰/۰۱۳۰         | ۰/۰۰۷۹            |
| خودرو            | ۰/۰۱۷۴         | ۰/۰۰۸۴            | فنی و مهندسی    | ۰/۰۲۲۶         | ۰/۰۱۲۴            |
| قند و شکر        | ۰/۰۱۸۶         | ۰/۰۰۹۴            | غذایی           | ۰/۰۱۵۴         | ۰/۰۰۸۷            |

#### ۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

هدف این پژوهش، مقایسه عملکرد مدل‌های گارچ مرتبه اول و حرکت برآونی هندسی در پیش‌بینی نوسان روزانه شاخص صنعت‌های مختلف بورس اوراق بهادار تهران است. در ابتدا، توضیحی از ویژگی‌های آماری شاخص‌های مورد بررسی قرار گرفت و نتایج آن حاکی از کشیدگی بیشتر شاخص‌ها نسبت به توزیع نرمال می‌باشد. علاوه بر این، بیشتر شاخص‌ها دارای چولگی مثبت است. در ادامه، با آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته نشان داده شد که در تمامی سطوح معناداری، فرض ریشه واحد رد شده و داده‌های پژوهش مانا است. سپس، متغیرهای مدل گارچ مرتبه اول و حرکت برآونی هندسی در حالت توزیع نرمال برآورد شده است و پیش‌بینی نوسان برای افق زمانی یک‌روزه انجام پذیرفت. بنا به نتیجه بدست‌آمده از مقایسه شاخص صنایع مختلف بورس اوراق بهادار تهران، فرضیه پژوهش را در سطح ۹۰٪ اطمینان تایید می‌کند.

عملکرد ضعیف‌تر مدل گارچ مرتبه اول در مقایسه با مدل حرکت برآونی هندسی در پیش‌بینی نوسان اکثر شاخص‌های مورد بررسی (به جز، شاخص‌های چاپ و انتشار، فرآورده‌های نفتی و دستگاه‌های برقی) با نتایج

بدست‌آمده از پژوهش پون و گرنجر (۲۰۰۳)، که با بررسی ۹۳ تحقیق مختلف، قدرت پیش‌بینی چهار رویکرد مختلف شامل مدل‌های ساده تاریخی، گارچ، نوسان تصادفی و نوسان ضمنی را مقایسه نموده است، همراستا است. در این پژوهش، مدل گارچ بدترین عملکرد را در میان مدل‌های رقیب از خود نشان داده است. نتایج تحقیق ادیرینگتون و گوان (۲۰۰۲)، که شاخص آتی اس اند پی را مورد بررسی قرار داده است، و تیلور (۲۰۰۱)، که در آن شاخص‌های مختلفی مطالعه شده است، به نتایج مشابهی دست یافته‌اند. منگ و رفیکوا (۲۰۰۶) مشکل مدل گارچ مرتبه اول را نقض فرض نرمال بودن توزیع خطا و نیز اثرات عدم تقارن توزیع داده‌ها در محاسبه نوسان می‌داد.

با توجه به مطالعات مختلف در رابطه با تاثیرگذاری دوره برآیند بر قدرت پیش‌بینی مدل‌ها، پیشنهاد می‌شود که تاثیر انتخاب طول بازه برازش (مثلاً شش‌ماهه، یکساله، دو ساله و ...) مورد پژوهش قرار گیرد. در این پژوهش، برای تخمین متغیرها که با کمک روش حداکثر درست‌نمایی انجام شده است از فرض توزیع خطا دارای توزیع نرمال استفاده شده است. به دلیل توزیع غیرنرمال شاخص‌های مورد بررسی، پیشنهاد می‌شود تاثیر انتخاب

- <sup>21</sup> Mean Squared Error (MSE)  
<sup>22</sup> Root Mean Squared Error (RMSE)  
<sup>23</sup> Brooks et al.  
<sup>24</sup> Hansen  
<sup>25</sup> Threshold GARCH, TGARCH

### منابع

- \* پاکیزه، کامران (۱۳۸۹)، «مدل‌سازی، پیش‌بینی تلاطم و بررسی رابطه آن با بازده در بورس اوراق بهادار تهران و بورس‌های بین‌الملل»، پایان‌نامه تحصیلی برای اخذ مدرک دکتری در رشته حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی
- \* پیمانی، مسلم (۱۳۹۴)، «مدل‌سازی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی»، رساله دکتری رشته مدیریت مالی، دانشگاه علامه طباطبایی
- \* خلیلی، ی (۱۳۸۳)، «پیش‌بینی واریانس سهام در گروه شرکت‌های سرمایه‌گذار با استفاده از مدل گارچ»، پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران
- \* راعی، رضا؛ سعیدی، علی (۱۳۸۴)، کتاب «مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک»، نشر سمت
- \* سجاد، رسول؛ هدایتی، شراره (۱۳۹۲)، «مقایسه مدل تالطم تصادفی و مدل‌های گارچ، از طریق محاسبه ارزش در معرض خطر»، نشریه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)، شماره ۱۵
- \* سلیمانی صابر، سعید (۱۳۹۵)، «بررسی عملکرد مدل‌های تلاطم تصادفی و گارچ در توضیح‌دهی تلاطم بازار سهام»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی
- \* خالوزاده، ح؛ خاکی صدیق، ع (۱۳۸۴)، «مدل‌سازی و پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی»، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۶۹
- \* عباسی‌نژاد، حسین؛ محمدی، شاپور (۱۳۹۳)، «مقایسه نوسان‌پذیری چندمتغیره گارچ، دیفرانسیل تصادفی، در برآورد رابطه بین نرخ ارز و شاخص سهام»، نشریه دانش سرمایه‌گذاری، شماره ۱۱

نوع توزیع خطا بر عملکرد مدل‌ها مورد مطالعه واقع شود. همچنین، در پژوهش فعلی، پیش‌بینی نوسان روزانه مبنای تحقیق قرار گرفته است که پیشنهاد می‌شود به مطالعه عملکرد مدل‌ها در پیش‌بینی نوسان برای دوره‌های متفاوت، مثلاً نوسان میان‌روزی، هفتگی و یا ماهیانه، پرداخته شود. هرچند نتایج پژوهش نشان داد، توانایی مدل براونی هندسی در پیش‌بینی شاخص صنعت بوده است، اما ممکن است مدل‌های دیگر دیفرانسیل تصادفی نیز بتوانند پیش‌بینی‌هایی با دقت بالاتر ارائه نمایند. لذا پیشنهاد می‌شود، پژوهشگران در مطالعات آتی به بررسی توانایی سایر مدل‌های دیفرانسیل تصادفی جهت پیش‌بینی شاخص کل بورس متناسب با روش پژوهش حاضر بپردازند و نتایج را با مدل براونی هندسی مقایسه نمایند. همانطور که در نتیجه پژوهش عنوان شد، مدل گارچ مرتبه اول نتایج قابل قبولی را ارائه نکرده است. به دلیل تاثیرگذاری زیاد اخبار در بازار مالی ایران و همچنین اثر نامتقارن شوک‌ها، مدل‌های دیگری از خانواده گارچ، از جمله تی‌گارچ<sup>۲۵</sup> با تفکیک شوک‌های گذشته، از نظر تئوریک توانایی اعمال تعدیلات بیشتری را فراهم می‌آورد و می‌توان عملکرد این مدل‌ها را به صورت تجربی مورد پژوهش قرار داد.

### یادداشت‌ها

- <sup>1</sup> Campbell et al.  
<sup>2</sup> Andersen and Bollerslev  
<sup>3</sup> Pong et al.  
<sup>4</sup> Hansen and Lunde  
<sup>5</sup> Ladokhin  
<sup>6</sup> Exponential Weighted Moving Average  
<sup>7</sup> Montgomery et al.  
<sup>8</sup> Ross  
<sup>9</sup> Sobczyk  
<sup>10</sup> Black & Scholes  
<sup>11</sup> Tobar et al.  
<sup>12</sup> IPGA  
<sup>13</sup> Saini et al.  
<sup>14</sup> SENSEX  
<sup>15</sup> Dendramis et al.  
<sup>16</sup> Reddy & Clinton  
<sup>17</sup> Agustini et al.  
<sup>18</sup> Badriah et al.  
<sup>19</sup> TEDPIX  
<sup>20</sup> Forecasting Evaluation



- based volatility forecasts?” *Journal of Banking & Finance*, Vol: 31 No: 8, p. 2535 – 2549.
- \* Bollerslev, T. 1986, “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, Vol. 31, No. 3, pp. 307 – 328.
- \* Black, F. (1976), “Studies of Stock Price Volatility Changes”, *Proceedings of the Business and Economics Section of the American Statistical Association*, pp. 177 – 181.
- Brooks, C. (2008), “Introductory Econometrics for Finance”, Second Edition, Cambridge University Press, New York.
- \* Campbell J. Y.; Lo A. W.; MacKinlay A. C. (1997), “The Econometrics of Financial Markets”, Princeton University Press.
- \* Chou, R.; Engle, R.F.; Kane, A. (1992), “Measuring Risk Aversion from Excess Returns on a Stock Index”. *Journal of Econometrics*, Vol. 52, p. 201 – 224
- \* Christie, A. (1982), “The stochastic behavior of common stock variances: Value, leverage and interest rate effects”, *Journal of Financial Economics* Vol. 10, pp. 407 – 432.
- Hansen P; Lunde A (2005), “A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH (1,1)?”, *Applied Econometrics* Vol. 20, p. 873 – 889.
- \* Engle, R; Patton, A. (2001), “What good is a volatility model?”, *Research paper, Quantitative Finance*, Vol. 1, pp. 237 – 245.
- \* Engle, R; NG V.K. (1993), “Measuring and Testing the Impact of News on Volatility”, *The Journal of Finance*, Vol. 48, pp. 1749 – 1778.
- \* Engle, R. F.; Lilien, D. M.; Robins, R. (1987), “Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M Model”. *Econometrica*, Vol. 55(2), pp. 391 – 407.
- \* Engle, R. F. (1982), “Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation,” *Econometrica*, Vol. 50, p. 987 – 1007.
- \* Hansen P; Lunde A (2001), “A Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a GARCH (1,1)?”, *Universtiy of Wharton*.
- \* Figlweski, S. (1997), “Forecasting volatility”, *Financial Markets, Institutions & Instruments*, Vol. 6, No. 1, p. 1-88.
- \* Glosten, L. R.; Jagannathan, R.; Runkle D. E. (1993), “On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks”. Vol. 48, pp. 1779 – 1801.
- \* Gustafsson, R; Quinones, A (2014), “Volatility Forecasting on the Stockholm Stock
- \* فتاحی، شهرام (۱۳۹۵)، «پیش‌بینی تلاطم بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش MCMC و الگوریتم متروپلیس هستینگ»، نشریه دانش مالی تحلیل اوراق بهادار (مطالعات مالی)، شماره ۳۲
- \* نصیری، ساسان (۱۳۹۴)، «پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک با استفاده از تحلیل گشتاورهای مرتبه بالا برای فرآیندهای گارچ»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته مدیریت مالی، دانشگاه علامه طباطبایی
- \* نظیفی نایینی، مینو؛ صمدی، سعید (۱۳۹۲)، «تحلیل عوامل موثر بر نوسان های قیمت طلا با استفاده از مدل های رگرسیون سوئیچینگ مارکف و شبکه عصبی»، مجله پژوهش های اقتصاد پولی، مالی، شماره ۲۶
- \* Akgiray, V. (1989), “Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts”, vol. 62, pp. 55 – 80.
- \* Alizadeh, S; Brandt. M.W; Diebold F.X. (2002), “Range-Based Estimation of Stochastic Volatility”, *The Journal of Finance*, Vol. 57, 1047 – 1091.
- \* Andersen, T. G; Belzoni, L (2008), “Realized Volatility”, Working Paper, Federal Reserve Bank of Chicago, No 2008-14.
- \* Andersen, T, G; Bollerslev, T; Diebold, F, X.; Labys, P (2003), “Modeling and Forecasting Realized Volatility” *Econometrica* Vol. 71, 579 – 625.
- \* Andersen, T.G; Bollerslev, T (1998), “Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts”, *International Economic Review* 39, 885 – 905.
- \* Andersen, T.G; Bollerslev, T (1997), “Heterogeneous information arrivals and return volatility dynamics: Uncovering the long – run in high frequency returns”, *Journal of Finance* 52, 975 – 1005.
- \* Baillie, R.T.; Bollerslev, T.; Mikkelsen, H.O. (1996), “Fractionally Integrated Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*”, Vol. 74, pp. 3 – 30.
- \* Becker, R; Clements, A. E.; White, S.I. (2007), “Does implied volatility provide any information beyond that captured in model-

- Exchange”, JONKOPING International Business School
- \* Granger, C.W; Poon, S-H. (2003), “Forecasting financial market volatility: a review”, *Journal of Economic Literature* 41, 478-539.
  - \* Gregoriou, N, G. (2008), “Encyclopedia of Alternative Investments” CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, Florida.
  - \* Hull, J.C. (2007), “Options, Futures and Other Derivatives” 6<sup>th</sup> edition, Prentice Hall.
  - \* Jarque, C. M; Bera, A. K. (1987), “An efficient large-sample test for normality of observations and regression residuals”, *International Statistical Review*, Vol 55, No 2, pp.163-172.
  - \* Ladokhin, S (2009), “FORECASTING VOLATILITY IN THE STOCK MARKET”, VU University Amsterdam.
  - \* Mandelbrot, B (1963), “The Variation of Certain Speculative Prices”, *The Journal of Business*, Vol. 36, No. 4, p. 394-419.
  - \* Martens, M; van Dijk, D (2007), “Measuring volatility with the realized range”, *Journal of Econometrics*, 138, 181-207.
  - \* Meng, Y; Rafikova, N (2006), “FORECASTING VOLATILITY: EVIDENCE FROM THE SWEDISH STOCK MARKET”, Stockholm School of Economics.
  - \* Merton, R. C. (1980), “On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 8, pp. 323-361.
  - \* Montgomery, D.C.; Johnson, L.A.; Gardiner, J.S. (1990), “Forecasting and Time Series Analysis”, 2<sup>nd</sup> Edition, McGraw-Hill.
  - \* Nelson, D.B. (1991), “Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach”, *Econometrica* Vol. 59, pp. 347 – 370.
  - \* Oksendal, B (2003), “Stochastic Differential Equations. An Introduction with Applications”, 6<sup>th</sup> edition, Springer-Verlag (Universitext).
  - \* Pagan, Adrian R; Schwert, William G (1990), “Alternative models for conditional stock volatility”, *Journal of Econometrics* 45, 267-290
  - \* Parkinson, M (1980), extreme value method for estimating the variance of the rate of return”, *Journal of Business* 53, 61–65.
  - \* Pong. S; Shackleton, M.B; Taylor, S; Xu X. (2004), “Forecasting currency volatility: A comparison of implied volatilities and AR (FI) MA models”. *Journal of Banking & Finance*, 28, 2541-2563.
  - \* Schwert, G.W. (1989), “Why Does Stock Volatility Change Over Time?”. *Journal of Finance* Vol. 44, pp. 1115 – 1153.
  - \* Taylor S. (1986), “Modelling financial time series”, John Wiley & Sons, Chichester.
  - \* Vodenska – Chitkushev, Irena (2009), “INTERDISCIPLINARY APPROACHES TO UNDERSTANDING AND FORECASTING VOLATILITY”. Dissertation, Boston university
  - \* Yu, J. 2002 Forecasting Volatility in the New Zealand Stock Market, *Applied Finan. Econ.* 12, pp. 193-202.



## Abstract

# Investigation of Volatility Forecast Errors using Geometric Brownian Motion and GARCH Models in Sector Indices of Tehran Securities Exchange

Ershad Emami<sup>1</sup>  
Alireza Heidarzadeh Hanzaee<sup>\*2</sup>

### Abstract

Current study compares forecasting capability of GARCH (1,1) against Geometric Brownian Motion, GBM, model for daily volatility of indices. The question is to study whether accuracy of GBM forecast differ significantly from its comparing model. Our data consists of 5.5 years (2015 – 2019) of daily logarithmic returns from 38 sector indices within Tehran Stock Exchange. The data was split into estimation period (5 years of daily data) and forecast period (daily data of the remaining 6 months). The competing models were estimated using maximum likelihood method and based on moving window approach, in which the length of estimating period was kept fixed, and projections were conducted on a daily basis. Root Mean Square Error, RMSE, approach was employed to measure forecasting error of each model. The one with less error will express more capability in forecasting daily volatility. With only three instances of a precise forecast, GARCH showed a relatively worse performance, in comparison to GBM.

**Keywords:** Price Volatility, Forecasting Volatility, GARCH Model, Geometric Brownian Motion, Sector Indices.

---

<sup>1</sup> Department Financial Management, College of Management & Social Science, Tehran North Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. [ershad\\_emami@yahoo.com](mailto:ershad_emami@yahoo.com)

<sup>2</sup> Department Financial Management, College of Management & Social Science, Tehran North branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran (Corresponding Author): [a\\_heidarzadeh@iau-tnb.ac.ir](mailto:a_heidarzadeh@iau-tnb.ac.ir)

