

مساله بالانس خط مونتاژ چندهدفه فازی: روش برنامه‌ریزی ریاضی فازی

علی محمودی راد^{۱*}، صادق نیرومند^۲، مسعود صانعی^۳

^(۱) گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مسجد سلیمان، مسجد سلیمان، ایران

^(۲) گروه مهندسی صنایع، مرکز آموزش عالی فیروزآباد، فیروزآباد، فارس، ایران

^(۳) گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۰۹/۱۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۱۱/۲۰

چکیده

طراحی خط مونتاژ به منظور هماهنگی مجموعه‌ای از ایستگاه‌های متوالی فعالیت انجام می‌شود که به منظور بیشترین بهره برداری از ایستگاه‌های کاری و نیروی انسانی به کار گرفته می‌شود. استقرار ایستگاه‌ها به نحوی است که مواد به طور مداوم، مستمر و با نرخ ثابت در آن‌ها جریان دارد. در این مقاله یک مدل چندهدفه در شرایط فازی برای مساله بالانس خط مونتاژ پیشنهاد می‌شود. به منظور حل مدل پیشنهادی یک روش دو مرحله‌ای ارائه می‌شود. در مرحله اول مساله چند هدفه بالانس خط مونتاژ در شرایط فازی به یک مساله چندهدفه قطعی تبدیل می‌شود و در فاز دوم با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی جواب کارایی برای مساله چندهدفه حاصل می‌گردد. به منظور کارایی روش پیشنهادی یک مثال عددی ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: مساله بالانس خط مونتاژ، مساله چند هدفه، برنامه‌ریزی فازی، جواب کارا.

۱- مقدمه

یک خط مونتاژ شامل یکسری ایستگاه‌های متوالی است که محصول خاصی یا خانوادگی از محصول را مونتاژ می‌کنند. پردازش اجزا با توجه به مجموع‌های از فعالیت‌ها انجام می‌شود. این پردازش در هر ایستگاه با توجه به یک زمان ثابت موسوم به زمان سیکل انجام می‌شود. اگر مجموع زمان فعالیت‌های انجام شده در هر ایستگاه کاری با ایستگاه‌های دیگر خط، متعادل نباشد درصد بیکاری در بعضی ایستگاه‌ها زیاد شده و در بعضی ایستگاه‌ها ایجاد گلوگاه می‌شود. برای رفع این نواقص باید اقدام به متعادل کردن این ایستگاه‌ها با توجه به زمان سیکل کرد.

مسئله تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌ها بصورتی که یک یا تعداد بیشتری از اهداف با توجه به تعداد مشخصی از محدودیت‌ها بهینه شوند، مسئله بالانس خط مونتاژ نامیده می‌شود. هدف اصلی در مسئله بالانس خط مونتاژ تخصیص فعالیت‌های یک خط مونتاژ به ایستگاه‌های کاری است، بطوری که تعداد ایستگاه‌های کاری و زمان بیکاری هر ایستگاه را حداقل، روابط پیشنیازی فعالیت‌های خط مونتاژ را تامین کند و خط مونتاژ بتواند خروجی لازمی را که براساس تصمیمات مدیران ارشد سازمان اتخاذ می‌شود را برآورده کند. در نتیجه از فرآیند بالانس خط مونتاژ انتظار می‌رود که بهترین ترکیب بین نیروی انسانی و تجهیزات و تسهیلات به منظور برآورده کردن نیازمندیهای یک سیستم بدست آید.

علاوه بر مسئله بالانس خط، اگر انتخاب تجهیزات برای هر ایستگاه کاری نیز در نظر گرفته شود، این مسئله به مسئله طراحی خط مونتاژ تبدیل می‌شود. برای انجام فعالیت‌های مونتاژ، انواع مختلفی از تجهیزات وجود دارد، که هر کدام از آنها با توجه به سطح تکنولوژی خود می‌تواند فعالیت‌ها را با سرعت متفاوتی انجام دهند. بنابراین برای انجام هر یک از فعالیت‌های مونتاژ، تعدادی دستگاه برای انتخاب وجود دارد که زمان انجام هر فعالیت با هر یک از انواع تجهیزات مختلف متفاوت خواهد بود. بدیهی است اگر یک دستگاه برای انجام فعالیت‌های مونتاژ به زمان کمتری نیاز داشته باشد، قیمت خرید بالاتری خواهد داشت.

مساله بالانس خط مونتاژ ابتدا توسط سالوسون [۱]

فرمول‌بندی شده است. سپس تحقیقات قابل توجهی توسط پژوهشگران انجام شده است [۲،۳،۴]. در ادامه مروری بر برخی از مهمترین کارهای انجام شده در بخش‌های مختلف بالانس خط مونتاژ اشاره شده است. مطالعات چیکا و همکاران [۵] و همتا و همکاران [۶] در زمینه مینیمم‌سازی زمان سیکل از پژوهشهای جالب در این حوزه است. پونامبالان و همکاران [۷] و چیکا و همکاران [۵] مطالعاتی در زمینه مینیمم کردن تعداد ایستگاه‌ها انجام دادند.

در چند دهه‌ی اخیر فعالیت‌های بسیاری بر روی مسائل مربوط به بالانس خطوط مونتاژ انجام شده است. انواع مختلفی از مسئله به لحاظ فرم خط مونتاژ همچون بالانس خطوط مونتاژ دوطرفه، نعلی شکل، پیمایش خط مونتاژ همچون انواع یکنواخت و غیریکنواخت، تعداد محصولات تولیدی در خط مونتاژ مانند انواع تک محصولی و چند محصولی در ادبیات موضوع ارائه شده‌اند و الگوریتم‌هایی نیز در این مطالعات پیشنهاد شده و یا مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این مسائل از خطوط ساده تولیدی آغاز و در ادامه به مسائلی همچون خطوط ترکیبی، خطوط با زمان احتمالی، خطوط نعلی، خطوط دوطرفه، خطوط روباتیک و خطوطی با ایستگاه‌های موازی و تنوع تجهیزات پرداخته شده است.

در مسایل بسیاری از بالانس خط مونتاژ، بیش از یک تابع هدف مورد مطالعه قرار گرفته است. دو یا چند تابع هدف اشاره شده در بالا ممکن است همزمان برای بهینه‌سازی در مساله بالانس چندهدفه در نظر گرفته شود. مطالعات ملکوتی و کومار [۸]، چن و همکاران [۹]، نیرچو [۱۰]، منصورى [۱۱]، نورمحمدی و زندیه [۱۲] چند مورد از موارد زیادی هستند که برای مساله بالانس چندهدفه می‌توان به آنها اشاره کرد.

از طرفی مساله بالانس خط مونتاژ در شرایطی که یک یا چند پارامتر آن دارای عدم قطعیت هستند مورد توجه قرار گرفته است. این پارامترهای عدم قطعیت می‌توانند زمان فعالیت، زمان سیکل، هزینه تجهیزات و غیره باشند. در این زمینه می‌توان به کارهای انجام شده توسط هنزیر و دولگویی [۱۳]، نازارین و کاوو [۱۴]، هنزیر و دولگویی [۱۵] اشاره کرد. همچنین علوی دوست و همکاران [۱۶]

ارایه می‌کنیم.

تعریف ۱ [۲۱]. عدد فازی $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ را عدد فازی دوزنقه‌ای گوئیم، هر گاه تابع عضویت آن به صورت زیر باشد.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{x-d}{c-d}, & c \leq x \leq d \\ 0, & \text{در غیر صورت این} \end{cases} \quad (1)$$

فرض کنید $\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1, d_1)$ و $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2, d_2)$ دو عدد فازی دوزنقه‌ای باشند. در این صورت،

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2) \quad (2)$$

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 + b_2, d_1 - a_2) \quad (3)$$

$$\tilde{\theta A} = \begin{cases} (\theta a_1, \theta b_1, \theta c_1, \theta d_1) & , \theta > 0 \\ (\theta d_1, \theta c_1, \theta b_1, \theta a_1) & , \theta < 0 \end{cases} \quad (4)$$

تعریف ۲ [۲۲]. فرض کنید X یک مجموعه مرجع و $P(X)$ مجموعه توانی آن باشد.

تابع $Pos: P(X) \rightarrow [0, 1]$ را یک اندازه امکان بر X گوئیم هرگاه شرایط زیر برقرار باشد:

$$Pos(X) = 1, \quad Pos(\phi) = 0 \quad (5)$$

$$\forall A, B \in P(X) \quad (6)$$

$$A \subseteq B \Rightarrow Pos(A) \leq Pos(B)$$

$$Pos(A \cup B) = \max(Pos(A), Pos(B)),$$

$$\forall A, B \in P(X) \quad (7)$$

تعریف ۳ [۲۲]. اگر \tilde{Z} یک متغیر فازی با تابع عضویت $\mu(x)$ باشد و r یک عدد حقیقی باشد، آنگاه

$$Pos\{\tilde{z} \leq r\} = \sup_{x \leq r} \mu(x) \quad (8)$$

تعریف ۴ [۲۲]. اگر $\tilde{z} = (a, b, c, d)$ یک متغیر فازی دوزنقه‌ای و α یک عدد حقیقی باشد، آنگاه

یک روش برنامه‌ریزی فازی تعاملی برای مساله بالانس خط تولید مستقیم و نعلی شکل چندهدفه ارایه کردند.

به منظور حل مساله بالانس خط مونتاژ روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش‌های برنامه‌ریزی غیرخطی، روش‌های ابتکاری، روش‌های شبکه، استفاده از شبکه‌های صف، شاخه و کران، برنامه‌ریزی پویا و غیره اشاره کرد [۱۷، ۱۸]. مسایل بالانس خط مونتاژ جز مسایل چندجمله‌ای سخت هستند و روش‌های فراابتکاری بطور وسیعی برای حل آن پیشنهاد شده است [۱۹، ۲۰، ۲۱].

در این مقاله یک مدل جدیدی برای مساله بالانس خط مونتاژ پیشنهاد شده است. مساله یک مساله چندهدفه بالانس خط مونتاژ است که هم‌زمان هزینه ابزارها، تعداد ایستگاه‌های کاری و زمان سیکل را مینیمم می‌کند. هزینه هر ابزار و زمان فعالیت‌ها به صورت اعداد فازی دوزنقه‌ای که نشان دهنده عدم قطعیت این پارامترها هستند. به منظور فازی زدایی محدودیت‌ها از اندازه امکان استفاده شده است. از آنجایی که توابع هدف از مقیاس‌های مختلف هستند (هزینه، تعداد و زمان)، یک روش دو مرحله‌ای پیشنهاد می‌شود. در مرحله اول مساله چند هدفه بالانس خط مونتاژ در شرایط فازی به یک مساله چندهدفه قطعی تبدیل می‌شود و در مرحله دوم با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی جواب کارایی برای مساله چندهدفه حاصل می‌گردد.

این مقاله به صورت زیر تدوین شده است: در بخش دوم مروری بر مفاهیم و تعریف نظریه مجموعه‌های فازی که در این مقاله مورد نیاز است انجام شده است. مساله بالانس خط مونتاژ چندهدفه قطعی و فازی به ترتیب در بخش‌های ۳ و ۴ آورده شده است. روش حل مساله چندهدفه در بخش ۵ آورده شده است. در بخش ۶ مثال عددی به منظور نمایش کارایی روش پیشنهادی ارایه شده است. سرانجام نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی در بخش ۷ آورده شده است.

۲- مروری بر نظریه مجموعه‌های فازی

در این بخش تعاریف و مفاهیم مورد نیاز از نظریه مجموعه‌های فازی که در این مقاله مورد نیاز است را

- هزینه کل ابزارها حداقل شود.
- زمان سیکل حداقل شود.
- پس از تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌ها، روابط تاخر و تقدم فعالیت‌ها برقرار شود.
- مجموع زمان‌های فعالیت در هر ایستگاه از زمان سیکل نمی‌تواند فراتر رود.
- به منظور ساخت مدل ریاضی مساله، از نمادهای زیر برای پارامترها و متغیرها استفاده می‌کنیم.

$i(j)(I)$: اندیس استفاده شده برای فعالیت

(اندیس استفاده شده برای فعالیت‌ها)

(تعداد فعالیت‌ها)

$k(r)(K)$: اندیس استفاده شده برای ایستگاه کاری

(اندیس استفاده شده برای ایستگاه

فعالیت‌ها) (تعداد ایستگاه کاری)

$i(L)$: اندیس استفاده شده برای ابزار

(تعداد ابزارها)

t_i : زمان پردازش فعالیت i

EC_i : هزینه ابزار i

l_i : مجموعه ابزارهای موردنیاز توسط کار i

P_i : مجموعه پیش نیاز کار i

SC_i : مجموعه پس نیاز فعالیت i

متغیرهای تصمیم مساله عبارتند از:

CT : زمان سیکل

X_{ik} : برابر یک است اگر فعالیت i به ایستگاه کاری

k تخصیص داده شود و صفر در غیر اینصورت

Z_{lk} : برابر یک است اگر ابزار l به ایستگاه کاری k

تخصیص داده شود و صفر در غیر این صورت

W_k : برابر یک است اگر حداقل یک فعالیت به

ایستگاه کاری k تخصیص داده شود و صفر در

غیر اینصورت

در نتیجه مدل چندهدفه مساله بالانس خط مونتاژ قطعی

به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

(P1):

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K W_k \quad (13)$$

$$\text{Pos}\{\bar{z} \geq \alpha\} = \begin{cases} 1 & \alpha \leq c \\ \frac{d-\alpha}{d-c} & c \leq \alpha \leq d \\ 0 & \alpha \geq d \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{Pos}\{\bar{z} \leq \alpha\} = \begin{cases} 1 & \alpha \geq b \\ \frac{\alpha-a}{b-a} & a \leq \alpha \leq b \\ 0 & \alpha \leq a \end{cases} \quad (10)$$

بر اساس روابط (۹) و (۱۰) ثابت می‌شود که اگر \bar{z} یک

عدد فازی ذوزنقه‌ای و $r > 0.5$ باشد، آن‌گاه [۲۵]

$$\text{Pos}\{\bar{z} \leq \alpha\} \geq r \Leftrightarrow \alpha \geq (1-r)a + rb \quad (11)$$

$$\text{Pos}\{\bar{z} \geq \alpha\} \geq r \Leftrightarrow \alpha \leq rc + (1-r)d \quad (12)$$

از روابط (۱۱) و (۱۲) برای تبدیل محدودیت‌های فازی به محدودیت‌های معادلی در شرایط قطعی می‌توان استفاده کرد.

تعریف ۵ [۲۳]. فرض کنید $A = [a_l, a_u]$ یک بازه

باشد. مساله مینیمم‌سازی با تابع هدف بازه‌ای زیر

$\text{Min } A$

$s.t. A \in S$

با مساله دو هدفه زیر معادل است.

$$\text{Min} \left\{ a_u, \frac{1}{2}(a_l + a_u) \right\}$$

$s.t. A \in S$

۳- مدل ریاضی مساله بالانس خط مونتاژ

چندهدفه

۳-۱- مساله بالانس خط مونتاژ چندهدفه

قطعی

در مساله بالانس خط مونتاژ چندهدفه قطعی، یک مجموعه از فعالیت‌ها با نمودار پیشین‌سازی برای تولید یک محصول وجود دارد. هر فعالیت به ابزارهایی با هزینه ثابت متناظرش نیاز دارد که این هزینه ثابت می‌تواند مثلاً هزینه خرید باشد. هدف تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری به منظور برقراری شرایط زیر است:

- تعداد ایستگاه‌ها حداقل شود.

ابزارهای مورد نیاز هر فعالیت را به ایستگاه تخصیص می‌دهد که $|I_i|$ اعضای مجموعه I_i نشان می‌دهد. سرانجام متغیرهای تصمیم تعریف شده در مدل بوسیله محدودیت‌های (۲۲) و (۲۳) بیان شده است.

۳-۲- مساله بالانس خط مونتاژ چندهدفه فازی

در مساله بالانس خط مونتاژ چندهدفه بخش قبلی، فرض کنید پارامترهای زمان پردازش فعالیت و هزینه ابزارها نادقیق و به شکل اعداد فازی ذوزنقه‌ای باشند. یعنی

$$\tilde{t}_i = (t_i^1, t_i^2, t_i^3, t_i^4) \quad \forall i \quad (24)$$

$$\widetilde{EC}_i = (EC_i^{(1)}, EC_i^{(2)}, EC_i^{(3)}, EC_i^{(4)}) \quad \forall i \quad (25)$$

در نتیجه مساله بالانس خط مونتاژ چندهدفه فازی به صورت زیر خواهد بود:

(P2):

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K W_k \quad (26)$$

$$\text{Min} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \widetilde{EC}_l Z_{lk} \quad (27)$$

$$\text{Min} CT \quad (28)$$

subject to

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{j \in SC(i)} \sum_{r \geq k} X_{jr}}{|SCi|} \quad \forall i, k \quad (29)$$

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{j \in P(i)} \sum_{r \leq k} X_{jr}}{|Pi|} \quad \forall i, k \quad (30)$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (31)$$

$$W_k \geq X_{ik} \quad \forall i, k \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^N \tilde{t}_i X_{ik} \leq CT \quad \forall k \quad (33)$$

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{l \in I_i} Z_{lk}}{|I_i|} \quad \forall i, k \quad (34)$$

$$CT \geq 0 \quad (35)$$

$$X_{ik}, Z_{lk}, W_k \in \{0,1\} \quad \forall i, k, l \quad (36)$$

$$\text{Min} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K EC_l Z_{lk} \quad (14)$$

$$\text{Min} CT \quad (15)$$

subject to

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{j \in SC(i)} \sum_{r \geq k} X_{jr}}{|SCi|} \quad \forall i, k \quad (16)$$

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{j \in P(i)} \sum_{r \leq k} X_{jr}}{|Pi|} \quad \forall i, k \quad (17)$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (18)$$

$$W_k \geq X_{ik} \quad \forall i, k \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i X_{ik} \leq CT \quad \forall k \quad (20)$$

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{l \in I_i} Z_{lk}}{|I_i|} \quad \forall i, k \quad (21)$$

$$CT \geq 0 \quad (22)$$

$$X_{ik}, Z_{lk}, W_k \in \{0,1\} \quad \forall i, k, l \quad (23)$$

در شروع تعداد ایستگاه‌های آغازین با تعداد فعالیت‌ها برابر است، در نتیجه تابع هدف (۱۳) ایستگاه‌های غیر ضروری را حذف و تعداد آنها را مینیمم می‌کند. تابع هدف (۱۴) هزینه کل ابزار را در همه ایستگاه‌های ایجاد شده مینیمم می‌کند. تابع هدف (۱۵) زمان سیکل را به منظور تولید محصولات بیشتر مینیمم می‌کند. محدودیت (۱۶) و (۱۷) محدودیت‌های مکمل هستند که $|SCi|$ و $|Pi|$ به ترتیب تعداد اعضای مجموعه‌های $|SCi|$ و $|Pi|$ هستند. این محدودیت‌ها با هم اطمینان می‌دهند که اگر فعالیت i به ایستگاه k تخصیص داده شود، پیش نیازها و پس نیازها نمی‌توانند به ترتیب به ایستگاه‌های بعد و قبل ایستگاه k تخصیص داده شوند. محدودیت (۱۸) اجبار می‌کند که هر فعالیتی تنها به یک ایستگاه تخصیص داده شود. محدودیت (۱۹) و تابع هدف (۱۳) با همدیگر بیان می‌کنند که یک ایستگاه ایجاد می‌شود اگر و فقط اگر آن شامل حداقل یک فعالیت باشد. محدودیت (۲۰) یک کران بالایی برابر با زمان سیکل برای مجموع زمان‌های کاری هر ایستگاه در نظر می‌گیرد. محدودیت (۲۱)

۴- روش حل

در این مقاله به منظور حل مدل (P2) یک روش دو فازي ارائه می‌شود. در فاز اول مساله (P2) به یک مساله چندهدفه قطعی تبدیل می‌شود و در فاز دوم با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازي جواب کارایی برای مساله چندهدفه حاصل می‌گردد.

۴-۱- مرحله اول: مدل چندهدفه قطعی

در مساله (P2)، تابع هدف (۲۷) یک تابع هدفی از نوع فازي است. در بهینه‌سازی توابع هدف فازي، در برخورد با این نوع توابع هدف روش‌های مختلفی وجود دارد. بر طبق روش پیشنهادی توسط وان و دونگ [۲۳]، یک تابع هدف با ضرایب هدف ذوزنقه‌ای به چهار تابع هدف قطعی مستقل تبدیل می‌شود. بر این اساس، چون تابع هدف (۲۷) از نوع مینیمم‌سازی است، لذا باید بازه $[EC_i^{(2)}, EC_i^{(3)}]$ باید مینیمم شود. بر اساس تعریف ۵، به منظور مینیمم کردن این بازه، کافی است نقاط انتها و وسط این بازه را همزمان مینیمم کنیم. برای کرانه‌های بالا و پایین عدد ذوزنقه‌ای

$$\widetilde{EC}_i = (EC_i^{(1)}, EC_i^{(2)}, EC_i^{(3)}, EC_i^{(4)}) ,$$

بجای مینیمم کردن $EC_i^{(1)}Z_{lk}$ و $EC_i^{(4)}Z_{lk}$

کافیست به ترتیب ماکزیمم کنیم $(EC_i^{(2)} - EC_i^{(1)})Z_{lk}$ و مینیمم کنیم $(EC_i^{(4)} - EC_i^{(3)})Z_{lk}$.

این تحلیل در شکل (۱) نشان داده شده است.

بنابراین تابع هدف (۲۷) به مساله چهار هدفه زیر تبدیل

می‌شود:

$$\text{Max } (EC_i^{(2)} - EC_i^{(1)})Z_{lk} \quad (37)$$

$$\text{Min } EC_i^{(3)}Z_{lk} \quad (38)$$

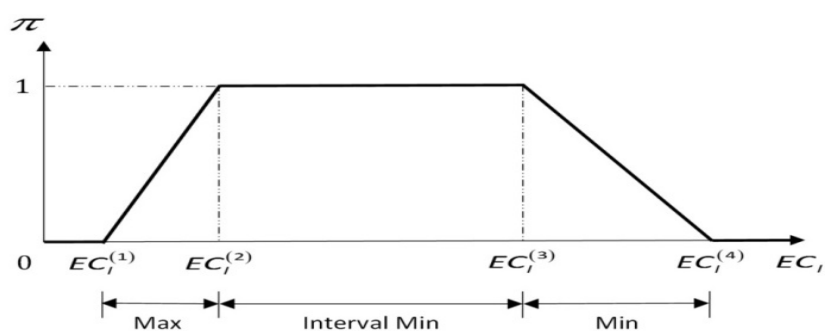
$$\text{Min } \left(\frac{1}{2} (EC_i^{(2)} + EC_i^{(3)}) \right) Z_{lk} \quad (39)$$

$$\text{Min } (EC_i^{(4)} - EC_i^{(3)})Z_{lk} \quad (40)$$

همچنین با توجه به تعریف ۴، برای عدد فازي ذوزنقه‌ای

$\widetilde{t}_i = (t_i^1, t_i^2, t_i^3, t_i^4)$ و محدودیت (۳۳) خواهیم داشت [۲۲]:

$$\text{Pos} \left\{ \sum_{i=1}^N \widetilde{t}_i X_{ik} \leq CT \right\} \geq \alpha_k \Leftrightarrow CT \geq \sum_{i=1}^N X_{ik} ((1 - \alpha_k)t_1 + \alpha_k t_2) \quad (41)$$



شکل ۱. استراتژی مینیمم‌سازی برای تابع هدف.

تعریف ۶. فرض کنید (X^*, W^*, Z^*, CT^*) یک جواب شدنی مدل (P3) باشد.

آنگاه (X^*, W^*, Z^*, CT^*) یک جواب کارا (پاراتو) برای مدل (P3) است اگر وجود نداشته باشد جواب شدنی مانند (X, W, Z, CT) بطوری که $F_i \leq F_i^*$ برای $i=1,3,4,5,6$ و $F_2 \geq F_2^*$ و حداقل یک نامساوی بطور اکید برقرار باشد.

اگر (X^*, W^*, Z^*, CT^*) یک جواب کارا باشد، نقطه $(F_1^*, F_2^*, F_3^*, F_4^*, F_5^*, F_6^*)$ جواب غیر مسلط نامیده می‌شود.

۴-۲- مرحله دوم: روش برنامه‌ریزی فازی

به منظور حل مساله چندهدفه (P3) روش‌های حل مختلفی مانند روش معیار جامع، روش وزندار، روش برنامه‌ریزی آرمانی، روش ϵ -محدودیت، برنامه‌ریزی فازی و غیره در ادبیات مساله چندهدفه پیشنهاد شده است [۲۴]. در این بخش روش برنامه‌ریزی فازی را برای حل مساله چندهدفه بکار می‌گیریم. تصمیم‌گیری فازی و برنامه‌ریزی فازی دو روشی هستند که به ترتیب توسط بلمن و زاده [۲۵] و زیمرمن [۲۷] به منظور حل مساله چندهدفه پیشنهاد شده است. هر دو روش تمایل به بدست آوردن جواب ایده‌آل مثبت (PIS) و جواب ایده‌آل منفی (NIS) همه توابع هدف متناظر دارند. این مقادیر می‌توانند هم توسط تصمیم‌گیرنده تعیین شوند و هم اینکه از بهترین و بدترین مقادیر توابع هدف متناظر شان بدست آیند. جواب ایده‌آل مثبت (PIS) و جواب ایده‌آل منفی (NIS) برای توابع هدف (۴۲) تا (۴۷) عبارتست از:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1^{PIS} = \min \sum_{k=1}^K W_k \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{array} \right. \quad (56)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1^{NIS} = \max \sum_{k=1}^K W_k \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{array} \right. \quad (57)$$

در نتیجه با در نظر گرفتن رابطه (۴۱) مدل بالانس خط مونتاژ چندهدفه فازی (P2) به یک مساله چند هدفه در محیط قطعی به صورت زیر تبدیل می‌شود:

(P3):

$$F_1 = \text{Min} \sum_{k=1}^K W_k \quad (42)$$

$$F_2 = \text{Max} \left(EC_l^{(2)} - EC_l^{(1)} \right) Z_{lk} \quad (43)$$

$$F_3 = \text{Min} EC_l^{(3)} Z_{lk} \quad (44)$$

$$F_4 = \text{Min} \left(\frac{1}{2} \left(EC_l^{(2)} + EC_l^{(3)} \right) \right) Z_{lk} \quad (45)$$

$$F_5 = \text{Min} \left(EC_l^{(4)} - EC_l^{(3)} \right) Z_{lk} \quad (46)$$

$$F_6 = \text{Min} CT \quad (47)$$

subject to

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{j \in SC(i)} \sum_{r \geq k} X_{jr}}{|SCi|} \quad \forall i, \quad (48)$$

$$\forall k$$

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{j \in P(i)} \sum_{r \leq k} X_{jr}}{|Pi|} \quad \forall i, \quad (49)$$

$$\forall k$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (50)$$

$$W_k \geq X_{ik} \quad \forall i, \quad (51)$$

$$\forall k$$

$$\sum_{i=1}^N X_{ik} \left((1 - \alpha_k) t_1 + \alpha_k t_2 \right) - C \quad \forall k \quad (52)$$

$$X_{ik} \leq \frac{\sum_{l \in I_i} Z_{lk}}{|I_i|} \quad \forall i, \quad (53)$$

$$\forall k$$

$$CT \geq 0 \quad (54)$$

$$X_{ik}, Z_{lk}, W_k \in \{0, 1\} \quad \forall k, \quad (55)$$

$$\forall l$$

در مدل بالا، محدودیت (۵۲) می‌تواند برای هر سطح اطمینان $\alpha_k > 0.5$ برقرار باشد.

$$\begin{cases} F_6^{NIS} = \max CT \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (67)$$

از آنجایی که هیچ محدودیتی روی کران بالای متغیر CT در محدودیت‌های (۴۸) تا (۵۵) وجود ندارد، لذا مدل (۶۷) جواب بهینه نامتناهی دارد. مجموع همه زمان‌های پردازش فعالیت‌ها می‌تواند یک کران بالا برای CT باشد. در نتیجه محدودیت (۶۸) به صورت زیر تعریف می‌شود و محدودیت (۶۹) که در واقع حالت قطعی محدودیت (۶۸) می‌باشد، برای جلوگیری از بیکرانی فقط به مدل (۶۷) اضافه می‌شود.

$$CT \leq \sum_{i=1}^N \tilde{t}_i \quad (68)$$

$$CT \geq \alpha \sum_{i=1}^N t_i^3 + (1-\alpha) \sum_{i=1}^N t_i^4 \quad (69)$$

تابع عضویت خطی متناظر با هر تابع هدف را می‌توان به شکل توابع عضویت خطی (۷۰) و (۷۱) نوشت:

$$\mu_i(F_i) = \begin{cases} 0, & F_i < F_i^{PIS} \\ \frac{F_i^{NIS} - F_i}{F_i^{NIS} - F_i^{PIS}}, & F_i^{PIS} \leq F_i \leq F_i^{NIS} \\ 1, & F_i > F_i^{NIS} \end{cases} \quad (70)$$

$i = 1, 3, 4, 5, 6$

$$\mu_2(F_2) = \begin{cases} 0, & F_2 < F_2^{NIS} \\ \frac{F_2 - F_2^{NIS}}{F_2^{PIS} - F_2^{NIS}}, & F_2^{NIS} \leq F_2 \leq F_2^{PIS} \\ 1, & F_2 > F_2^{PIS} \end{cases} \quad (71)$$

در معادلات (۷۰) و (۷۱)، $\mu_i(F_i)$ تابع عضویت خطی i امین تابع هدف را نشان می‌دهد. با استفاده از عملگر ماکس-مین پیشنهاد شده توسط بلمن و زاده [۲۵]، مدل چند هدفه (P3) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} F_2^{PIS} = \max (EC_l^{(2)} - EC_l^{(1)}) Z_{lk} \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (58)$$

$$\begin{cases} F_2^{NIS} = \min (EC_l^{(2)} - EC_l^{(1)}) Z_{lk} \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (59)$$

$$\begin{cases} F_3^{PIS} = \min EC_l^{(3)} Z_{lk} \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (60)$$

$$\begin{cases} F_3^{NIS} = \max EC_l^{(3)} Z_{lk} \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (61)$$

$$\begin{cases} F_4^{PIS} = \min \left(\frac{1}{2} (EC_l^{(2)} + EC_l^{(3)}) \right) Z_{lk} \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (62)$$

$$\begin{cases} F_4^{NIS} = \max \left(\frac{1}{2} (EC_l^{(2)} + EC_l^{(3)}) \right) Z_{lk} \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (63)$$

$$\begin{cases} F_5^{PIS} = \min (EC_l^{(4)} - EC_l^{(3)}) Z_{lk} \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (64)$$

$$\begin{cases} F_5^{NIS} = \max (EC_l^{(4)} - EC_l^{(3)}) Z_{lk} \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (30-4)-(37-4)}. \end{cases} \quad (65)$$

$$\begin{cases} F_6^{PIS} = \min CT \\ \text{subject to} \\ \text{Constraints (48)-(55)}. \end{cases} \quad (66)$$

اثبات. چون مدل (P6) یک فرمول‌بندی مجدد از مدل (P4) است، لذا قضیه را با استفاده از مدل (P4) اثبات می‌کنیم. فرض کنید $(\lambda^*, X^*, W^*, Z^*, CT^*)$ یک جواب بهینه مدل (P6) باشد. اگر (X^*, W^*, Z^*, CT^*) جواب کارا نباشد، بنابراین بر اساس تعریف ۶ جواب شدنی دیگری مانند (X, W, Z, CT) وجود دارد که یکی از حالت‌های زیر رخ می‌دهد:

$$-۱) F_4 < F_4^*, F_3 < F_3^*, F_2 > F_2^*, F_1 \leq F_1^* \\ F_6 < F_6^* \text{ و } F_5 < F_5^*$$

$$-۲) F_4 < F_4^*, F_3 < F_3^*, F_2 \geq F_2^*, F_1 < F_1^* \\ F_6 < F_6^* \text{ و } F_5 < F_5^*$$

$$-۳) F_4 < F_4^*, F_3 \leq F_3^*, F_2 > F_2^*, F_1 < F_1^* \\ F_6 < F_6^* \text{ و } F_5 < F_5^*$$

$$-۴) F_4 \leq F_4^*, F_3 < F_3^*, F_2 > F_2^*, F_1 < F_1^* \\ F_6 < F_6^* \text{ و } F_5 < F_5^*$$

$$-۵) F_4 < F_4^*, F_3 < F_3^*, F_2 > F_2^*, F_1 < F_1^* \\ F_6 < F_6^* \text{ و } F_5 \leq F_5^*$$

$$-۶) F_4 < F_4^*, F_3 < F_3^*, F_2 > F_2^*, F_1 < F_1^* \\ F_6 \leq F_6^* \text{ و } F_5 < F_5^*$$

اگر حالت ۱ درست باشد، آنگاه $\mu_1(F_1^*) \leq \mu_1(F_1)$ ، برای $\mu_i(F_i^*) < \mu_i(F_i)$ ، $i=2,3,4,5,6$ ، آنگاه

$$\lambda^* = \min\{\mu_i(F_i^*)\} < \min\{\mu_i(F_i)\}$$

برای $i=1,2,3,4,5,6$ اگر $\lambda^* = \mu_1(F_1^*)$ آنگاه

$$\lambda^* = \mu_1(F_1^*) < \min\{\mu_i(F_i)\}, i=1, \dots, 6$$

برقرار است و تناقض با بهینگی λ^* دارد. اگر

$$\lambda^* = \mu_2(F_2^*) \text{ آنگاه نامعادله}$$

$$\lambda^* = \mu_2(F_2^*) < \min\{\mu_i(F_i)\}, i=1, \dots, 6$$

برقرار است و تناقض با بهینگی λ^* دارد. اگر

$$\lambda^* = \mu_3(F_3^*) \text{ آنگاه نامعادله}$$

$$\lambda^* = \mu_3(F_3^*) < \min\{\mu_i(F_i)\}, i=1, \dots, 6$$

برقرار است و تناقض با بهینگی λ^* دارد. اگر

$$\lambda^* = \mu_4(F_4^*) \text{ آنگاه نامعادله}$$

(P4):

$$\max \min \left\{ \begin{array}{l} \mu_1(F_1), \mu_2(F_2), \mu_3(F_3) \\ \mu_4(F_4), \mu_5(F_5), \mu_6(F_6) \end{array} \right. \quad (۷۲)$$

subject to
Constraints (48)-(55).

با قرار دادن

$$\lambda = \min \left\{ \begin{array}{l} \mu_1(F_1), \mu_2(F_2), \mu_3(F_3), \mu_4(F_4), \\ \mu_5(F_5), \mu_6(F_6) \end{array} \right\}$$

مساله (P4) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

(P5):

$$\max \lambda$$

$$\text{subject to}$$

$$\mu_i(F_i) \geq \lambda \quad i=1,2,3,4,5,6 \quad (۷۳)$$

Constraints (48)-
(55).

در نتیجه مدل بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

(P6):

$$\max \lambda$$

$$\text{subject to}$$

$$\sum_{k=1}^K W_k \leq F_1^{NIS} - \lambda(F_1^{NIS} - F_1^{PIS})$$

$$(EC_l^{(2)} - EC_l^{(1)})Z_{lk} \geq$$

$$\lambda(F_2^{PIS} - F_2^{NIS}) + F_2^{NIS}$$

$$EC_l^{(3)}Z_{lk} \leq F_3^{NIS} - \lambda(F_3^{NIS} - F_3^{PIS})$$

$$\left(\frac{1}{2}(EC_l^{(2)} + EC_l^{(3)})\right)Z_{lk} \leq$$

$$F_4^{NIS} - \lambda(F_4^{NIS} - F_4^{PIS})$$

$$(EC_l^{(4)} - EC_l^{(3)})Z_{lk} \leq$$

$$F_5^{NIS} - \lambda(F_5^{NIS} - F_5^{PIS})$$

$$CT \leq F_6^{NIS} - \lambda(F_6^{NIS} - F_6^{PIS}) \quad (۷۴)$$

$$F_4^{NIS} - \lambda(F_4^{NIS} - F_4^{PIS})$$

$$(EC_l^{(4)} - EC_l^{(3)})Z_{lk} \leq$$

$$F_5^{NIS} - \lambda(F_5^{NIS} - F_5^{PIS})$$

$$CT \leq F_6^{NIS} - \lambda(F_6^{NIS} - F_6^{PIS})$$

Constraints (48)-(55).

قضیه ۱. اگر $(\lambda^*, X^*, W^*, Z^*, CT^*)$ یک

جواب بهینه منحصر بفرد مدل (P5) باشد، آنگاه

(X^*, W^*, Z^*, CT^*) یک جواب پاراتو برای مساله

(P3) خواهد بود.

می‌باشد. برای هر ابزار، هزینه به صورت عدد فازی دوزنقه‌ای داده شده است. داده‌ها در جدول ۱ و ۲ داده شده‌اند.

$$\lambda^* = \mu_4(F_4^*) < \min \{ \mu_i(F_i) \}, i = 1, \dots, 6$$

برقرار است و تناقض با بهینگی λ^* دارد. اگر $\lambda^* = \mu_5(F_5^*)$ آنگاه نامعادله

$$\lambda^* = \mu_5(F_5^*) < \min \{ \mu_i(F_i) \}, i = 1, \dots, 6$$

برقرار است و تناقض با بهینگی λ^* دارد و بالاخره اگر $\lambda^* = \mu_6(F_6^*)$ آنگاه نامعادله

$$\lambda^* = \mu_6(F_6^*) < \min \{ \mu_i(F_i) \}, i = 1, \dots, 6$$

برقرار است و تناقض با بهینگی λ^* دارد. این تناقض می‌رساند که فرض خلف باطل و حکم برقرار است. برای پنج حالت دیگر به همین صورت می‌توان به تناقض رسید.

در نتیجه گام‌های روش برنامه‌ریزی فازی به منظور بدست آوردن جواب کارا برای مساله (P3) را می‌توان به صورت زیر مطرح کرد:

گام ۱: برای هر محدودیت (۵۲)، حداقل سطح اطمینان، یعنی $\alpha_k > 0.5$ را تعیین کنید.

گام ۲: جواب ایده‌آل مثبت (PIS) و جواب ایده‌آل منفی (NIS) را برای همه هدف (۴۲) تا (۴۷) تعیین کنید.

گام ۳: تابع عضویت خطی از توابع هدف (۵۶) تا (۶۷) را همانند (۷۰) و (۷۱) محاسبه کنید.

گام ۴: با استفاده از عملگر ماکس-مین بلمن و زاده [۲۵]، مدل (P3) را به شکل یک مدل تک هدفه تبدیل کنید.

گام ۵: مساله تک هدفه (P6) را بجای مساله (P3) حل کنید (قضیه ۱ را ببینید). جواب بهینه منحصر بفرد مدل (P6) یک جواب کارا برای مساله چندهدفه است.

۵- مثال عددی

به منظور اجرای مدل پیشنهادی، در این بخش به ارائه یک مثال عددی می‌پردازیم. این مثال توسعه داده شده مثال بوکسی [۲۶] است که در آن زمان پردازش فعالیت و هزینه ابزارها را از حالت قطعی به شکل اعداد فازی دوزنقه‌ای تغییر دادیم. این مثال شامل ۲۹ فعالیت با نمودار تاخر و تقدم روی یک مساله موزانه خط مونتاژ با چهار ابزار می‌باشد. داده‌های هر فعالیت عبارتست از زمان پردازش، مجموعه تقدم‌ها و تاخرها و مجموعه ابزارها

جدول ۱- داده‌های مثال عددی

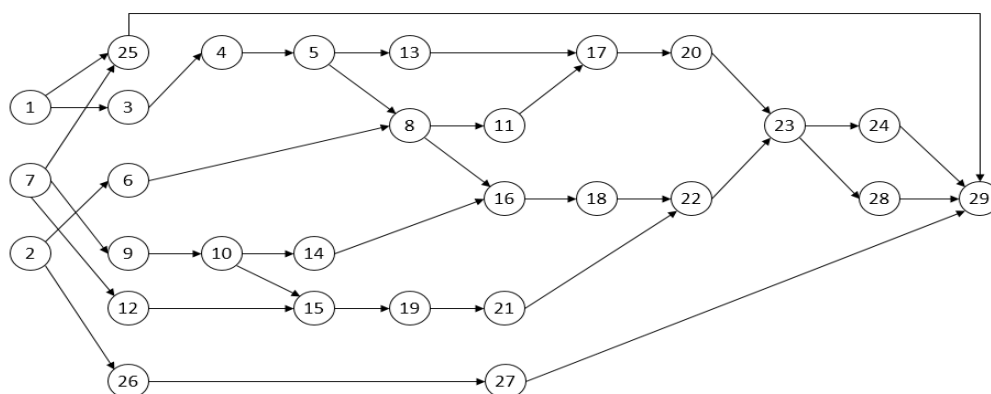
تعداد فعالیت‌ها	زمان فعالیت فازی	مجموعه تاخرها	مجموعه تقدم‌ها	مجموعه ابزارها
1	(5, 6, 7, 8)	-	3, 25	1, 2, 3
2	(15, 17, 19, 21)	-	6, 26	2, 3
3	(12, 13, 16, 18)	1	4	1, 3
4	(4, 5, 7, 10)	3	5	2, 4
5	(8, 10, 12, 15)	4	8, 13	1, 2, 3
6	(7, 10, 12, 15)	2	8	2
7	(5, 7, 8, 10)	-	9, 12, 25	1, 2, 3, 4
8	(12, 14, 17, 20)	5, 6	11, 16	1, 2, 3, 4
9	(1, 2, 3, 4)	7	10	2
10	(3, 5, 7, 10)	9	14, 15	1, 2, 4
11	(20, 22, 24, 25)	8	17	2
12	(8, 10, 14, 16)	7	15	1, 2, 3, 4
13	(7, 10, 12, 14)	5	17	1, 3, 4
14	(2, 4, 6, 8)	10	16	3
15	(12, 14, 16, 18)	10, 12	19	2, 4
16	(3, 5, 7, 9)	8, 14	18	2, 3, 4
17	(12, 14, 16, 19)	11, 13	20	1, 2, 3, 4
18	(15, 17, 19, 20)	16	22	1, 4
19	(8, 10, 12, 15)	15	21	2
20	(12, 14, 16, 18)	17	23	1, 2, 4
21	(1, 2, 3, 4)	19	22	1, 4
22	(7, 9, 10, 12)	18, 21	23	1, 2, 3, 4
23	(20, 25, 30, 35)	20, 22	24, 28	4
24	(12, 14, 16, 18)	23	29	1, 2, 3, 4
25	(12, 13, 14, 15)	1	29	3, 4
26	(1, 2, 3, 5)	2	27	1, 3, 4
27	(8, 10, 12, 15)	26	29	1, 3
28	(5, 7, 9, 12)	23	29	3, 4
29	(17, 20, 22, 25)	24, 25, 27, 28	-	1, 2, 3, 4

جدول ۲- داده‌های فازی برای هزینه ابزارهای مثال عددی

هزینه ابزار / زمان سیکل	مقدار فازی (\$ / sec.)
\widetilde{EC}_1	(800, 900, 1100, 1200)
\widetilde{EC}_2	(1700, 1850, 2150, 2300)
\widetilde{EC}_3	(1200, 1350, 1650, 1800)
\widetilde{EC}_4	(2600, 2850, 3150, 3400)

همچنین نمودار تقدم و تاخر در شکل ۲ آمده است.

شکل ۲- نمودار تقدم و تاخر مثال عددی



شده که عبارتند از: 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 و 0.95.

با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی برای هر سطح α مدل‌های (۵۶) تا (۶۷) یکبار اجرا شده و نتایج بدست آمده برای بدست آوردن جواب پاراتو به مدل (P6) داده شده است. نتایج بدست آمده برای مثال عددی در جدول‌های ۳ و ۴ آمده است.

برای اندازه‌گیری اجرای روش مدل‌سازی بر اساس اندازه امکان پیشنهادی، روش برنامه‌ریزی فازی استفاده شده است. مدل‌ها در نرم افزار گمز کد شده و روی کامپیوتری با مشخصات زیر اجرا شده است: Intel Core 2 Duo, 2.53 GHz processor and 4.00 GB RAM. ۹ سطح اطمینان مختلف برای $\alpha = \alpha_k$ در نظر گرفته

جدول ۳- نتایج بدست آمده بوسیله روش برنامه‌ریزی فازی

α	جواب مدل‌های (۵۶) تا (۶۷)											
	F_1^{PIS}	F_1^{NIS}	F_2^{PIS}	F_2^{NIS}	F_3^{PIS}	F_3^{NIS}	F_4^{PIS}	F_4^{NIS}	F_5^{PIS}	F_5^{NIS}	F_6^{PIS}	F_6^{NIS}
1	2	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	25	369
0.95	2	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	24.75	372.25
0.90	2	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	24.5	375.5
0.85	2	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	24.25	378.75
0.80	2	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	24	382
0.75	2	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	23.75	385.25
0.70	2	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	23.5	388.5
0.65	1	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	23.25	391.75
0.60	1	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	23	395
0.55	1	29	18850	650	8050	233450	7500	217500	650	18850	22.75	398.25

جدول ۴- نتایج بدست آمده از مثال عددی

α	جواب مدل (P6)						
	λ^*	F_1^*	F_2^*	F_3^*	F_4^*	F_5^*	F_6^*
1	0.456	14	10250	118850	109500	10250	212
0.95	0.47	16	10300	119900	110500	10300	163.4
0.90	0.497	7	9800	112400	103500	9800	164.3
0.85	0.495	14	9650	111450	102500	9650	131.85
0.80	0.489	12	9950	114550	105500	9950	142.2
0.75	0.5	11	9750	112450	103500	9750	129.75
0.70	0.492	15	9600	110700	102000	9600	189.2
0.65	0.467	14	10350	120250	111000	10350	157.55
0.60	0.462	13	10450	122150	112500	10450	189.8
0.55	0.5	13	9750	114350	105500	9750	100.65

هزینه تجهیزات روی همه ایستگاه‌ها و زمان سیکل را مینیمم می‌کند. با در نظر گرفتن هزینه تجهیزات و زمان فعالیت بصورت اعداد فازی دوزنقه‌ای، مساله به صورت یک مساله چندهدفه فازی مجدد فرمول‌بندی شده است. به منظور حل مدل چندهدفه فازی یک روش دو مرحله‌ای پیشنهاد شده است.

حل مساله با روش‌های فراابتکاری، توسعه مدل ریاضی در محیط فازی و در نظر گرفتن اندازه‌های لزوم و اعتبار جهت فازی زدایی و همچنین در نظر گرفتن پارامترها به صورت اعداد فازی نوع-۲ می‌توانند موضوعاتی برای تحقیقات آتی باشند.

تقدیر و تشکر

بدین وسیله نویسندگان مقاله از پشتیبانی مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مسجد سلیمان، در قالب طرح پژوهشی تحت عنوان، مدل‌سازی ریاضی و حل مساله موازنه خط مونتاژ چند هدفه در شرایط عدم قطعیت، تشکر و قدردانی می‌نمایند.

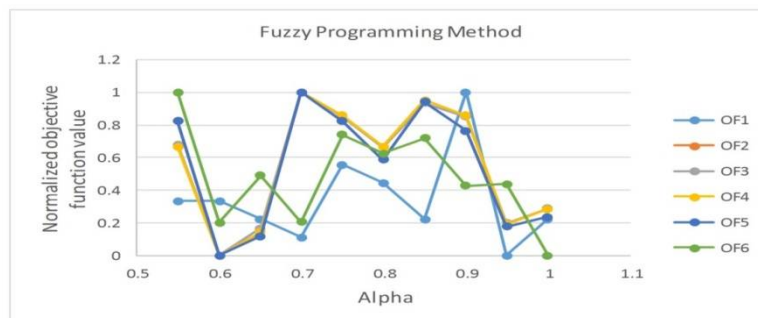
با توجه به نتایج بدست آمده از روش برنامه‌ریزی فازی (جدول ۳ و ۴) و شکل ۳، با در نظر گرفتن مقادیر بدست آمده برای توابع هدف در سطوح مختلف، موارد زیر نتیجه می‌شود:

- مقدار تابع هدف ۲ تا ۵ کاملاً به یکدیگر وابسته بوده و با تغییر مقدار α روند صعودی یا نزولی پیش آمده در یکی از آنها در مابقی نیز اتفاق می‌افتد.
 - اگر چه رابطه ثابتی بین اهداف ۱ و ۶ وجود ندارد، اما از شکل ۳ وابستگی تقریبی بین مقادیر بدست آمده مشاهده می‌گردد.
- این حالت‌ها را می‌توان از شکل (۳) نیز مشاهده کرد که مقادیر تابع هدف نرمال شده بوسیله روش برنامه‌ریزی فازی در این شکل رسم شده است.

۶- نتیجه‌گیری و ارایه پیشنهادات

در این مقاله نوعی از مساله بالانس خط مونتاژ مورد پژوهش قرار گرفته است. مساله یک مساله بهینه‌سازی چندهدفه است که هم‌زمان تعداد ایستگاه‌های کاری،

شکل ۳- تغییرات مقادیر تابع هدف ۱، ۲ و ۳ روش برنامه‌ریزی ریاضی فازی.



multi-objective assembly line balancing problems. *International Journal of Production Research*, 34(9), 2533–2552.

[9] Chen, R. S., Lu, K. Y., Yu, S. C., (2002). A hybrid genetic algorithm approach on multi-objective of assembly planning problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 15(5), 447–457.

[10] Nearchou, A. C. (2008). Multi-objective balancing of assembly lines by population heuristics. *International Journal of Production Research*, 46(8), 2275–2297.

[11] Mansouri, S. A. (2005). A multi-objective genetic algorithm for mixed-model sequencing on JIT assembly lines. *European Journal of Operational Research*, 167(3), 696–716.

[12] Nourmohammadi, A., Zandieh, M. (2011). Assembly line balancing by a new multi-objective differential evolution algorithm based on TOPSIS. *International Journal of Production Research*, 49, 2833–2855.

[13] Hazır, Ö., Dolgui, A. (2015). A decomposition based solution algorithm for U-type assembly line balancing with interval data. *Computers & Operations Research*, 59, 126–131.

[14] Nazarian, E., Ko, J. (2013). Robust manufacturing line design with controlled moderate robustness in bottleneck buffer time to manage stochastic inter-task times. *Journal of Manufacturing Systems*, 32(2), 382–391.

[15] Liu, B. (2002). *Theory and Practice of Uncertain Programming*, Physica-Verlag, Heidelberg.

فهرست منابع

[1] Salveson, M.E. (1955). The assembly line balancing problem, *Journal of Industrial Engineering*, 6, 18–25.

[2] Baybars, I. (1986). A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. *Management Science*, 32, 909–932.

[3] Erel, E., Sarin, S.C. (1998). A survey of the assembly line balancing procedures, *Production Planning Control*, 9, 414–434.

[4] Scholl, A., Becker, C. (2006). State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. *European Journal of Operations Research*, 168, 666–693.

[5] Chica, M., Cordon, Ó., Damas, S. (2011). An advanced multi objective genetic algorithm design for the time and space assembly line balancing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 61, 103–117.

[6] Hamta, N., Fatemi Ghomi, S. M. T., Jolai, F., Akbarpour Shirazi, M. (2013). A hybrid PSO algorithm for a multi-objective assembly line balancing problem with flexible operation times, sequence-dependent setup times and learning effect. *International Journal of Production Economics*, 141, 99–111.

[7] Ponnambalam, S. G., Aravindan, P., Mogileeswar Naidu, G. (2000). A multi-objective genetic algorithm for solving assembly line balancing problem. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 16(5), 341–352.

[8] Malakooti, B., Kumar, A. (1996). A knowledge-based system for solving

trapezoidal fuzzy numbers, *Applied Mathematical Modelling*, 1660–1672.

[24] Steuer, R. E. (1986). *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application*, John Wiley & Sons, New York.

[25] Bellman, R. E., Zadeh, L. A. (1970). Decision-Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 17(4), 141–164.

[26] Buxey, G. M. (1974). Assembly line balancing with multiple stations. *Management Science*, 20, 1010–1021.

[27] Zimmermann, H.-J. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions, *Fuzzy Sets Systems*, 1, 45–55.

[16] Alavidoost, M.H., Babazadeh, H., Sayyari, S.T., (2016). An interactive fuzzy programming approach for bi-objective straight and U-shaped assembly line balancing problem, *Applied Soft Computing* 40, 221–235.

[17] Askin, R. G., Zhou, M., (1997). A parallel station heuristic for the mixed-model production line balancing problem. *International Journal of Production Research*, 35, 3095–3105.

[18] Ogan, D., Azizoglu, M., (2015) A branch and bound method for the line balancing problem in U-shaped assembly lines with equipment requirements. *Journal of Manufacturing Systems*, 36, 46–54.

[19] Aydemir-Karadag, A., Turkbey, O. (2013). Multi-objective optimization of stochastic disassembly line balancing with station paralleling. *Computers and Industrial Engineering*, 65, 413–425.

[20] Zhang, W., Gen, M., (2011). An efficient multiobjective genetic algorithm for mixed-model assembly line balancing problem considering demand ratio-based cycle time. *Intelligent Manufacturing*, 22, 367–378.

[21] Ganesan, K., Veeramani, P. (2006). Fuzzy linear programming with trapezoidal fuzzy numbers, *Annals operations Research*, 143 (1), 305–315.

[22] Khanjani Shiraz, R., Tavana, M., Fukuyama, H., Di Caprio, D. (2015). Fuzzy chance-constrained geometric programming: the possibility, necessity and credibility approaches, *Oper Res Int J*, DOI 10.1007/s12351-015-0216-7.

[23] Wan, S. P., Dong, J. Y. (2014). Possibility linear programming with

