

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال دهم، شماره چهل و نهم، مرداد و شهریور ۱۴۰۳

شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸X



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

کنترل فازی مد لغزشی ترمینال برای سیستم‌های چند عاملی غیرخطی رهبر-پیرو

نگار ایزدی^{۱*}، محمد تقی دستجردی^۲

(^{۲۱}) گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۰۷/۱۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۱/۲۹

چکیده

در این مقاله، ما یک کنترل‌کننده مد لغزشی فازی ترمینال را برای سیستم‌های چند عاملی رهبر-پیرو غیرخطی مرتبه دوم که دارای عدم قطعیت می‌باشند ارائه می‌کنیم. ابتدا یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال را معرفی می‌کنیم که نه تنها سریع و نامنفرد است، بلکه باعث می‌شود خطای ردیابی در زمان متناهی روی سطح لغزشی به نقطه‌ای تعادل صفر برسد. علاوه بر این، به منظور از بین بردن پدیده چترینگ، یک کنترل‌کننده فازی بر پایه اصول مد لغزشی ترمینال نیز پیشنهاد شده است. کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال فازی پیشنهادی شرط اجماع را نیز برای سیستم چند عاملی رهبر-پیرو برآورده می‌کند و سیستم نیز به مفهوم لیاپانوف به پایداری می‌رسد. یک مزیت عمده کنترل‌کننده ارائه شده در این مقاله این است که اگر مقدار خطای اولیه زیاد باشد نیز سیستم در زمان کوتاهی روی سطح لغزشی به نقطه تعادل می‌رسد. مثال ارائه شده در این مقاله و نتایج شبیه‌سازی درستی این مطلب را تایید می‌کنند.

واژه‌های کلیدی: سیستم چند عاملی، اجماع، کنترل مد لغزشی، کنترل‌کننده فازی، پایداری.

۱- مقدمه

تحقیقات در مورد کاربرد سیستم چند عاملی^۲ یا به اختصار MAS در اواسط ۱۹۸۰ آغاز شد و مطالعه روی آنها روند رشد قابل توجهی در سال‌های اخیر داشته است. این سیستم‌ها با الهام گرفتن از زندگی گروهی حیوانات در زیستگاه طبیعی‌شان، مانند دسته پرندگان، گروه ماهی‌ها و ... به وجود آمده‌اند. یک سیستم چند عاملی شامل تعدادی زیر سیستم است که به هر کدام از آنها یک عامل می‌گویند. ساختار یک MAS بدین گونه است که هر عامل (زیر سیستم) ضمن انجام دادن وظایف مستقل خود، با دیگر عوامل مجاور ارتباط دارد و تبادل اطلاعات می‌کند تا کل سیستم به هدف عمومی و نهایی خود دست یابد. هر عامل در MAS توان پردازش محدودی دارد، اما در کل، مجموعه به هم پیوسته عوامل قادر به انجام عملیات پردازشی پیچیده‌تر در یک سامانه هماهنگ خواهد بود. امروزه در مطالعه سیستم‌های کنترل وسعت ابعاد محیط، حجم داده‌ها و اطلاعات رد و بدل شده بین عناصر و اجزای مختلف سیستم به طور چشم‌گیری افزایش یافته است. برای مطالعه این قبیل مسائل، از MASها استفاده می‌کنند، زیرا که استفاده از سیستم‌های چند عاملی مزایای زیادی نظیر کاهش هزینه‌ها، بهبود بازدهی سیستم، افزایش انعطاف‌پذیری، قابلیت اطمینان و ارائه قابلیت‌های جدید دارند [۱].

در این راستا محققان به کنترل MAS روی آورده‌اند که در بسیاری از زمینه‌ها از جمله زیست‌شناسی، رباتیک، ارتباطات و شبکه‌های حسگر و غیره کاربردهای گسترده‌ای دارند. در یک MAS، چندین زمینه تحقیقاتی وجود دارد که یکی از اساسی‌ترین زمینه‌های تحقیق، مساله اجماع است. با توجه به دلایلی که در بالا ذکر شد، از این رو بسیاری از محققین، طراحی کنترل سیستم چند عاملی را به عنوان یک حوزه جدید و چالش‌برانگیز و کاربردی مطرح کرده‌اند.

اجماع در واقع همگرایی خروجی بردارهای حالت همه عوامل به یک مقدار مشترک [۲] است. توصیف نظری کنترل اجماع در [۳] ارائه شده است در حالی که در [۴] یک ساختار کلی از مسئله اجماع بیان شده است.

الگوریتم‌های اجماع را می‌توان به دو دسته اجماع بدون رهبر و اجماع با رهبر طبقه‌بندی کرد. در مسائلی که تنها شامل یک رهبر است، از کنترل توزیع شده استفاده می‌شود. مقدار کنترل در کنترل توزیع شده از تبادل اطلاعات بین عوامل در MAS به دست می‌آید و هیچ کنترل کننده متمرکز که از بیرون کل سیستم را کنترل کند، وجود ندارد. گاهی اوقات، در برخی از کاربردهای عملی، محققین با مسائلی برخورد می‌کنند که بیش از یک رهبر نیاز است که در آن حالت مسئله کنترل مهار^۳ ظاهر می‌شود. یکی از کاربردهای کنترل مهار در ربات‌ها یا وسایل نقلیه خودران است به این ترتیب که با استفاده از کنترل مهار اطمینان حاصل می‌شود که گروهی از ربات‌ها یا وسایل نقلیه خودران وارد مناطق خطرناک نمی‌شوند. در این حالت بخشی از عوامل به عنوان رهبر معرفی می‌شوند تا وسایل نقلیه یا ربات‌ها را به مناطق امنی که توسط عوامل رهبر پوشانده شده است حرکت دهند.

اخیراً مقالات متعددی بر روی اجماع سیستم‌های چند عاملی متمرکز شده‌اند. در [۵، ۶] اجماع مرتبه دوم سیستم‌های چندعاملی که مرکب از عواملی با دینامیک‌های زمان پیوسته و زمان گسسته می‌باشند مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در [۴، ۷]، پروتکل‌های کنترل اجماع خطی و غیرخطی برای سیستم‌هایی با گراف جهت دار و بدون جهت و با توپولوژی گراف ثابت و متغیر اعمال شده‌اند.

^۲ - Multi Agent System.^۳ - Containment control.

کنترل‌کننده‌های مد لغزشی^۴ یا به اختصار SMC به دلیل اینکه در برابر عدم قطعیت پارامترها و اختلالات خارجی مقاوم هستند، در بسیاری از مسائل با دینامیک‌های نامطمئن و نامعین به کار می‌روند [۸، ۹، ۱۰]. در SMC یک سطح لغزشی تعریف می‌شود سپس قانون کنترل به گونه‌ای طراحی می‌شود تا بردارهای حالت سیستم به سطح لغزشی برسند و روی آن باقی بمانند. در SMC سنتی سطح لغزشی یک صفحه خطی است که فقط پایداری مجانبی را تضمین می‌کند و خطای بردار حالت سیستم در زمان نامحدود به نقطه تعادل صفر می‌رسد [۱۱].

روش کنترل مد لغزشی ترمینال^۵ یا به اختصار TSMC که از سطوح لغزشی غیرخطی به جای سطح لغزشی خطی استفاده می‌کنند، اولین بار توسط ونکاتارامن و گولاتی در [۱۲] معرفی شدند. در کنترل مد لغزشی ترمینال، بردار خطای بردار حالت سیستم پس از قرار گرفتن روی سطح لغزشی غیرخطی در یک زمان محدود، به نقطه تعادل صفر همگرا می‌شوند. یک TSMC برای سیستم‌های خطی مرتبه دوم چند ورودی چند خروجی، در [۱۳] و با اغتشاشات خارجی در [۱۴] ارائه شده است. در [۱۵]، یک TSMC با مکانیزم فازى برای یک سیستم خطی نامعین و در [۱۶] یک TSMC فازى برای برخی از انواع سیستم‌های غیرخطی اعمال شده است. در [۱۹] یک کنترل مد لغزشی ترمینال برای رده‌ای از TSMC در [۲] یک سیستم‌های دینامیکی غیرخطی مرتبه بالا پیشنهاد شده است. و نشان داده شده است که متغیرهای حالت سیستم حلقه بسته به سطح لغزشی ترمینال می‌رسند و روی آن باقی می‌مانند، به طوری که خطای ردیابی خروجی در زمان محدود به صفر همگرا می‌شود. در [۲۰] یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال نامنفرد ارائه شده است که یک سطح لغزشی ترمینال جدید برای سیستم‌های مرتبه دوم ارائه می‌کند که هم مشکل منفرد بودن کنترل مد لغزشی ترمینال معمولی را رفع می‌کند و هم زمان محدود برای رسیدن به نقطه تعادل را از هر شروع اولیه‌ای تضمین می‌کند.

در این مقاله، ما یک کنترل‌کننده مد لغزشی فازى ترمینال را برای سیستم‌های چند عاملی رهبر-پیرو غیرخطی مرتبه دوم که دارای عدم قطعیت کراندار می‌باشند ارائه می‌کنیم. کنترل‌کننده مد لغزشی فازى ترمینال ارائه شده دارای سرعت همگرایی و دقت بالاتری نسبت به سایر روش‌های کلاسیک است. این یعنی عوامل پیرو بسیار سریعتر و با خطای کمتری به بردار حالت عامل رهبر می‌رسند. این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش ۲، برخی مقدمات لازم از جمله مطالب مختصری از نظریه گراف، MAS‌های رهبر-پیرو و قضایا و تعاریف، مربوط به مسئله اجماع در این سیستم‌ها و همچنین برخی کنترل‌کننده‌های مد لغزشی ترمینال ارائه شده است. در بخش ۳ ابتدا یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم نامطمئن ارائه شده و پایداری زمان محدود آن نیز بررسی شده است. سپس با استفاده از قوانین فازى، این کنترل‌کننده مد لغزشی فازى را برای حل مسئله اجماع روی MAS‌های رهبر-پیرو با دینامیک مرتبه دوم اعمال کرده‌ایم. در بخش ۴، نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن اثربخشی کنترل‌کننده پیشنهادی، ارائه شده است. بخش آخر به نتیجه‌گیری این مقاله اختصاص دارد.

۲- پیش‌نیازها

در این بخش، مقدمات و تعاریف لازم از جمله نظریه گراف و سیستم چند عاملی رهبر-پیرو را ارائه می‌کنیم.

^۴- Sliding Mode Controller.

^۵- Terminal Sliding Mode Controller.

ابتدا به معرفی نمادهای استفاده شده در این مقاله می‌پردازیم. در سراسر این مقاله، $x(t)$ تابعی از t است، مشتق $\dot{x}(t)$ نسبت به t با $\dot{x}(t)$ نشان داده می‌شود. و مشتق دوم $x(t)$ نیز با $\ddot{x}(t)$ نشان داده می‌شود. ترانزاده ماتریس A یا بردار A با A^T نشان داده می‌شود. حاصلضرب کرومر ماتریس $A \in \mathbb{R}^{p \times q}$ و ماتریس $B \in \mathbb{R}^{r \times s}$ با نماد $A \otimes B$ نشان داده می‌شود و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \dots & a_{1q}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1}B & \dots & a_{pq}B \end{bmatrix}$$

تعریف ۱.۲. یک سیستم دینامیکی غیرخطی با معادله دیفرانسیل $\dot{x} = f(x, t)$ را در نظر بگیرید. نقطه x^* را نقطه تعادل سیستم می‌نامند هرگاه اگر $x(t)$ برابر x^* شود آنگاه برای زمان‌های آینده نیز برابر x^* بماند. یعنی $0 = f(x, t)$

ملاحظه ۲.۲. معمولاً در تحلیل مسائل مربوط به سیستم‌های دینامیکی برای ساده‌سازی، معادلات دینامیکی به گونه‌ای مطرح می‌شوند که مبدا فضای حالت، نقطه تعادل سیستم باشد. زیرا با تغییر متغیر $x - x^*$ هر نقطه تعادلی مانند x^* را می‌توان به مبدا مختصات انتقال داد.

نظریه گراف

در این بخش چند تعریف و قضیه از نظریه گراف ارائه شده است که در مسئله اجماع سیستم‌های چند عاملی مورد نیاز است. برای بیان مطالب این بخش از مرجع [۱۶] استفاده شده است.

اگر $G = (V, E)$ یک گراف ساده باشد، که $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ مجموعه رئوس و $E = \{(i, j) | i, j \in V\}$ مجموعه یال‌ها می‌باشند به این ترتیب که زوج $(i, j) \in E$ اگر و تنها اگر رئوس i و j با هم مجاور باشند.

ماتریس قطری درجات رئوس گراف را با $D(G)$ و ماتریس مجاورت G را با $A(G)$ نشان می‌دهند. درخت پوشای گراف ساده و همبند G یک زیر گراف همبند بدون دور از گراف G است که تمام رئوس G را شامل می‌شود. به طور کلی یک گراف همبند می‌تواند بیش از یک درخت پوشا داشته باشد.

تعریف ۳.۲. اگر $G = (V, E)$ یک گراف ساده باشد و $D(G)$ ماتریس قطری درجات رئوس گراف و $A(G)$ ماتریس مجاورت گراف G باشد، آنگاه ماتریس $L(G) = D(G) - A(G)$ را ماتریس لاپلاسین گراف G می‌نامند.

لم ۱.۲. اگر $G = (V, E)$ یک گراف ساده باشد، آنگاه $L(G)$ یک ماتریس متقارن نیمه‌معین مثبت است و مجموع هر سطر آن صفر است.

لم ۲.۲. اگر $G = (V, E)$ یک گراف ساده n راسی باشد و رتبه ماتریس $L(G)$ برابر $n-1$ ، آنگاه گراف G حداقل یک درخت پوشا دارد.

سیستم‌های چند عاملی

عامل‌ها، به عنوان یکی از اجزای اصلی سیستم‌های چندعاملی، عناصری مستقل، خودمختار و هدفمند با قابلیت برقراری ارتباط با سایر عوامل می‌باشند. اساساً، هر عامل در یک سیستم چندعاملی با یک راس گراف مشخص می‌شود که در آن گراف متناظر، ارتباط بین هر دو عامل با یک یال نشان داده می‌شود. جهت یال نشان‌دهنده جهت انتقال اطلاعات می‌باشد و اگر انتقال اطلاعات بین دو عامل دوطرفه باشد با یال بدون جهت مشخص می‌شود. مشخصه اصلی کنترل توزیع شده در سیستم‌های چندعاملی این است که مقدار حالت و مقدار کنترل هر عامل با استفاده از اطلاعات عامل‌های مجاورش به‌روزرسانی می‌شود. در یک MAS با N عامل، بردار حالت راس v_i با $x_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ نشان داده می‌شود، بنابراین $x = [x_1^T, \dots, x_N^T]^T$ در $\mathbb{R}^{Nn \times 1}$ بردار حالت سیستم چندعاملی خواهد بود.

در مساله اجماع، مقدار حالت همه عوامل باید به یک مقدار همگرا شوند. در مساله اجماع یک سیستم چند عاملی رهبر-پیرو مقدار حالت تمام گره‌های MAS با مقدار حالت گره رهبر برابر می‌شوند. MAS‌ها را می‌توان بر اساس ویژگی‌های مختلف مانند دینامیک عوامل، یادگیری و گراف ارتباطی طبقه‌بندی کرد. از نظر دینامیک عوامل، MAS‌ها را می‌توان به دو دسته همگن و ناهمگن تقسیم کرد. اگر در یک MAS دینامیک عوامل یکسان باشند سیستم همگن^۶ و در غیر این صورت ناهمگن^۷ است. در یک سیستم همگن تفاوت عوامل در مکان‌های فیزیکی آنها و بخشی از محیطی است که عوامل در آن کار می‌کنند. در واقع هر عامل اطلاعات را از قسمت‌های مختلف محیط دریافت می‌کند. یکی از کاربردهای سیستم‌های همگن حسگرها هستند. در برخی مسائل سیستم‌های چند عاملی، گراف ارتباطی بین عوامل نسبت به زمان ثابت نیست و در طول مساله تغییر می‌کند. در این مقاله سیستم چندعاملی را از نوع رهبر-پیرو در نظر گرفته‌ایم که گراف ارتباطی بین عوامل آن ثابت و بدون جهت است.

در ادامه تعاریف و قضایایی ارائه می‌شود که در مرجع [۹، ۱۷، ۱۸] به آن اشاره شده است.

تعریف ۴.۲. در یک MAS با N عامل، کنترل $u_i = K_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ را کنترل توزیع شده می‌نامند اگر برای هر i داشته باشیم $m < N$

تعریف ۵.۲. یک MAS با N عامل را در نظر بگیرید. اگر N_i مجموعه عواملی باشد که در توپولوژی گراف متناظر با MAS با عامل- i ام مجاور هستند. در این صورت کنترل زیر را یک پروتکل می‌نامند.

$$u_i = K_i(x_i, x_j) \quad j \in N_i$$

تعریف ۶.۲. یک MAS با N عامل پیرو و یک رهبر در نظر بگیرید که دینامیک همه عوامل مرتبه دوم هستند. اگر $x_i(t)$ بردار حالت عامل- i ام باشد گوییم MAS با موفقیت به اجماع می‌رسد اگر:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\|x_i(t) - x_j(t)\| + \|\dot{x}_i(t) - \dot{x}_j(t)\|) = 0, \forall i, j \in V.$$

تعریف ۷.۲. یک MAS با N عامل را در نظر بگیرید که عوامل روی گراف ثابت و بدون جهت $G = (V, E)$ با هم در ارتباط هستند. اگر دینامیک تمامی عوامل، مرتبه دوم و به صورت زیر باشند.

^۶- Homogeneous.

^۷- Heterogeneous.

$$\dot{x}_i = v_i$$

$$\dot{v}_i = u_i$$

و همچنین فرض می‌کنیم پروتکل کنترل به صورت زیر باشد:

$$u_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i - x_j) + \sum_{j=1}^N a_{ij}(v_i - v_j)$$

در این صورت، توپولوژی گراف سیستم چند عاملی دارای درخت پوشا است اگر و تنها اگر مقدار حالت تمام عوامل برابر با مقدار یکسانی شود که این مقدار از رابطه زیر به دست می‌آید.

(۱.۲)

$$c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i x_i(0) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i v_i(0)$$

که در رابطه فوق $w = [p_1, \dots, p_N]$ بردار ویژه چپ ماتریس L متناظر با مقدار ویژه $\lambda = 0$ است.

کنترل مد لغزشی ترمینال

در این قسمت ابتدا ویژگی‌های کنترل مد لغزشی ترمینال را بیان می‌کنیم، سپس به بررسی برخی از انواع کنترل مد لغزشی ترمینال می‌پردازیم. سطح لغزشی در سیستم‌های TSMC غیرخطی است، در حالی که سطح لغزشی سیستم‌های SMC معمولی، خطی می‌باشد. سیستم‌های SMC معمولی، به صورت مجانبی به نقطه تعادل همگرا می‌شوند. در حالی که در سیستم‌های TSMC بردار حالت سیستم در زمان محدود به نقطه تعادل همگرا می‌شود. خطای بردارهای حالت، هنگامی که سیستم TSMC پایدار است کمتر از خطای بردارهای حالت در سیستم‌های SMC معمولی با شرایط پارامتری مشابه است. بردارهای حالت، در سیستم TSMC زمان پیوسته با دینامیک‌هایی که دارای عدم قطعیت کراندار می‌باشند در زمان متناهی به نقطه تعادل همگرا می‌شوند.

الف TSMC پایه: یک سیستم دینامیک مرتبه دوم را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + g(x, \dot{x}, t)u + d(x, t)$$

$$|d(x, t)| < D$$

که در آن $d(x, t)$ عدم قطعیت کراندار سیستم می‌باشد. سطح لغزشی غیرخطی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s = \dot{x} + \beta |x|^\gamma \operatorname{sgn}(x)$$

که در آن $0 < \gamma = \frac{q}{p} < 1$ ، p, q اعداد طبیعی فرد و $\beta > 0$. به سادگی می‌توان نشان داد اگر $x(0)$ روی سطح

لغزشی $s = 0$ باشد و $x(0) \neq 0$ در این صورت x در زمان متناهی $|x(0)|^{1-\gamma} = \beta^{-1}(1-\gamma)^{-1}$ به نقطه تعادل صفر می‌رسد. TSMC اعمال شده بر این سیستم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$u = -g(x, \dot{x}, t)^{-1} \left(f(x, \dot{x}, t) + \beta \gamma x^{\gamma-1} \dot{x} + (D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \right) \quad (2.2)$$

TSMC سریع: سطح لغزشی در این حالت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s = \dot{x} + ax + \beta |x|^\gamma \operatorname{sgn}(x)$$

مانند حالت الف می‌توان نشان داد، اگر $x(0)$ روی سطح لغزشی $s = 0$ باشد و $x(0) \neq 0$ در این صورت x در زمان متناهی

$$t_s = \alpha^{-1} \gamma^{-1} \ln \frac{\alpha x(0)^{1-\gamma} + \beta}{\beta}$$

به نقطه تعادل صفر می‌رسد. برای مطالعه بیشتر به مرجع [۸, ۲, ۲۱] مراجعه کنید.

۳- نتایج اصلی

در این بخش، ابتدا یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال را برای یک سیستم دینامیکی مرتبه دوم ارائه می‌کنیم سپس از TSMC ارائه شده را برای رسیدن به اجماع در MAS رهبر-پیرو با دینامیک‌های مرتبه دوم استفاده می‌کنیم. در نهایت برای غلبه بر پدیده چترینگ TSMC فازى را معرفی و مطالعه می‌کنیم.

۳-۱. کنترل مد لغزشی ترمینال

کنترل مد لغزشی به طور کلی دارای ویژگی‌های فراوانی نظیر سادگی و مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت‌ها می‌باشد. در روش SMC ابتدا یک سطح لغزشی تعریف می‌شود سپس مقدار کنترل به گونه‌ای تعیین می‌شود که بردارهای حالت سیستم به سطح لغزشی برسند و روی آن باقی بمانند. البته سطح لغزشی به گونه‌ای تعریف می‌شود که بردار حالت پس از قرار گرفتن روی آن به نقطه تعادل همگرا شود. در SMC سنتی سطح لغزشی به صورت خطی است و همگرایی بردارهای حالت به نقطه تعادل در زمان نامحدود اتفاق می‌افتد و پایداری آن مجانبی است. در روش TSMC یک تابع غیرخطی به سطح لغزشی اضافه می‌شود و باعث می‌شود بردارهای حالت سیستم در زمان محدود به نقطه تعادل برسند. حال به بیان TSMC برای یک سیستم غیرخطی مرتبه دو می‌پردازیم. یک سیستم غیرخطی مرتبه دو با عدم قطعیت‌های کراندار را به شرح زیر در نظر بگیرید:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + g(x, \dot{x}, t)u + w(t) \quad (۱.۳)$$

سیستم فوق در مفروضات زیر صدق می‌کند.

فرض ۱.۳. اگر x_d بردار حالت مطلوب سیستم (۱.۳) باشد. فرض می‌کنیم x_d پیوسته و دو بار مشتق پذیر نسبت به زمان است.

فرض ۲.۳. در سیستم (۱.۳) تابع $w(t)$ که بیانگر عدم قطعیت سیستم می‌باشد، کراندار است. یعنی: $|w(t)| \leq W$ که در آن W عدد حقیقی ثابت، مثبت و معلومی است.

فرض ۳.۳. سیستم (۱.۳) کنترل پذیر است. یعنی

$$g(x(t), \dot{x}(t), t) \neq 0 \quad \forall x(t).$$

اخیراً بسیاری از پژوهشگران سطوح لغزشی متعددی را معرفی و مطالعه کرده اند. در این قسمت یک سطح لغزشی جدید ارائه خواهیم کرد و نشان می‌دهیم هر بردار حالت که روی این سطح لغزشی فرار گیرد در زمان متناهی به نقطه تعادل همگرا خواهد شد. سطح لغزشی زیر را در نظر می‌گیریم.

$$s = \dot{x} + \alpha x + \beta e^{-t} x^{\frac{q}{p}} = 0 \quad (۲.۳)$$

که در آن $\alpha, \beta, p, q > 0$ و $p > q$ و p, q اعداد صحیح فرد هستند. فرد بودن p, q تضمین می‌کند که برای هر مقدار حقیقی x ، مقدار $x^{\frac{q}{p}}$ نیز حقیقی شود. داریم:

$$\dot{s} = \ddot{x} + a\dot{x} + \beta e^{-t} x^{\frac{q}{p}-1} \left(\frac{q}{p} \dot{x} - x \right) \quad (۳.۳)$$

برای سیستم (۱.۳) و سطح لغزشی (۲.۳) یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$u = \frac{-1}{g(x, \dot{x}, t)} \left(f(x, \dot{x}, t) + a\dot{x} + \beta e^{-t} x^{\frac{q}{p}-1} \left(\frac{q}{p} \dot{x} - x \right) \right) + (W + \eta) \operatorname{sgn}(s) \quad (۴.۳)$$

که در آن W کران بالای عدم قطعیت سیستم، η عدد حقیقی مثبت و تابع sgn نیز تابع علامت می‌باشد.

قضیه ۱.۳. اگر در زمان $t = 0$ بردارهای حالت سیستم (۳.۱) روی سطح لغزشی (۳.۲) نباشند، یعنی $s(0) \neq 0$ آنگاه با استفاده از قانون کنترل بردارهای حالت x و $\dot{x}$ در مدت زمان محدود t_r به سطح لغزشی می‌رسند یعنی $s(t_r) = 0$ و داریم:

$$t_r \leq \frac{|s(0)|}{\eta} \quad (۵.۳)$$

با جایگزینی (۴.۳) و (۱.۳) در (۳.۳) و با استفاده از (۳.۲) خواهیم داشت

$$\begin{aligned} s^T \dot{s} &= -(W + \eta) s^T \operatorname{sgn}(s) + s^T w(t) \\ &\leq -(W + \eta) |s| + |w(t)| |s| \\ s^T \dot{s} &\leq -\eta |s| \end{aligned} \quad (۶.۳)$$

در رابطه (۶.۳) اگر $s \geq 0$ آنگاه خواهیم داشت $\dot{s} \leq -\eta$ و از آنجا داریم:

$$\begin{aligned} \int_{s(0)}^{s(t_r)} ds &\leq \int_{t=0}^{t=t_r} -\eta dt \\ s(t_r) - s(0) &\leq -\eta t_r \end{aligned}$$

در نتیجه

$$t_r \leq \frac{s(0)}{\eta}$$

اگر $s \leq 0$ آنگاه خواهیم داشت:

$$t_r \leq -\frac{s(0)}{\eta}$$

با توجه به اینکه سمت راست نامساوی فوق مثبت است رابطه (۵.۳) همواره برقرار است.

قضیه ۲.۳. سیستم (۱.۳) با سطح لغزشی (۳،۲) و کنترل مد لغزشی ترمینال (۴.۳) در زمان متناهی t_s به نقطه تعادل می‌رسد، اگر $\alpha > \frac{p}{p-q}$ که در آن

$$t_s = \frac{1}{\alpha(1-r)-1} \ln \left(\frac{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} + x_0^{1-r}}{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1}} \right)$$

اثبات: اگر $t = 0$ زمان رسیدن به سطح لغزشی باشد و مقدار حالت سیستم در این لحظه را با x نشان دهیم. و همچنین t_s لحظه‌ای باشد که بردار حالت سیستم روی سطح لغزشی (۲.۳) به نقطه تعادل $x(t_s) = 0$ برسد. از معادله (۲.۳) خواهیم داشت

$$\dot{x} + \alpha x = -\beta e^{-t} x^{\frac{q}{p}} \quad (۷.۳)$$

اگر قرار دهیم $r = \frac{q}{p}$ با تقسیم طرفین رابطه (۷.۳) بر x^r و تغییر متغیر $z = x^{1-r}$ ، معادله دیفرانسیل زیر را خواهیم داشت:

$$\dot{z} + \alpha(1-r)z = -\beta(1-r)e^{-t} \quad (۸.۳)$$

معادله دیفرانسیل (۸.۳) یک معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول است که پاسخ آن به صورت زیر است:

$$Z = e^{\int -\alpha(1-r)dt} \left(\int -(1-r)\beta e^{-t} e^{\int \alpha(1-r)dt} dt + c \right)$$

$$Z = e^{-\alpha(1-r)t} \left(\frac{-(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} e^{(\alpha(1-r)-1)t} + c \right)$$

و داریم:

$$x^{1-r} = \frac{-(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} e^{-t} + c e^{-\alpha(1-r)t} \quad (۹.۳)$$

با جایگزینی شرط اولیه $x(0) = x_0$ در رابطه (۹.۳) خواهیم داشت:

$$x_0^{1-r} = \frac{-(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} + c$$

$$c = \frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} + x_0^{1-r} \quad (۱۰.۳)$$

بنابراین داریم:

$$x^{1-r} = \frac{-(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} e^{-t} + ce^{-\alpha(1-r)t}. \quad (۱۱.۳)$$

در زمان t_s بردار حالت سیستم به نقطه تعادل می‌رسد لذا داریم:

$$0 = \frac{-(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} e^{-t_s} + ce^{-\alpha(1-r)t_s}$$

$$0 = \frac{-(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} + ce^{-\alpha(1-r)t_s+t_s}$$

$$e^{(-\alpha(1-r)+1)t_s} = \frac{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1}}{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} + x_0^{1-r}} \quad (۱۲.۳)$$

اگر $r > 1$ آنگاه $\alpha(1-r)-1 < 0$. با توجه به اینکه $t_s > 0$ ، باید سمت راست رابطه (۱۲.۳) از یک بیشتر باشد که تناقض است. پس ذکر این نکته حائز اهمیت است که شرط $q < p$ در رابطه (۲.۲) یا به عبارت دیگر شرط $r < 1$ مهم است زیرا در غیر این صورت به تناقض می‌رسیم. بنابراین باید شرط $r < 1$ برقرار باشد. حال دو حالت در نظر می‌گیریم:

در حالت اول فرض می‌کنیم رابطه $\alpha(1-r)-1 < 0$ برقرار باشد، در این صورت رابطه $e^{(-\alpha(1-r)+1)t_s} > 1$ بدست می‌آید و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1}}{x_0^{1-r} + \frac{\beta(1-r)}{\alpha(1-r)-1}} > 0$$

بنابراین باید α, β و r به گونه ای انتخاب شوند تا $x_0^{1-r} + \frac{\beta(1-r)}{\alpha(1-r)-1} < 0$ برای اینکه انتخاب مقادیر α, β و r به شروع اولیه بستگی نداشته باشد حالت دوم را در نظر می‌گیریم.

حالت دوم: فرض می‌کنیم رابطه $\alpha(1-r)-1 > 0$ برقرار باشد، در این صورت روابط $e^{(-\alpha(1-r)+1)t_s} < 1$ و

$$\frac{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1}}{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} + x_0^{1-r}} < 1 \quad (۱۳.۳)$$

همواره برقرار خواهند بود. از طرفین رابطه (۱۳.۳) لگاریتم می‌گیریم تا t_s بدست آید.

$$t_s = \frac{1}{\alpha(1-r)-1} \ln \left(\frac{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1} + x_0^{1-r}}{\frac{(1-r)\beta}{\alpha(1-r)-1}} \right) \quad (۱۴.۳)$$

بنابراین با شرط $\alpha(1-r)-1 > 0$ یا به عبارت دیگر $\alpha > \frac{p}{p-q}$ و با توجه به رابطه (۱۳.۳) و به دلیل اینکه x_0

متناهی است، t_s به دست آمده از رابطه (۱۴.۳) متناهی خواهد بود یعنی بردار حالت سیستم در زمان متناهی t_s به نقطه تعادل صفر خواهد رسید.

۲-۳. طراحی کنترل مد لغزشی ترمینال برای سیستم‌های چندعاملی:

در این بخش، کنترل‌کننده مدلغزشی ترمینال ارائه شده در بخش قبل را برای حل مساله اجماع در سیستم‌های چند عاملی رهبر-پیرو ارائه می‌کنیم. سیستمی شامل N عامل پیرو با معادلات دینامیکی یکسان و یک عامل رهبر را در نظر بگیرید که عوامل روی گراف ساده و بدون جهت $G=(V, E)$ باهم در ارتباط هستند. فرض کنید معادله دینامیکی عامل i - ام برابر است با:

$$\ddot{x}_i = f(x_i, \dot{x}_i, t) + g(x_i, \dot{x}_i, t)u_i + w_i(t) \quad (۱۵.۳)$$

$$i=1, \dots, N$$

و معادله دینامیکی عامل رهبر به صورت زیر است:

$$\ddot{x}_0 = f(x_0, \dot{x}_0, t) \quad (۱۶.۳)$$

می‌توان معادلات دینامیکی (۱۳.۳) و (۱۴.۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \\ \dot{v}_i &= f(x_i, v_i, t) + g(x_i, v_i, t)u_i \\ i &= 1, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= v_0 \\ \dot{v}_0 &= f(x_0, v_0, t) \end{aligned}$$

که در آن u_i ورودی کنترل، $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت، $f(x_i(t), \dot{x}_i(t), t) \in \mathbb{R}^n$ و $g(x_i(t), \dot{x}_i(t), t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ توابع برداری حقیقی برای $i=1, \dots, N$ می‌باشند. همچنین معادلات (۱۳.۳) و (۱۴.۳) در مفروضات ۱.۳، ۲.۳ و ۳.۳ صدق می‌کنند.

توابع F ، G و U به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} F(x, \dot{x}, t) &= [f(x_1(t), \dot{x}_1(t), t)^T, \dots, f(x_N(t), \dot{x}_N(t), t)^T]^T \in \mathbb{R}^{n \times N} \\ G(x, \dot{x}, t) &= \text{diag}(g(x_1(t), \dot{x}_1(t), t), \dots, g(x_N(t), \dot{x}_N(t), t)) \in \mathbb{R}^{n \times N} \times \mathbb{R}^{n \times N} \quad (۱۷.۳) \\ U &= [u_1^T, \dots, u_N^T]^T \in \mathbb{R}^{n \times N} \end{aligned}$$

خطای اجماع موضعی برای هر عامل پیرو به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_{x_i} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) + b_i (x_i(t) - x_0(t)) \quad (۱۸.۳)$$

$$\varepsilon_{v_i} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (v_i(t) - v_j(t)) + b_i (v_i(t) - v_0(t)), \quad (۱۹.۳)$$

که $\varepsilon_{x_i}, \varepsilon_{v_i} \in \mathbb{R}^n$. به علاوه، a_{ij} ها درایه‌های ماتریس مجاورت گراف ارتباطی $G = (V, E)$ و b_i مشخص کننده اتصال عامل i ام به رهبر است به این ترتیب که:

$$b_i = \begin{cases} 1 & \text{If } (0, i) \in E \\ 0 & \text{If } (0, i) \notin E \end{cases} \quad (۲۰.۳)$$

اکنون چند نماد را معرفی می‌کنیم که در ادامه از آنها استفاده خواهیم کرد:

$$\underline{1} := [1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^N$$

$$\underline{I} := \underline{1} \otimes I_n$$

$$\mathbf{1} := (\mathbf{L} + \mathbf{B}) \otimes I_n$$

که در آن B یک ماتریس قطری $N \times N$ با عناصر قطری b_i است که در (۲۰.۳) معرفی شد، و L ماتریس لاپلاسیان مرتبط با توپولوژی گراف MAS است. به علاوه خطای ردیابی مسیر $e_{x_i} := x_i(t) - x_0(t)$ و خطای ردیابی سرعت $e_{v_i} := v_i(t) - v_0(t)$ را برای هر عامل تعریف می‌کنیم. بنابراین خطای ردیابی مسیر و سرعت برای سیستم به شرح زیر است:

$$\mathbf{e}_x := [e_{x_1}^T, \dots, e_{x_N}^T]^T \in \mathbb{R}^{Nn},$$

$$\mathbf{e}_v := [e_{v_1}^T, \dots, e_{v_N}^T]^T \in \mathbb{R}^{Nn}.$$

قرار می‌دهیم: $\underline{x}_0(t) := \mathbf{I}x_0(t)$ به راحتی می‌توان نشان داد:

$$\varepsilon_x = \mathbf{1} \mathbf{e}_x.$$

$$\underline{f}(x_0(t), v_0(t), t) := \underline{\mathbf{I}} f(x_0(t), v_0(t), t) \quad \text{اگر}$$

آنگاه می‌توان گفت:

$$F_e(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) := F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) - \underline{f}(x_0(t), v_0(t), t),$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\dot{\varepsilon}_x = \varepsilon_v \quad (21.3)$$

$$\dot{\varepsilon}_v = l(F_e(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + G(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)U) \quad (22.3)$$

برای طراحی کنترل‌کننده مدل‌لغزشی ترمینال برای سیستم چند عاملی، لازم است سطوح لغزشی غیر خطی (۲.۳) برای هر عامل پیرو به صورت زیر تنظیم شود

$$s_i = \dot{\varepsilon}_{x_i} + \alpha_i \varepsilon_{x_i} + \beta_i e^{-t} \varepsilon_{x_i}^{\frac{q}{p}} \quad \alpha_i, \beta_i > 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (23.3)$$

که α_i ها $i = 1, \dots, N$ باید به گونه ای تعیین شوند که در شرط قضیه ۲،۳ صدق کنند، یعنی $\alpha_i > \frac{p}{p-q}$. اگر ε_{x_i} بر روی سطح لغزشی $s_i = 0$ قرار گیرد، طبق قضیه ۲،۳، در زمان متناهی t_s به نقطه تعادل صفر همگرا خواهد شد. مشتق s_i برابر است با

$$\dot{s}_i = \dot{\varepsilon}_{v_i} + \alpha_i \varepsilon_{v_i} + \beta_i e^{-t} \left(\frac{q}{p} \varepsilon_{x_i}^{\frac{q}{p}-1} \varepsilon_{v_i} - \varepsilon_{x_i}^{\frac{q}{p}} \right)$$

$$\alpha_i, \beta_i > 0$$

حال به معرفی چند نماد می‌پردازیم:

$$h_i := \left[e^{-t} \varepsilon_{x_{i1}}^{\frac{q}{p}}, \dots, e^{-t} \varepsilon_{x_{in}}^{\frac{q}{p}} \right]^T$$

9

$$h := [h_1^T, \dots, h_N^T]^T$$

که مشتق آن به صورت زیر است:

$$h'_i := \left[e^{-t} \left(\frac{q}{p} \varepsilon_{x_{i1}}^{\frac{q}{p}-1} \varepsilon_{v_{i1}} - \varepsilon_{x_{i1}}^{\frac{q}{p}} \right), \dots, e^{-t} \left(\frac{q}{p} \varepsilon_{x_{in}}^{\frac{q}{p}-1} \varepsilon_{v_{in}} - \varepsilon_{x_{in}}^{\frac{q}{p}} \right) \right]^T$$

$$h' := [h_1'^T, \dots, h_N'^T]^T$$

و

$$\bar{\alpha} := \text{diagonal}(\alpha_1, \dots, \alpha_N) \otimes \mathbf{I}_n$$

و

$$\bar{\beta} := \text{diagonal}(\beta_1, \dots, \beta_N) \otimes \mathbf{I}_n$$

واضح است که

$$s_i, \dot{s}_i, h_i, h'_i \in \mathbb{R}^n \quad i = 1, \dots, N$$

و $\bar{\alpha}, \bar{\beta} \in \mathbb{R}^{nN \times nN}$ با استفاده از نمادهای فوق، شکل ماتریسی سطح لغزشی به صورت زیر است

$$\mathbf{S} = \varepsilon_v + \bar{\alpha} \varepsilon_x + \bar{\beta} h \quad (24.3)$$

که مشتق آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\mathbf{S}} = \dot{\varepsilon}_v + \bar{\alpha} \dot{\varepsilon}_x + \bar{\beta} h' \quad (25.3)$$

واضح است که:

$$\mathbf{S} = [s_1^T, \dots, s_N^T]^T \in \mathbb{R}^{Nn}$$

و

$$\dot{\mathbf{S}} = [\dot{s}_1^T, \dots, \dot{s}_N^T]^T \in \mathbb{R}^{Nn}.$$

اکنون کنترل کننده مد لغزشی ترمینال برای MAS را به صورت زیر طراحی می‌کنیم:

$$U_{TSM} = -(G)^{-1} (lFe(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \bar{\alpha} \dot{\varepsilon}_x + \bar{\beta} h' + (2WD + \mathbf{I}_N + \eta) \otimes \mathbf{I}_n \text{sgn}(\mathbf{S})) \quad (26.3)$$

که در آن

$$\text{sgn}(\mathbf{S}) = [\text{sgn}(s_{11}), \dots, \text{sgn}(s_{Nn})]^T$$

و

$$\eta = \text{diagonal}(\eta_1, \dots, \eta_N) \quad \eta_i > 0.$$

برای بررسی پایداری کنترل مدلغزشی ترمینال ارائه شده، تابع معین مثبت (لیاپانوف) و مشتق آن نسبت به زمان را در نظر بگیرید.

$$V = \frac{l}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (27.3)$$

$$\dot{V} = \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}}$$

با جایگزینی روابط (24.3)، (25.3) و (26.3) در رابطه (27.3) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \mathbf{S}^T (lFe(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + lGU + lw(t) \\ &\quad + \bar{\alpha}\dot{\mathcal{E}}_{\mathbf{x}} + \bar{\beta}h') \\ \dot{V} &= \mathbf{S}^T (-(2W\mathbf{D} + \mathbf{I}_N + \eta) \otimes \mathbf{I}_n \text{sgn}(\mathbf{S}) \\ &\quad + lw(t))\end{aligned}$$

که در آن $w(t) \in R^{Nn}$ بردار عدم قطعیت‌های سیستم می‌باشد.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \sum_{j=1}^{nN} -(2Wd_j + 1 + \eta_j) |s_j| + \mathbf{S}^T \sum_{j=1}^{nN} l_{ij} w_j(t) \\ &\leq \sum_{j=1}^{nN} -(2Wd_j + 1 + \eta_j) |s_j| \\ &\quad + \sum_{i=1}^{nN} \sum_{j=1}^{nN} |l_{ij}| |w_j(t)| |s_i|\end{aligned}$$

با توجه به این نکته که در ماتریس لاپلاسین داریم:

$$\sum_{j=1}^N |L_{ij}| = 2|d_i| \quad \forall i = 1, \dots, N$$

از تعریف ماتریس l و به دلیل اینکه b_i ها درایه‌های قطر اصلی ماتریس B با مقادیر $b_i \leq 1$ هستند، و فرض ۲.۳ خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^{nN} \eta_i |s_i|$$

۳-۳. کنترل فازی مد لغزشی ترمینال

کنترل بیان شده در (۲۶.۳) به دلیل وجود عبارت $\text{sgn}(\mathbf{S})$ با فرکانس بسیار بالایی (از نظر تئوری، بینهایت)، نوسان می‌کند که پدیده چترینگ نامیده می‌شود. چترینگ پدیده‌ای مضر است زیرا منجر به سایش زیاد قطعات مکانیکی متحرک و اتلاف حرارتی زیاد در مدارهای الکتریکی می‌شود. به دلیل تغییر علامت سطح لغزشی در هر لحظه، کنترل کننده مد لغزشی ارائه شده در بخش قبل، با پدیده چترینگ با فرکانس بالایی مواجه می‌شود. برای حل این مشکل از کنترل کننده مد لغزشی فازی استفاده می‌کنیم.

بر اساس کنترل مد لغزشی (۲۶.۳)، ارائه شده در بخش قبل، کنترل کننده مد لغزشی ترمینال شامل کنترل مد لغزشی معادل و کنترل سوئیچ است.

$$U_{eq} = -(lG)^{-1} (lFe(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \bar{\alpha}\dot{\mathcal{E}}_{\mathbf{x}} + \bar{\beta}h') \quad (28.3)$$

$$U_{sw} = -(lG)^{-1} ((2W\mathbf{D} + \eta) \otimes \mathbf{I}_n \text{sgn}(\mathbf{S})) \quad (29.3)$$

قوانین فازی را بر اساس کنترل سوئیچ به شرح زیر بیان می‌کنیم:

اگر $s_i = Neg$ آنگاه $\mu_i = 1$ که $i = 1 \dots Nn$

اگر $s_i = Pos$ آنگاه $\mu_i = 1$ که $i = 1 \dots Nn$

اگر $s_i = Zero$ آنگاه $\mu_i = 0$ که $i = 1 \dots Nn$

بنابراین کنترل فازی مد لغزشی ترمینال فازی به صورت زیر بیان خواهد شد:

$$U_{TFSM} = U_{eq} - \mu(lG)^{-1}((2WD + \eta) \otimes I_n) \quad (۳۰.۳)$$

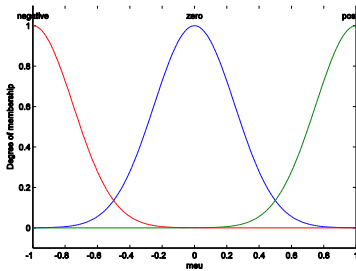
بنابراین کنترل فازی مد لغزشی ترمینال به صورت زیر بیان خواهد شد:

$$U_{TFSM} = U_{eq} - \mu(IG)^{-1}((2WD + \eta) \otimes I_n \operatorname{sgn}(S))$$

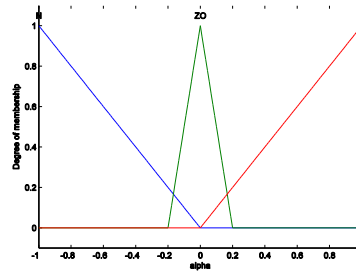
که در آن داریم:

$$\mu = \operatorname{diagonal}(\mu_1, \dots, \mu_{Nn})$$

متغیر ورودی سیستم فازی مقادیر بردار S است با اتخاذ یک سیستم استنتاج فازی، یک روش فازی معکوس و تابع عضویت خروجی، خروجی سیستم فازی، یعنی μ به دست می‌آید. توابع عضویت ورودی و خروجی سیستم فازی در شکل ۱ نشان داده شده است.

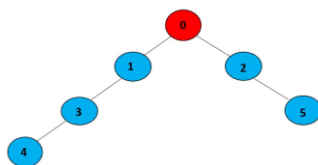


(ب) تابع عضویت خروجی



(آ) تابع عضویت ورودی

شکل ۱: توابع عضویت فازی



شکل ۲: توپولوژی گراف ارتباطی بین عوامل

جدول ۱: زمان رسیدن به نقطه تعادل

Agents	First agent	Second	Third agent	forth agent	fifth agent
Time	۰.۵۸۰۴	۰.۶۷۳۵	۰.۸۱۸۸	۰.۵۸۰۴	۰.۷۳۴۵

۴- پیاده سازی

در این بخش، یک مثال عددی برای نشان دادن کارایی نتایج نظری به دست آمده در بخش ۳ ارائه شده است. برای نشان دادن مزایای کنترل ارائه شده در بخش ۳، یک سیستم چند عاملی رهبر-پیرو همگن را با شش عامل در نظر می‌گیریم، که ارتباط بین عوامل با توپولوژی گراف در شکل ۲ نشان داده شده است که در آن عامل رهبر را با اندیس ۰ و عوامل پیرو را با اندیس‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ نشان می‌دهیم. معادلات دینامیکی عوامل پیرو که به معادله نوسانگر وندرپل معروف است به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\dot{v}_i(t) = -x_i(t) + 3(1 - x_i^2(t))v_i(t) + u_i, \quad (1.4)$$

$$i = 1, \dots, 5$$

که در آن $x_i(t)$ و $v_i(t)$ به اِزاء $i = 1, \dots, 5$ توابع حقیقی هستند. معادله دینامیکی عامل رهبر را نیز به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t) &= v_0(t) \\ \dot{v}_0(t) &= -x_0(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

که $x_0(t), v_0(t)$ نیز توابع حقیقی هستند. مقادیر اولیه مکان و سرعت عوامل پیرو به صورت زیر داده شده است:

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 0.1 & x_2(0) &= 0.4 & x_3(0) &= 0.2 \\ x_4(0) &= 0.3 & x_5(0) &= 0.5 \\ v_1(0) &= 0.2 & v_2(0) &= 0.1 & v_3(0) &= 0.1 \\ v_4(0) &= 0.1 & v_5(0) &= 0.1 \end{aligned}$$

کنترل کننده ترمینال فازی پیشنهادی:

در این قسمت کنترل ارائه شده در بخش ۳، را روی سیستم چند عاملی وندرپل اعمال کرده و نتایج شبیه‌سازی را ارائه کرده‌ایم. در رابطه (۳۰.۳) پارامترهای $\alpha = 5, \beta = 4.5, p = 9, q = 7$ را در نظر می‌گیریم. همانطور که

مشخص است پارامترهای فوق در شرط‌های $\frac{q}{p} < 1$ و همچنین مقدار اولیه مکان و سرعت برای عامل رهبر به صورت زیر است:

$$x_0(0) = 0.2$$

$$v_0(0) = 0.$$

ماتریس لاپلاسیان L مربوط به گراف ارتباطی MAS برابر است با:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

ما در این مثال سه نوع کنترل کننده را اعمال می‌کنیم تا سیستم به اجماع رسد. در قسمت اول TFSMC ارائه شده در این مقاله، در قسمت دوم TSMC ارائه شده در این مقاله (بدون استفاده از سیستم فازی) و در قسمت سوم یک پایه‌ای که در بخش ۲ به آن اشاره شد. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که سیستم با استفاده از TFSMC پیشنهادی سریع‌تر و با دقت بیشتری نسبت به سایر روش‌ها به اجماع می‌رسد.

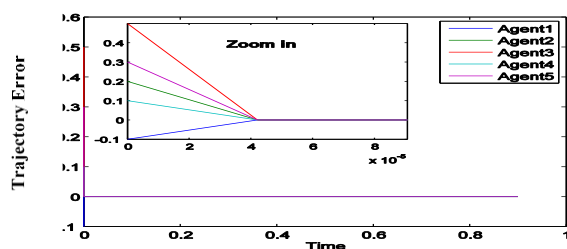
نمود که نتایج آن در جدول ۱ نشان داده شده است. $\alpha_i > \frac{p}{p-q}$ برای $i = 1, \dots, 5$ صدق می‌کنند. با توجه به رابطه (۴.۳) می‌توان t_s را برای تمام عوامل محاسبه نمود.

همانطور که در جدول ۱ می‌توان دید، پس از اعمال کنترل مد لغزشی ترمینال ارائه شده، تمامی عوامل در زمانی کمتر از ۰.۰۹ ثانیه به نقطه تعادل می‌رسند. به منظور نشان دادن درستی این مطلب، نتایج شبیه سازی تا زمان ۰.۰۹ ثانیه ارائه شده‌اند. به علاوه برای نشان دادن این مطلب که کنترل مد لغزشی ترمینال بیان شده در این مقاله نه تنها باعث می‌شود همه عوامل در زمان متناهی به نقطه تعادل برسند بلکه سبب می‌شود که بردارهای حالت عوامل در نقطه تعادل نیز باقی بمانند. بنابراین شبیه‌سازی را تا زمان ۱۰ ثانیه نیز انجام داده‌ایم که نتایج آن در شکل‌های مربوط به این بخش ارائه شده است. خطای مسیر عوامل پیرو در زمان ۰.۰۹ و ۱۰ ثانیه در شکل‌های ۳ و ۴ ارائه شده است. برای وضوح بیشتر، شکل‌ها را توسط نرم‌افزار متلب بزرگنمایی کرده‌ایم.

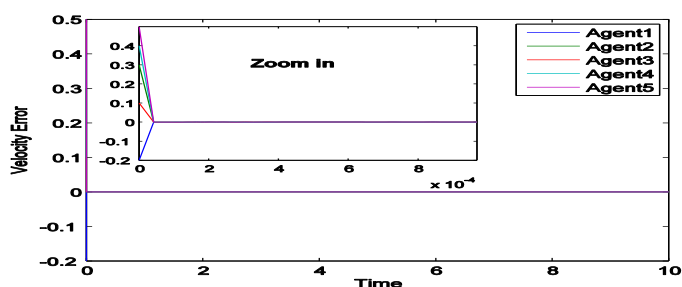
کنترل فازی مد لغزشی ترمینال بیان شده می‌تواند باعث شود که بردار حالت هریک از عوامل سیستم به طور موثرتری بردار حالت عامل رهبر را ردیابی کند و با حفظ پایداری سیستم، سرعت همگرایی آن را نیز بهبود می‌بخشد. بردارهای حالت سیستم در زمانی کمتر از ۰.۰۹ ثانیه به اجماع می‌رسند و بعد از گذشت زمان ۱۰ ثانیه نیز همچنان در نقطه تعادل باقی می‌مانند این مطلب را در شکل‌های ۵، ۶، ۷ و ۸ می‌توان مشاهده کرد. شکل‌های ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۳ نشان می‌دهند که کنترل کننده فازی ارائه شده فاقد پدیده چترینگ است. همچنین در ادامه، شکل‌های ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷ و ۱۸ نشان می‌دهند که با گذشت ۱۰ ثانیه کنترل کننده فازی ارائه شده همچنان فاقد پدیده چترینگ است. برای وضوح بیشتر، شکل‌ها را توسط نرم‌افزار متلب بزرگنمایی کرده‌ایم.

کنترل کننده ترمینال پیشنهادی بدون استفاده از سیستم فازی:

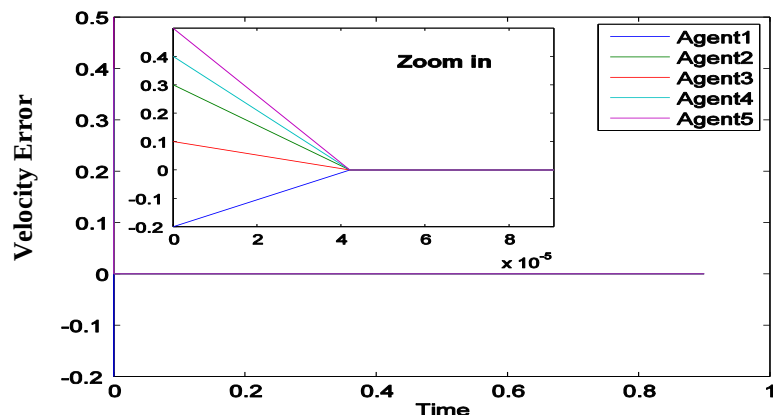
در بسیاری از کاربردهای عملی کنترل‌های مد لغزشی، مهندسان ممکن است پدیده ای نامطلوب از نوسانات با فرکانس و دامنه محدود را تجربه کنند که به عنوان پدیده چترینگ شناخته می‌شود. همانطور که قبلاً نیز ذکر شد چترینگ پدیده ای مضر است زیرا منجر به دقت پایین کنترل، سایش زیاد قطعات مکانیکی متحرک و اتلاف حرارتی بالا در مدارهای الکتریکی می‌شود. ما کنترل کننده ارائه شده را روی همان MAS تعریف شده در (۱.۴) و (۲.۴) بدون استفاده از قوانین فازی اجرا می‌کنیم.



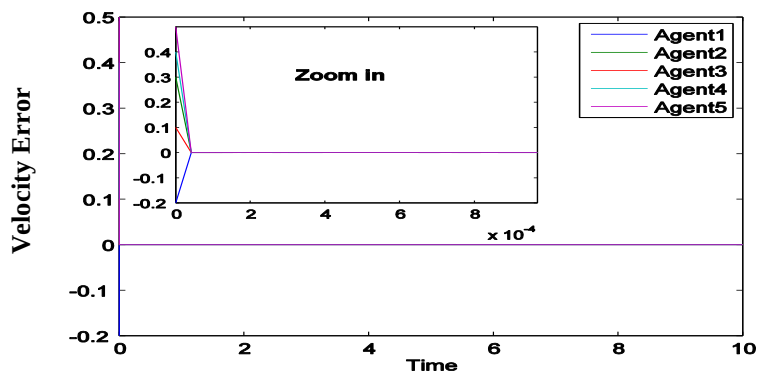
شکل ۳: خطای مسیر عوامل پیرو در زمان ۰.۹ ثانیه



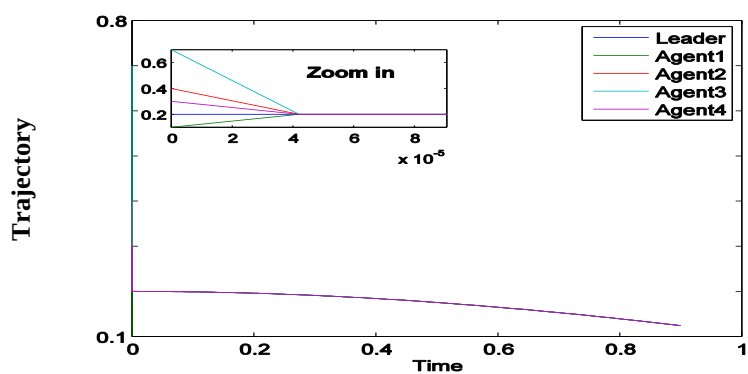
شکل ۴: خطای مسیر عوامل پیرو در زمان ۱۰ ثانیه



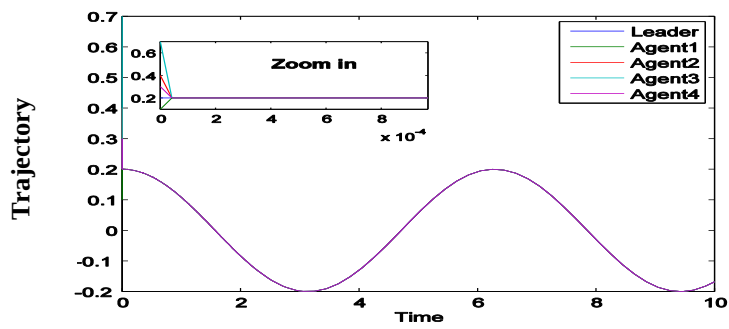
شکل ۵: خطای سرعت عوامل پیرو در زمان ۰/۹ ثانیه



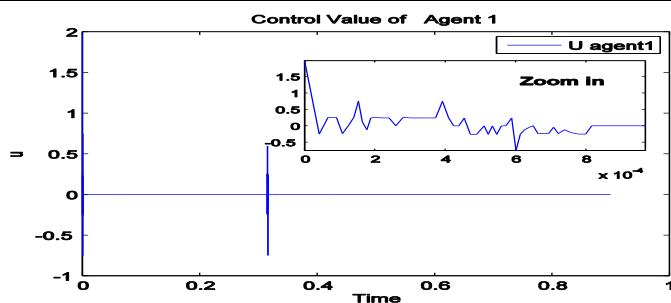
شکل ۶: خطای سرعت عوامل پیرو در زمان ۱۰ ثانیه



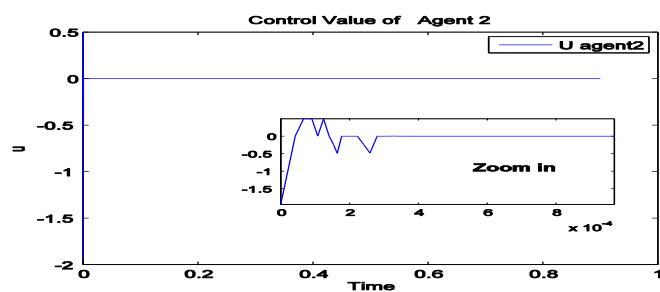
شکل ۷: مسیر عوامل پیرو در زمان ۰/۹ ثانیه



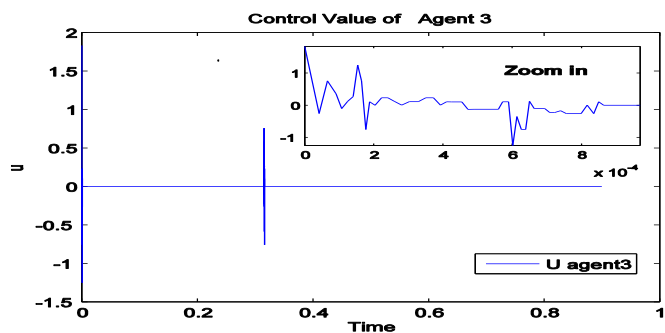
شکل ۸: مسیر عوامل پیرو در زمان ۱۰ ثانیه



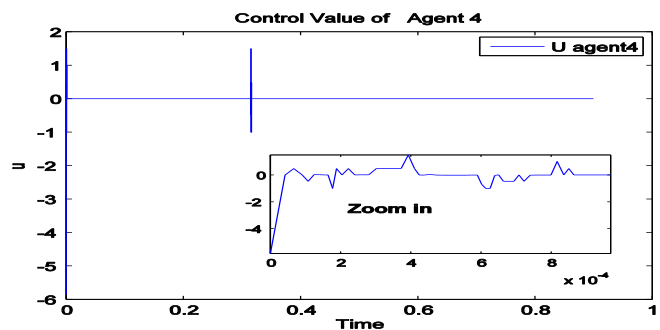
شکل ۹: مقدار کنترل عامل اول در زمان ۰/۹ ثانیه



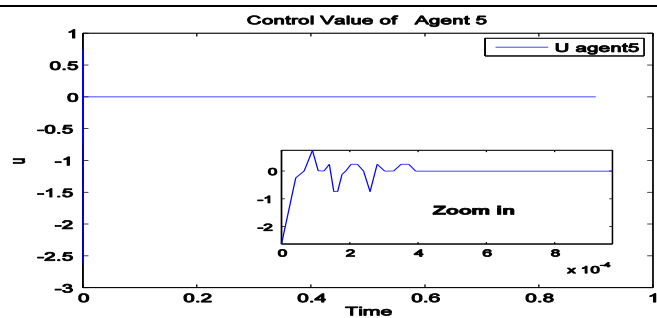
شکل ۱۰: مقدار کنترل عامل دوم در زمان ۰/۹ ثانیه



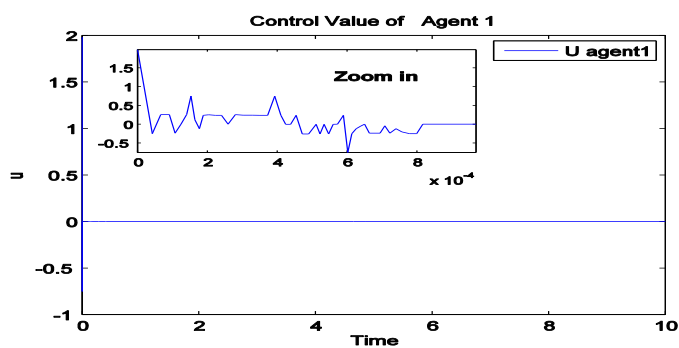
شکل ۱۱: مقدار کنترل عامل سوم در زمان ۰/۹ ثانیه



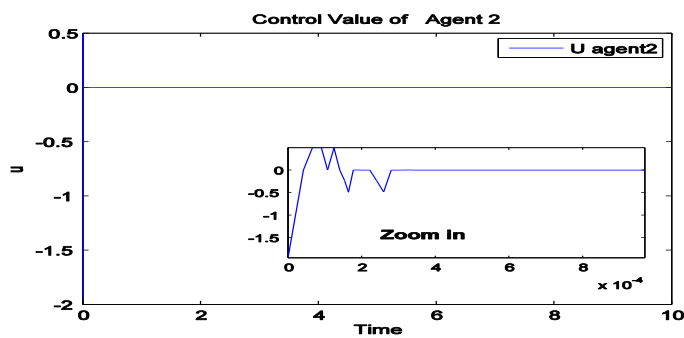
شکل ۱۲: مقدار کنترل عامل چهارم در زمان ۰/۹ ثانیه



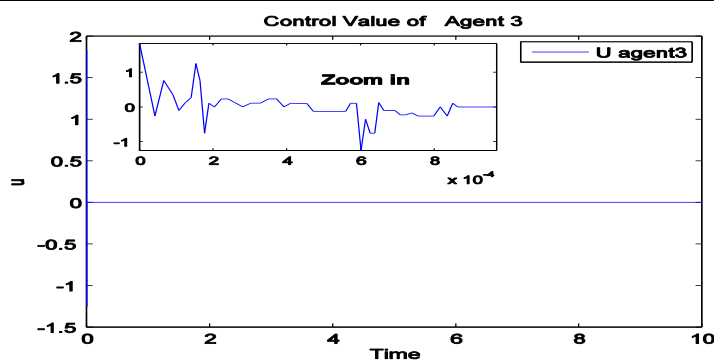
شکل ۱۳: مقدار کنترل عامل پنجم در زمان ۰/۹ ثانیه



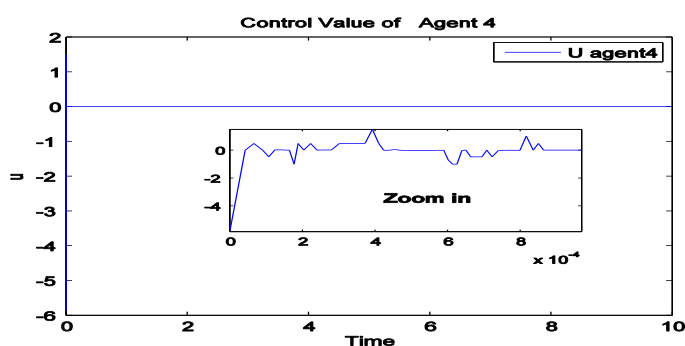
شکل ۱۴: مقدار کنترل عامل اول در زمان ۱۰ ثانیه



شکل ۱۵: مقدار کنترل عامل دوم در زمان ۱۰ ثانیه

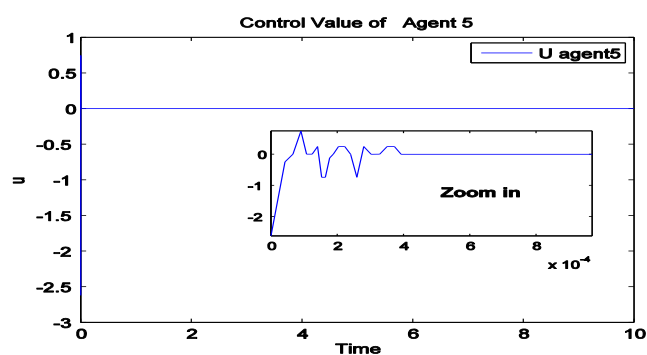


شکل ۱۶: مقدار کنترل عامل سوم در زمان ۱۰ ثانیه

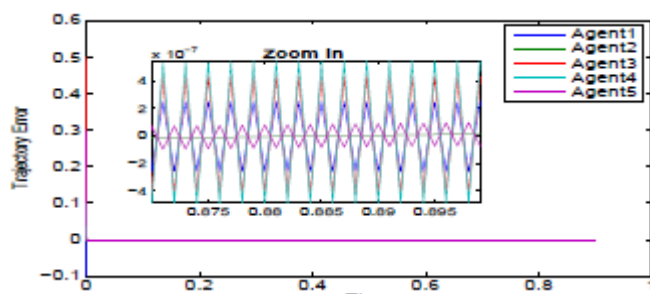


شکل ۱۷: مقدار کنترل عامل چهارم در زمان ۱۰ ثانیه

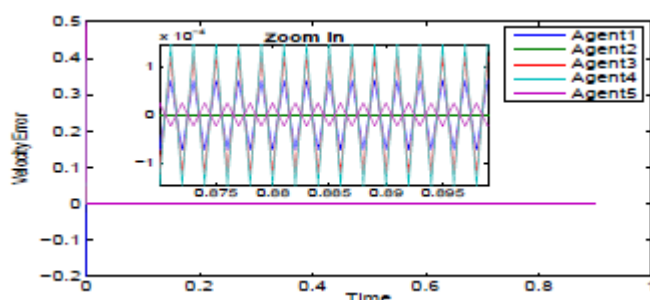
همانطور که در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ نشان داده شده است. نتایج بدست آمده رضایت بخش است زیرا خطای مسیر و سرعت حالات عوامل پیرو به صفر می‌رسند. با این حال، فقدان یک کنترل کننده فازی منجر به پدیده چترینگ در کنترل سیستم چند عاملی می‌شود که در شکل‌های ۲۱، ۲۲ و ۲۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۸: مقدار کنترل عامل پنجم در زمان ۱۰ ثانیه



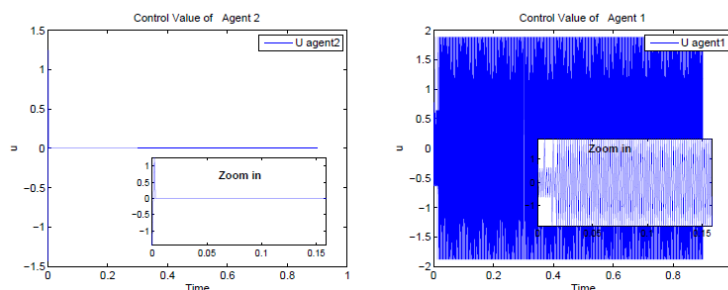
شکل ۱۹: خطای مسیر عوامل پیرو با TSMC پیشنهادی بدون فازی



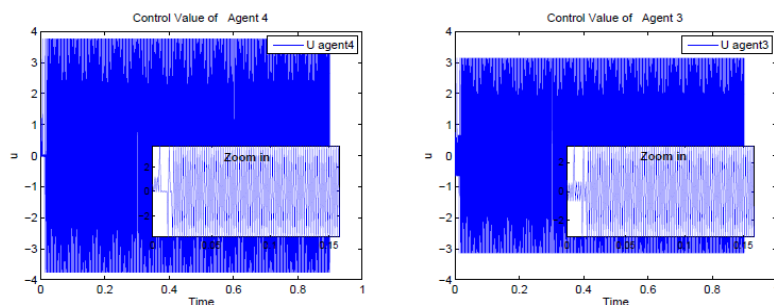
شکل ۲۰: خطای سرعت عوامل پیرو با TSMC پیشنهادی بدون فازی

کنترل مد لغزشی ترمینال پایه ای:

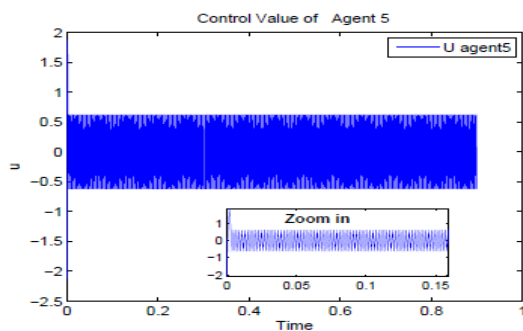
برای نشان دادن مزایای کنترل کننده ارائه شده در این مقاله، ما TSMC پایه ای بیان شده در قسمت ۲ را روی سیستم چندعاملی (۱۰۴) و (۲۰۴) اعمال می‌کنیم. در رابطه (۲،۲) پارامترها به صورت $\gamma = \frac{7}{9}$ ، $\beta = 4.5$ انتخاب می‌شوند. توجه داشته باشید که دقت و سرعت همگرایی برای رسیدن به اجماع با استفاده از TSMC پایه ای کمتر از دقت و سرعت همگرایی برای رسیدن به اجماع با استفاده از کنترل ارائه شده در این مقاله است. این مطلب در شکل‌های ۲۴ و ۲۵ قابل مشاهده است.



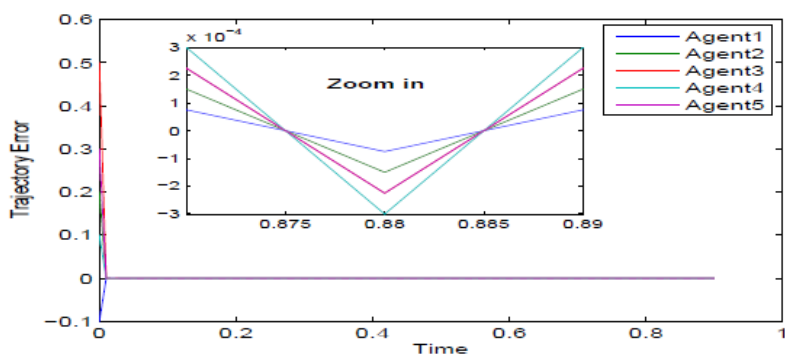
شکل ۲۱: پدیده چترینگ در کنترل عوامل اول و دوم



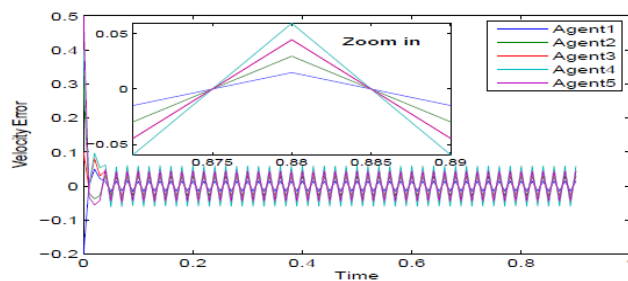
شکل ۲۲: پدیده چترینگ در کنترل عوامل سوم و چهارم



شکل ۲۳: پدیده چترینگ در کنترل عامل پنجم



شکل ۲۴: خطای مسیر عوامل پیرو با TSMC پایه‌ای



شکل ۲۵: خطای سرعت عوامل پیرو با TSMC پایه‌ای

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، ما یک کنترل‌کننده مدلغزشی ترمینال فازی را بر اساس یک صفحه جداکننده برای دسته‌ای از MASهای غیرخطی مطالعه کردیم. به‌منظور نشان دادن برخی از مزایای کنترل‌کننده مدلغزشی فازی ارائه شده، یک مثال عددی ارائه گردید. ما همچنین نشان دادیم زمان رسیدن به اجماع با استفاده از TFSSMC ارائه شده در این مقاله متناهی است. در پایان به عنوان یک طرح پیشنهادی می‌توان، TFSSMC ارائه شده در این مقاله را برای حل مساله اجماع در سیستم‌های چند عاملی بدون رهبر مورد مطالعه قرار داد.

فهرست منابع

- [۱] G. Antonelli, "Interconnected dynamic systems: An overview on distributed control," *IEEE Control Systems Magazine*. Vol. ۳۳, no. ۱, pp. ۷۶–۸۸, ۲۰۱۳.
- [۲] Y. Cao, W. Yu, W. Ren, and G. Chen "An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. Vol. ۹, no. ۱, pp. ۴۲۷–۴۳۸, ۲۰۱۳.
- [۳] J.Y. Hung, W. Gao, and J.C. Hung, "Variable structure control: a survey," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. ۴۰, no. ۱, pp. ۲–۲۲, ۱۹۹۳.
- [۴] S. Mobayen, V. Johari Majd, and M. Sojoodi, "An lmi-based composite nonlinear feedback terminal sliding-mode controller design for disturbed mimo systems," *Math. Comput. Simul.*, vol. ۸۵, no. ۱۱۰, pp. ۱–۱۰, ۲۰۱۲.
- [۵] V. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. ۲۲, no. ۲, pp. ۲۱۲–۲۲۲, ۱۹۷۷.
- [۶] S. T. Venkataraman and S. Gulati, "Control of nonlinear systems using terminal sliding modes," In *۱۹۹۲ American Control Conference*. No. ۱۱۵, pp. ۵۵۴–۵۶۰, ۱۹۹۲.
- [۷] C.W. Tao, J.S. Taur, and M.L. Chan, "Adaptive fuzzy terminal sliding mode controller for linear systems with mismatched time-varying uncertainties," *Cybernetics*, vol. ۳۴, no. ۱, pp. ۲۵۵–۲۶۲, ۲۰۰۴.
- [۸] K.B. Park and T. Tsuji "Terminal sliding mode control of second-order nonlinear uncertain systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. ۹, no. ۱۱, pp. ۷۶۹–۷۸۰, ۱۹۹۹.
- [۹] M. M. Gulzar, S. T. Hussain Rizvi, M. Yaqoob Javed, U. Munir and H. Asif, "Multi-agent cooperative control consensus: A comparative review," *Electronics*. Vol. ۷, no. ۲, ۲۰۱۸.
- [۱۰] R.A. DeCarlo, S.H. Zak, and G.P. Matthews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial," *Proceedings of the IEEE*. Vol. ۷۶, no. ۳, pp. ۲۱۲–۲۳۲, ۱۹۸۸.
- [۱۱] C. Edwards and S. Spurgeon, "Sliding Mode Control: Theory And Applications," *CRC Press, London*, ۱۹۹۸.
- [۱۲] W. Ren and R. W. Beard, *Distributed Consensus in Multi-Vehicle Cooperative Control: Theory and Applications*, Springer Publishing Company, Incorporated, ۱st edition, ۲۰۰۷.
- [۱۳] Y. Wu, B. Hu, and Z.H. Guan, "Consensus problems over cooperation-competition random switching networks with noisy channels," *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, vol. ۳۰, no. ۱, pp. ۳۵–۴۳, ۲۰۱۸.

- [۱۴] A. Jadbabaie, J. Lin, and A.S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules," *Automatic Control, IEEE Transactions*, vol. ۴۸, no. ۶, pp. ۹۸۸—۱۰۰۱, ۲۰۰۳.
- [۱۵] R. Olfati-Saber and R.M. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. ۴۹, no. ۹, pp. ۱۵۲۰—۱۵۳۳, ۲۰۰۴.
- [۱۶] F.L. Lewis, H. Zhang, K. Hengster-Movric, and A. Das. "Cooperative control of multi-agent systems: optimal and adaptive design approaches," *Springer Science & Business Media*, ۲۰۱۳.
- [۱۷] Y. Zheng, J. Ma, and L. Wang, "Consensus of hybrid multi-agent systems," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. ۲۹, no. ۴, ۱۳۵۹—۱۳۶۵, ۲۰۱۸.
- [۱۸] Y. Zheng, Q. Zhao, J. Ma, and L. Wang, "Second-order consensus of hybrid multi-agent systems," *Systems & Control Letters*, vol. ۱۲۵, pp. ۵۱—۵۸, ۲۰۱۹.
- [۱۹] K-Y. Zhuang, K-Q. Zhang and H-Y. Su, "Terminal sliding mode control for high-order nonlinear dynamic systems," *Journal-Zhejiang University Engineering Science* , vol. ۳۶, no. ۵, pp. ۴۸۲-۴۸۵, ۲۰۰۲.
- [۲۰] y. Feng, X. yu and Z. Man, "Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators," *Automatica*, vol. ۳۸, pp. ۲۱۵۹—۲۱۶۷, ۲۰۰۲.
- [۲۱] Y.J. Mon, "Terminal sliding mode fuzzy-pdc control for nonlinear systems," *Int. J. Sci. Technol. Res*, vol. ۲, no. ۴, pp. ۲۱۸—۲۲۱, ۲۰۱۳.
- [۲۲] M. Zhihong and X. H. Yu, "Terminal sliding mode control of mimo linear systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. ۴۴, no. ۱۱, pp. ۱۰۶۵—۱۰۷۰, ۱۹۹۷.