دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال سوم، شماره دهم، تابستان ۱۳۹۶
شماره شاپا: ۱۶۸۲-۰۱۶۹

پژوهش‌های نوین در ریاضی

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

شبکه دو مرحله‌ای DEA-R براساس کارایی ارزش

محمدرضا مظفری *

گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شیراز، شیراز، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۱۲/۰۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۰۳/۱۵

چکیده

در اکثر سازمان‌ها و موسسات مالی، ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده در حالتی که فقط نسبتی از ورودی‌ها به خروجی‌ها یا بالعکس در دسترس باشند بسیار حائز اهمیت است. در این مقاله مدل‌های دو مرحله‌ای DEA-R که تلفیقی از تحلیل پوششی داده‌ها و داده‌های نسبتی است براساس کارایی ارزش پیشنهاد می‌شود. ادغام بحث کارایی ارزش در تحلیل پوششی داده‌ها باعث معرفی واحدهایی با بیشترین بهره‌وری در ارزیابی واحدها آن هم از دیدگاه مدیر می‌شود. اعمال نظر مدیر در مدل‌های شبکه تحلیل پوششی داده‌ها برای محاسبه کارایی ارزش بیانگر ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده بر اساس روش‌های تعاملی می‌باشد. به‌طور کلی در این مقاله با معرفی واحدهایی که از نظر مدیر بیشترین بهره‌وری را دارند، مدل‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای DEA-R پیشنهاد می‌شود. در خاتمه مقدار کارایی ارزش، ملاک ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده با داده‌های نسبتی در شبکه‌ای دومرحله‌ای می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، تحلیل کسری، کارایی ارزش.

*. عهده‌دار مکاتبات: Email: mozaffari854@yahoo.com

۱. مقدمه

در اکثر سازمان‌ها و موسسات مالی هزینه‌های جاری، هزینه‌های کلی، دارایی جاری و دارایی کلی به ترتیب به عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده ملاک ارزیابی می‌باشند. اما با تعریف نسبت‌هایی مانند نسبت آنی که به صورت نسبت دارایی به هزینه تعریف می‌شود، اکثر موسسات بر این اساس تصمیم‌گیری می‌نمایند. امروزه ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده فقط وابسته به بردارهای ورودی و خروجی نمی‌باشد بلکه بردارهای میانی در ارزیابی‌ها تاثیردارند. از اینرو ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده در فرآیند دو مرحله‌ای با داده‌های نسبتی بسیار حائز اهمیت می‌باشد. تحلیل پوششی داده‌ها یک روش غیر پارامتری است که براساس ایده فارل [۱] و معرفی مدل CCR توسط چارنز و کوپر و رودز [۲] پایه‌گذاری شده است. با توسعه و تغییر تکنولوژی تولید، مدل BCC توسط بنکر و همکاران [۳] در ۱۹۸۴ معرفی شد. از این‌رو تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان یکی از روش‌های ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده که شامل بردارهای ورودی و خروجی چندگانه هستند معرفی گردید. فار و گروسکوف [۴] در ۱۹۹۶ و ۲۰۰۰ شبکه تحلیل پوششی داده‌ها را برای اولین بار پیشنهاد کردند [۵]. چن و همکاران [۶] در۲۰۰۶ مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها را در زنجیره تامین معرفی کردند. از این‌رو کاوو و هوان [۷] در ۲۰۰۸ کارایی در فرآیند دو مرحله‌ای را برای ۲۴ شرکت بیمه ای در تایوان اندازه گیری نمودند. همچنین لیانگ و همکاران[۸] در ۲۰۰۸ فرایند دو مرحله‌ای را بر اساس مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها برای ۳۰ بانک تجاری مورد بررسی قرار دادند. در ادامه چن و همکاران [۹] در ۲۰۰۹ با تغییر تکنولوژی تولید مدل‌های دو مرحله‌ای شبکه تحلیل پوششی داده را پیشنهاد کردند و واحدهای تصمیم گیرنده را بر این اساس رتبه‌بندی کردند. کاو [۱۰] در ۲۰۰۹ شبکه تحلیل پوششی داده‌ها برای سیستم‌های سری و موازی برای ۲۴ شرکت بیمه‌ای در تایوان را مورد بررسی قرار داد. کوک [۱۱] در ۲۰۱۰ شبکه چند مرحله‌ای تحلیل پوششی داده‌ها با فرایند موازی را ارائه نمود. چن و یان [۱۲] در ۲۰۱۱ مدل شبکه تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی عملکرد زنجیره تامین درحالت‌های متمرکز، غیر متمرکز و ترکیبی را پیشنهاد کردند. لی و همکاران [۱۳] در ۲۰۱۲ برای توسعه ساختار شبکه دو مرحله‌ای با ورودی اضافی ۳۰ ناحیه در چین را ارزیابی نمودند. کوک و ژو [۱۴] در ۲۰۱۴ ساختار داخلی شبکه تحلیل پوششی داده را به طور کامل و دقیق مورد بررسی قرار دادند. از این رو مطالعات دیگری روی شبکه تحلیل پوششی داده‌ها به صورت زیر انجام گرفت ([۱۵]،[۱۶] و [۱۷]).

دسپوتس و همکاران [۱۸] در ۲۰۱۵ با ارائه یک مدل برنامه‌ریزی خطی چند هدفه شبکه تحلیل پوششی داده‌ها را مورد بررسی قرار دادند. در ادامه دسپوتس و همکاران [۱۹] در ۲۰۱۶ مدل دو سطحی برای تجزیه کارایی در شبکه DEA پیشنهاد نمودند. بطور مشابه دسپوتس و همکاران[۲۰] در ۲۰۱۶ با استفاده از نرم بینهایت و روش دو بخشی روشی دیگر برای محاسبه کارایی کلی پیشنهاد کردندو در ادامه با روش weak-link، کارایی کلی را محاسبه کردند[۲۱]. سپس گیو و همکاران [۲۲] در ۲۰۱۶ با در نظر گرفتن ترکیب محدب کارایی مرحله اول و دوم، مدل محاسبه کارایی کلی را با پارامترهای متفاوت پیشنهاد کردند.

DEA-R بطور کلی تلفیقی از تحلیل پوششی داده‌ها و داده‌های نسبتی است که اولین بار توسط دیسک و همکاران [۲۳] در۲۰۰۷ پیشنهاد گردید. آنها با معرفی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها بر اساس تحلیل کسری رابطه بین میانگین حسابی، هندسی و وزنی در مقدار کارایی را به دست آوردند. وی و همکاران [۲۴] در ۲۰۱۱ با مطالعه ۲۱ مرکز درمانی در ۲۰۰۵ در تایوان بحث ناکارایی کاذب در تحلیل پوششی داده‌ها را مطرح کردند. در ادامه وی و همکاران [۲۵] وزن‌های بهینه در تحلیل پوششی داده‌ها و DEA-R را مقایسه کردند. همچنین وی و همکاران [۲۶] در ۲۰۱۱ رابطه بین مقدار کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها و DEA-R را برسی کردند. لی و همکاران [۲۷] در ۲۰۱۱ مدل‌های DEA بدون ورودی آشکار را پیشنهاد کردند. آنها بحث داده‌های نسبتی را برای ۱۵ موسسه تحقیقاتی در چین با معرفی مجموعه امکان تولید مطرح نمودند. مظفری و همکاران [۲۸] در ۲۰۱۴ این راستا رابطه بین مدل‌های DEA

بدون ورودی آشکار و مدل‌های DEA-R را بررسی نمودند. همچنین مظفری و همکاران [۲۹] در ۲۰۱۴ بحث کارایی درآمد و هزینه در مدل‌های DEA و -DEA R را در حالی که داده‌های نسبتی در دسترس باشند مورد مطالعه قرار دادند. اخیرا اولسن و همکاران [۳۰] در ۲۰۱۵ کارایی واحدها با داده‌های نسبتی را تجزیه و تحلیل نمودند و مجموعه امکان تولید برای داده‌های نسبتی را بر اساس تکنولوژی تولید، پیشنهاد کردند.

در بسیاری از سازمان‌ها برای ارزیابی همواره با مساله برنامه‌ریزی چند هدفه سرو کار داریم. ازینرو یافتن جواب پاراتو بهین در این راستا بسیار اهمیت دارد. کورهنن و لاکسو [۳۱] در ۱۹۸۶ با استفاده از روش‌های تعاملی مساله چند معیاره جواب‌های پاراتو بهین بدست آورد. همچنین جورو و همکاران [۳۲] در ۱۹۹۸ تحلیل پوششی داده‌ها و برنامه‌ریزی خطی چند هدفه را با یکدیگر مقایسه نمودند. اما هالم و همکاران [۳۳] در ۱۹۹۹ با استفاده از کارایی ارزش روشی جدید در تحلیل پوششی داده‌ها پیشنهاد کردند. همچنین هالم و کورهنن [۳۴] در ۲۰۰۰ بحث کارایی ارزش را با محدودیت وزن را مطرح کردند و در ادامه کورهنن و همکاران [۳۵] در ۲۰۰۲ بحث کارایی ارزش را توسعه دادند بطوری که بیشتر از قبل مورد توجه قرار گرفت[۳۶]. از اینرو کورهنن و سرجنن [۳۶] از ۲۰۰۵ تا سلیمانی دامنه و همکاران [۳۶] در ۲۰۱۴ روی کارایی ارزش و کاربردهای آن توجه خاصی انجام گرفت. هالم و کورهنن [۳۸] در ۲۰۱۳ با استفاده ازتحلیل کارایی ارزش برای یافتن الگوی واحدهای غیرهمگن مدل جدیدی را پیشنهاد کردند. هالم و همکاران [۳۹] در ۲۰۱۴ تحلیل کارایی ارزش را روی شعب بانک انجام دادند و مدل‌های FDH را براساس کارایی ارزش پشنهاد کرد. جورو و کورهنن و همکاران [۴۰] ارتباط بین تحلیل پوششی داده‌ها و کارایی ارزش را با نهایت دقت جمع‌آوری و ارائه دادند. به‌طورکلی در این مقاله مدل‌های شبکه دو مرحله‌ای DEA براساس کارایی ارزش برای داده‌های نسبتی پیشنهاد می‌گردد. برتری بحث کارایی ارزش استفاده از واحدهایی که بیشترین بهره‌وری را از نظر مدیر دارند. از این رو با اعمال نظر مدیر در مدل‌های دو مرحله‌ای و همچنین ارزیابی واحدهایی که دارای داده‌های نسبتی هستند بسیار حائز اهمیت می‌باشد. اهمیت مقاله حاضر به صورت زیر دسته‌بندی می‌شود:

الف) استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی خطی برای محاسبه کارایی در شبکه دو مرحله‌ای و کارایی یک شبکه.

ب) عدم استفاده از محدودیت وزنی یا عدم استفاده از عدد غیر ارشمیدسی برای ارزیابی واحدهای تصمی گیرنده.

ج) جلوگیری از ناکارایی کاذب با استفاده از مدل‌های DEA-R

د) اعمال نظر مدیر در مدل‌های پیشنهادی و ارزیابی واحدهایی که از نظر مدیر بیشترین بهره‌وری را دارند.

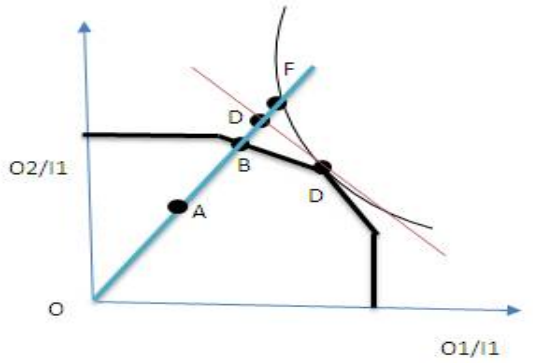
ساختار مقاله حاضر به صورت زیر ارائه می‌شود :

در بخش دوم به طورمختصر مفاهیم اولیه DEA-R، شبکه دو مرحله‌ای تحلیل پوششی داده‌ها و کارایی ارزش ارائه می‌شود. در بخش سوم در ابتدا شبکه دو مرحله‌ای DEA-R پیشنهاد می‌شود و سپس مقدار کارایی ارزش در مدل‌های پیشنهادی محاسبه می‌گردد. در خاتمه با مدل‌های پیشنهادی کارایی ارزش برای ۲۴ شرکت بیمه‌ای در تایوان برگرفته از مقاله کاوو در ۲۰۰۸ محاسبه شده است.

۲. ۱. مفاهیم اولیه کارایی ارزش

در این بخش با یک مثال یک ورودی، دو خروجی رابطه بین کارایی کلی، کارایی تکنیکی و کارایی ارزش شرح داده می‌شود. شکل ۱ مجموعه امکان تولید را برای واحدهای تصمیم‌گیرنده A و D را نشان می‌دهد. با درنظر گرفتن واحد کارای D که از نظر مدیر به عنوان واحدی که بیشترین بهره‌وری را دارد، واحد ناکارای A ارزیابی می‌شود. ملاحظه می‌شود که $\frac{OA}{OB}$ و $\frac{OA}{OD}$ به ترتیب بیانگر کارایی کلی و کارایی تکنیکی برای DMU_0 می‌باشد. به طور کلی طبقه بندی کارایی کلی براساس ایده ماکزیمم کردن تابع درآمد یات سیستم کردن تابع هدف می‌باشد. در آنالیز کارایی ارزش برخلاف تابع درآمد یا هزینه، قیمت‌ها در تابع مقرکاذب نامعلوم می‌باشد. از اینرو کارایی کلی در بحث آنالیز کارایی ارزش تقریب‌زده می‌شود مقدار کارایی کلی برای DMU_A برابراست با $\frac{OA}{OB}$ و مقدار واقعی

کارایی ارزش برابراست با $\frac{OA}{OF}$ و مقدار تقریبی کارایی ارزش نسبت $\frac{OA}{OD}$ می‌باشد. برای واحدهایی که کارای ارزش هستند مقدارکارایی ارزش آنها صفر است. اما متاسفانه تابع کارایی ارزش نامعلوم می‌باشد. اما با در نظر گرفتن خط مماسی که از DMU_D می‌گذرد مقدار تقریبی کارایی ارزش مشخص می‌شود که این مقدارتقریبی کران پایین کارایی ارزش را مشخص می‌کند.



شکل۱. کارایی کلی و کارایی ارزش

مدل پوششی کارایی ارزش در ماهیت ورودی در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت به صورت زیر توسط هالم و همکاران [۳۹]در ۲۰۱۴ پیشنهاد شد.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \sigma \\
&st \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io}, \quad \forall i \\
&\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} - \sigma y_{ro} - s_r^+ = y_{ro}, \forall r \qquad (۱) \\
&s_i^- \geq 0, \quad s_r^+ \geq 0, \qquad \forall i, \forall r, \\
&\lambda_j : \begin{cases} \geq 0 & if\ \lambda_j^* = 0 \\ = free & if\ \lambda_j^* > 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$

در مدل (۱) λ_j^* از رابطه

$$(X^*, Y^*) = \left(\sum_{j\in MPS}\lambda_j^* x_{ij}, \sum_{j\in MPS}\lambda_j^* y_{rj}\right)$$

محاسبه می‌شود. همچنین (X^*, Y^*) روی مرز تابع تولید تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت قرار دارند.

تعریف۱: DMU_0 را کارای ارزش گویند هرگاه در مدل (۱) داشته باشیم $\sigma^* = 0$ و در تمام جواب‌های بهینه تمام متغیرهای کمکی صفر باشند.

۳،۲. مفاهیم اولیه DEA-R

فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده با مصرف m ورودی $X_j = (x_{1j},...,x_{mj})$، s خروجی $Y_j = (y_{1j},...,y_{sj})$ را تولید کنند. همچنین $X_j > 0$ و $Y_j > 0$ و نسبت‌های $\frac{x_{ij}}{y_{ij}}$ تعریف شده باشند. مدل کارایی در DEA-R در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت برای ارزیابی DMU_o توسط دسپیک و همکاران به صورت زیر ارائه شده است. [۲۳]

$$Max \qquad Min_j \qquad \sum_{i=1}^{m}\sum_{r=1}^{s} w_{ir}\left(\frac{\frac{x_{ij}}{x_{io}}}{\frac{y_{rj}}{y_{ro}}}\right)$$

$$
\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{m}\sum_{r=1}^{s} w_{ir} = 1 \qquad (۲) \\
&w_{ir} \geq 0. \qquad i = 1,..,m, r = 1,..,s.
\end{aligned}
$$

با در نظر گرفتن مدل (۲)، مدل پوششی متناظر در ماهیت ورودی در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت به صورت زیر توسط مظفری و همکاران به صورت زیر ارائه شده است.

$$Min \quad \rho$$
$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \left(\frac{x_{ij}}{y_{rj}}\right) \le \rho \left(\frac{x_{io}}{y_{ro}}\right)$$
$$i = 1,\ldots,m, \qquad r = 1,\ldots,s. \qquad (۳)$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \lambda_j \ge 0, \ j = 1,..,n.$$

مدل (۳) یک مساله برنامه‌ریزی خطی است که اگر مقدار تابع هدف آن برابر یک باشد آنگاه واحد تحت ارزیابی در ماهیت ورودی در DEA-R کارا است.

۲. ۲. شبکه دو مرحله‌ای DEA

تحلیل پوششی داده‌ها رویکردی است برای اندازه‌گیری کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده همگن که دارای چندین ورودی و خروجی می‌باشند. در اینجا هر DMU بیانگر یک فرایند دو مرحله‌ای است و مقادیر میانی در بین دو مرحله جای دارند. مرحله اول ورودی‌هایش را برای تولید خروجی‌هایی که بعنوان ورودی مرحله دوم مصرف می‌شوند، استفاده می‌کند. از این رو خروجی‌های مرحله اول، مقادیر میانی نامیده می‌شوند. سپس مرحله دوم این مقادیر میانی را برای تولید خروجی‌ها استفاده می‌کند. ویژگی مهم این مساله این است که خروجی‌های اولین مرحله تنها ورودی‌های دومین مرحله هستند یعنی اولین مرحله خروجی بجز مقادیر میانی ندارد و دومین مرحله ورودی بجز مقادیر میانی ندارد. در این بخش بر اساس ایده دسپوتس و همکاران [۲۰] مدل‌های کارایی شبکه دو مرحله‌ای به ترتیب برای ارزیابی DMUo در مرحله اول و دوم با در نظر گرفتن بردارهای η_f ،φ_i v_r معرفی می‌شود.

$$E_2 = Min \quad \frac{\sum_{f=1}^{b} \eta_f z_{fo}}{\sum_{r=1}^{b} v_r y_{ro}} \qquad (۴)$$
$$s.t \quad \sum_{i=1}^{m} \phi_i x_{ij} - \sum_{f=1}^{b} \eta_f z_{fj} \ge 0, j = 1,\ldots,n$$
$$\sum_{f=1}^{b} \eta_f z_{fj} - \sum_{r=1}^{b} v_r y_{rj} \ge 0, j = 1,\ldots,n$$
$$\phi_i \ge 0, \eta_f \ge 0, \ v_r \ge 0$$
$$i = 1,\ldots,m, f = 1,\ldots,b, r = 1,\ldots,s.$$

$$E_1 = Min \quad \frac{\sum_{i=1}^{m} \phi_i x_{io}}{\sum_{f=1}^{b} \eta_f z_{fo}}$$
$$s.t \quad \sum_{i=1}^{m} \phi_i x_{ij} - \sum_{f=1}^{b} \eta_f z_{fj} \ge 0, \ j = 1,\ldots,n$$
$$\sum_{f=1}^{b} \eta_f z_{fj} - \sum_{r=1}^{b} v_r y_{rj} \ge 0, j = 1,\ldots,n \qquad (۵)$$
$$\phi_i \ge 0, \ \eta_f \ge 0, \ v_r \ge 0$$
$$i = 1,\ldots,m, \ f = 1,\ldots,b, \ r = 1,\ldots,s.$$

مدل‌های (۴) و (۵) دارای محدویت مشترک هستند یعنی ناحیه شدنی هر دو مدل معادل هستند. مقدار کارایی مرحله اول، دوم و کارایی کلی به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$E_1 = \frac{\sum_{i=1}^{m} \phi_i x_{io}}{\sum_{f=1}^{b} \eta_f z_{fo}},$$
$$E_2 = \frac{\sum_{f=1}^{b} \eta_f z_{fo}}{\sum_{r=1}^{b} v_r y_{ro}} \quad and$$
$$E = \frac{\sum_{i=1}^{m} \phi_i x_{io}}{\sum_{r=1}^{b} v_r y_{ro}}.$$

۳. کارایی ارزش در شبکه دو مرحله‌ای DEA-R

در این بخش مدل‌های شبکه دو مرحله‌ای DEA-R و کارایی ارزش برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده در ماهیت ورودی تحت تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت پیشنهاد می‌شود.

۳. ۱. شبکه دو مرحله‌ای DEA-R

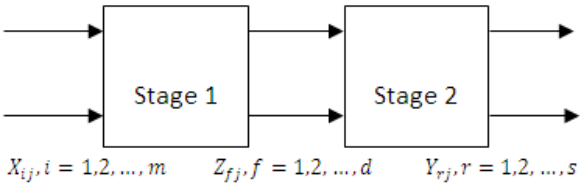
با در نظر گرفتن بردارهای X_j، Y_j و Z_j، مدل‌های دو مرحله‌ای در DEA-R پیشنهاد می‌شود. برتری مدل‌های پیشنهادی درمقابل مدل‌های DEA به صورت زیر خلاصه می‌شود.

الف) مدل کارایی کلی DEA-R یک مساله برنامه‌ریزی خطی می‌باشد.

ب) درحالتی که داده‌های نسبتی فقط در دسترس باشند مدل‌های DEA-R به راحتی واحدهای تصمیم‌گیرنده را ارزیابی می‌کنند.

ج) رفتار مشابه مدل‌های متناظر در DEA.

بنابراین مدل کارایی شبکه در مرحله اول DEA-R در ماهیت ورودی در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.



مدل محاسبه کارایی در مرحله اول در شبکه DEA-R با در نظر گرفتن نسبت $\frac{X_j}{Z_j}$ برای ارزیابی DMU_o با نسبت $\frac{X_o}{Z_o}$ به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$
\begin{aligned}
& e_1 = Min \quad \beta_1 \\
& s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda^1{}_j \left(\frac{X_j}{Z_j}\right) \le \beta_1 \left(\frac{X_o}{Z_o}\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda^1{}_j = 1, \quad \lambda^1{}_j \ge 0, \qquad \forall j
\end{aligned}
\tag{۶}
$$

بطور مشابه مدل محاسبه کارایی در مرحله دوم با تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت در شبکه DEA-R در ماهیت ورودی با در نظر گرفتن نسبت $\frac{Z_j}{Y_j}$ برای ارزیابی DMU_o با نسبت $\frac{Z_o}{Y_o}$ به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$
\begin{aligned}
& e_2 = Min \quad \beta_2 \\
& s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda^2{}_j \left(\frac{Z_j}{Y_j}\right) \le \beta_2 \left(\frac{Z_o}{Y_o}\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda^2{}_j = 1 \\
& \lambda^2{}_j \ge 0 \qquad j = 1,..,n.
\end{aligned}
\tag{۷}
$$

در مدل‌های (۷) و (۸) ادغام قیود تاثیری درجواب کارایی مرحله اول یا دوم شبکه ندارد، زیرا هرکدام از قیود به طور مجزا یک مرحله از شبکه را ارزیابی می‌کنند. برای محاسبه کارایی کلی در DEA-R مدل (۸) ارائه می‌شود.

$$
\begin{aligned}
& G = Min \quad \{\beta_1 + \beta_2 \quad\} \\
& s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda^1{}_j \left(\frac{X_j}{Z_j}\right) \le \beta_1 \left(\frac{X_o}{Z_o}\right) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda^2{}_j \left(\frac{Z_j}{Y_j}\right) \le \beta_2 \left(\frac{Z_o}{Y_o}\right), \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda^1{}_j = K_1, \qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda^2{}_j = K_2 \\
& \lambda^1{}_j \ge 0, \qquad \lambda^2{}_j \ge 0 \qquad j = 1,..,n
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

مدل (۸) یک مساله برنامه‌ریزی پارامتری است که با تعیین پارامترهای K_1 و K_2 مقدار کارایی کلی مشخص می‌شود. در حالتی که $K_1=0$ باشد مقدار کارایی در مرحله اول شبکه DEA-R و بطور مشابه در حالتی که $K_2 = 0$ باشد مقدار کارایی در مرحله دوم شبکه DEA-R محاسبه می‌شود.

۳. ۲. مدل پیشنهادی کارایی ارزش

در این بخش مدل کارایی ارزش درشبکه دو مرحله‌ای DEA-R پیشنهاد می شود. مدل (۲) با تعریف نسبت $\frac{X}{Z}$

درتکنولوژی بازده به مقیاس ثابت در ماهیت ورودی برای محاسبه کارایی ارزش برای DMU_0 پیشنهاد می‌شود. برای محاسبه کارایی ارزش در مرحله اول و دوم شبکه *DEA-R* از مدل‌های (۸) و (۹) به ترتیب استفاده می‌شود. مدل کارایی ارزش در شبکه DEA-R در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$\gamma_1^* = Max \quad \gamma_1$$
$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda^1{}_j(\frac{X_j}{Z_j})+\gamma_1(\frac{X_o}{Z_o})+S=(\frac{X_o}{Z_o})$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda^1{}_j=1, \qquad (۹)$$
$$\lambda^1{}_j:\begin{cases}\geq 0 & if\ \lambda_j^*=0\\ =free & if\ \lambda_j^*>0\end{cases}$$
$$S\geq 0.$$

تعریف ۲: DMU_0 را کارایی ارزش گویند هرگاه در مدل (۸) مقدار $\gamma_1{}^*=0$ باشد.

در مدل (۹) متغیر λ^{1*}_j از رابطه:

$$(X^*,Y^*)=(\sum_{j\in MPS}\lambda^{1*}_j x_{ij},\sum_{j\in MPS}\lambda^{1*}_j y_{rj})$$

بدست می‌آید. بدیهی است که (X^*,Y^*) ترکیبی از واحدهایی هستند که از نظرمدیر بیشترین بهره‌وری را در مرحله اول دارند.

$$\gamma_2{}^* = Max \quad \gamma_2$$
$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda^2{}_j(\frac{Z_j}{Y_j})+\gamma_2(\frac{Z_o}{Y_o})+T=(\frac{Z_o}{Y_o}),$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda^2{}_j=1 \qquad (۱۰)$$
$$\lambda^2{}_j:\begin{cases}\geq 0 & if\ \mu_j^*=0\\ =free & if\ \mu_j^*>0\end{cases}$$
$$T\geq 0,$$

تعریف ۳: DMU_0 را کارایی ارزش گویند هرگاه در مدل (۱۰) مقدار $\gamma_2{}^*=0$ باشد.

در مدل (۱۰) متغیر μ_j^* از رابطه:

$$(X^*,Y^*)=(\sum_{j\in MPS}\mu_j^* x_{ij},\sum_{j\in MPS}\mu^*{}_j y_{rj})$$

بدست می آید. بدیهی است که (X^*,Y^*) ترکیبی از واحدهایی هستند که از نظرمدیر بیشترین بهره‌وری را در مرحله دوم دارند. با ادغام مدل (۹) و (۱۰) مدل کارایی کلی ارزش در *DEA* در ماهیت ورودی برای ارزیابی DMU_0 به صورت زیر پیشنهاد می شود .

$$Max \quad \phi_1+\phi_2$$
$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda^1{}_j(\frac{X_j}{Z_j})+\phi_1(\frac{X_o}{Z_o})+S=(\frac{X_o}{Z_o})$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda^2{}_j(\frac{Z_j}{Y_j})+\phi_2(\frac{Z_o}{Y_o})+T=(\frac{Z_o}{Y_o}),$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda^1{}_j=P_1, \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda^2{}_j=P_2 \qquad (۱۱)$$
$$\lambda^1{}_j:\begin{cases}\geq 0 & if\ \lambda_j^*=0\\ =free & if\ \lambda_j^*>0\end{cases}$$
$$\lambda^2{}_j:\begin{cases}\geq 0 & if\ \mu_j^*=0\\ =free & if\ \mu_j^*>0\end{cases}$$
$$T\geq 0, \quad S\geq 0.$$

متغیرهای λ^{1*}_j و μ_j^* به ترتیب متناظر مرحله اول و دوم شبکه DEA-R می‌باشد. از اینرو در مدل (۱۱) با تغییر پارامترهای P_1 و P_2 مقدار کارایی کلی ارزش تغییر می کند. در حالتی که $P_1=0$ باشد مقدار کارایی ارزش در مرحله اول شبکه DEA-R محاسبه می‌شود. بطور مشابه در حالتی که $P_2=0$ باشد مقدار کارایی ارزش در مرحله دوم درشبکه DEA-R بدست می‌آید.

۴. مثال عددی

در این بخش ۲۴ مرکز بیمه‌ای در تایوان برگرفته از مقاله کاوو برای شبکه دو مرحله‌ای مورد مطالعه قرار می‌گیرد[۷]. در جدول ۱، داده‌های ورودی، میانی و خروجی ۲۴ مرکز بیمه‌ای نمایش داده شده است. درمنابع [۱] و[۲] با استفاده از داده‌های جدول ۱، کارایی مرحله

اول و دوم و کارایی کلی شبکه DEA را بررسی شده است. به‌طور کلی در این مقاله با دو فرضیه کارایی شبکه *DEA-R* محاسبه می‌شود. در جدول ۱ دو ورودی X_j دو بردار میانی Y_j و دو بردار خروجی Z_j برای واحد تصمیم گیرنده jام نمایش داده شده است.

رفتار مدل‌های متناظر با کارایی تکنیکی در مرحله اول و دوم شبکه DEA و شبکه DEA-R مشابه می‌باشد و در حالتی که داده‌های نسبتی فقط در دسترس باشند به راحتی کارایی تکنیکی و کارایی ارزش محاسبه می‌شود. بنابراین با فرض اینکه داده‌های ورودی، میانی و خروجی در دسترس باشند، مدل‌های پیشنهادی علاوه بر کارایی، مقدار کارایی ارزش را درهر مرحله شبکه *DEA-R* محاسبه می‌کنند. اگر داده‌های فرآیند دو مرحله‌ای در دسترس نباشند و فقط نسبتی از $\frac{X_J}{Z_J}$ و $\frac{Z_J}{Y_J}$ در دسترس باشند، با مدل‌های پیشنهادی (۸) و (۹) و (۱۰) به ترتیب کارایی ارزش مرحله اول، کارایی ارزش مرحله دوم و کارایی ارزش کلی شبکه محاسبه می‌شود. در جدول ۲ مقدار کارایی تکنیکی و مقدار کارایی ارزش حاصل از مدل‌های (۶)، (۷)، (۹) و (۱۰) که با نرم افزار GAMS محاسبه شده، نمایش داده می‌شود.

DMU	X2	X2	Z1	Z2	Y1	Y2
1	673512	1178744	7451757	856735	984143	681687
2	1352755	1381822	10020274	1812894	1228502	834754
3	592790	1177494	4776548	560244	293613	658428
4	594259	601320	3174851	371863	248709	177331
5	3531614	6699063	37392862	1753794	7851229	3925272
6	668363	2627707	9747908	952326	1713598	415058
7	1443100	1942833	10685457	643412	2239593	439039
8	1873530	3789001	17267266	1134600	3899530	622868
9	950432	1567746	11473162	546337	1043778	264098
10	1298470	1303249	8210389	504528	1697941	554806
11	672414	1962448	7222378	643178	1486014	18259
12	650952	2592790	9434406	1118489	1574191	909295
13	1368802	2609941	13921464	811343	3609236	223047
14	988888	1396002	7396396	465509	1401200	332283
15	651063	2184944	10422297	749893	3355197	555482
16	415071	1211716	5606013	402881	854054	197947
17	1085019	1453797	7695461	342489	3144484	371984
18	547997	757515	3631484	995620	692731	163927
19	182338	159422	1141951	483291	519121	46857
20	53518	145442	316829	131920	355624	26537
21	26224	84171	225888	40542	51950	6491
22	10502	15993	52063	14574	82141	4181
23	28408	54693	245910	49864	0.1	18980
24	235094	163297	476419	644816	142370	16976

جدول ۱. داده‌های ورودی، میانی و خروجی ۲۴ واحد تصمیم گیرنده

DMU	کارایی حاصل از مدل (۶) مرحله ۱	کارایی حاصل از مدل (۷) مرحله ۱	کارایی حاصل از مدل (۹) مرحله ۲	کارایی حاصل از مدل(۱۰) مرحله ۲	$p_1 = 0.75$ $p_2 = 0.25$		$p_1 = 0.5$ $p_2 = 0.5$	
	e_1	$1-\gamma_1^*$	e_2	$1-\gamma_2^*$	φ_1^*	φ_2^*	φ_1^*	φ_2^*
1	**1.000**	**1.000**	0.842	0.775	0.750	0.217	**1.000**	**0.775**
2	**1.000**	**0.915**	0.769	0.705	0.686	0.194	0.915	0.705
3	0.711	0.711	**1.000**	**0.642**	0.533	0.176	0.711	0.642
4	0.727	0.548	0.512	0.468	0.411	0.160	0.548	0.468
5	0.838	0.727	**1.000**	**1.000**	0.545	0.117	0.727	1.000
6	0.973	0.973	0.560	0.560	0.729	0.250	0.973	0.560
7	0.753	0.624	0.657	0.657	0.468	0.140	0.624	0.657
8	0.738	0.693	0.620	0.620	0.519	0.164	0.693	0.620
9	1.000	0.883	0.335	0.335	0.662	0.155	0.883	0.335
10	0.863	0.580	0.824	0.824	0.434	0.084	0.580	0.824
11	0.771	0.771	0.327	0.327	0.578	0.205	0.771	0.327
12	1.000	MPS	0.906	0.869	MPS	MPS	MPS	0.869
13	0.822	0.753	0.543	0.543	0.565	0.136	0.753	0.543
14	0.732	0.628	0.650	0.650	0.471	0.162	0.628	0.650
15	**1.000**	**1.000**	0.886	0.886	0.750	0.221	**1.000**	**0.886**
16	0.912	0.900	0.505	0.505	0.675	0.126	0.900	0.505
17	0.723	0.549	**1.000**	**1.000**	0.411	0.250	0.549	1.000
18	0.908	0.906	0.492	0.492	0.679	0.122	0.906	0.492
19	**1.000**	**1.000**	0.485	0.484	0.750	0.121	**1.000**	**0.484**
20	0.937	0.937	**1.000**	**1.000**	0.703	0.250	**0.937**	**1.000**
21	0.824	0.824	0.392	0.392	0.618	0.098	0.824	0.392
22	0.673	0.673	**1.000**	MPS	MPS	MPS	0.673	MPS
23	**1.000**	**1.000**	0.560	0.003	0.750	0.002	**1.000**	0.003
24	**1.000**	**0.967**	0.414	0.395	0.374	0.098	0.967	0.395

جدول ۲. کارایی تکنیکی و کارایی ارزش حاصل از مدل‌های (۶)، (۷)، (۹) و (۱۰)

با ملاحظه جدول (۲)، ستون‌های دوم و سوم بیانگر مقدار کارایی تکنیکی و مقدار کارایی ارزش در مرحله اول شبکه DEA-R می‌باشند. از اینرو واحدهای ۱ ،۱۵،۱۹،۲۳ و۲۴ در مرحله اول کارای تکنیکی هستند. با در نظر گرفتن واحد ۱۲ به عنوان واحدی که از نظر مدیر بیشترین بهره‌وری (MPS) را دارد ملاحظه می‌شود که مقدار کارایی محاسبه شده یعنی $1-\gamma_1^*$، (در ستون سوم) واحدهای ۱ و ۱۵ و ۱۹ و ۲۳ برابر یک هستند یعنی کارای ارزش هستند.

به طور مشابه برای مرحله دوم شبکه DEA-R واحدهای ۳ ،۱۷،۵ ، ۲۰ و۲۲ کارایی تکنیکی هستند. در ستون پنجم نیز ملاحظه می‌شود که با در نظر گرفتن واحد ۲۲ به عنوان واحدی که از نظر مدیر بیشترین بهره‌وری (MPS) را دارد، واحدهای ۲۰،۱۷،۵ کارایی ارزش هستند. بنابریان در حالتی که واحد ۲۲ بیشترین بهره‌وری را از نظر مدیر می‌باشد واحد ۳ کارا لحاظ نمی‌شود. ازینرو کارایی ارزش برای واحد ۳ برابر ۰،۶۴۲می‌باشد. اما واحدهای ۵ و۱۷ و ۲۰ که کارای تکنیکی هستند، کارای ارزش نیز می‌باشند.

با ملاحظه ستون‌های سوم، پنجم و هفتم از جدول ۲، درحالتی که در مدل (۱۱) واحد ۱۲ و ۲۲ را به عنوان MPS تعریف شود، مقدار و کارایی ارزش با در نظر گرفتن پارامترهای $p_1 = 0.5$ و $p_2 = 0.5$ در مرحله اول و دوم با یکدیگر برابر می‌باشد. در ستون ششم و هفتم جدول ۲ ملاحظه می‌شود با تغییر پارامترهای p_1 و p_2 مقدار کارایی ارزش متفاوت می‌شود. بدیهی است

که اگر در مدل (۱۱)، $p_1 = 1$ و $p_2 = 0$ باشد، آنگاه کارایی ارزش در مرحله اول شبکه DEA-R محاسبه می‌شود. بطور مشابه برای مرحله دوم در مدل (۱۱) داریم $p_1 = 0$ و $p_2 = 1$.

نتیجه‌گیری

ارزیابی سازمانها که فقط داده‌های نسبتی دارند می‌تواند با استفاده از مدل‌های DEA-R انجام شود. زیرا در مدل‌های DEA-R مقدار کارایی مشابه DEA می‌باشد. یعنی در مدل‌های DEA-R درماهیت ورودی مقدار کارایی برزگتر یا مساوی مقدار کارایی در DEA است که اختلاف آنها جزیی است. در این مقاله با درنظرگرفتن بردارهای میانی، بردارهای ورودی و خروجی در شبکه تحلیل پوششی داده‌ها مدل‌های متناظر در DEA-R پیشنهاد شده است. ازآنجایی که علاقه بسیاری از مدیران به واحدهایی است که بیشترین بهره‌وری را دارند، از اینرو بهتر است که در ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده نظر مدیران در مدل‌ها اعمال شود که در خاتمه مدیر سازمان را براساس واحدهایی که بیشترین بهره‌وری را دارند توسعه دهد. بنابراین بحث کارایی ارزش در مدل‌های شبکه دو مرحله‌ای در DEA-R چهار هدف کلی را دنبال می‌کنند:

الف) ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده با فرآیند دو مرحله‌ای شبکه DEA-R.

ب) ارزیابی واحدها با داده‌های نسبتی که به دست آوردن آنها ازلحاظ هزینه و زمان مقرون به صرفه است.

ج) عملیاتی کردن نظر مدیر بر مبنای واحدهایی که بیشترین بهره‌وری را دارند.

د) جلوگیری ازناکارایی کاذب و عدم استفاده از عددغیر ارشمیدسی (ε) در مدل‌های DEA-R.

برای تحقیقات آتی محاسبه بازده به مقیاس براساس کارایی ارزش و فرآیند چند مرحله‌ای DEA-R پیشنهاد می‌شود.

فهرست منابع

[1] Farrell, MJ. : The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society. *Series A*. 120,253-290 (1957).

[2] Charnes, A. , Cooper, W. W. , Rhodes, E. : Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research. 2 (6), 429-4 4 4 (1978).

[3] Banker RD, Charnes A, Cooper WW,: Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Manag Sci.30,1078-1092 (1984).

[4] Fa¨re, R., Grosskopf, S.: Productivity and intermediate products: A frontier approach. Economics Letters 50, 65-70 (1996b).

[5] Fa¨re, R., Grosskopf, S., 2000. Network DEA. Socio-Economic Planning Sciences 34, 35–49.

[6] Chen, Y. , Liang, L. , & Yang, F. : A DEA game model approach to supply chain efficiency. Annals of Operations Research. 145 (1), 5-13 (2006).

[7] Kao, C. , Hwang, S. N. : Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. European Journal of Operational Research. 185 (1), 418–429 (2008)

[8] Liang, L. , Cook, W. D. , Zhu, J. : DEA models for two-stage processes: Game approach and efficiency decomposition. Naval Research Logistics, 55 (7), 643–653 (2008)

[9] Chen, Y. Cook, W. D. , Li, N. , Zhu, J. : Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. European Journal of Operational Research. 196 (3), 1170–1176 (2009)

[10] Kao, C. : Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. European Journal of Operational Research. 192 (3), 949–962 (2009)

[11] Cook, W. D. , Zhu, J. , Bi, G. , Yang, F. : Network DEA: Additive efficiency de- composition. European Journal of Operational Research. 207 (2), 1122-1129 (2010)

[12] Chen, C. , Yan, H. : Network DEA model for supply chain performance evaluation. European Journal of Operational Research., 213 (1), 147–155(2011)

[13] Li, Y. , Chen, Y. , Liang, L. , Xie, J. : DEA models for extended two-stage net- work structures. Omega. 40 (5), 611–618 (2012)

[14] Cook, W. D., Zhu, J. : Data envelopment analysis - a handbook of modeling. internal structure and network . New York: Springer (2014)

[15] Chen, C. , Zhu, J. , Yu, J. Y. , Noori, H.: A new methodology for evaluating sustainable product design performance with two-stage network data envelopment analysis. European Journal of Operational Research. 221 (2), 348–359 (2012)

[16] Kao, C. : Efficiency decomposition for general multi-stage systems in data envelopment analysis. European Journal of Operational Research. 232 (1), 117–124 (2014a)

hospital industry to study the pseudo-inefficiency problem. Expert Systems with Applications.38, 2172-2176 (2011)

[25] Wei, C.K., Chen, L.C., Li, R.K., Tsai, C.H. : Exploration of efficiency underestimation of CCR model: Based on medical sectors with DEA-R model. Expert Systems with Applications. 38, 3155-3160 (2011)

[26] Wei, C.K., Chen, L.C., Li, R.K., Tsai, C.H. : A study of developing an input-oriented ratio-based comparative efficiency model. Expert Systems with Applications. 38, 2473-2477 (2011)

[27] Liu, W.B., Zhang, D.Q. ,Meng, W., Li, X.X., Xu, F. : A study of DEA models without explicit inputs, Omega. 39, 472–480 (2011)

[28] Mozaffari, M.R., Gerami, J., Jablonsky, J. : Relationship between DEA models without explicit inputs and DEA-R models. CEJOR. 22, 1-12 (2014)

[29] Mozaffari, M.R., Kamyab, P., Jablonsky, J. , Gerami, J. : Cost and revenue efficiency in DEA-R models, Computers & Industrial Engineering. 78, 188-194 (2014)

[30] Olesen, O.B., Petersen, N.C., Podinovski, V.V.: Efficiency analysis with ratio measures. European Journal of Operational Research. 245, 446-462 (2015)

[31]Korhonen P, Laakso J (1986) A visual interactive method for solving the multiple criteria problem.
European Journal of Operational Research 24:277–287.
[32] Joro T, Korhonen P, Wallenius J (1998) Structural comparison of data envelopment analysis and

[17] Kao, C. : Network data envelopment analysis: A review. European Journal of Operational Research. 239 (1), 1–16 (2014b)

[18] Despotis, D. K. ,Koronakos, G. , Sotiros, S. : A multi-objective programming approach to network DEA with an application to the assessment of the academic research activity. Procedia Computer Science. 55, 370–379 (2015)

[19] Despotis, D. K. ,Koronakos, G. , Sotiros, D. : Composition versus decomposition in two-stage network DEA: A reverse approach. Journal of Productivity Analysis. 45 (1), 71–87 (2016a)

[20] Despotis, D. K., Sotiros, D., Koronakos, G. : A network DEA approach for series multi-stage processes. Omega . 61,35-48 (2016)

[21] Despotis, D. K. , Koronakos, G. , Sotiros, D. : The “weak-link”approach to network DEA for two-stage processes. European Journal of Operational Research. 254, 481-492 (2016)

[22] ChuanyinGuo, C., Abbasi Shureshjani, R., Foroughi,A.A., Zhu, J. (2016). Decomposition weights and overall efficiency in two-stage additive network DEA. European Journal of Operational Research. 0 0 0, 1–11 (2016)

[23] Despic, O., Despic, M. and Paradi, J.C. (2007) DEA-R: Ratio-based comparative efficiency model, its mathematical relation to DEA and its use in applications. Journal of Productivity Analysis. 28: 33–44.

[24] Wei, C.K., Chen, L.C., Li, R.K., Tsai, C.H. : Using the DEA-R model in the

multiple objective linear programming. ManagSci 44(7):962–970

[33] Halme M, Joro T, Korhonen P, Salo S, Wallenius J (1999) A value efficiency approach to incorporating preference information in data envelopment analysis. Manage Sci45(1):103–115

[34] Halme M, Korhonen P (2000) Restricting weights in value efficiency analysis. European Journal of Operational Research 126(1):175–188

[35] Korhonen P, Siljama¨ki A, Soismaa M (2002) On the use of value efficiency analysis and further developments. J Prod Anal 17(1/2):49–64

[36] Korhonen P, Syrja¨nen M (2005) On the interpretation of value efficiency. Journal of Productivity Analysis. 24(2):197–201

[37] Soleimani-damaneh M, Korhonen PJ, Wallenius J (2014) On value efficiency. Optimization, 63(4):617–631.

[38] Halme M, Korhonen P (2015) Using value efficiency analysis to benchmark non-homogeneous units. International Journal of Information Technology & Decision Making. 14, 727.

[39] Halme M, Korhonen P, Eskelinen J (2014) Non-convex value efficiency analysis and its application to bank branch sales evaluation. Omega 48:10–18.

[40] e4Extension of Data Envelopment Analysis with Preference Information ValueEfficiency.Tarja Joro, Pekka J. Korhonen, Springer Science+Business Media New York 2015.