دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال دوم، شماره هشتم، زمستان ۱۳۹۵
شماره شاپا: ۰۱۹۶-۱۶۸۲

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

تعیین یکتای ماهیت عوامل انعطاف پذیر با مدل وزن مشترک

مصطفی کرزدین[۱]، مهناز میربلوکی[۲*]

[۱] گروه مهندسی برق قدرت، دانشگاه صنعتی براندنبرگ، کتبوس، آلمان
[۲] گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد یادگار امام خمینی (ره) شهرری، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۴/۱۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۹/۰۲

چکیده

در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها عوامل به دو دسته ورودی و خروجی تقسیم می‌شوند حال آنکه در برخی مسائل کاربردی ماهیت برخی عوامل از ابتدا مشخص نیست که به این عوامل، انعطاف‌پذیر گفته می‌شود. مدل‌هایی که تا کنون برای این منظور ارائه شده است واحد محور می‌باشند یعنی هر واحد تنها با توجه به وضعیت خودش به ارزیابی خود و تعیین ماهیت عوامل انعطاف‌پذیر برای خود و سایر واحدها می‌پردازد. که مساله باعث تخمین خوش‌بینانه کارایی خواهد شد. در این مطالعه با استفاده از یک مدل وزن مشترک به ارزیابی کارایی و تعیین ماهیت یکتا برای عوامل انعطاف‌پذیر پرداخته می‌شود. همچنین تحلیلی از مدل پیشنهادی در یک مثال کاربردی در صنعت انرژی بادی آمده است.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، ورودی و خروجی، عوامل انعطاف‌پذیر، مدل وزن مشترک.

*. عهده‌دار مکاتبات
Email: m.mirbolouki@srbiau.ac.ir

۱. مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)[1] یک رویکرد غیر پارامتری برای ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری (DMU)[2] است که هر واحد با مصرف ورودی‌های متعدد، چندین خروجی تولید می‌کند. با توجه به قابلیت‌های تحلیل پوششی داده‌ها، این روش در طیف گسترده‌ای از مسائل کاربردی، شامل بیمارستان‌ها، بانک‌ها، سازمان‌های خدماتی و غیره استفاده می‌شود. در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی هر یک از واحدها از حداکثر سازی مشروط مجموع وزن‌دار شده بردار خروجی به مجموع وزن‌دار شده بردار ورودی محاسبه می‌شود [۱]. از آنجا که ارزیابی واحدهای تصمیم گیرنده بر اساس نمره کارایی به طور مستقیم توسط تحت تاثیر متغیرهای ورودی و خروجی است، ورودی‌ها و خروجی‌ها باید مناسب انتخاب شوند. به طور معمول عواملی که افزایش آنها مطلوب است به عنوان خروجی و آن‌هایی که نامطلوب هستند به عنوان ورودی در نظر گرفته می‌شوند. در مدل‌های استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها، با توجه به مجموعه‌ای از عوامل بالقوه در ارزیابی عملکرد موجود، فرض بر این است که نوع هر عامل به عنوان ورودی یا خروجی است کاملاً مشخص است. با این حال، در بسیاری از مسائل کاربردی واقعی، برخی عوامل می‌توانند نقش ورودی برای برخی از واحدها و نقش خروجی برای دیگر واحدها داشته باشند.

برای مثال، در یک مطالعه کارایی شعب بانک، مانند آنچه در [۲] آمده است، خروجی‌های منتخب، معاملات مالی استانداردی مانند سپرده و برداشت و ورودی‌ها منابعی همچون کارکنان است. فرض کنید، هدف از ارزیابی کارایی هر شعبه، کارایی آن در جذب سرمایه گذاری باشد. در این صورت، یک عامل مانند تعداد مشتریان با سپرده بالا، می‌تواند به صورت یک ورودی یا خروجی در نظر گرفته شود. از یک منظر، چنین عاملی ممکن است نقش تعیین کننده‌ای در سرمایه گذاری ادوات بعدی ایفا کند، از این رو منطقی است که این عامل در دسته خروجی‌ها قرار گیرد. از سوی دیگر، می‌تواند به عنوان ورودی محیطی در تولید سرمایه گذاری‌های شعبه همکاری نماید. لذا این عامل می‌تواند در هر دو دسته ورودی و خروجی طبقه‌بندی شود. اینچنین عواملی به"عوامل انعطاف‌پذیر" شناخته شده‌اند [۳].

در ادبیات تحلیل پوششی داده‌ها، تنها مطالعات اندکی به مشکل عوامل انعطاف‌پذیر اشاره دارند. کوک و ژو[3] [۳] مدلی کسری برای طبقه‌بندی این‌گونه عوامل ارائه دادند. طلوع [۴] مدل کوک و ژو را در جهت رفع خطای محاسباتی اصلاح نمودند. امیرتیموری و امروزنژاد [۵] اظهار داشتند که ضعف اصلی مدل‌های ارائه شده توسط کوک و ژو و طلوع تخمین نامناسب و بالاتر از مقدار واقعی کارایی است. سپس، آنها با ارائه تعریف مجموعه امکان تولید در حضور عوامل انعطاف‌پذیر به ارائه روشی در ارزیابی کارایی پرداختند. پس از آن امیر تیموری و همکاران [۶] تاکید کردند که برخی از عوامل انعطاف پذیر می‌توانند هر دو نقش ورودی و خروجی را بدون تغییر سطح کارایی داشته باشند. طلوع [۷] در پاسخ به [۵] اظهار داشت که ادعای آن‌ها نادرست است و هیچ تخمین بیش از حد در روش [۳] و [۴] وجود دارند.

کوک و ژو [۳] نه تنها به ارائه روشی واحد- محور برای دسته بندی عوامل انعطاف‌پذیر پرداختند، یک مدل تراکمی با در نظر گرفتن اولویت تعیین ماهیت عوامل انعطاف‌پذیر در ارزیابی کارایی واحد مجازی تجمیع از تمام واحدها پیشنهاد دادند. اگرچه، این رویکرد تلاش می‌کند به معرفی روشی برای انتخاب یکسان ماهیت عوامل انعطاف پذیر برای تمامی واحدها بپردازد، این روش به شدت تحت تاثیر واحدها با اندازه بزرگ است. جهت رفع این ایراد، در این مطالعه، مدلی براساس مجموعه مشترک از وزن (CSW)[4] به منظور دسته‌بندی یکپارچه عوامل انعطاف پذیر می‌پردازیم.

این مطالعه به شرح زیر سازماندهی می‌شود: بخش ۲ شامل روشی موجود در ارزیابی کارایی در حضور عوامل انعطاف‌پذیر است. بخش سوم یک مدل CWS در دسته بندی یکسان عوامل انعطاف‌پذیر معرفی می‌کند. بخش ۴ سودمندی و کاربرد مدل ارائه شده را در یک مثال

1. Data envelopment analysis
2. Decision making unit
3. Cook & Zhu
4. Common set of weights

کاربردی در ارزیابی مزارع بادی آلمان شرح می‌دهد. نتیجه‌گیری در بخش ۵ بحث شده است.

۲. ادبیات موضوع

فرض کنید که تعداد n واحد تصمیم گیرنده موجود است. هر DMU_j، $j = 1, \dots, n$، با مصرف m ورودی x_{ij}، $i = 1, \dots, m$ و s خروجی y_{rj}، $r = 1, \dots, s$، تولید می‌کند. مدل کسری CCR در ارزیابی کارایی DMU_o، $o \in \{1,2, \dots, n\}$ به صورت زیر است [۱]:

$$\begin{aligned} & max \quad \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}} \\ & s.t. \\ & \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1 \qquad \forall j \\ & u_r \ge 0 \qquad \forall r \\ & v_i \ge 0 \qquad \forall i \end{aligned} \tag{۱}$$

کوک و ژو [۳] مدل کسری آمیخته زیر برای تعیین ماهیت L عامل انعطاف‌پذیر با مقادیر z_{lo}، $l = 1, \dots, L$، ارائه دادند.

$$\begin{aligned} & \max \ e^o = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} + \sum_{l=1}^{L} d_l\, w_l z_{lo}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} + \sum_{l=1}^{L} (1 - d_l)\, w_l z_{lo}} \\ & s.t. \\ & \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + \sum_{l=1}^{L} d_l\, w_l z_{lj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{l=1}^{L} (1 - d_l)\, w_l z_{lj}} \le 1 \quad \forall j \\ & u_r \ge 0 \qquad \forall r \\ & v_i \ge 0 \qquad \forall i \\ & w_l \ge 0\,, d_l \in \{0,1\} \qquad \forall l \end{aligned} \tag{۲}$$

که $d_l = 1$ و $d_l = 0$ به ترتیب نشان دهنده خروجی و ورودی بودن عامل l ام می‌باشند. e^{o*} کارایی DMU_o است که مقداری بین صفر و یک دارد و اگر این مقدار یک شود DMU_o کارا نامیده می‌شود.

با تغییر متغیر $\delta_l = d_l w_l$ $(l = 1, \dots, L)$ و تبدیل چانز-کوپر[5] [۱] مدل (۲) به مدل خطی و آمیخته زیر تبدیل می‌گردد:

$$\begin{aligned} & \max \quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} + \sum_{l=1}^{L} \delta_l z_{lo} \\ & s.t. \\ & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} + \sum_{l=1}^{L} w_l z_{lo} - \sum_{l=1}^{L} \delta_l z_{lo} = 1, \\ & \qquad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + 2 \sum_{l=1}^{L} \delta_l z_{lj} \\ & 0 \le \delta_l \le M d_l \qquad \forall l \\ & \delta_l \le w_l \le \delta_l + M(1 - d_l) \qquad \forall l \\ & u_r \ge 0 \qquad \forall r \\ & v_i \ge 0 \qquad \forall i \\ & w_l, \delta_l \ge 0\,, d_l \in \{0,1\} \qquad \forall l \end{aligned} \tag{۳}$$

که M عددی به اندازه کافی بزرگ است. با استفاده از مدل (۳) ماهیت هر عامل انعطاف‌پذیر توسط هر واحد تصمیم گیرنده مشخص می‌شود. و دسته بندی بدست آمده توسط واحدی مختلف ممکن است متفاوت باشند که ایرادی برای این روش است زیرا هر واحد تصمیم گیرنده وضعیت هر عامل را برای سایر واحدها از نظر خود تعیین می‌کند. لذا برای رفع این مشکل یعنی تجانس واحدهای تصمیم گیرنده، کوک و ژو [۳]، مدل تجمیعی (۴) را ارائه دادند. توسط این مدل، یک دسته بندی منحصر بفرد برای تعیین ماهیت عوامل انعطاف پذیر تعیین می‌شود که مزیت این مدل را از دیدگاه مدیریت یک سیستم مرکزی بیان می‌کند. اما ایراد این مدل عدم توجیه منطقی آن بوده و روشی است که تحت تاثیر واحدهای بزرگ می‌باشد. این مدل تجمیعی به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} & \max \quad \sum_{r=1}^{s} u_r \tilde{y}_r + \sum_{l=1}^{L} \delta_l \tilde{z}_l \\ & s.t. \\ & \sum_{i=1}^{m} v_i \tilde{x}_i + \sum_{l=1}^{L} w_l \tilde{z}_l - \sum_{l=1}^{L} \delta_l \tilde{z}_l = 1, \\ & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + 2 \sum_{l=1}^{L} \delta_l z_{lj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \sum_{l=1}^{L} w_l z_{lj} \le 0, \forall j \\ & 0 \le \delta_l \le M d_l \qquad \forall l \\ & \delta_l \le w_l \le \delta_l + M(1 - d_l) \qquad \forall l \\ & u_r \ge 0 \qquad \forall r \\ & v_i \ge 0 \qquad \forall i \\ & w_l, \delta_l \ge 0\,, d_l \in \{0,1\} \qquad \forall l \end{aligned} \tag{۴}$$

که $\tilde{y}_r = \sum_{j=1}^{n} y_{rj}$، $\tilde{x}_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$ و $\tilde{z}_l = \sum_{j=1}^{n} z_{lj}$ مقادیر تجمیع شده می‌باشند.

5. Charnes-Cooper

۳. روش پیشنهادی بر اساس CWS

همانطور که در مدل (۳) قابل ملاحظه است، وزن‌های بهینه در ارزیابی یک واحد تصمیم‌گیرنده ممکن است برای سایر واحدها بهینه نباشند. به منظور یافتن وزن‌های بهینه یکسان برای تمامی واحدها می‌توان از مدل چند هدفه زیر استفاده نمود.

$$\begin{aligned} &\max\ (e^1, e^2, \dots, e^n) \\ &s.t. \\ &\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + \sum_{l=1}^{L} d_l\, w_l z_{lj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{l=1}^{L} (1-d_l)\, w_l z_{lj}} \le 1 \quad \forall j \\ &u_r \ge 0 \quad \forall r \\ &v_i \ge 0 \quad \forall i \\ &w_l \ge 0\,,\ d_l \in \{0,1\} \quad \forall l \end{aligned} \tag{۵}$$

که $(e^1, e^2, \dots, e^n)$ بردار توابع هدف مدل (۲) به ازای تمامی واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌باشد. روش‌های مختلفی برای تبدیل این مدل به یک مدل خطی وجود دارد که ما در این مطالعه از روش CWS ارائه شده توسط لیو و پنگ[۶] [۸] استفاده نموده و مدل خطی آمیخته (۶) نتیجه آن است.

$$\begin{aligned} &\min\ \sum_{j=1}^{n} \varphi_j \\ &s.t. \\ &\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + 2\sum_{l=1}^{L} \delta_l z_{lj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \sum_{l=1}^{L} w_l z_{lj} + \varphi_j = 0, \forall j \\ &0 \le \delta_l \le M d_l \quad \forall l \\ &\delta_l \le w_l \le \delta_l + M(1-d_l) \quad \forall l \\ &u_r \ge \varepsilon \quad \forall r \\ &v_i \ge \varepsilon \quad \forall i \\ &w_l \ge \varepsilon, \delta_l \ge 0\,, d_l \in \{0,1\} \quad \forall l \end{aligned} \tag{۶}$$

که ε عدد مثبت بسیار کوچکی برای جلوگیری از صفر شدن وزن‌ها است. با توجه به تعریف لیو و پنگ، اگر (u^*, v^*, w^*, d^*) مقادیر بهینه مدل (۶) باشد، کارایی DMU_j عبارتست از:

$$\theta_j^* = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{rj} + \sum_{l=1}^{L} d_l^* w_l^* z_{lj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{ij} + \sum_{l=1}^{L} (1-d_l^*) w_l^* z_{lj}} \tag{۷}$$

مزیت مدل (۶) نسبت به مدل تجمعی (۴) معرفی یه روش منطقی و بدون دخالت واحد مجازی می‌باشد. همچنین روش پیشنهادی تحت تاثیر ابعاد واحدهای تصمیم گیرنده نبوده و توسط این مدل تصمیم یکسانی در مورد ماهیت عوامل انعطاف‌پذیر گرفته می‌شود.

۴. مثال کاربردی

در این بخش به بررسی مثالی کاربردی در حوزه صنعت برق تولیدی در نیروگاه‌های بادی پرداخته می‌شود. یک نیروگاه بادی یا مزرعه بادی، مجموعه‌ای از چندین توربین بادی است که در یک مکان قرار گرفته‌اند. یک نیروگاه بادی بزرگ می‌تواند شامل چندصد توربین بادی باشد. موارد مهم جهت شناسایی یک منطقه مستعد برای نصب توربین‌های بادی عبارتند از:

- استقرار ماشین‌های بادی در مکان‌هایی که مقدار انرژی تولید شده جوابگوی مصرف باشد.
- پرهیز از مکان‌هایی که سبب مخاطره توربین‌های بادی می‌شود. مثل اغتشاش، یخبندان، ذرات شن و نمک در هوا، نامسطح بودن و شیب زمین که سبب افت انرژی تولیدی خواهد شد.
- اقتصادی بودن انرژی تولیدی در مقایسه با انرژی‌های دیگر.

در احداث نیروگاه بادی پیدا کردن محل سایت عامل بسیار مهمی است تا حداکثر بهره‌برداری را از نیروی باد بدست آورد. در این بخش به ارزیابی دسته‌ای ۱۸ تایی از مزارع بادی کشور آلمان با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها می‌پردازیم. کشور آلمان یکی از طرفداران تولید انرژی‌های پاک در دنیا است و طبق آمار سال ۲۰۱۵ میلادی رتبه سوم در میان کشورهای جهان را در نصب توربین‌های بادی دارد. تا کنون پژوهش‌هایی در ارزیابی کارایی مزارع بادی انجام شده است [۹،۱۰و۱۱] و در این مطالعه مانند اکثر این پژوهش‌ها ورودی‌های مزارع بادی را ظرفیت و تعداد توربین‌های بادی نصب شده و خروجی را میزان برق تولیدی در نظر گرفته می‌شود. همچنین سرعت باد عامل دیگری است که در برخی موارد به عنوان ورودی نیروگاه‌های بادی در نظر گرفته شده است. این عامل در مطالعات دیگری در ارزیابی مکانی مزارع بادی به عنوان خروجی آنها در نظر گرفته شده است. به

6. Liu & Peng

بیان دیگر سرعت باد عامل تولید کننده برق در نیروگاه‌های بادی است و مزارعی که در سرعت‌های پایین باد و توربین‌های قدرتمند برق بیشتری تولید کنند کارا هستند و از طرف دیگر هر چه سرعت باد بیشتر باشد (کمتر از ۲۵ متر بر ثانیه) نشان دهنده کارا بودن توزیع مکانی مزارع بادی است. لذا در این مطالعه سرعت باد را یک عامل انعطاف‌پذیر در نظر گرفته و تصمیم گیری در مورد ماهیت آن را به عهده واحدها و سیستم مرکزی ارزیابی کارایی مزارع می‌سپاریم. در جدول ۱ اطلاعات مربوط به ۱۸ مزرعه بادی در ایالت برندنبرگ آلمان در سال ۲۰۱۵ آمده است. در این جدول x_1، x_2، y و z به ترتیب ورودی‌ها، خروجی و عامل انعطاف پذیر می‌باشند.

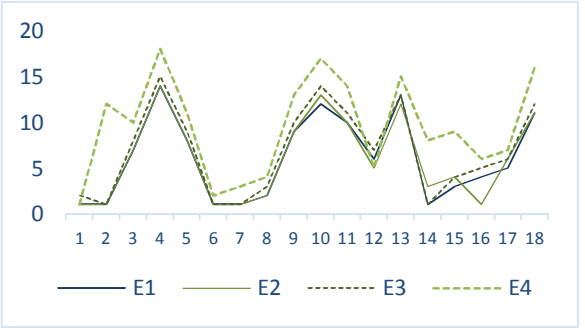
x_1: ظرفیت نصب شده (MW) x_2: تعداد توربین‌های نصب شده y: انرژی برق تولید شده (GWh)

z: سرعت باد (m/s) DMU_j: مزرعه بادی jام

هدف از این ارزیابی، تعیین اولیت توربین‌های نصب شده در مزارع است که توسط شرکت‌های متعددی ساخته شده‌اند و از طرفی تعیین مکان‌های مناسب جهت گسترش مزارع بادی و نصب توربین‌های بیشتر.

در جدول ۲، ستون d و E_1 مربوط به ارزیابی مزارع بادی با استفاده از مدل (۳) است که E_1 کارایی واحدها (مزارع) است. ستون d نشان می‌دهد که ۷ واحد از ۱۸ واحد سرعت باد را به عنوان ورودی و ۹ واحد این عامل را خروجی در نظر گرفته‌اند. اجرای مدل تجمعی (۴) نیز نشان دهنده خروجی بودن عامل سرعت باد برای تمامی واحدها است. E_2 ارزیابی مزارع با فرض خروجی بودن عامل سرعت باد است ($d = 0$). E_3 ارزیابی مزارع با فرض ورودی بودن عامل سرعت باد است ($d = 1$) و در نهایت E_4 حاصل ارزیابی مزارع با روش وزن مشترک پیشنهادی می‌باشد. نتایج اجرای مدل (۶) نشان دهنده $d^* = 0$ است یعنی سرعت باد به عنوان عامل ورودی در نظر گرفته شود. و E_4 با استفاده از جواب‌های بهینه مدل (۶) و عبارت (۷) بدست آمده‌اند. مدل (۳) به ارزیابی واحدها در خوشبینانه‌ترین حالت می‌پردازد حال آنکه مدل وزن مشترک (۶) بدنبال شرایط متعادل و یکسانی برای تمامی واحدها است و از این رو است که نتایج متفاوتی در شناسایی ماهیت سرعت باد ایجاد شده است. شکل۱ نشان دهنده تغییر رتبه مزارع بادی بر اساس نتایج E_1 تا E_4 است.

همانطور که از شکل ۱ مشخص است، روند تغییرات رتبه هر واحد با توجه به مدل‌های مختلف تقریباً یکسان است. یعنی اینطور می‌توان نتیجه گرفت که در این مثال تفاوت چندانی بین نتایج زمانی که عامل سرعت باد ورودی یا خروجی در نظر گرفته شود وجود ندارد. برای برخی واحدها همچون واحدهای ۲، ۶ و ۷ مقدار کارایی زمانی که سرعت باد ورودی یا خروجی باشد یکسان است. بنابراین کارایی این واحدها متاثر از کمبود یا مازاد این عامل نیست. از مجموع ۵ واحد کارا با امتیاز E1، ۲ واحد عامل سرعت باد را خروجی و ۳ واحد آن را ورودی در نظر گرفته‌اند. این موضوع می‌تواند نشان دهد که واحدهای کارا، بیشتر عامل سرعت باد را ورودی شناسایی کرده‌اند هرچند که این ارزیابی بسیار خوشبینانه بوده است.



شکل۱. تغییر رتبه کارایی مزارع بادی نسبت به مدل‌های مختلف

7. The wind power market intelligence: www.thewindpower.net

جدول۱. داده‌ها

z	y	x_2	x_1	DMU
7.9	48.7	14	35	DMU1
16.6	39.3	12	27	DMU2
11.3	47.2	15	39	DMU3
11.2	39.9	16	46	DMU4
12.7	54.0	19	43	DMU5
9.5	36.8	9	28	DMU6
6.7	32.9	13	22	DMU7
17.1	75.5	20	59	DMU8
12.2	47.5	17	41	DMU9
14.6	58.1	22	65	DMU10
7.4	29.7	12	26	DMU11
8.0	43.1	14	34	DMU12
13.0	52.5	19	53	DMU13
19.6	57.8	15	45	DMU14
17.8	62.2	18	49	DMU15
16.3	78.2	21	64	DMU16
6.8	30.6	10	24	DMU17
11.5	35.3	15	32	DMU18

جدول۲. نتایج مدل‌ها

E_4	E_3	E_2	E_1	d	DMU
0.87	0.99	1	1	0	DMU1
0.72	1	1	1	1	DMU2
0.73	0.87	0.88	0.87	1	DMU3
0.55	0.65	0.68	0.65	1	DMU4
0.73	0.86	0.88	0.86	1	DMU5
0.8	1	1	1	0	DMU6
0.8	1	1	1	0	DMU7
0.8	0.96	0.98	0.98	0	DMU8
0.69	0.82	0.82	0.82	1	DMU9
0.58	0.67	0.73	0.73	0	DMU10
0.66	0.78	0.8	0.8	0	DMU11
0.78	0.89	0.91	0.89	1	DMU12
0.63	0.73	0.76	0.73	1	DMU13
0.74	1	0.97	1	1	DMU14
0.74	0.93	0.93	0.93	1	DMU15
0.78	0.92	1	0.92	1	DMU16
0.76	0.9	0.91	0.9	1	DMU17
0.61	0.75	0.77	0.77	0	DMU18

نتیجه‌گیری

در این مطالعه با استفاده از یک مدل وزن مشترک به ارزیابی کارایی و تعیین ماهیت یکتا برای عوامل انعطاف پذیر پرداخته شده است. هرچند مدل وزن مشترک ارائه شده بدون ماهیت است اما مدل‌های تکنیکی ارائه شده پیش از این در ماهیت ورودی می‌باشند که این ماهیت بر شناسایی نوع عوامل انعطاف‌پذیر خصوصاً در مدل‌های بازده به مقیاس متغیر تاثیر گذار خواهد بود. دسته‌بندی یکسان عوامل انعطاف‌پذیر با مدل‌های غیر تکنیکی به عنوان راهکار آتی پیشنهاد می‌شود.

فهرست منابع

1. Charnes A, Cooper WW, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research. 1978;2(6):429-444.
2. Cook WD, Hababou M. Sales performance measurement in bank branches. Omega. 2001;29(4):299-307.
3. Cook WD, Zhu J. Classifying inputs and outputs in data envelopment analysis. European Journal of Operational Research. 2007;180(2):692-699.
4. Toloo M. On classifying inputs and outputs in DEA: A revised model. European Journal of Operational Research. 2009;198(1):358-360.
5. Amirteimoori A, Emrouznejad A. Notes on Classifying inputs and outputs in data envelopment analysis. Applied Mathematics Letters. 2012;25(11):1625-1628.
6. Amirteimoori A, Emrouznejad A, Khoshandam L. Classifying flexible measures in data envelopment analysis: A slack-based measure. Measurement: Journal of the International Measurement Confederation. 2013;46(10):4100-4107.
7. Toloo M. Notes on classifying inputs and outputs in data envelopment analysis: A comment. European Journal of Operational Research. 2014;235(3):810-812.
8. Liu FHF, Hsuan Peng H. Ranking of units on the DEA frontier with common weights. Computers and Operations Research. 2008;35(5):1624-1637.
9. Maradin D, Cerović L. Possibilities of Applying the DEA Method in the Assessment of Efficiency of Companies in the Electric Power Industry: Review of Wind Energy Companies. International Journal of Energy Economics and Policy. 2014;4(3):320-326.
10. Goodeve C. Efficiency and Productivity Assessment ofWind Farms. CIM Series in Mathematical Sciences. 1948;161(4089):377-378.
11. Pieralli S, Ritter M, Odening M. Efficiency of wind power production and its determinants. Energy. 2015;90:429-438.