نشریـه علمـی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال دوازدهم، شماره چهل‌و چهارم
زمستان ۱۳۹۸

بررسی کیفیت زیر جواب های تحلیلی بهینه سبد سهام چند دوره ای با محدودیت هزینه معاملاتی وعدم امکان فروش استقراضی

سلمان ابراهیمی امام قیسی[۱]
سیدمحمدرضا داودی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۱/۱۷ تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۵/۲۰

چکیده

پژوهش حاضر بعنوان یک پژوهش کاربردی و از نوع توصیفی تحلیلی، ضمن بررسی یک پورتفوی چند دوره ای ،کیفیت زیر جواب های بهینه محاسبه شده به فرم تحلیلی اسکاف و بوید(۲۰۰۹) را برای مدل های با محدودیت هزینه‌های معاملاتی و با عدم امکان فروش استقراضی در بورس اوراق بهادار تهران بررسی می کند. اگر چه کمینه‌کردن ریسک و بیشینه نمودن بازده‌ی سرمایه به نظر ساده می‌رسد، اما در عمل روش‌های متعددی برای تشکیل پرتفوی بهینه به کار رفته است. در این پژوهش ابتدا ۳۰ شرکت فعال در بورس اوراق بهادار تهران که دارای بالاترین رتبه ها در نقد شوندگی در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۵ انتخاب شده وسپس با تکنیک تحلیل پوششی داده ها و با استفاده از ورودی‌های شامل ۱-حقوق صاحبان سهام، ۲-مجموع دارایی‌ها و ۳-بهای تمام شده کالای فروش رفته و خروجی‌های شامل ۱-فروش خالص و ۲-سود خالص، ۸ شرکت کارا از بین ۳۰ شرکت انتخاب گردید.نتیجه پژوهش نشان می‌دهد زیر جواب‌های بهینه از کیفیت مناسبی برخوردار هستند.

واژه‌های کلیدی: پورتفوی چند دوره‌ای، برنامه‌ریزی پویا، قضیه تصویر متعامد، پورتفوی خودتامین.

۱- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع (گرایش مهندسی مالی)، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران. s.eb1985@yahoo.com
۲- استادیار، گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران. (نویسنده مسئول) smrdavoodi@ut.ac.ir

۱- مقدمه

فرآیند سرمایه‌گذاری در بازار سهام در نهایت منجر به بستن یک پورتفوی می‌شود. بنابراین ضرورت طراحی مدل‌هایی که با واقعیت تطابق بیشتری داشته باشد امری ضروری در جهت مدیریت ریسک سرمایه‌گذاران می‌باشد. مدل‌های چند دوره‌ای با محددیت‌های هرینه‌های معاملاتی و عدم امکان فروش استقراضی با امکان نظارت بر پورتفوی در طول دوره سرمایه‌گذاری با واقعیت فرآیند سرمایه‌گذاری تطابق بیشتری داشته و این مدل‌ها می‌توانند به سرمایه‌گذاران کمک شایانی کنند. یافتن جواب تحلیلی چنین مدل‌های پیچیده‌ای، بسیار ارزشمند است. در این تحقیق در مورد کیفیت زیر جواب های بهینه مساله انتخاب سبد سهام چند دوره ای با محدودیت های هزینه های معاملاتی و عدم امکان فروش استقراضی بررسی صورت خواهد گرفت. بر این اساس در این پژوهش ابتدا مبانی نظری و پیشینه تحقیق بیان شده و در ادامه به روش تحقیق و نتایج تحقیق پرداخته می‌شود.

۲- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

فرض کنیم n نوع دارایی (دارایی ریسکی و غیر ریسکی) در جهت تشکیل یک پورتفوی در اختیار سرمایه‌گذار قرار دارد. این پورتفوی پس از بسته شدن تا سرسید نهایی در فواصل زمانی منظم که با $\{t=1,2,\dots,T\}$ نشان داده می شود، مورد بازنگری قرار می‌گیرد و در ترکیب دارایی‌های آن تغییراتی داده می‌شود تا در نهایت در زمان T+1 پورتفوی فروخته و ارزش نهایی آن مشخص می‌گردد. فرض کنیم پورتفوی در لحظه ورود به زمان t، یک بردار از n دارایی به صورت رابطه (۱) باشد.

$$x_t = (x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn})^T \in R^n \qquad (۱)$$

$$t = 1,2,\dots,T+1$$

که در آن x_{ti} قیمت دارایی iام بر حسب دلار در زمان t می‌باشد .مقادیر منفی در درایه‌های بردار به مفهوم فروش استقراضی آن دارایی می‌باشد. ارزش کل پورتفوی در زمان t که با w_t نمایش می‌دهیم برابر با رابطه‌ی (۲)خواهد بود.

$$w_t = 1^T x_t = x_{t1} + x_{t2} + \dots + x_{tn} \qquad (۲)$$

فرض کنیم بردار u_t میزان خرید و فروش دارایی‌ها بر حسب دلار در زمان t در جهت تغییر در محتویات پورتفوی باشد. به این مفهوم که $u_{ti} > 0$ نشان دهنده خرید دارایی iام به اندازه ارزش u_{ti} دلار و $u_{ti} < 0$ نشان دهنده فروش به اندازه ارزش u_{ti} دلار از دارایی نوع iام می‌باشد. بنابراین زمانی که پورتفوی به لحظه t می‌رسد با اعمال سیاست خرید و فروش در این زمان، بردار نشان دهنده موقعیت پورتفوی به صورت معادله‌ی $x_t^+ = x_t + u_t$ تبدیل می‌شود. بنابراین پورتفوی در لحظه ورود به زمان t+1 به صورت رابطه ی (۳) می باشد.

$$x_{t+1} = A_t x_t^+ = A_t(x_t + u_t) \qquad (۳)$$

که در آن A_t ماتریس بازده‌ی دارایی‌ها در فاصله t تا t+1 می‌باشد . بعلاوه فرض می‌کنیم بردارهای r_t برای زمان‌های مختلف، از هم مستقل و دارای توزیع از قبل مشخصی مانند توزیع نرمال می‌باشند. هدف نهایی در این تحقیق یافتن سیاست خرید و فروش بهینه می‌باشد. منظور از سیاست معامله بهینه این است که در هر زمان t مشخص کنیم به چه میزان از کدام دارایی فروخته و به چه میزان از کدام دارایی خریداری شود تا تابع هدف خاصی مانند فاصله ارزش نهایی پورتفوی از مقدار از قبل مشخصی کمینه گردد. به زبان ریاضی به دنبال یافتن توابع رابطه‌ی (۴)هستیم.

$$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_T : R^n \to R^n \qquad (۴)$$

به صورتی که رابطه‌ی $u_t = \varphi_t(x_t)$ برقرار باشد.البته این سیاست‌های خرید و فروش باید به گونه‌ای باشند که محددیت‌های موجود در خرید و فروش برآورده شوند .پورتفوی خود تامین یعنی مجموع ارزش دارایی‌های فروخته شده در زمان t برابر مجموع ارزش دارایی‌های خریداری شده باشد(هیچ سرمایه‌ی به پورتفوی تزریق یا برداشت نمی‌شود). در ساده‌ترین حالت که هیچ هزینه معامله‌ای پرداخت نمی‌شود و پورتفوی خودتامین می‌باشد مجموعه محدودیت‌ها به صورت رابطه‌ی (۵) می باشد.

(۵)

$$C_t = C^{basic} = \{(x\ \ ,u\ \ )|1^T u = 0\} \quad t = 1,2,\dots,T$$

مجموعه محدودیت‌های رابطه‌ی بیان می‌کند که مقدار فروش در زمان t برابر مقدار خرید در این زمان می‌باشد. در ادامه به مساله‌ای با این نوع محدودیت (خودتامین-بدون هزینه معاملاتی و امکان فروش استقراضی)، مساله نامقید می‌گوییم. با وجود هزینه-های معاملاتی و محدودیت خود تامینی مجموعه محدودیت‌ها به صورت رابطه‌ی (۶) در می‌آید:

$$C^{trans} = \{(x,u): 1^T u + \tau_{buy}^T u_+ + \tau_{sell}^T u_- = 0\} \qquad (۶)$$

که درآن τ_{buy} هزینه معاملاتی هر یک دلار خرید و τ_{sell} هزینه معاملاتی هر یک دلار فروش

و $u_+ = \max\{u,0\}$ و $u_- = \max\{-u,0\}$ می-باشد. بنابراین u_+ مکان‌های خرید در بردار معامله و u_- مکان‌های فروش در بردار معامله می‌باشد. در واقع معادله اخیر بیان می‌کند که مقدار اضافی حاصل از خرید و فروش برابر مجموع هزینه‌های معاملاتی یعنی مجموع هزینه‌های معاملاتی خرید $\tau_{buy}^T u_+$ و مجموع هزینه‌های معاملاتی فروش $\tau_{sell}^T u_-$ می‌باشد. می‌توان محدودیت عدم امکان فروش استقراضی را به صورت رابطه‌ی $x_t^+ = x_t + u_t \geq 0$ به مجموعه محدودیت‌ها اضافه کرد. این محدودیت بیان می‌کند که پس از مبادلات هیچ موقعیت فروش استقراضی وجود ندارد. از آنجا که نرخ‌های بازده همگی مثبت هستند این مطلب تضمین می‌کند که رابطه‌ی (۷) همواره برقرار است.

$$x_{t+1} = A_t x_t^+ = A_t(x_t + u_t) \geq 0 \qquad (۷)$$

همانطور که بیان شد ارزش نهایی پورتفوی بر حسب دلار برابر است با ارزش پورتفوی در زمان T+1 .تابع هدف این پژوهش در جهت یافتن سیاست خرید و فروش بهینه برابر میانگین مربعات خطا می‌باشد یعنی $J = E(w_{T+1} - w^{des})^2$ که E نشان دهنده امید ریاضی و $w^{des} > 0$ برابر ارزش نهایی (بر حسب دلار) مطلوب سرمایه‌گذار می‌باشد.

برای بهینه سازی سبد سهام چند دوره ای بر اساس تابع هدف مذکور و در حالات نامقید و مقید، اسکاف و بوید (۲۰۰۹) جواب های بهینه(برای حالت نامقید) و زیر جواب بهینه(حالت مقید) ارایه کردند که کیفیت زیر جواب های بهینه در بورس اوراق بهادار تهران بررسی خواهد شد.

در ادامه به تعدادی از تحقیقات صورت گرفته در حوزه بهینه سازی سبد سهام چند دوره ای اشاره می شود:

همائی فرد و همکاران (۱۳۹۵) در پژوهشی با استفاده از الگوهای بهینه‌سازی پایدار و برنامه‌ریزی آرمانی به بهینه سازی مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری چند دوره‌ای با هزینه معاملاتی پرداختند .نتایج حاصل از حل مدل حاکی از آن است که در نظر گرفتن فرض عدم قطعیت داده ها در کنار سایر فروض عنوان شده، مقدار تابع هدف نهایی را بدتر می‌کند که نشان دهنده منطقی بودن جواب‌های حاصل از مدل است.

رئوف پناه (۱۳۹۲) در پایان‌نامه خود تحت عنوان "بهینه‌سازی سبد اوراق‌بهادار چند دوره‌ای برای مدیریت دارایی و بدهی همراه با کنترل ورشکستگی" به بررسی مساله‌ی بهینه‌سازی سبد اوراق بهادار چند دوره‌ای برای یک سرمایه‌گذار که قصد دارد قبل از

رسیدن به انتهای افق سرمایه‌گذاری خود احتمال ورشکستگی را کنترل کند پرداخته است. سپس یک روش برای حل این مدل بر اساس روش لاگرانژ افزاینده و رویکرد برنامه‌ریزی پویا ارائه می‌شود.

اسکایف و بوید[1] (۲۰۰۹)در تحقیق خود با استفاده از نظریه کنترل تصادفی به استخراج سیاست بهینه خرید و فروش در یک پرتفوی چند دوره ای پرداختند. با اعمال دو محدودیت شامل هزینه های معاملاتی و عدم امکان فروش استقراضی آنها موفق به ارایه یک زیر جواب برای این مسایل مقید به کمک فرآیند تصویر آفین بر روی فضای جواب نامقید شدند. همچنین با رویکرد تابع لیاپانوف نیز جواب هایی برای مسایل مقید استخراج می شود. در پایان آنها به کمک شبیه سازی نتایج مدل را با جواب های تحلیلی تقریبی مقایسه کردند. نتیجه مقایسه نشان می دهد زیر جواب های بهینه استخراج شده دارای کیفیت مطلوبی هستند

ساغلام و بنسو[2](۲۰۱۸) به بررسی یک مدل چند دوره ای میانگین-واریانس با در نظر گرفتن محدودیت هایی در مورد هزینه های معاملاتی، ارزش در معرض ریسک شرطی و متنوع سازی پرداختند. آنها برای سناریو سازی از درخت دو دویی استفاده کردند و نتایج اجرای بهینه سازی در بورس آمریکا را از لحاظ زمانی و عملکرد مثبت ارزیابی می کنند.

منگ و لین[3](۲۰۱۷)در پژوهش خود یک مدل انتخاب سبد سهام چند دوره ای فازی را با در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی ارایه نمودند. در این مدل بازده، واریانس و چولگی بر حسب اعداد فازی بیان می شوند که با الگوریتم ژنتیک چند هدفه مورد بهینه سازی قرار گرفته است.

کانگ و استرله (۲۰۱۶) به ارایه یک زیر جواب بهینه برای مساله انتخاب سبد سهام چند دوره‌ای میانگین-واریانس اقدام می‌کنند. ابتدا یک زیر جواب بهینه برای سیاست‌های تغییر در پرتفوی در دوره‌های آتی پیش رو استخراج می‌شود و سپس از آن بعنوان یک سیاست پیش رو استفاده می‌شود. در ادامه به کمک روش برنامه‌ریزی بازگشتی این زیر جواب بهتر می‌شود.

۳- جواب ها و زیر جواب های بهینه تحلیلی

در ادامه جواب مدل نامقید و زیر جواب های بهینه مدل با محدودیت هزینه معاملاتی و مدل با محدودیت عدم امکان فروش استقراضی که برگرفته از پژوهش اسکاف و بوید می باشد، ارایه می شود.

۳-۱- مدل نامقید

مدل نامقید در بخش مبانی نظری معرفی گردید و فاقد محدودیت می باشد.برای یافتن سیاست بهینه خرید و فروش در فواصل زمانی منظم از زمان بسته شدن پورنفوی تا فروش آن از بهینه سازی به روش برنامه‌ریزی پویا استفاده می‌کنیم. برای این منظور از نمادهای زیر استفاده می‌کنیم.

$V_t(z)$:مقدار بهینه تابع هدف به شرط $x_t = z$ می-باشد؛

$V_t^+(z)$:مقدار بهینه تابع هدف به شرط $x_t^+ = z$ می-باشد؛

و نشان داده می شود که جواب بهینه مطابق روابط زیر مشخص می شود:

$$V_t(z) = a_t(1^T z - w_t^{tar})^2 + b_t \quad (۸)$$

$$V_t^+(z) = a_{t+1}((\overline{r}_t^T z) - w_{t+1}^{tar})^2 + z^T \Sigma_t z) + b_{t+1} \quad (۹)$$

$$\varphi_t\ (z) = k_t(z - g_t) \quad (۱۰)$$

۳-۲- مدل با محدودیت هزینه معاملاتی

با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی، سیاست بهینه از طریق تصویر متعامد جواب مساله نامقید بر روی فضای جواب دارای محدودیت هزینه معاملاتی به صورت رابطه‌ی (۱۱) استخراج می‌شود.

$$u_t = \varphi_t^{pa}(x_t) = argmin_{(x_t,v)\in C_t} ||v - k_t(x_t - g_t)||_2 \quad (۱۱)$$

بنابراین برای یافتن زیر جواب بهینه به حل مدل (۱۲) نیاز داریم.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \|v - u_t^{opt}\|_2 \\ &subject\ to \quad 1^T u + \tau_{buy}^T u_+ + \tau_{sell}^T u_- = 0 \end{aligned} \quad (۱۲)$$

که $u_t^{opt} = k_t(x_t - g_t)$. برای حل این مدل از روش ضرایب لاگرانژ استفاده می‌کنیم و جـواب بهینـه عبارت است از:

$$v = (u^{uopt} + 0.5\lambda(1 + \tau_{buy}))_+ - (u^{uopt} + 0.5\lambda(1 - \tau_{buy}))_- \quad (۱۳)$$

که λ در رابطه $1^T u_t + \tau_{buy}^T (u_t)_+ + \tau_{sell}^T (u_t)_- = 0$ صدق می کند.

۳-۳- مدل با محدودیت عدم امکان فروش استقراضی

با عدم امکان فروش استقراضی مجموعه محدودیت‌ها به صورت رابطه‌ی (۱۴) در می‌آید:

$$C_t = \{(x,u): 1^T u = 0, x + u \geq 0\} \quad (۱۴)$$

یک راه برای یافتن زیر جواب بهینه برای سیاست خرید و فروش با عدم وجود فروش استقراضی ،تصویر جواب بهینه نامقید یعنی بدون هزینه‌های معاملاتی و امکان فروش استقراضی به روی مجموعه (۱۵)در نُرم دو می‌باشد.

$$C_t = \{(x,u): 1^T u = 0, x + u \geq 0\} \quad (۱۵)$$

یعنی با وجود هزینه معاملاتی سیاست بهینه به صورت رابطه‌ی (۱۶) استخراج می‌شود که

$$u_t = \varphi_t^{pa}(x_t) = argmin_{(x_t,v)\in C_t} \|v - k_t(x_t - g_t)\|_2 \quad (۱۶)$$

بنابراین برای یافتن زیر جواب بهینه به حل مدل در جه دوم (۱۷) نیاز داریم.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \|v - u_t^{opt}\|_2 \\ &subject\ to \\ &v + x_t \geq 0 \\ &1^T v = 0 \end{aligned} \quad (۱۷)$$

۴- یافته‌های پژوهش

هدف از این بخش بررسی کیفیت زیر جواب های بهینه ارایه شده در بخش قبل می باشد. در پژوهش حاضر ابتدا ۳۰ شرکت فعال (دارای بالاترین رتبه ها در نقد شوندگی) در بورس اوراق بهادار تهران و در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۵ انتخاب شده و با استفاده از تحلیل پوششی داده ها و به کمک ورودی‌های شامل ۱-حقوق صاحبان سهام، ۲-مجموع دارایی‌ها و ۳-بهای تمام شده کالای فروش رفته و لیست خروجی‌های شامل ۱-فروش خالص و ۲-سود خالص، ۸ شرکت کارا از بین ۳۰ شرکت انتخاب گردید.لیست شرکت‌ها ی کارا از بین ۳۰ شرکت در جدول (۱) امده است.

جدول ۱- لیست شرکت های کارا

سهم کارا	شماره سهم
ایران خودرو دیزل	1
بهنوش	2
دارو اسوه	3
سیمان قائن	4
قند اصفهان	5
مخابرات ایران	6
معدنی املاح ایران	7
نورد قطعات فولادی	8

آمار توصیفی مربوط به بازده ماهیانه هشت سهم کارا به صورت جدول (۲) می باشد و در ادامه ماتریس کواریانس در جدول(۳)آمده است.

جدول ۲- آمار توصیفی بازده سهام کارا

پارامتر آماری	سهم ۱	سهم ۲	سهم ۳	سهم ۴	سهم۵	سهم۶	سهم ۷	سهم ۸
میانگین	0.038	0.013	0.036	0.035	0.062	0.014	0.050	0.030
میانه	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.006	0.002	0.038	0.007
ماکسیمم	0.604	0.565	0.434	1.399	0.810	0.283	0.457	0.471
میانه	-0.247	-0.393	-0.207	-0.470	-0.485	-0.151	-0.175	-0.174
انحراف معیار	0.172	0.131	0.111	0.224	0.250	0.084	0.119	0.119
چولگی	1.212	1.117	1.238	3.698	1.300	0.893	1.241	1.072
کشیدگی	4.758	8.886	5.538	24.778	4.766	4.393	5.485	4.819
تعداد	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶	۰۰.۹۶

جدول ۳- ماتریس کواریانس

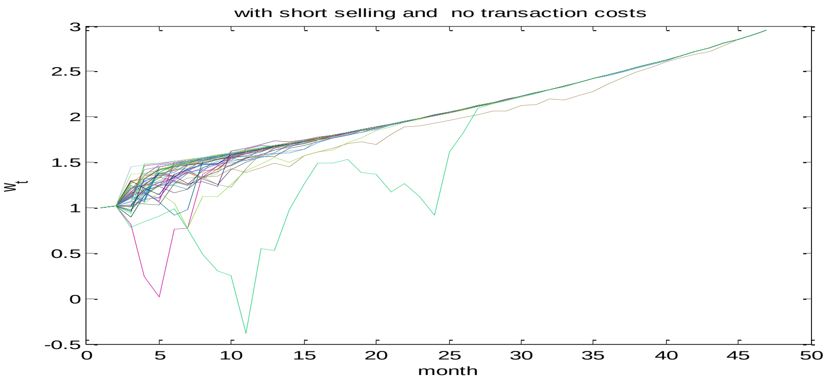
کواریانس	سهم ۱	سهم ۲	سهم ۳	سهم ۴	سهم۵	سهم۶	سهم ۷	سهم ۸
سهم ۱	0.030	0.005	0.012	0.013	0.010	0.010	0.004	0.005
سهم ۲	0.005	0.017	0.006	0.004	0.004	0.002	0.004	-0.003
سهم ۳	0.012	0.006	0.012	0.004	0.002	0.005	0.002	0.000
سهم ۴	0.013	0.004	0.004	0.050	0.016	0.008	0.006	0.002
سهم ۵	0.010	0.004	0.002	0.016	0.062	0.006	-0.003	0.007
سهم۶	0.010	0.002	0.005	0.008	0.006	0.007	0.001	0.002
سهم ۷	0.004	0.004	0.002	0.006	-0.003	0.001	0.014	-0.001
سهم۸	0.005	-0.003	0.000	0.002	0.007	0.002	-0.001	0.014

۴-۱- نتایج مدل نامقید

مطابق روش تحقیق، در این مدل هزینه معاملاتی وجود ندارد و همچنین فروش استقراضی‌امکان پذیر است. سرمایه اولیه پورتفوی برابر یک دلار می‌باشد. نرخ بهره بدون ریسک نیز برابر ۰/۱۵ سالیانه در نظر گرفته شده است. افق زمانی پورتفوی یک دوره چهار ساله می‌باشد که بازرسی‌های پورتفوی به صورت ماهیانه صورت می‌گیرد. ارزش نهایی مورد نظر سرمایه‌گذار برابر ۳ دلار می‌باشد که تقریبا دو برابر حالت سرمایه‌گذاری بدون ریسک چهار ساله یک دلار با نرخ بهره بدون ریسک ۰/۱۵ می باشد.برای آینده بازار برای ۴۸ ماه آتی پیش روی پورتفوی از ۱۰۰۰ سناریو برای هشت سهم موجود در پورتفوی مطابق توزیع نرمال چند متغیره با میانگین و ماتریس کواریانس اشاره شده در بخش آمار توصیفی استفاده شده است.برای هر سناریو،سیاست بهینه معاملاتی بدست آمده به روش برنامه‌ریزی پویا که به آن اشاره شد بر روی پورتفوی اعمال گردید. تغییرات ارزش پورتفوی برای ۵۰ سناریو از ۱۰۰۰ سناریوی در نظر گرفته شده، در نمودار (۱) آورده شده است.

پس از اجرای ۱۰۰۰ سناریو، هزار داده برای ارزش نهایی پورتفوی محاسبه گردید که میانگین و واریانس آنها در جدول (۶) آمده است.

همانطور که مشاهده می‌شود پورتفوی به هدف خود که رسیدن به سه دلار ارزش نهایی می‌باشد کاملا نزدیک شده است.



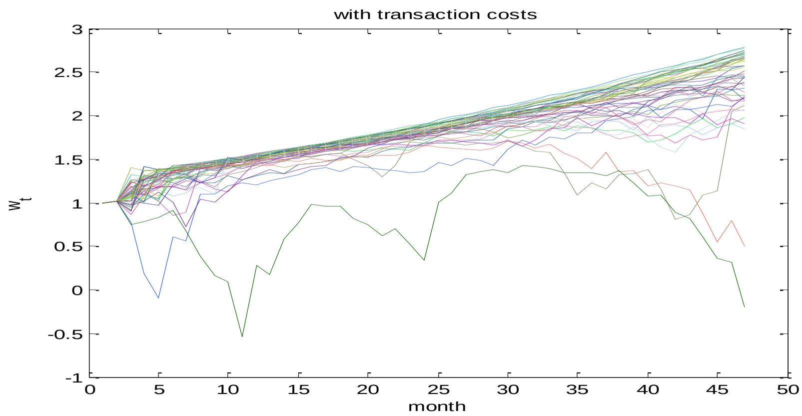
نمودار ۱- تغییرات ارزش پورتفوی در سناریوهای مختلف

جدول ۶- میانگین و واریانس روش نامقید

ارزش نهایی پورتفوی	2.9508
واریانس	۰۰۰۰۰۰۱۵۶۵.۰

۲-۴ نتایج مدل با وجود هزینه های معاملاتی

در این روش هزینه معاملاتی فروش برابر ۰٫۰۱۰۲۹ و خرید برابر ۰٫۰۰۴۸۶ مطابق بورس اوراق بهادار تهران در نظر گرفته شده است و فروش استقراضی نیز امکان پذیر است. برای یافتن زیر جواب بهینه برای سیاست خرید و فروش با وجود هزینه‌های معاملاتی، تصویر جواب بهینه نامقید یعنی بدون هزینه‌های معاملاتی مطابق روش بیان شده محاسبه گردید .با اعمال سیاست بهینه محاسبه شده نتیجه ارزش نهایی پورتفوی برای ۵۰ سناریو از ۱۰۰۰ سناریو در نمودار (۴) ارایه شده است.



نمودار ۴- تغییرات ارزش پورتفوی در سناریوهای مختلف با وجود محدودیت هزینه‌های معاملاتی

جدول ۷- مشخصات آماری ارزش نهایی پورتفوی با هزینه‌های معاملاتی

پارامتر	مقدار
ارزش نهایی پورتفوی	2.363228
واریانس	0.276141

پس از اجرای ۱۰۰۰ سناریو ،هزار داده برای ارزش نهایی پورتفوی با وجود هزینه‌های معاملاتی محاسبه گردید که میانگین ، واریانس و دیگر مشخصات آماری این داده‌ها در جدول (۷) ارایه شده است:

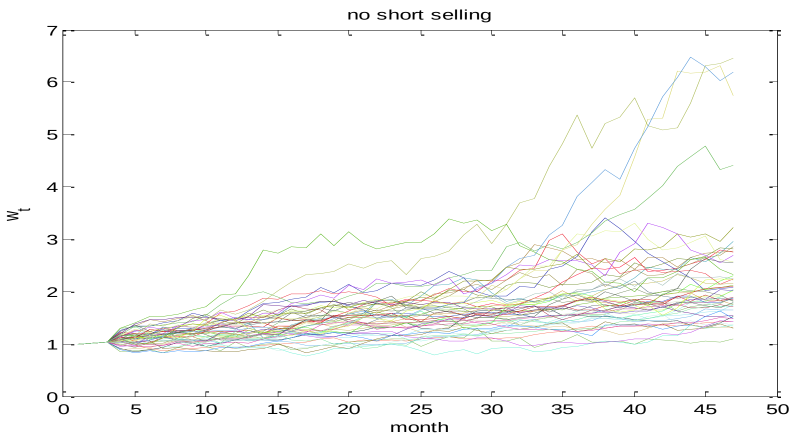
همانطوری که از نتایج مشاهده می شود زیر جواب بهینه محاسبه شده به جواب نامقید نزدیک است و لذا کیفیت زیر جواب ها در این حالت مطلوب ارزیابی می شود.

۴-۳- نتایج با عدم امکان فروش استقراضی

در این مدل هزینه‌های معاملاتی وجود ندارد و فروش استقراضی امکان پذیر نیست. زیر جواب بهینه ، تصویر جواب بهینه نامقید یعنی بدون هزینه‌های معاملاتی و امکان فروش استقراضی بر روی مجموعه جواهای های با وجود محدودیت می باشد. با اعمال سیاست بهینه محاسبه شده نتیجه ارزش نهایی پورتفوی برای ۵۰ سناریو از ۱۰۰۰ سناریو در نمودار (۵) ارایه شده است.

پس از اجرای ۱۰۰۰ سناریو، هزار داده برای ارزش نهایی پورتفوی با عدم امکان فروش استقراضی محاسبه گردید که میانگین، واریانس و دیگر مشخصات آماری این داده‌ها در جدول (۸) ارایه شده است.

همانطوری که از نتایج مشاهده می‌شود زیر جواب بهینه محاسبه شده به جواب نامقید نزدیک است و لذا کیفیت زیر جواب‌ها در این حالت مطلوب ارزیابی می-شود.



نمودار ۵- تغییرات ارزش پورتفوی در سناریوهای مختلف با عدم امکان فروش استقراضی

جدول ۸- مشخصات آماری ارزش نهایی پورتفوی با عدم امکان فروش استقراضی

پارامتر	مقدار
ارزش نهایی پورتفوی	2.350231
واریانس	0.817951

۶- بحث و نتیجه‌گیری

اسکاف و بوید[۴] (۲۰۰۹) دو تن از اساتید دانشکده برق استنفورد، در پژوهش خود با استفاده از برنامه-ریزی پویا یک فرم بسته برای جواب تحلیلی مساله انتخاب سبد بهینه سهام چند دوره‌ای بدون در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی و با امکان فروش استقراضی ارایه نمودند. سپس با استفاده از تصویر کردن متعامد در فضای اقلیدسی، زیر جواب‌های مساله انتخاب سبد بهینه چند دوره‌ای با هزینه‌های معاملاتی و با عدم امکان فروش استقراضی را محاسبه کردند.

نتیجه پژوهش عملی آنها نشان می‌دهد جواب‌های محاسبه شده به جواب تحلیلی نزدیک می‌باشند و از این رو کیفیت زیر جواب‌های محاسبه شده را مثبت ارزیابی می‌کنند. پژوهش حاضر با بررسی در بورس اوراق بهادار تهران ، به مانند نتایج تحقیق اسکاف و بوید ،کیفیت زیر جواب ها را مناسب ارزیابی می‌کند.

فهرست منابع

۱) رئوف‌پناه، حسین (۱۳۹۲). بهینه‌سازی سبد اوراق‌بهادار چند دوره‌ای برای مدیریت دارایی و بدهی همراه با کنترل ورشکستگی-کارشناسی ارشد.موسسه آموزشی رجا.

۲) مدرس یزدی، محمد؛ تاج بخش، علیرضا(۱۳۸۷). بهینه‌سازی استوار سبد مالی چند دوره‌ای با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط. منتشر شده در ششمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع.

۳) همائی فر، ساغر؛ روغنیان، عماد(۱۳۹۵). به کارگیری الگوهای بهینه‌سازی پایدار و برنامه‌ریزی آرمانی در مسئله انتخاب سبد سرمای گذاری چند دوره‌ای. مجله‌ی مهندسی مالی ومدیریت اوراق-بهادار. شماره ۲۸

4) Cong,F.,Oosterle,C.W (2016), Multi-period mean-VaR ian Portfolio optimization based on monte-carlo simulation. Jounal of Economics Dynamics and control,1-23.

5) Meng. X and Lin. N (2017),Fuzzy multi-period mean-variance-skewness portfolio selection model with transaction cost. 36th Chinese Control Conference (CCC), Dalian, 2921-2927.

6) Sağlam.U and Benso. H(2018), Multi-Period Portfolio Optimization with Cone Constraints and Discrete Decisions (February 1, 2018). Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=2932567 .

7) Skaf. J and Boyd. H (2008) ,Multi-period portfolio optimization with constraints and transaction costs. Working Paper, 1-23.

8) Zhang, W.G., Liu, Y.j., Xu, W.J (2012),A possibilistic mean-semiVaR iance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs. European Journal of Operational Research, 222, 341–349.

یادداشت‌ها

[1] Skype & Boyd
[2] Sağlam.U & Benso
[3] Meng & Lin