

## برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن در بازار طلا و نفت

سعید فلاح پور<sup>۱</sup>

فاطمه رضوانی<sup>۲</sup>

محمد رضا رحیمی<sup>۳</sup>

تاریخ پذیرش: ۹۳/۴/۲۵

تاریخ دریافت: ۹۳/۳/۱۷

### چکیده

همه روزه خبرهایی از روند تغییر قیمت‌ها در بازار طلا و نفت منتشر می‌شود و تحلیلگران از تاثیرپذیری اقتصاد جهانی از نوسانات این دو بازار یاد می‌کنند. با مشاهده انگیزه سرمایه‌گذاران داخلی به سرمایه‌گذاری مستقیم در بازار طلا و امکان سرمایه‌گذاری در بازار نفت، در پژوهش پیش رو نوسان آتی این دو بازار با استفاده از یکی از پرکاربردترین روش‌های سنجش ریسک یعنی مدل ارزش در معرض ریسک شرطی برآورد خواهد شد. در پیش بینی این ارزش از بهترین برازش سه مدل ناهمسانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن یعنی GARCH، EGARCH و TGARCH استفاده شده است. تمامی محاسبات با فرض دو توزیع نرمال و تی‌استودنت انجام شده‌اند.

نتایج نشان می‌دهند که برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی در بازار نفت نسبت به بازار طلا از اعتبار بیشتری برخوردار است. در میان سه مدل ناهمسانی واریانس، معتبرترین برآورد مربوط به ارزش برآوردی با مدل TGARCH(۱,۱) در توزیع تی‌استودنت است.

**واژه‌های کلیدی:** ارزش در معرض ریسک، ارزش در معرض ریسک شرطی، مدل‌های خود رگرسیون ناهمسانی واریانس، معیار انسجام، پس‌آزمایی.

۱- استادیار مدیریت مالی، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

۲- کارشناس ارشد حسابداری، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران (نویسنده مسئول)

۳- دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

## ۱- مقدمه

ارزش سرمایه خود از تورم، ریسک‌های سرمایه-گذاری در این بازار را بررسی نکرده باشد.

در بحران‌های جهانی اخیر قیمت طلا در هر اونس از ۵۱۶ دلار در پایان سال ۲۰۰۵ به ۱۲۹۱ دلار در سال ۲۰۱۳ افزایش یافته و بازدهی در حدود ۱۵۰ درصد را برای سرمایه‌گذاران خود رقم زده - است. ریشه این تغییرات را می‌توان در کاهش ارزش دلار، کاهش نرخ بهره بانکی و افزایش جهانی قیمت نفت دانست. به نظر اکثر کارشناسان مهمترین عامل افزایش ارزش طلا کاهش ارزش دلار است و عوامل اثرگذار دیگر نیز، از این عامل تاثیر می‌پذیرند. هنگامی که ارزش دلار کاهش پیدا می‌کند، مقدار زیادی پول از بازار خرید و فروش ارز وارد بازارهای کالاهایی می‌شود که در بورس معامله می‌گردند. در چنین شرایطی، حجم بالای نقدینگی نیز به بازار طلا هجوم می‌آورد. از سویی دیگر تنزل ارزش دلار به کاهش ذخیره ارزی بانک مرکزی کشورهای مختلف منجر می‌شود. مدیران بانک‌ها برای جبران این مسئله به دنبال افزایش ذخیره طلای خود می‌افتند که به رشد چرخش پول در بازار طلا و افزایش قیمت آن می‌انجامد. بنابراین هم بانک‌های مرکزی و هم سرمایه‌گذاران در جهت جلوگیری از کاهش دارایی‌های خود طلا را بهترین جایگزین برای دلار می‌دانند.

در سال‌های اخیر، بازار طلای ایران نیز به پیروی از جریان‌های بین‌المللی و به دلیل افزایش نقدینگی و عدم ثبات اقتصادی، بازدهی قابل توجهی برای سرمایه‌گذاران خود به ارمغان آورده است. آیا این روند ادامه خواهد داشت؟

با توجه به نوسان قیمت اونس و دلار در سال‌های اخیر این سوال مطرح می‌شود که آیا سرمایه‌گذاران در تصمیمات آتی خود وزن یکسانی به

در زمان وقوع بحران اقتصادی، کدامیک از بازارهای فعال، مورد توجه قرار می‌گیرند؟ مشاوران خرید، کدام دارایی را به سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز پیشنهاد می‌کنند؟

طلا از گذشته‌های بسیار دور، به دلیل جلای زیبا، مقاومت بالا در مقابل اکسیداسیون و شکل-پذیری خوب و کمیابی در طول تاریخ مورد توجه بشر بوده است. این فلز گرانبها به عنوان معتبرترین استاندارد پولی جهان مطرح بوده و بشر ارزش ویژه-ای برای آن قائل است. این صنعت از نظر رقابت-پذیری رتبه چهار جهانی را به خود اختصاص داده است (بشارت‌نیا، ۱۳۹۰).

از آنجائیکه طلا به تنهایی پشتوانه مالی است، مراکز مهم دولتی در مواقع بحرانی و اضطراری به ذخیره‌سازی حجم قابل توجهی از آن می‌پردازند. از این روی می‌توان طلا را کالایی استراتژیک خواند. معامله‌گران و سرمایه‌گذاران بین‌المللی در شرایط بحرانی به طلا، به عنوان کالایی استراتژیک روی می‌آورند و همین امر نیز عامل افزایش قیمت این فلز گرانبها در بازارهای جهانی بوده و خواهد بود. به عبارت دیگر طلا در مواقع ایجاد تورم و بحران‌های سیاسی به عنوان سرمایه‌ای مطمئن تلقی می‌شود به طوری که سرمایه‌داران دست به خرید طلا و اندوختن آن می‌زنند (بشارت‌نیا، ۱۳۹۰).

در سال‌های اخیر، همه روزه اخبار تازه‌ای از افزایش و کاهش قیمت طلا منتشر و عوامل تاثیرگذار بر ارزش این فلز گرانبها به دقت تحلیل می‌شود تا عموم بتوانند آگاهانه در خصوص سرمایه-گذاری در این بازار تصمیم‌گیری کنند. در گوشه و کنار به سختی می‌توان فردی را یافت که برای حفظ

به تنوع مرتبه قابل تصور این مدل‌ها، از درست نمایی بیشینه برای تعیین مرتبه بهینه آن‌ها استفاده شده و در نهایت خاطر نشان می‌شود که تمامی برآوردها با فرض دو توزیع تی‌استودنت و نرمال انجام شده است.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

ریسک در بازارهای مالی مفهومی کلیدی است، از این روی می‌بایست آن را شناخت، اندازه‌گیری کرد و برای حذف ریسک‌های غیرضروری برنامه‌ریزی و ریسک‌های همراه با فرصت را مدیریت نمود. در گام نخست هر سرمایه‌گذار می‌داند که برای کسب بازدهی بیشتر، می‌بایست سطح ریسک‌پذیری خود را افزایش دهد. ریسک از جنبه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته و تعاریف مختلفی برای آن ارائه شده است. در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان دو دسته دیدگاه را در نظر گرفت:

دیدگاه اول: ریسک به عنوان هر گونه نوسان احتمالی بازده مورد انتظار آینده  
دیدگاه دوم: ریسک به عنوان نوسانات احتمالی منفی بازده مورد انتظار آینده (تبریزی و شریفیان، ۱۳۸۷)  
سوال اینجاست که کدام دیدگاه، ریسک سرمایه‌گذاران را بهتر تبیین می‌کند و در واقع کدام دیدگاه به نظر سرمایه‌گذاران نسبت به ریسک نزدیک‌تر است؟

مارکوویتز اولین فردی است که استفاده از رابطه میان ریسک و بازده را در قالب تئوری سبد اوراق-بهادار تبیین نمود و به واسطه مدل ارائه شده، ریسک برای اولین بار به معیار کمی تبدیل شد (Markowitz, 1925). در تئوری مدرن سبد اوراق-بهادار، ریسک به عنوان تغییر پذیری کل بازده‌ها

بازدهی کسب شده از این بازار در سال‌های اخیر و نوسانات آن می‌دهند؟ مدل مناسب برای اندازه‌گیری ریسک آتی این بازار کدام است؟

یکی دیگر از بازارهای مورد توجه و تاثیرگذار بر اقتصاد، بازار نفت است. نزدیک به دو سوم تقاضای انرژی جهان از طریق نفت خام تامین می‌شود. این کالا با سهم بیش از ۱۰٪، فعالترین و بیشترین مبادلات تجاری جهان را شکل می‌دهد (جوادنژاد، ۱۳۹۰). اهمیت برآورد نوسانات قیمت این کالا را می‌توان از دو دیدگاه مورد بررسی قرارداد؛ اولاً نوسانات قیمت نفت از مهمترین عوامل موثر بر نوسانات تولید ناخالص داخلی کشورها به ویژه کشورهای صادرکننده نفت از جمله ایران است. نتایج نشان می‌دهد که اساساً اثرات نوسانات قیمت نفت در ایران بر رشد اقتصادی در کوتاه‌مدت به صورت ناقص بوده اما در بلندمدت نوسانات قیمت نفت بر رشد اقتصادی تاثیر مثبت و معنی‌داری دارد (امیر میرزایی، ۱۳۹۰). ثانیاً از آغاز به کار بورس انرژی، فروش نفت در این بورس به عنوان یکی از اهداف مهم مطرح شده و اخیراً مجوز عرضه نفت در بورس انرژی (مهر ماه سال ۱۳۹۲) صادر و تحقق شعار نفت بر سر سفره هر ایرانی نزدیک‌تر شده - است.<sup>۱</sup>

در تحقیق پیش رو با توجه به اهمیت پیش‌بینی نوسانات قیمت طلا و نفت و اعتبار مدل "ارزش در معرض ریسک شرطی"<sup>۲</sup> در برآورد نوسانات آتی بازارها، ریسک سرمایه‌گذاری در این دو بازار با استفاده از مدل فوق‌الذکر برآورد خواهد شد. با در نظر گرفتن ناهمسانی واریانس داده جمع‌آوری شده بین سال‌های ۲۰۰۲ الی ۲۰۱۳، از مدل‌های GARCH، EGARCH و TGARCH برای برآورد واریانس سری‌های زمانی استفاده شده است. با توجه

حول میانگین تعریف و با استفاده از معیار واریانس محاسبه می‌شود.

با فرض نرمال بودن توزیع، واریانس معیار قابل قبولی برای اندازه‌گیری ریسک بازدهی است، اما تحقیقات انجام شده در دنیای واقعی و نیز مباحث تئوریک این فرض را رد می‌کنند. از این روی می‌توان اذعان داشت درحالی‌که توزیع بازده‌ها نامتقارن است، به دلیل آن که واریانس حرکت‌های مطلوب قیمت به سمت بالا را به اندازه حرکت‌های نامطلوب قیمت به سمت پایین جریمه می‌کند، معیار مناسبی برای سنجش ریسک نیست. در واقعیت، یک سرمایه‌گذار منطقی با دید کوتاه‌مدت نه تنها به دنبال نوسانات مثبت قیمت سهم است، بلکه از آن استقبال می‌کند. این سرمایه‌گذاران به دنبال راهی هستند تا نوسانات منفی سبد تحت مدیریت خود را اندازه‌گیری کرده و بر اساس نتایج حاصله، پرتفویی بهینه با حداقل ریسک نامطلوب در میانگین را برگزینند.

ارزش در معرض ریسک<sup>۳</sup> یکی از معیارهای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب پرتفوی و به طور کلی بازار است. از زمانیکه گروه مدیریت ریسک جی پی مورگان مدل "ریسک متریکس"<sup>۴</sup> را برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک در سال ۱۹۹۴ توسعه داد، این مدل ابزار اصلی برای اندازه‌گیری ریسک و مدیریت آن محسوب می‌شود. ارزش در معرض ریسک بیشترین زیانی است که انتظار داریم پرتفوی مورد نظر، در یک افق زمانی تعیین شده (یک روزه، یک هفته و یا یک ماه) و در سطح اطمینان معین، داشته باشد (خیابانی و ساروقی، ۱۳۹۰). این معیار سنجش ریسک در سطح گسترده-ای توسط موسسات مالی، قانون‌گذاران و مدیران پرتفو به کار گرفته شد. یکی از مزایای مهم این ابزار خلاصه‌سازی ریسک‌ها در یک عدد واحد است. بر

خلاف مفهوم ساده و قابل درک ارزش در معرض ریسک، محاسبه آن با دشواری‌های بسیار همراه است. محاسبه ارزش در معرض ریسک از نظر آماری به معنی یافتن مقدار بحرانی برای سطح احتمال مورد نظر است. با توجه به این واقعیت که توزیع احتمال بازدهی در طول زمان ثابت نیست، مشکلاتی در محاسبه ارزش در معرض ریسک به وجود می‌آید.

یکی از مشکلات اصلی ارزش در معرض ریسک، عدم انسجام<sup>۵</sup> این معیار است. از همین روی در سال‌های اخیر "ارزش در معرض ریسک شرطی"<sup>۶</sup> در جهت تکامل ارزش در معرض ریسک معرفی شده است. این معیار، زیان مورد انتظار را برابر و یا بالاتر از ارزش در معرض ریسک، در سطح اطمینان مشخص، برآورد می‌کند. از اینرو این دیدگاه نسبت به دیدگاه قبلی محافظه‌کارتر است. با توجه به جنبه احتیاطی ارزش در معرض ریسک شرطی و کاربرد بیشتر آن در سال‌های اخیر، در تحقیق پیشرو بر این معیار به عنوان شاخص ریسک تمرکز شده است. بر همین اساس مراحل برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی در بخش‌های بعدی به طور کامل توضیح داده شده است.

دلاوری و رحمتی (۱۳۸۹) در مقاله‌ای به بررسی تغییرپذیری قیمت سکه طلا در ایران با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس پرداختند. در مدل‌های مورد بررسی توسط ایشان، مدل گارچ نمایی<sup>۶</sup> عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها داشته است. ایشان قیمت بین‌المللی نفت و نرخ برابری دلار را به عنوان عوامل موثر بر تغییرپذیری قیمت سکه مورد آزمون قرار دادند. در نهایت نرخ برابری دلار دارای بیشترین تاثیر بر واریانس شرطی و قیمت جهانی نفت در رده بعدی قرار گرفت.

با انواع قبلی آن مقایسه کرده‌اند (Martins-Filho & Yao, 2006). در مقاله‌ای دیگر کای و وانگ با استفاده از مدل‌های ناپارامتریک به برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی پرداخته‌اند (Cai & Wang, 2008).

چلسون در پایان نامه خود "ارزش در معرض ریسک شرطی"<sup>۷</sup> را با استفاده از مدل‌های خود رگرسیونی و روش "فراتر از آستانه"<sup>۸</sup> برآورد کرد. نتایج نشان می‌دهد که برآوردها بیش از آنکه تحت تاثیر مدل‌های خودرگرسیونی باشند، از توزیع در نظر گرفته شده برای بازدها تاثیر می‌پذیرند و برآوردهای انجام شده با فرض توزیع تی‌استودنت نزدیک به واقع‌تر است. او علت این موضوع را شباهت‌های مدل‌های استفاده شده می‌داند و پیشنهاد می‌کند برآوردها با انواع دیگر مدل‌های خود رگرسیونی آزمون شود. (Kjellson, 2013)

در تحقیق پیشرو بنابر پیشنهاد چلسون، از مدل‌های خودرگرسیونی متنوع‌تری در برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده شده‌است. تمامی برآوردها تحت دو توزیع نرمال و تی‌استودنت انجام شده و در نهایت مدل‌ها از نظر اعتبار رتبه‌بندی شده‌اند.

### ۳- روش شناسی و مدل پژوهش

ارزش در معرض ریسک حداکثر میزان ضرر در سطح اطمینان  $(1-\alpha)$  و دوره زمانی مشخص است. در این مدل، ریسک زمانی اتفاق می‌افتد که زیان روزانه بزرگتر از ارزش در معرض ریسک ارائه شده باشد. در مدلی که به طور کامل طراحی شده باشد، احتمال آنکه زیان تحقق یافته از ارزش در معرض ریسک تعیین شده انحراف داشته باشد،  $\alpha$  درصد

مهاجری (۱۳۹۰) در پایان‌نامه خود، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی سبد سرمایه‌گذاری شرکت توسعه ملی را با فرض توزیع تی‌استیودنت برای بازدهی برآورد کرده است. وی روش تغییر رژیم غیر نرمال را برای هر دو معیار سنجش ریسک در نظر گرفته است.

مهرز (۱۳۹۰) نیز به برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی تحت مدل نوسان‌پذیری تصادفی پرداخته است. محقق از شبیه سازی مونت کارلو، به عنوان رویکرد عمومی حل این نوع مسائل، استفاده کرده است. برای اجتناب از معایب روش مونت کارلو روش نمونه-گیری نقاط مهم معرفی شده و به عنوان ابزار محاسبه مورد استفاده قرار گرفته است.

یامای و یوشیبا در مقاله‌ای به مقایسه تحلیل‌های حاصل از برآورد "ارزش در معرض ریسک" و "ارزش در معرض ریسک شرطی" در وضعیت بحرانی بازار پرداختند. ایشان بازده قیمت دلار در سه اقتصاد صنعتی و ۱۸ اقتصاد در حال ظهور را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌دهند که ۱- هر دو ارزش برآوردی، ریسک مورد انتظار اوراق با دنباله پهن و احتمال بالقوه زیان قابل توجه را کمتر از واقع پیش‌بینی کرده و ۲- هر دو ارزش، وابستگی دنباله‌ای بازده دارایی را نادیده گرفته‌اند. در نهایت بیان کرده‌اند که به طور کلی، در مقایسه دو مدل، تحلیل‌های حاصل از ارزش در معرض ریسک شرطی قابل قبول‌تر بوده است. (Yamai & Yoshiba, 2002)

مارتینز و یاو نیز به برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از مدل‌های غیر خطی تئوری ارزش آفرین پرداختند. ایشان از توزیع‌های شرطی سری‌های زمانی بازده دارایی‌های مالی استفاده کرده و رویه معرفی شده را



اندازه‌گیری ریسک، به بررسی ریسک‌های بازار و غیربازار<sup>۱۲</sup> پرداختند. در نهایت ۴ ویژگی<sup>۱۳</sup> به عنوان معیارهای اندازه‌گیری ریسک تعیین شد. ایشان هر کدام از معیارها که تمامی ویژگی‌ها را پوشش دهد، منسجم<sup>۱۴</sup> نامیدند. (Artzner, et al., 1998)

اکربی و تاسچه تخصیص عنوان "معیار اندازه-گیری ریسک" را به مدل‌های مطرح شده منوط به انسجام آن‌ها دانستند. در ادامه شاخص‌های انسجام توضیح داده شده است. (Acerbi & Tasche, 2001)

$$p: V \rightarrow R$$

معیاری منسجم است، که ۴ ویژگی زیر را داشته باشد:

(۱) یکنواختی<sup>۱۵</sup>

$$X \in V, X \geq 0 \Rightarrow \rho(X) \leq 0;$$

(۲) جمع‌پذیری<sup>۱۶</sup>

$$X, Y, X + Y \in V \Rightarrow \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y);$$

(۳) همگنی مثبت<sup>۱۷</sup>

$$X \in V, h > 0, hX \in V \Rightarrow \rho(hX) = h\rho(X);$$

(۴) انتقال یکسان<sup>۱۸</sup>

$$X \in V, a \in R \Rightarrow \rho(X + a) = \rho(X) - a;$$

(Acerbi & Tasche, 2001)

درحالی‌که شاخص جمع‌پذیری یکی از اصول ذهنی هر سرمایه‌گذار است، مدل ارزش در معرض ریسک به دلیل نداشتن این ویژگی، منسجم نیست. برای مثال قانون جمع‌پذیری در بحث الزامات کفایت سرمایه بانک‌ها از دیدگاه نظارتی، اهمیت بسیاری دارد. شعبه‌های یک بانک را در نظر بگیرید، اگر الزامات سرمایه‌ای هر کدام از شعبه‌ها بر اساس ریسک آن تعیین شده باشد، ناظر می‌تواند مطمئن باشد که با توجه به قانون جمع‌پذیری، جمع سرمایه مجموعه شعبه‌ها کفایت خواهد کرد. اما بر اساس

خواهد بود. برآوردی دقیق است که، مقدار تجربی<sup>۹</sup> سطح ریسک محاسبه شده نزدیک به مقدار اسمی<sup>۱۰</sup> آن باشد. در غیر این صورت برآورد کمتر از واقع ریسک احتمالی، موجب خطرپذیری بیش از حد و یا برآوردی بیش از واقع موجب محافظه‌کاری بیش از حد سرمایه‌گذاران خواهد شد (Orhan & KÖksal, 2011). به دلیل ویژگی‌های این مدل، به طور گسترده توسط قانون‌گذاران، بانکداران و به طور کلی موسسات مالی مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای مثال در این معیار پس‌آزمایی<sup>۱۱</sup> به آسانی انجام می‌شود و تحت تاثیر بازده‌های بزرگ نیست. همچنین انحراف-های منفی در محاسبات وارد می‌شود و در آخر می‌توان پرتفویی متشکل از چند نوع دارایی مالی را مورد بررسی قرار داد.

ارزش در معرض ریسک در سطح  $1-\alpha$  نشان دهنده حد بالای دنباله چپ توزیع بازده فرضی است، یعنی به اندازه  $\alpha$  درصد دوره زمانی در نظر گرفته شده، احتمال دارد که زیان محتمل از سطح تعیین شده تجاوز کند (Lopez, 1999). در مدل زیر  $X$  متغیر تصادفی است که ارزش آتی سود و یا زیان پرتفوی را در محدوده زمانی مشخص (T) نشان می‌دهد. ارزش در معرض ریسک پرتفوی مفروض، با پارامترهای T و  $\alpha$  درصد با زیان مربوط به چارک  $\alpha^x$  تعیین می‌شود.

(معادله ۱)

$$x^{(\alpha)}(X) = \sup\{x | P[X \leq x] \leq \alpha\}$$

(معادله ۲)

$$VaR^{(\alpha)}(\alpha) = -x^{(\alpha)}(X)$$

با وجود تمامی محاسن، این معیار منسجم نیست. آرتزنر و دیگران در مقاله‌ای بدون فرض وجود بازارهای کامل و بحث در مورد روش‌های

اگر معادله توزیع پرتفوی پیوسته باشد، می‌توان به آسانی توسط ارزش مورد انتظار شرطی کمتر از چارک و یا "دنباله مورد انتظار شرطی"<sup>۱۹</sup> به سوال فوق پاسخ داد.

(معادله ۳)

$$TCE^{(\alpha)}(X) = -E\{X|X \leq x^{(\alpha)}\}$$

معادله فوق برای بسیاری از توزیع‌های عمومی، سوال اخیر را پوشش نمی‌دهد، چرا که احتمال  $\{X \leq x^{(\alpha)}\}$  بزرگتر از  $\alpha$  درصد و در نهایت بزرگتر از مجموعه بدترین حوادث در نظر گرفته شده خواهد بود. "دنباله مورد انتظار شرطی" تنها در محدوده توزیع‌های پیوسته معیار اندازه‌گیری ریسک است و در توزیع‌های گسسته احتمالاً از قانون جمع-پذیری تبعیت نخواهد کرد (Acerbi & Tasche, 2001).

برای تعیین آنکه کدام معادله سوال اخیر را پوشش می‌دهد،  $n$  مشاهده را به صورت  $X_{1:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$  مرتب کرده و  $\alpha$  درصد مشاهدات با استفاده از  $\omega = [n\alpha] = \max\{m|m \leq n\alpha, m \in \mathbb{N}\}$  تعیین شده است. در نهایت مجموعه  $\alpha$  درصد بدترین موارد به صورت  $\{x_{1:n}, \dots, x_{\omega:n}\}$  نتیجه شده است.

(معادله ۴)

$$x_n^{(\alpha)}(X) = X_{\omega:n}$$

در نهایت "ارزش در معرض ریسک شرطی" در  $\alpha$  درصد بدترین حوادث به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(معادله ۵)

$$\begin{aligned} CVaR_n^{(\alpha)}(X) &= -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} X_{i:n}}{\omega} \\ &= -(\text{Average of least } \alpha\% \text{ outcomes } X_i) \end{aligned}$$

معیار ارزش در معرض ریسک، ریسک مجموعه در بهترین حالت برابر با جمع ریسک یکایک شعبه‌ها خواهد بود. اکبری و تاسچه در مقاله خود به نام "ارزش در معرض ریسک شرطی: جایگزینی منسجم برای ارزش در معرض ریسک" این معیار را توسعه دادند تا شاخص‌های انسجام را پوشش دهند (Acerbi & Tasche, 2001).

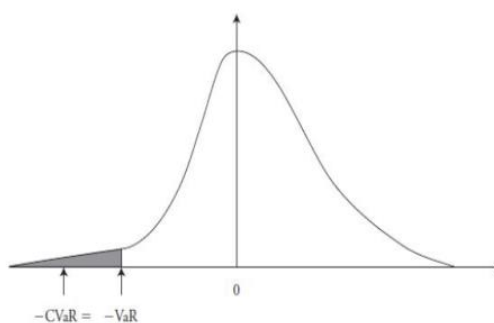
از این معیار برای پاسخگویی به سوالات زیر استفاده می‌شود:

• حداقل زیان تحقق‌یافته در  $\alpha$  درصد بدترین موارد روی داده، چه میزان است؟

این سوال در اکثر محافل مدیریت ریسک مطرح می‌شود. از آنجائیکه در ارزش در معرض ریسک، آستانه پایین زیان‌های محتمل (در  $\alpha$  درصد موارد) مد نظر قرار می‌گیرد، این معیار، زیان‌های فراتر از آستانه تعیین شده را نادیده می‌گیرد. حال سوال زیر جایگزین سوال فوق می‌شود.

• زیان مورد انتظار در  $\alpha$  درصد بدترین موارد به چه میزان است؟

سوال فوق به دو دلیل قابل توجه است. اولاً، این سوال یک سوال طبیعی است که بدون شک با مشاهده نمونه‌ای از بدترین اتفاقات به ذهن می‌رسد و ثانیاً، این سوال حرکتی است به سوی تعریف معیارهای جمع‌پذیر.



شکل (۱)



اگر با احتمال یک داشته باشیم،  $\lim_{n \rightarrow \infty} X_{\omega:n} = x^{(\alpha)}$  (معادله ۷) می توان نتیجه گرفت:

(معادله ۸)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} CVaR_n^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha} \left( E \left[ X 1_{\{X \leq x^{(\alpha)}\}} \right] - x^{(\alpha)} (P[X \leq x^{(\alpha)}] - \alpha) \right)$$

معادله اخیر معادله ای جایگزین برای برآورد چارکی است که قبلا به آن اشاره شد Acerbi & Tasche, 2001).

در نهایت می توان "ارزش در معرض ریسک شرطی" در  $\alpha$  درصد را به صورت زیر تعریف کرد: (معادله ۹)

$$CVaR^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha} \left( E \left[ X 1_{\{X \leq x^{(\alpha)}\}} \right] - x^{(\alpha)} (P[X \leq x^{(\alpha)}] - \alpha) \right)$$

در معادله فوق،  $X$  نشان دهنده سود و یا زیان پرتفوی در افق زمانی  $T$  و  $\alpha = A\% \in (0,1)$  است. معادله فوق الذکر معیاری برای اندازه گیری ریسک است که تمامی شروط انسجام را پوشش می دهد. معادله اخیر با حداکثر تعداد در نظر گرفته شده برای  $n$  بیان ریاضی سوالی است که قبلا مطرح شد.

سادگی معادله "ارزش در معرض ریسک شرطی" تنها زمانی فهمیده می شود که تعریف آن به عنوان ترکیب زیان ها را در نظر نگیرید. در این صورت نمایشی معادل برای معادله ۹ خلق می شود که به  $\alpha$  و تابع توزیع  $F(x) = P[X \leq x]$  وابسته است. با معرفی معادله معکوس برای تابع توزیع، که به صورت زیر بیان می شود به راحتی می توان "ارزش در معرض ریسک شرطی" را به صورت میانگین منفی  $F^-(p)$  برای سطح اطمینان  $p = (0, \alpha]$  بیان کرد.

(معادله ۱۰)

$$F^-(p) = \inf\{x | F(x) \geq p\}$$

نتیجه حاصله "ارزش در معرض ریسک شرطی" با احتمال  $\alpha$  درصد خوانده می شود Acerbi & Tasche, 2001). در ادامه می توان اثبات کرد که  $CVaR_n^{(\alpha)}$  به ازای تمامی نهای یکسان، جمع پذیر است.

دو متغیر  $X$  و  $Y$  را در نظر بگیرید. برای هر یک از این متغیرها  $n$  مشاهده وجود دارد.

(معادله ۶)

$$\begin{aligned} CVaR_n^{(\alpha)}(X + Y) &= -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} (X + Y)_{i:n}}{\omega} \\ &= -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} (X_{i:n} + Y_{i:n})}{\omega} \\ &= CVaR_n^{(\alpha)}(X) + ES_n^{(\alpha)}(Y) \end{aligned}$$

می توان معادله  $CVaR_n^{(\alpha)}$  را به صورت زیر توسعه داد:

(معادله ۷)

$$\begin{aligned} CVaR_n^{(\alpha)} &= -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} x_{i:n}}{\omega} = -\frac{\sum_{i=1}^n x_{i:n} 1_{\{i \leq \omega\}}}{\omega} \\ &= -\frac{1}{\omega} \left( \sum_{i=1}^n X_{i:n} 1_{\{X_{i:n} \leq X_{\omega:n}\}} - \sum_{i=1}^n X_{i:n} (1_{\{X_{i:n} \leq X_{\omega:n}\}} - 1_{\{i \leq \omega\}}) \right) \\ &= -\frac{1}{\omega} \left( \sum_{i=1}^n X_i 1_{\{X_i \leq X_{\omega:n}\}} - X_{\omega:n} \sum_{i=1}^n (1_{\{X_{i:n} \leq X_{\omega:n}\}} - 1_{\{i \leq \omega\}}) \right) \\ &= -\frac{n}{\omega} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i 1_{\{X_i \leq X_{\omega:n}\}} - X_{\omega:n} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\{X_i \leq X_{\omega:n}\}} - \frac{\omega}{n} \right) \right) \end{aligned}$$





(معادله ۱۱)

$$CVaR^{(\alpha)} = -\frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} F^{\leftarrow}(p) dp$$

شواهد و نتایج مطالعات متعددی بر توانمندی الگوهای این خانواده در اندازه‌گیری ریسک بازار دلالت داشته‌اند (خیابانی و ساروقی، ۱۳۹۰). از اینرو به توضیح این مدل‌ها می‌پردازیم.

مدل‌های خودرگرسیون ناهمسانی واریانس در شاخه اقتصادسنجی (روش‌های پارامتریک) قرار دارد. این مدل‌ها اولین بار توسط انگل معرفی شدند (Engle, 1982).

با وجود سادگی، مدل معرفی شده توسط انگل به طور معمول نیازمند برآورد تعداد زیادی پارامتر است (Engle, 1982) (شاهمرادی و زنگنه ۱۳۸۶). در سال‌های بعد، بلسلف تعمیمی مفید بر مدل ناهمسانی واریانس شرطی خودرگرسیونی، تحت عنوان مدل ناهمسانی واریانس خودرگرسیونی تعمیم‌یافته<sup>۲۲</sup>، معرفی کرد (Bollerslev, 1986). در این مدل واریانس شرطی علاوه بر وقفه‌های پسماندها به وقفه‌های خود نیز وابسته است.

برای سری لگاریتم بازده‌ها  $(r_t)$ ،  $a_t = r_t - \mu_t$  برای زمان  $t$  تعریف می‌شود. در این صورت  $a_t$  از مدل GARCH(m,s) پیروی می‌کند اگر:

(معادله ۱۳)<sup>۲۳</sup>

$$a_t = \delta_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0,1) \\ = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \delta_{t-j}^2$$

در معادله فوق  $\alpha_0 > 0$  و  $\alpha_i, \beta_j \geq 0$  و  $\sum_{i=1}^{\max(m,s)} (\alpha_i + \beta_j) < 1$  محدودیت اخیر برای  $a_t$  به محدودیت واریانس غیر شرطی اشاره می‌کند، در حالیکه واریانس شرطی  $\delta_t^2$  در طول زمان تغییر خواهد کرد (Tsay, 2010).

معادله اخیر بنیادی‌ترین فرمول برای محاسبه "ارزش در معرض ریسک شرطی" است. قابلیت توضیح دهندگی، این معادله را برای انجام پژوهش در خصوص ویژگی‌های تحلیلی "ارزش در معرض ریسک شرطی" مناسب می‌سازد (Acerbi & Tasche, 2001). پیوستگی در  $\alpha$  که "ارزش در معرض ریسک شرطی" را از "دنباله مورد انتظار شرطی" متمایز می‌سازد، در معادله ۱۱ قابل مشاهده است، در حالیکه در معادله ۹ به آن اشاره‌ای نشده بود. در آخر می‌توان "ارزش در معرض ریسک شرطی" را به صورت زیر بیان کرد:

(معادله ۱۲)

$$CVaR^{(\alpha)} = TCE^{(\alpha)} + (\lambda - 1)(TCE^{(\alpha)} - VaR^{(\alpha)})$$

در معادله فوق:

$$\lambda \equiv P[X \leq x^{(\alpha)}] / \alpha \geq 1$$

است.

معادله ۱۲ که به آسانی با ضرب در و تقسیم بر کردن  $P[X \leq x^{(\alpha)}]$  در معادله ۹ استخراج می‌شود، اجازه می‌دهد تا ثابت کنیم که:

$$CVaR^{(\alpha)} \geq TCE^{(\alpha)}$$

در این مرحله سوال خواهد شد که با استفاده از کدام مدل باید واریانس توزیع را محاسبه و ارزش در معرض ریسک را استخراج کرد؟ با توجه به ناهمسانی مشاهده شده در توزیع داده‌های مورد آزمون، مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی خودرگرسیونی<sup>۲۱</sup> در محاسبه واریانس توزیع طرفداران بسیاری یافته است. در سال‌های اخیر،

افزایش دهد. این مساله در هنگام برآورد مدل، ایجاد مشکل می‌کند و از طرفی تشخیص این مطلب که آیا شوک‌ها در مدل وجود دارند یا نه، دشوار می‌شود. اما در مدل واریانس ناهمسانی خودرگرسیون شرطی<sup>۲۵</sup> برای اطمینان از مثبت شدن  $\delta_t^2$  نیازی به ایجاد هیچ محدودیتی نیست (خیابانی و ساروقی، ۱۳۹۰). نلسون برای نشان دادن عدم تقارن نوسانات در برابر بازده مثبت و یا منفی، مدل ای-گارچ (m,s) را معرفی کرد (Nelson, 1991).

(معادله ۱۸)

$$a_t = \delta_t \varepsilon_t \ln(\delta_t^2) \\ = \alpha_0 + \frac{1 + \beta_1 B + \dots + \beta_{s-1} B^{s-1}}{1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_m B^m} g(\varepsilon_t - 1)$$

در معادله فوق  $\alpha_0$  مقدار ثابت و B عملگر توقفی است. در اینجا دو مورد از تفاوت‌های مدل ای-گارچ و ای-گارچ توضیح داده می‌شود. اولاً در مدل ای-گارچ از لگاریتم واریانس شرطی استفاده می‌شود، به همین دلیل دیگر نیازی به مثبت فرض کردن ض  $g(\varepsilon_t)$  رایب نیست. ثانیاً، استفاده از این امکان را به مدل می‌دهد تا در برابر ارزش توقفی مثبت و یا منفی  $a_t$  پاسخی نامتقارن دهد (Tsay, 2010). در نهایت مدل زیر به عنوان مدل ای-گارچ (m,s) ارائه شده است:

(معادله ۱۹)

$$\ln(\delta_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^s \alpha_i \frac{|a_{t-i}| + \gamma_i a_{t-i}}{\delta_{t-i}} \\ + \sum_{j=1}^m \beta_j \ln(\delta_{t-j}^2)$$

در معادله فوق  $\gamma$  نشان دهنده اثر اهرمی  $a_{t-i}$  است. مدل دیگری که اثر اهرمی شوک‌ها بر واریانس شرطی را در نظر می‌گیرد، مدل خودرگرسیون ناهمسانی واریانس آستانه‌ای<sup>۲۶</sup> است. این مدل توسط گلستن، جاگاناتان و رانکل و زاکوئیان انتشار یافت

قدرت و ضعف مدل‌های گارچ با تمرکز بر پایین‌ترین مرتبه این مدل‌ها یعنی GARCH(1,1) قابل ارزیابی است.

(معادله ۱۴)

$$\delta_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \delta_{t-1}^2 \quad 0 \leq \alpha_1, \beta_1 \\ \leq 1, (\alpha_i + \beta_j) < 1$$

اگر در معادله ۱۴ محدوده زمانی پیش‌بینی در نظر گرفته شده با h نمایش داده شود، نوسان دوره بعد به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

(معادله ۱۵)

$$\delta_{h+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_h^2 + \beta_1 \delta_h^2$$

برای پیش‌بینی دوره‌های آتی<sup>۲۷</sup>، تساوی  $a_t^2 = \delta_t^2 \varepsilon_t^2$  در نظر گرفته و معادله ۱۴ بازنویسی می‌شود.

(معادله ۱۶)

$$\delta_{t+1}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \delta_t^2 + \alpha_1 \delta_t^2 (\varepsilon_t^2 - 1)$$

در حالیکه  $t=h+1$  در نظر گرفته شده، معادله به شکل زیر بیان می‌شود (Tsay, 2010).

(معادله ۱۷)

$$\delta_{h+2}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \delta_{h+1}^2 + \alpha_1 \delta_{h+1}^2 (\varepsilon_{h+1}^2 - 1)$$

مدل گارچ، همان ضعف‌های مدل آرچ را دارد. نلسون در مقاله‌ای با بررسی بازدهی بازار دریافت که ناپایداری و نوسانات در واکنش به اخبار بد افزایش یافته و در پاسخ به اخبار خوب کاهش می‌یابد (Nelson, 1991). در حالیکه در مدل معمول گارچ، واریانس شرطی تحت تاثیر مجذور  $a_t$  قرار دارد. محدودیت دوم مدل گارچ شرطی است که برای اطمینان از مثبت شدن واریانس شرطی روی مدل اعمال می‌شود. این محدودیت موجب می‌شود، افزایش  $\varepsilon_t^2$  در هر دوره ای ( $m > 1$ ) مقدار  $\delta_{t-m}^2$  را

انتخاب شود. در اینجا برای پس آزمایی از مدل معرفی شده توسط مک نیل و فری با عنوان "روش جزء اخلاص مازاد استاندارد"<sup>۲۸</sup> استفاده شده است (McNeil & Frey, 2000).

در این مدل بازده یک روز بعد با ارزش در معرض ریسک برآورد شده برای آن روز مقایسه می‌شود. اگر این برآورد از ارزش برآورد شده کوچکتر باشد - به عبارت دیگر زیانی بیشتر از برآورد تحقق یافته باشد - ارزشی مطابق مدل زیر به جزء اخلاص اختصاص می‌یابد. در غیر این صورت ارزش آن صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$\varepsilon_{t+1} = \begin{cases} \frac{-Y_{t+1} - CVaR_{1,\alpha,t}}{\hat{\delta}_t}, & \text{if } Y_{t+1} < -VaR \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{معادله ۲۱})$$

در مدل فوق  $\hat{\delta}_t$  انحراف معیار پیش‌بینی شده بازده روزانه از زمان  $t$  تا  $t+1$  است. بر مبنای آزمون فوق، اگر ارزش در معرض ریسک شرطی محاسبه شده یک برآورد کننده نا اریب زیان روزانه باشد، میانگین جزء اخلاص مازاد صفر خواهد بود. بر همین اساس در آزمون فرضیات، صفر بودن میانگین جزء اخلاص را فرض صفر و مثبت بودن آن فرض مقابل در نظر گرفته شده است. برای آزمون صحت فرض صفر، آماره  $t = \frac{\bar{\varepsilon}}{est.s.e(\bar{\varepsilon})}$  تعریف شده است. با در نظر گرفتن قضیه حد مرکزی و تعداد داده‌های پس آزمایی، توزیع داده‌ها نرمال فرض شده است. (Alexander, 2008)

لویز چارچوبی برای رتبه‌بندی پیش بینی‌های انجام شده به صورت زیر ارائه کرد (Lopez, 1999). در صورت تایید فرض صفر ارزش در معرض ریسک شرطی محاسبه شده معتبر بوده و می‌توانیم

(Glosten, Jagannathan, & Runkle, 1993; Zakoian, 1994). ساختار مدل تی‌گارچ (m,s) به صورت زیر است:

$$\delta_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^s (\alpha_i + \gamma_i N_{t-i}) a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^m \beta_j \delta_{t-j}^2 \quad (\text{معادله ۲۰})$$

$N_{t-i}$  شاخصی برای نمایش  $\alpha_{t-i}$  منفی است.

$$N_{t-i} = \begin{cases} 1 & , a_{t-i} < 0 \\ 0 & , a_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

در معادله فوق، همانند مدل گارچ، پارامترهای  $\alpha_i$ ،  $\gamma_i$  و  $\beta_j$  غیرمنفی هستند. همانگونه که در مدل فوق مشاهده می‌نمایید مثبت بودن  $a_{t-i}$  (اثر اخبار خوب)،  $\alpha_i a_{t-i}^2$  را به  $\delta_t^2$  نزدیک‌تر می‌کند. در حالیکه با منفی بودن  $a_{t-i}$  (اخبار بد) و  $\gamma_i > 0$ ،  $(\alpha_i + \gamma_i) a_{t-i}^2$  تاثیر بیشتری بر واریانس خواهد داشت.

همانگونه که بیان شده است، مرتبه هر سه مدل معرفی شده با (m,s) نمایش داده می‌شود. m و s می‌توانند اعداد طبیعی میان ۱ و بینهایت را اختیار کنند. در تحقیق پیشرو بنا به پیشنهاد الکساندر در کتابی به نام "آنالیز ریسک بازار"، با استفاده از روش درست نمایی بیشینه<sup>۲۷</sup> مرتبه بهینه مدل برآورد می‌شود (Alexander, 2008). با در نظر گرفتن داده‌های نمونه، مرتبه بهینه تابع را حداکثر خواهد کرد. با توجه به آنکه معادلات بسیاری برای برآورد بیشینه درست نمایی پیشنهاد شده است، در اینجا از معادله پیشنهاد شده توسط تسی در کتاب "تحلیل سری‌های زمانی مالی" استفاده شده است (Tsay, 2010).

بعد از برآورد "ارزش در معرض ریسک شرطی" نوبت به آن می‌رسد تا مدل‌های مختلف ارزشیابی شوند و از میان آن‌ها بهترین مدل و توزیع

شرطی، بازده لگاریتمی قیمت طلا و نفت در بازار بین‌المللی محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای انجام محاسبات در کلیه مراحل از نرم افزارهای Excel، EViews و MATLAB استفاده شده است. داده‌های مورد استفاده مربوط قیمت طلا<sup>۳۱</sup> و نفت<sup>۳۲</sup> در بازار بین‌المللی در بازه زمانی اول نوامبر ۲۰۰۲ تا پایان اکتبر ۲۰۱۳ و شامل ۲،۷۹۳ داده است. متغیر تحقیق بازده روزانه لگاریتمی به صورت  $\ln(x_t/x_{t-1})$  تعریف شده است که  $x_t$  نشان دهنده قیمت در روز  $t$  ام است.

### تحلیل نتایج

در شکل ۲ قیمت طلا و نفت در بازه مورد مطالعه نشان داده شده است که محور افقی تاریخ و محور عمودی مقدار بازده در هر روز است.

برای رتبه بندی مدل‌های تایید شده از معیار لویز<sup>۳۰</sup> استفاده شود.

(معادله ۲۲)

$$\psi_{1,t+1}^i = f(x) = \begin{cases} |-y_{t+1} - CVaR_{t+1|t}^i|, & \text{if } Y_{t+1} < -VaR \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

و

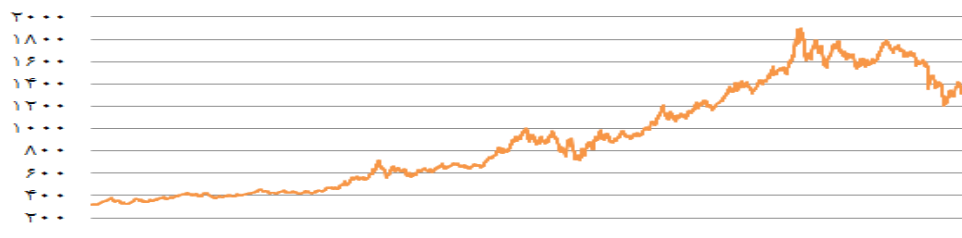
$$\psi_{2,t+1}^i = f(x) = \begin{cases} (-y_{t+1} - CVaR_{t+1|t}^i)^2, & \text{if } Y_{t+1} < -VaR \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

مدل‌های برآورد بر مبنای مقدار  $\Sigma \Psi_{t+1}^i$  رتبه‌بندی می‌شوند و بهترین مدل کمترین مقدار را خواهد داشت.

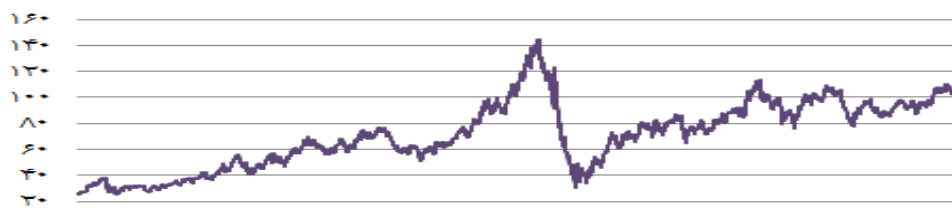
### ۴- نتایج پژوهش

در این بخش با استفاده از مدل‌های GARCH، EGARCH و TGARCH (با فرض نرمال و تی-استودنت بودن توزیع) ارزش در معرض ریسک

شکل ۲- نمودار قیمت طلا



نمودار قیمت نفت



همان‌گونه که از شکل ۲ مشخص است، قیمت کالا در هر دو بازار در دوره مورد بررسی روند صعودی داشته‌اند. طلا در این دوره سقف ۱۹۰۰ دلار به ازای هر اونس را لمس کرده است و سپس روندی کاهشی در پیش گرفته است. در این دوره بازار نفت نسبت به بازار طلا نوسان بیشتری داشته است. این کالا در دوره زمانی ۲۰۰۷ الی ۲۰۰۹ کف و سقف قیمتی خود یعنی ۳۰ و ۱۴۵ دلار را تجربه کرده است.

همان‌طور که در جدول یک دیده می‌شود کشیدگی بازده لگاریتمی قیمت طلا و نفت از نرمال فاصله زیادی دارد. همچنین میزان چولگی نشان می‌دهد توزیع بازده قیمت نفت حدوداً متقارن و بازده طلا نامتقارن و متمایل به چپ و بازدهی منفی است. قبل از این که مدل خودرگرسیون تخمین زده شود، آزمون مانایی<sup>۳۳</sup> برای هر دو سری زمانی انجام شده است. اگر سری زمانی مورد بررسی مانا نباشد، به دلیل بروز مشکل رگرسیون کاذب، استفاده از مدل‌های خودرگرسیون امکان‌پذیر نخواهد بود. برای

آزمون مانایی، از آزمون‌های ریشه‌ی واحد دیکی-فولر تعمیم یافته<sup>۳۴</sup> استفاده شده است. در این آزمون فرض صفر وجود ریشه واحد و فرض یک مانایی سری زمانی را تایید می‌کند (Brooks, 2008). همان‌گونه که در قسمت الف جدول ۲ مشاهده می‌نمایید هر دو سری زمانی مانا هستند. برای آزمون وجود خود همبستگی بین واریانس یا "اثر آرچ"<sup>۳۵</sup> در داده‌ها، از آزمون انگل با فرضیه صفر "عدم وجود اثر آرچ" استفاده شده است (Engle, 1982). در این آزمون معناداری عدم وجود همبستگی میان مجذور تمامی باقیمانده‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در صورتی که آماره حاصله بر اساس توزیع کای دو بزرگتر از نقطه بحرانی باشد فرض صفر رد و وجود خود همبستگی میان باقیمانده‌ها اثبات می‌شود. نتایج آزمون اثر آرچ در قسمت ب جدول ۲ وجود اثر آرچ میان داده‌ها را تایید می‌کند، در نتیجه می‌توان در برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی از مدل‌های ناهمسانی واریانس استفاده کرد.

جدول (۱) - ویژگی‌های آماری بازده لگاریتمی قیمت‌ها در بازارهای بین‌المللی طلا و نفت

تعداد نمونه	میانگین	انحراف معیار	مینیمم	ماکزیمم	کشیدگی	چولگی
۲۷۹۳	۰,۰	۰,۰۱۲۵	-۰,۰۹۵۵	۰,۱۰۲۴	۸,۳۵۸۹	-۰,۴۴۶۲
۲۷۹۳	۰,۰	۰,۰۲۵۲	-۰,۱۶۷۸	۰,۱۳۳۵	۷,۵۵۱	۰,۰۲۲۹

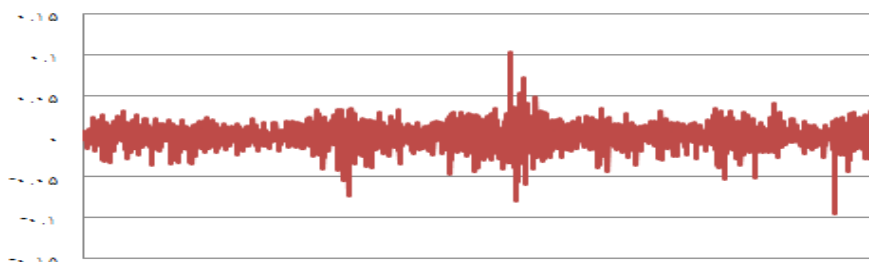
جدول (۲) - الف: نتایج آزمون دیکی-فولر

آزمون دیکی-فولر	بازده لگاریتمی	P-value	مانا بودن
طلا	۰,۰۰۰۱	تایید شد	
نفت	۰,۰۰۰۱	تایید شد	

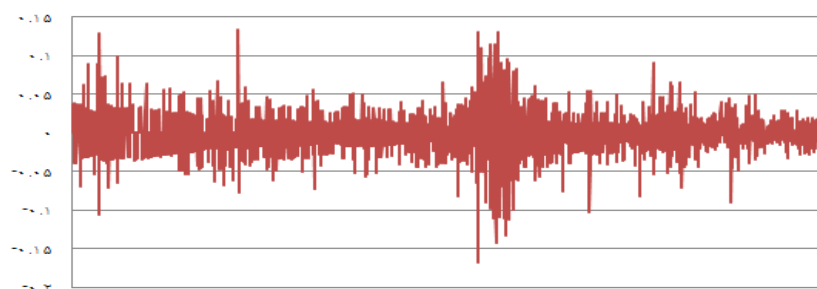
ب: نتایج آزمون اثر آرچ

آزمون اثر آرچ	بازده لگاریتمی	P-value	وجود خود همبستگی
طلا	۰	۰۵E-۲,۳۹	تایید شد
نفت	۰	۰	تایید شد

شکل ۳- بازده لگاریتمی قیمت طلا



بازده لگاریتمی قیمت نفت



مرحله بعد با استفاده از داده‌های ۲ تا ۲،۵۴۳ این ارزش برای روز ۲،۵۴۴ برآورد شده است. انحراف منفی برآوردهای انجام شده نسبت به بازده در هر روز (در دوره پس‌آزمایی)، داده ورودی برای ارزیابی اعتبار مدل‌ها است، که با استفاده از آزمون نارویی خطا انجام شده است. در نهایت مدل‌های معتبر برای هر بازار، با استفاده مقایسه مجموع انحرافات رتبه-بندی شده‌اند. در تمامی برآوردها و ارزیابی‌ها سطح خطا ۵٪ در نظر گرفته شده است.

برای انجام مراحل بعدی سقفی برای مرتبه مدل‌های ناهمسانی در نظر گرفته شده است و با استفاده از بیشینه درست‌نمایی ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از مرتبه بهینه مدل‌های ناهمسانی محاسبه شده است. در نهایت با استفاده از ارزش در معرض ریسک اولیه، ارزش شرطی همان داده برآورد شده است.

در شکل ۳ نیز ناهمسانی واریانس بازده لگاریتمی قیمت، در هر دو بازار، قابل مشاهده است. نحوه مقایسه مدل‌های مختلف ناهمسانی واریانس مورد استفاد (با در نظر گرفتن توزیع فرض شده) در برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی از نوع داخل نمونه ای بوده که در ادامه توضیح داده شده است. ابتدا ۲۵۱ داده (تعداد معاملات در یک سال آخر) برای پس‌آزمایی در نظر گرفته شده و از اولین داده تا ۲،۵۴۲ برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی برای روز ۲،۵۴۳ استفاده شده است.

جدول (۳) - نتایج آزمون نارایی خطا و رتبه‌بندی مدل‌ها

آزمون لوپز		آزمون نارایی خطا		تعداد خطا			
رتبه در بازار	نتایج	اعتبار مدل	نتایج				
۲	۰۵E-۳	معتبر	۱,۶	۱۸	GARCH	نرمال	طلا
—	۰۵E-۳	نامعتبر	۱,۷	۲۲	EGARCH		
—	۰۵E-۳	نامعتبر	۱,۸	۱۹	TGARCH		
۱	۰۵E-۳	معتبر	۱,۶	۱۲	GARCH	استودنت	
—	۰۵E-۳	نامعتبر	۱,۹	۱۵	EGARCH		
—	۰۵E-۳	نامعتبر	۱,۹	۱۳	TGARCH		
۶	۰۷E-۶	معتبر	-۲,۰	۸	GARCH	نرمال	نفت
۵	۰۷E-۳	معتبر	-۰,۹	۵	EGARCH		
۴	۰۷E-۳	معتبر	-۲,۱	۵	TGARCH		
۲	۰۸E-۲	معتبر	-۱,۵	۳	GARCH	استودنت	
۳	۰۸E-۴	معتبر	۰,۰	۵	EGARCH		
۱	۰۹E-۵	معتبر	-۱,۲	۲	TGARCH		

انجام شده با مدل تی‌گارچ مرتبه ۱ با توزیع تی- استودنت در بازار نفت نزدیک تر به واقع بوده است. در نتیجه سرمایه‌گذاران در بازار نفت می‌توانند با توجه به نتایج این تحقیق، برای برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی بازده لگاریتمی قیمت نفت از مدل‌های ناهمسانی شرطی استفاده نمایند، درحالی که استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس برای برآورد این ارزش در بازار طلا توصیه نمی‌شود.

طبق جدول ۳ همان گونه که نتایج آزمون نارایی خطا نشان می‌دهد تمامی ارزش‌های برآوردی در بازار نفت معتبر بوده، در حالی که در بازار طلا تنها اعتبار ارزش برآوردی با مدل گارچ (در هر دو توزیع نرمال و تی‌استودنت) تایید شده است. به طور کلی به نظر می‌رسد مدل‌های ناهمسانی برای برآورد ارزش در معرض خطر شرطی بازده قیمت در بازار طلا مناسب نیستند. در مرحله بعد، یعنی رتبه‌بندی مدل‌های معتبر با استفاده از معیار لوپز، برآوردهای

جدول (۴) - برآوردهای انجام شده برای ۲ داده اخیر

۳۱ دسامبر ۲۰۱۳					۳۰ دسامبر ۲۰۱۳									
ارزش در معرض ریسک شرطی	ارزش در معرض ریسک	بازده لگاریتمی q	بهترین p	بهترین	ارزش در معرض ریسک شرطی	ارزش در معرض ریسک	بازده لگاریتمی q	بهترین p	بهترین	q	p			
۰,۰۲۴۳	۰,۰۱۹۳	-۰,۰۱۴۷	۵	۵	۰,۰۲۵۸	۰,۰۲۰۴	-۰,۰۰۱۲	۵	۵	۵	۵	GARCH	طلا	
۰,۰۲۳۶	۰,۰۱۸۷	-۰,۰۱۴۷	۵	۵	۰,۰۲۷۷	۰,۰۲۲۰	-۰,۰۰۱۲	۵	۴	۵	۵	EGARCH		نرمال
۰,۰۲۴۹	۰,۰۱۹۸	-۰,۰۱۴۷	۱	۱	۰,۰۲۵۷	۰,۰۲۰۴	-۰,۰۰۱۲	۱	۱	۵	۵	TGARCH		

۳۱ دسامبر ۲۰۱۳					۳۰ دسامبر ۲۰۱۳									
ارزش در معرض ریسک شرطی	ارزش در معرض ریسک	بازده لگاریتمی q	بهترین p	بهترین ریسک	ارزش در معرض ریسک شرطی	ارزش در معرض ریسک	بازده لگاریتمی q	بهترین p	بهترین ریسک	q	p			
۰,۰۲۸۸	۰,۰۲۵۸	-۰,۰۱۴۷	۵	۵	۰,۰۲۷۰	۰,۰۲۴۲	-۰,۰۰۱۲	۵	۵	۵	۵	GARCH	استودنت	
۰,۰۲۷۳	۰,۰۲۴۵	-۰,۰۱۴۷	۵	۵	۰,۰۲۸۹	۰,۰۲۶۰	-۰,۰۰۱۲	۵	۴	۵	۵	EGARCH		
۰,۰۲۷۹	۰,۰۲۵۱	-۰,۰۱۴۷	۱	۱	۰,۰۲۸۵	۰,۰۲۵۶	-۰,۰۰۱۲	۱	۱	۵	۵	TGARCH		
۰,۰۲۶۷	۰,۰۲۱۴	۰,۰۰۴۰	۴	۴	۰,۰۲۷۲	۰,۰۲۱۸	۰,۰۱۴۷	۳	۴	۵	۵	GARCH	نرمال	نفت
۰,۰۳۳۹	۰,۰۲۷۱	۰,۰۰۴۰	۵	۵	۰,۰۲۹۰	۰,۰۲۳۲	۰,۰۱۴۷	۵	۵	۵	۵	EGARCH		
۰,۰۳۰۰	۰,۰۲۴۰	۰,۰۰۴۰	۱	۱	۰,۰۲۹۳	۰,۰۲۳۴	۰,۰۱۴۷	۱	۱	۵	۵	TGARCH		
۰,۰۲۶۸	۰,۰۲۳۹	۰,۰۰۴۰	۴	۵	۰,۰۲۷۲	۰,۰۲۴۳	۰,۰۱۴۷	۴	۴	۵	۵	GARCH	استودنت	
۰,۰۳۲۷	۰,۰۲۹۲	۰,۰۰۴۰	۵	۵	۰,۰۳۱۵	۰,۰۲۸۱	۰,۰۱۴۷	۵	۵	۵	۵	EGARCH		
۰,۰۳۰۲	۰,۰۲۷۰	۰,۰۰۴۰	۱	۱	۰,۰۲۹۳	۰,۰۲۶۲	۰,۰۱۴۷	۱	۱	۵	۵	TGARCH		

#### ۵- نتیجه گیری و بحث

نتایج نشان می‌دهند که فرض توزیع تی استودنت همانند تحقیق انجام شده توسط چلسون نسبت به فرض نرمال بودن توزیع برای برآورد ارزش در معرض ریسک مناسب‌تر است (Kjellson, 2013). سرمایه‌گذاران در بازار نفت می‌توانند با استفاده از مدل ناهمسانی واریانس تی گارچ به برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی بازده لگاریتمی آتی در بازار نفت پرداخته و ریسک سرمایه‌گذاری خود را مدیریت کنند. با توجه به درصد خطا در برآورد بازده آتی در بازار طلا مدل‌های ناهمسانی برای ارزش در معرض ریسک شرطی در این بازار چندان مناسب نیست.

با توجه به ماهیت موازی سرمایه‌گذاری در بازار های طلا و بورس، پیشنهاد می‌شود تا ارزش در معرض ریسک شاخص بورس و فرابورس نیز محاسبه شده و نتایج در اختیار شرکت‌های سرمایه‌گذاری و فعالان در بازار بورس قرار گیرد.

در این مقاله از مرتبه بهینه مدل‌های ناهمسانی واریانس، با فرض نرمال و تی استودنت بودن توزیع، برای محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده شده است.

با برآورد درست نمایی بیشینه، مرتبه بهینه مدل‌های ناهمسانی واریانس به جز مدل تی گارچ در حدود ۴ و ۵ انجام و ارزش در معرض ریسک شرطی بر اساس آن محاسبه شد. ارزیابی اعتبار مدل‌ها نتایج متفاوتی را در دو بازار نشان می‌دهد. در بازار طلا به جز ارزش محاسبه شده با استفاده از مدل گارچ (در هر دو توزیع) سایر ارزش‌ها اریب و در بازار نفت تمامی ارزش‌ها نااریب هستند. در میان نتایج نااریب، ارزش‌های محاسبه در توزیع تی استودنت رتبه بهتری را کسب کرده‌اند. در میان تمامی مدل‌ها، مدل تی گارچ با مرتبه (۱ و ۱) با توزیع تی استودنت ارزش در معرض ریسک شرطی بازده لگاریتمی نفت را نزدیک به واقع‌تر برآورد کرده است.



## فهرست منابع

- \* تهرانی رضا، سیری علیرضا (تابستان ۱۳۸۸)، کاربرد مدل سرمایه‌گذاری کارا با استفاده از تجزیه و تحلیل میانگین و نیم‌واریانس (مدل مارکوویتز)، فصلنامه بورس اوراق بهادار، سال دوم، شماره شش.
- \* خیابانی ناصر، ساروقی مریم (تابستان ۱۳۹۰)، ارزش‌گذاری برآورد VaR بر اساس مدل‌های خانواده ARCH (مطالعه موضوعی برای بازار اوراق بهادار تهران)، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، سال شانزدهم، شماره چهل و هفت.
- \* دلاوری مجید، رحمتی زینت (بهار ۱۳۸۹)، بررسی تغییر پذیری نوسانات قیمت سکه طلا در ایران با استفاده از مدل‌های ARCH، مجله دانش و توسعه، سال هفدهم شماره سی.
- \* شاهمرادی اصغر، زنگنه محمد (۱۳۸۶)، محاسبه ارزش در معرض ریسک برای شاخص‌های عمده بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش پارامتریک، مجله تحقیقات اقتصادی، دوره چهل و دو، شماره دو.
- \* عبده تبریزی حسین، شریفیان روح الله (بهار ۱۳۸۷)، "بررسی اثر ریسک نامطلوب بر عملکرد تعدیل شده بر اساس ریسک"، در شرکت‌های سرمایه‌گذاری پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، فصلنامه بورس اوراق بهادار، سال اول، شماره یک.
- \* ملائی مسعود، شیخ محمد جواد، خدامرادی سعید (بهار ۱۳۹۰)، "بهینه سازی الگوهای مدیریت ریسک مارکوویتز، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک احتمال
- پارامتریک با استفاده از الگوریتم‌های محلی و سراسری در بورس اوراق بهادار تهران"، چشم انداز مدیریت مالی و حسابداری، شماره یک.
- \* مهاجری سلماز (۱۳۹۰)، استاد راهنما: جلودار ممقانی محمد، "برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی"، دانشگاه علامه طباطبایی.
- \* مهرورز ابراهیم (۱۳۹۰)، استاد راهنما: محمد، جلودار ممقانی، "برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی تحت مدل نوسان پذیری تصادفی"، دانشگاه علامه طباطبایی.
- \* میرزایی امیر (۱۳۹۰)، استاد راهنما: حسینی نسب ابراهیم، "بررسی تاثیر نوسانات نرخ ارز و قیمت نفت بر رشد اقتصادی: مورد ایران"، دانشگاه تربیت مدرس.
- \* Alexander, Carol. (2008). "Market Risk Analysis". West Sussex. Wiley.
- \* Acerbi, Carlo. & Tasche, Dirk. (2002). "Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk". Journal of Economic Surveys. volume 16. issue 4. 379-388.
- \* Angelidis, Timotheos. & Degiannakis, Stavros. (2007). "Backtesting VaR models: an expected shortfall approach". working paper. University of Crete. Department of Economics.
- \* Artzner, Philippe, et al.. (1999). "Coherent measure of risk". Journal of Mathematical Finance. volume 9. issue 3. 203 - 228.
- \* Bollerslev, T. (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity". Journal of Econometrics, volume 31, 307-327.
- \* Brooks, Chris. (2008). "Introductory Econometrics for Finance". second edition. New York. Cambridge University Press.
- \* Cai, Zongwu & Wang, Xian. (2008). "Nonparametric estimation of conditional VaR and expected shortfall". Journal of Econometrics. volume 147.

## یادداشتها

1. به عنوان مثال امید نامه پذیرش و درج کالای "نفت خام سبک" بر سایت بورس انرژی قابل مشاهده است. (<http://www.irenex.ir>)
2. Conditional Value at Risk
3. Value-at-Risk (VaR)
4. Riskmetrics
5. Incoherent
6. EGARCH
7. نام دیگر ارزش در معرض ریسک شرطی، ریزش مورد انتظار (Expected shortfall) است. که در تحقیق پیشرو برای حفظ یکناختی عنوان "ارزش در معرض ریسک شرطی" جایگزین "ریزش مورد انتظار" شده است.
8. Peak Over Threshold Method
9. Empirical Size
10. Nominal Size
11. Backtesting
12. Non Market Risk
13. شاخص‌های مطرح شده با گذشت زمان و ارائه معیارهای مناسبتر جایگزین خواهند شد.
14. Coherence
15. Monotonicity
16. Sub- Additive
17. Positive Homogeneity
18. Translation Invariance
19. Tail Conditional Expectation
20. نمونه بزرگ
21. Autoregressive Conditional Heteroscedastic Models
22. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic Model
23. در این معادله اگر  $s=0$  باشد مدل به مدل ARCH(m) تبدیل می شود.
24. Multistep-ahead Forecast
25. The exponential GARCH model
26. The threshold GARCH model
27. Maximum Likelihood Estimation
28. Standardized Exceedance Residuals
29. صورت کسر میانگین ساده خطا است.
30. Lopez
31. [www.kitco.com](http://www.kitco.com)
32. [www.economagic.com](http://www.economagic.com)
33. Stationarity test
34. Augmented Dicky Fuller
35. ARCH effect

- \* Glosten, L.R., Jagannathan, R., & Runkle, D.E. (1993). "On the relation between the expected value and the volatility of nominal excess return on stocks". *Journal of Finance*. volume 48. 1779-1801.
- \* Kjellson, Benjamin. (2013). "Forecasting expected shortfall: an extreme value approach". Bachelor's Thesis. Lund University.
- \* Lopez, J.A. (1999). "Methods for evaluating value-at-risk estimates". Federal Reserve Bank of New York. *Economic Policy review*. Volume 2. 3-17.
- \* Nelson, D.B. (1991). "Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach". *Econometrica*, volume 59, 347-370.
- \* Martins-Filho, Carlos & Yao, Feng. (2006). "Estimation of value-at-risk and expected shortfall based on nonlinear models of return dynamics and extreme value theory". Berkeley Electronic Press. volume 10. issue 2.
- \* Sabiruzzaman, Md. et al. (2010). "Modeling and forecasting trading volume index: GARCH versus TGARCH approach". *Journal of The Quarterly Review of Economics and Finance*. volume 50. 141 – 145.
- \* Rockafellar, R. Tyrrell & Uryasev Stanislav. (2002). "Conditional value-at-risk for general loss distributions". *Journal of Banking & Finance*. 26. 1443 - 1471.
- \* Tsay, Ruey.S. (2010). "Analysis of Financial Time Series". third edition. New Jersey.
- \* Yamai, Yosuhiko & Yushiba, Toshinao. (2002). "Comparative analyses of expected shortfall and value at risk". Institute for Monetary and Economic Studies. Bank of Japan.
- \* Zakoian, J.M. (1994). "Threshold heteroscedastic models". *Journal of Economic Dynamics and Control*. Volume 18. 931-955