

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال هشتم، شماره سی و هفتم، مرداد و شهریور ۱۴۰۱

شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

## اندازه‌گیری اسلک‌های ناکارایی سیستم‌های شبکه‌ای در حضور منابع مشترک

حسین عزیزی<sup>۱</sup>، شهروز فتحی اجیرلو<sup>\*۲</sup>

(<sup>۲</sup>و<sup>۱</sup>) گروه ریاضی، واحد پارس‌آباد مغان، دانشگاه آزاد اسلامی، پارس‌آباد مغان، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۰۸/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۱/۱۴

### چکیده

ارزیابی عملکرد یکی از کارهای مهم در مدیریت به منظور درک بهتر موفقیت‌های گذشته‌ی یک واحد تولیدی و برنامه‌ریزی برای توسعه‌ی آینده‌ی آن است. هدف مشخص کردن آن است که چقدر می‌توان انتظار داشت که واحد مورد نظر با مقدار کنونی ورودی بتواند خروجی خود را افزایش دهد، یا اینکه ضمن تولید میزان کنونی خروجی، صرفاً با افزایش کارایی، چقدر می‌توان در ورودی صرفه‌جویی کرد. یک سیستم معمولاً متشکل از بخش‌های متعدد است، که هر کدام کارکردهای خاصی را انجام می‌دهند. وقتی که به عملکرد سیستم به‌عنوان یک واحد کامل علاقه‌مند هستیم، که در آن فقط ورودی‌های وارد شده به سیستم و خروجی‌های خارج شده از سیستم در نظر گرفته می‌شوند، به آن تحلیل واحد کامل یا جعبه‌ی سیاه می‌گویند، زیرا اینکه چگونه ورودی‌ها از طریق محصولات بینابینی به خروجی‌ها تبدیل می‌شوند، مورد توجه نیست. تحلیل واحد کامل، ایده‌ای کلی از عملکرد یک واحد را به دست می‌دهد. با این حال، از آنجا که یک سیستم معمولاً متشکل از چندین بخش است که به‌طور وابسته به هم عمل می‌کنند، لذا صرف نظر کردن از عملیات بخش‌های تشکیل دهنده ممکن است نتایج گمراه‌کننده‌ای را در پی داشته باشد. برای ارزیابی صحیح عملکرد یک سیستم، این مقاله مجموعه‌ای از مدل‌های جمعی ارائه می‌کند. مدل‌های پیشنهادی، اسلک‌های ناکارایی یک سیستم را از دو دیدگاه خوشبینانه و بدبینانه اندازه‌گیری می‌کنند. لذا یک ارزیابی کلی از عملکرد هر سیستم به دست می‌آید. مثالی از صنعت بانکداری در ایران برای توضیح دادن چگونگی محاسبه‌ی اسلک‌های ناکارایی‌های سیستم و فرآیندها ارائه می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، اسلک‌های ناکارایی، مدل جمعی، دیدگاه‌های خوشبینانه و بدبینانه، عملکرد کلی.

## ۱- مقدمه

از زمان انقلاب صنعتی، تلاش همگان بر این بوده است که با کمترین زحمت، بیشترین خروجی را تولید کنند، به طوری که از منابع، از جمله انسان‌ها، به صورت کارآمدتری استفاده به عمل آید. شرکت‌های تولیدی برای نیل به این هدف استانداردهایی ایجاد می‌کنند، مانند تعداد اقلامی که باید با یک واحد از یک ورودی خاص تولید شود، تا بتوانند فرآیند تولید را بهتر کنترل کنند و بهره‌وری را افزایش دهند. به طور مشابه، شرکت‌های خدماتی نیز تلاش می‌کنند که تعداد مشتریانی را که یک کارمند در واحد زمان خدمت‌رسانی می‌کند، افزایش دهند.

بهره‌وری عموماً به‌عنوان میزان خروجی تولید شده با یک واحد ورودی تعریف می‌شود. از نظر تئوری، یک بهره‌وری بیشینه وجود دارد که فقط تحت شرایط کامل قابل حصول است. بهره‌وری یک واحد تولیدی تقسیم بر بهره‌وری بیشینه، کارایی آن واحد خاص محسوب می‌شود. بر این اساس، کارایی همیشه کوچک‌تر یا مساوی یک است.

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) تکنیکی برای اندازه‌گیری کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری (DMUها) است که در یک دوره‌ی زمانی، ورودی‌های متعدد را استفاده می‌کنند و خروجی‌های متعدد تولید می‌کنند (جهان‌شاهلو و همکاران، ۲۰۱۴). از زمان کار پیشگامانه‌ی چارنز<sup>۱</sup> و همکاران (۱۹۷۸)، مطالعات متعددی درباره‌ی روش‌شناسی و کاربرد DEA منتشر شده‌اند. نه تنها سازمان‌های غیرانتفاعی، بلکه حتی سازمان‌های انتفاعی نیز از این تکنیک برای شناسایی DMUهای غیرکارا و نیز عوامل ایجاد کننده‌ی ناکارایی استفاده می‌کنند.

هنگام اندازه‌گیری کارایی یک DMU، می‌توان آن را مانند یک کارخانه‌ی بسته تصور کرد که ارزیابی‌کننده بیرون از کارخانه قرار دارد و مقدار مواد اولیه و تعداد کارکنانی را که برای تولید محصولات وارد کارخانه می‌شوند، شمارش می‌کند. پس از یک دوره‌ی زمانی، ارزیابی‌کننده تعداد محصولاتی را که از کارخانه خارج می‌شود، شمارش می‌نماید. بر اساس ورودی‌های مصرف شده و خروجی‌های تولید شده، ارزیابی‌کننده قادر است کارایی نسبی این کارخانه را در مقایسه با دیگر کارخانه‌های مشابه از طریق DEAی سنتی به دست آورد. در این مورد، کارخانه مانند یک جعبه‌ی سیاه در نظر گرفته می‌شود، از آن جهت که این مسئله که مواد اولیه چگونه به خروجی‌ها تبدیل می‌شوند، معلوم نیست.

یک کارخانه معمولاً متشکل از تعدادی ایستگاه است که به طور وابسته به یکدیگر فعالیت می‌کنند، به این صورت که یک ایستگاه برخی محصولات بینابینی را تولید می‌کند که ایستگاه‌های دیگر از آن استفاده می‌کنند و یک سیستم تولید شبکه‌ای را ایجاد می‌کنند. برای لحاظ کردن عملیات ایستگاه‌ها در اندازه‌گیری کارایی کارخانه، روش‌های مختلفی وجود دارد. کائو<sup>۲</sup> (۲۰۰۹) مدل‌های مرتبط را به سه نوع تقسیم کرده است: مستقل، متصل و رابطه‌ای. در مقالات در رابطه با اندازه‌گیری کارایی سیستم‌های شبکه‌ای از اصطلاحات مختلفی استفاده شده است، مانند DMU یا سیستم برای کل واحد مورد نظر، و زیر DMU، زیرفرآیند، و بخش برای مؤلفه‌های کل واحد مورد نظر.

نخستین کار بر روی DEAی شبکه‌ای توسط چارنز و همکاران (۱۹۸۶) انجام شد، که مطالعه‌ی آن‌ها درباره‌ی استخدام ارتش بود، و در آن سیستم به دو بخش تقسیم شده بود، یکی ایجاد آگاهی و

<sup>2</sup> Kao.<sup>1</sup> Charnes.

مطالعه‌ی عملکرد ۶۶ شرکت بزرگ صندوق متقابل در آمریکا فراهم شود. گوان<sup>۱۳</sup> و چن (۲۰۱۲) و گوان و زوئو<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۴) از همان مدل به ترتیب برای اندازه‌گیری کارایی نوآوری ۲۲ عضو OECD و ۳۵ کشور استفاده کردند. لو<sup>۱۵</sup> و همکاران (۲۰۱۶) کارایی‌های مدیریت و سرمایه‌گذاری ۳۶ شرکت سرمایه‌گذاری در تایوان را برای دوره‌ی ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۱ در یک کاربرد دیگر بررسی کردند. یوان<sup>۱۶</sup> و همکاران (۲۰۱۵) از یک مدل تجمیع کارایی ضربی برای اندازه‌گیری خطر خشکسالی و تغییرپذیری ۳۱ استان، شهرداری، و منطقه‌ی خودمختار در چین در طی سال‌های ۲۰۰۶ تا ۲۰۱۱ استفاده کردند. کیخا جوان و رستمی مال‌خلیفه (۲۰۱۶)، حسنی و رستمی مال‌خلیفه (۲۰۱۶) و خلیلی دامغانی و شاه‌میر (۲۰۱۵) از همان مدل برای بحث حالت داده‌های بازه‌ای استفاده کردند. امیرتیموری (۲۰۱۳) یک مسئله‌ی مربوط به خودروسازی را بررسی کرد، که در آن بعضی از محصولات معیوب بودند و لذا نیاز به تعمیر داشتند. وو<sup>۱۷</sup> و بیرج<sup>۱۸</sup> (۲۰۱۲) نوع دیگری از مدل کارایی بخش را برای اندازه‌گیری کارایی‌های سیستم و فرآیند، زمانی که قیمت‌های کل خروجی‌ها معلوم است، پیشنهاد کردند. از این مدل می‌توان برای تحلیل نفع بالقوه از ادغام دو مدل زنجیره‌ی متوالی استفاده کرد و در این مطالعه به‌عنوان نمونه‌ای از کاربرد رویکرد پیشنهادی، ۳۶ شعبه‌ی یک بانک بزرگ کانادایی که تحت عملیات ادغام بانکی قرار داشتند، بررسی شدند. یین<sup>۱۹</sup> و همکاران (۲۰۲۰) یک رویکرد شبکه‌ی دومرحله‌ای را برای تحلیل

دیگری برقراری قراردادها، و کارایی هر فرآیند به‌صورت مستقل اندازه‌گیری می‌شد. کاربردهای دیگر با استفاده از اندازه‌های کارایی مستقل شامل تحقیقات زیر است. سوتریو<sup>۳</sup> و زنیوس<sup>۴</sup> (۱۹۹۹) اندازه‌های عملیاتی و بازاریابی کیفیت را در ۱۴۴ شعبه‌ی یک بانک تجاری در قبرس مورد بررسی قرار دادند. آباد<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۰۴) DEAی دومرحله‌ای را برای تعیین رابطه‌ی داده‌های مالی با ارزش بنگاه مورد استفاده قرار دادند، و دو مدل BCC مستقل را بر روی ۳۰ سهام در صنعت تولید اسپانیا در سال ۱۹۹۱ تا ۱۹۹۶ اعمال کردند. سایمون<sup>۶</sup> و همکاران (۲۰۱۱) رشد بهره‌وری ۳۴ کتابخانه‌ی دانشگاهی اسپانیا را با استفاده از شاخص بهره‌وری مالکونیست تحلیل کردند. سیستم تولید کتابخانه متشکل از دو مرحله بود، تولید داخلی و ارائه‌ی سرویس.

فنگ<sup>۷</sup> و ژانگ<sup>۸</sup> (۲۰۰۸) مدلی را مشابه با مدل لیانگ<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۰۶) پیشنهاد کردند، که اجازه می‌دهد که بعضی از ورودی‌ها بین دو مرحله تخصیص داده شود. بیچو<sup>۱۰</sup> (۲۰۱۱) از یک مدل یکسان برای مطالعه‌ی عملیات بنادر کانتینری استفاده کرد، که به‌عنوان زنجیره‌های تأمین بین دروازه و اسکله در نظر گرفته شدند. ده پایانه‌ی کانتینر از کشورهای مختلف بر اساس داده‌های ۷۰ پایانه-سال بررسی شدند. پرمآچاندرا<sup>۱۱</sup> و همکاران (۲۰۱۲) مدل جمعی چن<sup>۱۲</sup> و همکاران (۲۰۰۹) برای سیستم دومرحله‌ای اساسی را بسط دادند تا امکان ورودی‌های برون‌زا برای مرحله‌ی دوم در

<sup>3</sup> Soteriou.

<sup>4</sup> Zenios.

<sup>5</sup> Abad.

<sup>6</sup> Simon.

<sup>7</sup> Fang.

<sup>8</sup> Zhang.

<sup>9</sup> Liang.

<sup>10</sup> Bichou.

<sup>11</sup> Premachandra.

<sup>12</sup> Chen.

<sup>13</sup> Guan.

<sup>14</sup> Zuo.

<sup>15</sup> Lu.

<sup>16</sup> Yuan.

<sup>17</sup> Wu.

<sup>18</sup> Birge.

<sup>19</sup> Yin.

محصولات بینابینی نامطلوب، و خروجی‌های نامطلوب نیز داشته باشد و از آن برای اندازه‌گیری کارایی ترانزیتی و اقتصادی ۳۰ منطقه‌ی چین استفاده کردند. لیو<sup>۲۷</sup> و همکاران (۲۰۱۵) عملکرد سیستم نوآوری ملی ۴۰ کشور از جنبه‌های تولید دانش و تجاری‌سازی را اندازه‌گیری کردند. زیه<sup>۲۸</sup> و همکاران (۲۰۱۲) کارایی زیست‌محیطی و همچنین، منافع اقتصادی را در ارتباط با تلاش سیستم‌های قدرت برای نسل به توسعه‌ی پایدار مورد تحلیل قرار دادند که در آن خروجی‌های نامطلوب هم در بخش تولید و هم در شبکه‌ی نیرو (توزیع) وجود داشت. هدف کمینه‌سازی پارامترهای فاصله‌ی ورودی وزنی بخش بود، و ۳۰ منطقه‌ی اداری استانی در چین به‌عنوان نمونه در نظر گرفته شدند. چن و همکاران (۲۰۱۲) یک مدل اندازه‌ی فاصله‌ی عامل را برای بررسی بده‌بستان بین تقویت کارایی و کاهش آلودگی ۲۲ کارخانه‌ی زباله‌سوزی در تایوان ایجاد کردند. این سیستم دو بخش داشت، تصفیه‌ی پسماند و تولید انرژی، که در آن دومی هم خروجی‌های مطلوب داشت و هم نامطلوب. مقبولی و همکاران (۲۰۱۴) رویکردهای بازی مشارکتی و غیرمشارکتی را برای اندازه‌گیری کارایی بر اساس پارامترهای فاصله پیشنهاد کرد. هامپف<sup>۲۹</sup> (۲۰۱۴) یک اندازه‌ی کارایی زیست‌محیطی شکل پوششی را ایجاد کرد که می‌توان آن را به حاصل‌ضرب کارایی‌های تولید و کاهش تجزیه کرد، و از آن برای ۲۳ نیروگاه در آمریکا استفاده کرد. وو و همکاران (۲۰۱۵) کارایی صرفه‌جویی انرژی و آلاینده‌ی ۳۰ استان، شهرداری، و منطقه‌ی خودمختار را در چین مورد ارزیابی قرار دادند. لوزانو<sup>۳۰</sup> و همکاران (۲۰۱۳) عملیات فرودگاه را به حرکت هواپیماها و فرود آمدن تقسیم‌بندی کردند و

عملکرد هتل از دیدگاه عملیاتی و بازاریابی استفاده کردند. فوره<sup>۲۰</sup> و ویتیکر<sup>۲۱</sup> (۱۹۹۵) یک مدل پارامتری سیستم خروجی برای اندازه‌گیری ۱۳۷ مزرعه‌ی لبنیات در ایالت‌های دریاچه‌ی آمریکا ایجاد کردند. سپس، فوره و گروسکوف<sup>۲۲</sup> (۱۹۹۶) مدل مشابهی را پیشنهاد کردند که در آن شاخص بهره‌وری مالمکوئیست نیز محاسبه شد. یانگ<sup>۲۳</sup> و همکاران (۲۰۰۸) یک مسئله‌ی دامپروری خوک از آغاز تا پایان را بررسی کردند، که در آن در بخش ۱ آلودگی ایجاد می‌شد و در بخش ۲ یک فناوری کاهش آلودگی مورد استفاده قرار می‌گرفت، و هدف بیشینه‌سازی پارامتر فاصله‌ی سیستم خروجی بود. عملکرد ۳۹ بنگاه انتخاب شده‌ی تصادفی در تایوان با استفاده از مدل پیشنهادی اندازه‌گیری شد. چیو<sup>۲۴</sup> و همکاران (2011a) ایده‌ی چن و ژو<sup>۲۵</sup> (۲۰۰۴) برای سیستم‌های اساسی دومرحله‌ای را به مواردی که در آن بخش دوم ورودی‌های برون‌زا نیز مصرف می‌کند، بسط دادند تا عملکرد تعمیر را برای زمین‌های کشت شده‌ی آسیب دیده و کارایی زراعی ۳۱ منطقه در چین را ارزیابی کنند. چیو و همکاران (۲۰۱۲) از همان مدل برای اندازه‌گیری عملکرد تحقیق و توسعه، به‌صورت یک چارچوب زنجیره‌ی ارزش، از ۲۱ شرکت فناوری بالا در چین استفاده کردند. یو<sup>۲۶</sup> و چن (۲۰۲۰) یک رویکرد DEAی شبکه‌ای ابرمرز را برای اندازه‌گیری بایاس فناوری با ساختار تولید شبکه‌ای پیشنهاد کردند. آن‌ها رویکرد پیشنهادی را بر روی ۱۰۹ هتل جهانگردی تایوان پیاده‌سازی کردند. چیو و همکاران (2011b) مدل را تغییر دادند تا امکان ورودی‌های غیراختیاری،

<sup>20</sup> Färe.

<sup>21</sup> Whittaker.

<sup>22</sup> Grosskopf.

<sup>23</sup> Yang.

<sup>24</sup> Chiu.

<sup>25</sup> Zhu.

<sup>26</sup> Yu.

<sup>27</sup> Liu.

<sup>28</sup> Xie.

<sup>29</sup> Hampf.

<sup>30</sup> Lozano.

کارایی تولید و زیست‌محیطی را در میان ۲۰ شرکت نفت خام پذیرفته شده در بورس را در چین بررسی کردند. مطالعه‌ی اوکران<sup>۳۵</sup> و مک‌کریستال<sup>۳۶</sup> (۲۰۱۲)، که در آن از دامنه‌های ورودی‌ها و خروجی‌های تمام DMUها برای تعدیل متغیرهای اسلک استفاده شد، نشان داد که رویکرد متعارف تعدیل شده بر حسب مشاهده و رویکرد خود آن‌ها با تعدیل بر اساس دامنه همبستگی مثبت و معنی‌داری داشتند. چن و ژو (۲۰۲۰) اندازه‌ی مبتنی بر اسلک جمعی را برای بسط و راهبرد محاسباتی بر روی DEAی شبکه‌ای انجام دادند. کائو (۲۰۲۰) نشان داد که چگونه می‌توان اندازه‌های کارایی مبتنی بر اسلک را در DEAی شبکه‌ای تجزیه کرد.

سیستم‌های ورودی مشترک در مقالات مربوط به DEAی شبکه‌ای مورد توجه زیادی قرار گرفته‌اند. به‌عنوان مثال، گولانی<sup>۳۷</sup> و همکاران (۲۰۰۶) سه مدل را برای اندازه‌گیری کارایی یک سیستم دومرحله‌ای با ورودی‌های مشترک پیشنهاد کردند. این سیستم اجازه می‌دهد که هر بخش در عوض ارائه‌ی محصول بینابینی یا خروجی نهایی مناسب، منابع را از دیگری بگیرد. لوتگرن<sup>۳۸</sup> و تمبور<sup>۳۹</sup> (۱۹۹۹) رضایت مشتری را در مطالعه‌ی عملکرد ۳۱ داروخانه‌ی سوئدی مورد توجه قرار دادند. این سیستم متشکل از بخش‌های تولید و مصرف است، و اختصاص ورودی‌ها به دو بخش در هر بنگاه به طور اختصاصی امکان‌پذیر است. کائو و هوانگ<sup>۴۰</sup> (۲۰۱۰) مدل رابطه‌ای کائو و هوانگ (۲۰۰۸) برای سیستم دومرحله‌ای اساسی را بسط دادند تا امکان ورودی مشترک در مرحله‌ی دوم وجود داشته باشد.

عملکرد ۳۹ فرودگاه اسپانیا را مورد بررسی قرار دادند که خروجی‌های نامطلوب از بخش ۱ حاصل می‌شد. یو (۲۰۰۸) با در نظر گرفتن ویژگی غیرقابل ذخیره‌سازی، سرویس حمل و نقل را به دو مرحله تقسیم کرد و کارایی تولید و اثربخشی خدمات ۴۰ راه‌آهن را در سراسر جهان مورد ارزیابی قرار داد. یانگ (۲۰۰۹) از مدل اندازه‌ی فاصله‌ی جهت‌دار خروجی برای اندازه‌گیری کارایی‌های تولید و زیست‌محیطی پرورش خوک استفاده کرد. در بخش تولید، خوک‌ها به‌عنوان خروجی نهایی تولید می‌شدند، و مواد زاید به‌عنوان محصولات بینابینی نامطلوب در نظر گرفته شدند که بخش کنترل فاضلاب به آن رسیدگی می‌کرد. عملکرد ۳۱ مزرعه‌ی پرورش خوک در تایوان مورد ارزیابی قرار گرفت. مظفری و همکاران (۲۰۲۱) مدل‌هایی را برای حالت داده‌های فازی با خروجی‌های نامطلوب پیشنهاد کردند. آن‌ها مدل‌های پیشنهادی را برای ارزیابی کارخانه‌های پتروشیمی مورد استفاده قرار دادند. رستمی مال‌خلیفه و همکاران (۲۰۱۲) یک مدل غیرشعاعی جدیدی را برای ارزیابی عملکرد زنجیره‌ی تامین در DEAی شبکه‌ای پیشنهاد کردند. رستمی مال‌خلیفه و مولایان (۲۰۱۲) ارزیابی عملکرد زنجیره‌ی تامین را با استفاده از یک مدل غیرشعاعی DEAی شبکه‌ای در محیط فازی انجام دادند. کیخا جوان و همکاران (۲۰۱۴) مدل DEA پویای شبکه‌ای موازی را در محیط بازه‌ای پیشنهاد کردند.

رویکرد مبتنی بر اسلک تونه<sup>۳۱</sup> و تسوتسویی<sup>۳۲</sup> (۲۰۰۹) می‌تواند مبنای خوبی برای شروع DEAی شبکه‌ای باشد. لوزانو و گوتیرز<sup>۳۳</sup> (۲۰۱۴) کارایی تولید و فروش ۱۶ شرکت هواپیمایی اروپایی را بررسی کردند. سانگ<sup>۳۴</sup> و همکاران (۲۰۱۵) تغییرات

<sup>35</sup> Avkiran.

<sup>36</sup> McCrystal.

<sup>37</sup> Golany.

<sup>38</sup> Löthgren.

<sup>39</sup> Tambour.

<sup>40</sup> Hwang.

<sup>31</sup> Tone.

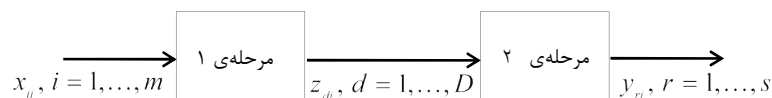
<sup>32</sup> Tsutsui.

<sup>33</sup> Gutierrez.

<sup>34</sup> Song.

که برای بیرون تولید می‌شوند، محصولات بینابینی در داخل سیستم تولید و مصرف می‌شوند، و لذا از بیرون در معرض دید نیستند. شایان ذکر است که مدل نسبتی قادر است کارایی‌های بخش را اندازه‌گیری کند، در حالی که مدل پوششی، که در آن اندازه‌ی کارایی تابع فاصله بیان می‌شود، قادر است تصویرها، یا هدف‌های عامل‌ها را نشان دهد. این امر خصوصاً برای سیستم‌های شبکه‌ای اهمیت دارد، زیرا یک محصول بینابینی که توسط یک بخش تولید می‌شود، انتظار می‌رود که مقدار بیشتری داشته باشد تا این بخش کارتر باشد، اما در ضمن انتظار می‌رود که مقدار کمتری داشته باشد تا بخشی که از آن برای تولید استفاده می‌کند، کارتر باشد. به این ترتیب، بخش‌های عرضه و تقاضای محصول بینابینی در رابطه با مقدار این محصول بینابینی، اهداف متناقضی دارند. مقاله‌ی حاضر مجموعه‌ای از مدل‌های جمعی خوشبینانه و بدبینانه ایجاد می‌کند که اسلک‌های ناکارایی سیستم‌های شبکه‌ای را اندازه‌گیری می‌کنند. مدل‌ها پیشنهادی طوری اسلک‌های ناکارایی مربوط به محصول بینابینی را اندازه‌گیری می‌کنند که کارایی سیستم بیشینه شود (فقط برای یکی از مراحل افزایش یا کاهش آن محصول را نشان می‌دهد). مثالی از صنعت بانکداری در ایران برای توضیح دادن چگونگی محاسبه‌ی اسلک‌های ناکارایی سیستم و فرآیندها ارائه می‌شود.

چن و همکاران (۲۰۰۶) از متوسط کارایی‌های دو بخش به‌عنوان تابع هدف استفاده کردند، و چن و همکاران (۲۰۱۰) از متوسط وزنی برای پیدا کردن بهترین توزیع منابع مبتنی بر فناوری اطلاعات بهره گرفتند. یو و لی<sup>۴۱</sup> (۲۰۰۹) از کمینه‌ی نسبت پارامتر ورودی به پارامتر خروجی به‌عنوان تابع هدف برای اندازه‌گیری کارایی تولید و بازاریابی ۵۸ هتل گردشگری بین‌المللی در تایوان استفاده کردند، که همه‌ی آن‌ها دارای ورودی‌های مشترک بودند. یو و چن (۲۰۱۱) همان مدل را برای اندازه‌گیری کارایی تولید و مصرف ۱۵ مسیر هوایی داخلی یک شرکت هواپیمایی در تایوان مورد استفاده قرار دادند. از رویکرد بازی نیز برای سیستم‌های دارای ورودی مشترک استفاده شده است. برای مثال، ژا<sup>۴۲</sup> و لیانگ (۲۰۱۰) از حاصل‌ضرب دو کارایی فرآیند به‌عنوان سود که باید بیشینه‌سازی شود، استفاده کردند، و در این مطالعه از ۳۰ بانک تجاری آمریکایی برای نشان دادن رویکرد مذکور بهره گرفتند. و بالاخره، لی<sup>۴۳</sup> و همکاران (۲۰۱۲) از مدل چن و همکاران (۲۰۰۶) برای مطالعه‌ی فرآیندهای تحقیق و توسعه‌ی منطقه‌ای ۳۰ منطقه‌ی سطح استانی در چین استفاده به عمل آوردند. یک ویژگی که مشخصه‌ی سیستم شبکه‌ای است، محصول بینابینی است. بر خلاف ورودی‌های برون‌زا که از بیرون تأمین می‌شوند، و خروجی‌های نهایی



شکل ۱: فرآیند دو مرحله‌ای

<sup>41</sup> Lee.

<sup>42</sup> Li.

<sup>43</sup> Zha.

دومرحله‌ای را به‌صورت زیر تعریف کردند:

$$w_1 \cdot \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} + w_2 \cdot \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}} \quad (1)$$

به علت رابطه‌ی متوالی بین دومرحله، آن‌ها فرض کردند  $\eta_d^1 = \eta_d^2$  ( $d=1, \dots, D$ ) در (۱)،  $w_1$  و  $w_2$  وزن‌های اختصاصی کاربر هستند، به طوری که  $w_1 + w_2 = 1$ . این وزن‌ها، متغیرهای بهینه‌سازی نیستند، بلکه توابعی از متغیرهای بهینه‌سازی هستند.

چن و همکاران (۲۰۰۹)، مدل DEA ی (۲) را برای محاسبه‌ی کارایی کلی در فرآیند دومرحله‌ای پیشنهاد کردند:

$$\begin{aligned} \max \quad & w_1 \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} + w_2 \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}} \\ \text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{d=1}^D u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j=1, \dots, n, \\ & \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j=1, \dots, n, \\ & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1, \quad j=1, \dots, n, \\ & \eta_d, v_i, u_r \geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, s, \quad i=1, \dots, m. \end{aligned} \quad (2)$$

سه مجموعه‌ی قیود اساساً به ترتیب تعاریف کارایی سیستم، کارایی فرآیند ۱ و کارایی فرآیند ۲ هستند. دقت کنید که  $\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1$  و  $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 1$  متضمن این هستند که  $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1$  محدودیت زاید در مدل چن و همکاران (۲۰۰۹) گنجانده نشده است.  $w_1$  و  $w_2$  به ترتیب نشان‌دهنده‌ی اهمیت نسبی یا سهم عملکردهای مرحله‌های ۱ و ۲ در عملکرد کلی، DMU هستند. چن و همکاران (۲۰۰۹) برای مشخص کردن اهمیت نسبی هر مرحله، با فرض

بقیه‌ی مقاله به‌صورت زیر سازماندهی شده است. در بخش ۲ رویکردهای موجود برای اندازه‌گیری کارایی در DEA ی دومرحله‌ای ارائه می‌شود. بخش ۳ مدل‌های DEA ی جمعی برای فرآیند دومرحله‌ای را پیشنهاد می‌کند. برای نشان دادن فایده‌ی عملی این نتایج، در بخش ۴ (به‌عنوان یک مطالعه‌ی موردی)، کاربرد عملی آن را در ارزیابی مجموعه‌ای از شعب بانک بررسی می‌کنیم. بخش ۵ ملاحظات پایانی را ارائه می‌کند.

## ۲- رویکردهای موجود برای اندازه‌گیری کارایی در DEA ی دومرحله‌ای

فرآیند دومرحله‌ای نشان داده شده در شکل ۱ را در نظر بگیرید. فرض کنید  $n$  تعداد DMU را باید ارزیابی کنیم و هر  $DMU_j$  ( $j=1, \dots, n$ ) دارای  $m$  ورودی  $x_{ij}$  ( $i=1, \dots, m$ ) و  $D$  خروجی  $z_{dj}$  ( $d=1, \dots, D$ ) در مرحله‌ی اول است. آنگاه این  $D$  خروجی ورودی‌های مرحله‌ی دوم می‌شوند و اندازه‌های (محصولات) بینابینی نامیده می‌شوند. خروجی‌های مرحله‌ی دوم به صورت  $y_{rj}$  ( $r=1, \dots, s$ ) نشان داده می‌شوند. کارایی‌های  $DMU_j$  در مرحله‌ی اول و دوم به ترتیب به‌صورت  $\theta_j^1 = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}$  و  $\theta_j^2 = \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}$  تعریف می‌شود، که در اینجا  $v_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) و  $\eta_d^1$  ( $d=1, \dots, D$ ) به ترتیب وزن‌های ورودی و خروجی در مرحله‌ی اول و  $\eta_d^2$  ( $d=1, \dots, D$ ) و  $u_r$  ( $r=1, \dots, s$ ) به ترتیب وزن‌های ورودی و خروجی در مرحله‌ی دوم هستند. بر اساس کارایی‌های  $DMU_j$  در هر کدام از دومرحله، کارایی کلی  $DMU_j$  در کل فرآیند به چندی طریق قابل تعریف است.

### ۲-۱- رویکرد چن و همکاران (۲۰۰۹)

چن و همکاران (۲۰۰۹) کارایی کلی فرآیند

پیدا کردن مجموعه‌ای از مضارب که ضمن حفظ نمره‌ی کارایی کلی، بزرگ‌ترین نمره‌ی کارایی مرحله‌ی اول (یا دوم) را ایجاد می‌کند، استفاده کردند. چن و همکاران (۲۰۰۹)، پیشنهاد کردند که با داشتن کارایی کلی به دست آمده از مدل (۵) (که با  $\theta_o^{overall}$  نشان داده می‌شود)، ابتدا کارایی مرحله‌ی اول ( $\theta_o^{1*}$ ) یا دوم ( $\theta_o^{2*}$ ) حساب شود، و بعد از آن، کارایی مرحله‌ی دیگر حساب شود. اگر به مرحله‌ی اول اولویت ایجابی داده شود، مدل زیر کارایی آن ( $\theta_o^{1*}$ ) را ضمن حفظ کردن نمره‌ی کارایی کلی  $\theta_o^{overall}$  در حد محاسبه شده از مدل (۵)، حساب می‌کند:

$$\begin{aligned} \max \theta_o^j &= \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} \\ \text{s.t. } \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \quad j=1, \dots, n, \\ \sum_{r=1}^S u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} &\leq 0, \quad j=1, \dots, n, \\ (1 - \theta_o^{overall}) \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} + \sum_{r=1}^S u_r y_{ro} &= \theta_o^{overall}, \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &= 1, \\ \eta_d, v_i, u_r &\geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, S, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \quad (۶)$$

بعد، کارایی مرحله‌ی دوم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_o^2 = \frac{\theta_o^{overall} - w_1^* \theta_o^{1*}}{w_2^*} \quad (۷)$$

که در اینجا  $w_1^*$  و  $w_2^*$  نشان دهنده‌ی وزن‌های بهینه‌ی به دست آمده از مدل (۵) از طریق (۱) هستند. لازم به ذکر است که از  $\theta_o^*$  در  $\theta_o^*$  برای نشان دادن این مطلب استفاده شده که به کارایی مرحله‌ی اول اولویت ایجابی داده شده و ابتدا بهینه‌سازی می‌شود. در این حالت، نمره‌ی کارایی به دست آمده برای مرحله‌ی دوم با نماد  $\theta_o^2$  نشان داده شده است.

در صورتی که به مرحله‌ی دوم اولویت ایجابی داده شود، مدل (۸) کارایی مرحله‌ی دوم ( $\theta_o^{2*}$ ) را ضمن

اینکه  $\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}$  نشان دهنده‌ی اندازه‌ی کلی فرآیند دومرحله‌ای باشد، و  $\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}$  و  $\sum_{i=1}^m v_i x_{io}$  به ترتیب اندازه‌های مرحله‌های ۱ و ۲ باشند،  $w_1$  و  $w_2$  را به صورت زیر تعریف کردند:

$$w_2 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}} \quad (۳)$$

$$w_1 = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}} \quad ۹$$

سپس، چن و همکاران (۲۰۰۹) مدل (۲) را به مدل (۴) تبدیل کردند:

$$\begin{aligned} \max \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} + \sum_{r=1}^S u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}} \\ \text{s.t. } \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 1, \quad j=1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \\ \sum_{r=1}^S u_r y_{rj} \leq 1, \quad j=1, \dots, n, \\ \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \\ \eta_d, v_i, u_r \geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, S, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \quad (۴)$$

آن‌ها مدل (۴) را با استفاده از تبدیل چارنز و کوپر (۱۹۶۲)، به مسئله‌ی LP (۵) ساده کردند:

$$\begin{aligned} \max \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} + \sum_{r=1}^S u_r y_{ro} \\ \text{s.t. } \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \\ \sum_{r=1}^S u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} = 1, \\ \eta_d, v_i, u_r \geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, S, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \quad (۵)$$

چن و همکاران (۲۰۰۹) بعد از اینکه جواب بهینه‌ای برای مدل (۵) به دست آوردند، نمرات کارایی را برای دومرحله‌ی منفرد حساب کردند. از آنجایی که، مدل (۵) می‌تواند جواب‌های بهینه‌ی دیگری نیز داشته باشد. در نتیجه، تجزیه‌ی کارایی کلی چن و همکاران (۲۰۰۹) ممکن است یکتا نباشد. برای این منظور، آن‌ها از رویکرد کائو هوانگ (۲۰۰۸) برای



$$w_2 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}} = \frac{\theta_o^1}{1 + \theta_o^1} \quad (11)$$

با توجه به اینکه همواره  $\theta_o^1 \leq 1$  می‌باشد، از این رو  $w_2 \in (0, 0.5]$  یعنی مدل‌های DEA دو مرحله‌ای پیشنهادی چن و همکاران (۲۰۰۹)، به مرحله‌ی ۲ اولویت کمتری می‌دهند. به این ترتیب، در مرحله‌ی ۱ کارا است اگر و تنها اگر  $w_1 = w_2 = 0.5$ .

## ۲-۲- رویکرد کائو و هوانگ (۲۰۰۸)

کائو و هوانگ (۲۰۰۸) کارایی کلی  $DMU_j$  را به صورت حاصلضرب هر کدام از دو کارایی تعریف کردند، یعنی  $\theta_j = \theta_j^1 \times \theta_j^2$ . مدل DEA دو مرحله‌ای که آن‌ها برای اندازه‌گیری عملکرد کلی  $DMU$  در دو مرحله ابداع کردند، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\theta_o^* = \max \left[ \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} \times \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} \right] \quad (12)$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j=1, \dots, n,$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1, \quad j=1, \dots, n,$$

$$\eta_d, v_i, u_r \geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, s, \quad i=1, \dots, m$$

با اعمال تبدیل چارنز و کوپر (۱۹۶۲)، مدل (۱۲) را می‌توان جهت حل به LP زیر تبدیل کرد:

$$\theta_o^* = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{ro}$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (13)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 0, \quad j=1, \dots, n,$$

$$\eta_d, v_i, u_r \geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, s, \quad i=1, \dots, m$$

حفظ نمره‌ی کارایی کلی  $\theta_o^{\text{overall}}$  در حد تعیین شده در مدل (۵)، به دست می‌آورد:

$$\max \theta_o^* = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro}$$

$$\text{s.t. } \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j=1, \dots, n,$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (8)$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} = 1,$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} + \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \theta_o^{\text{overall}} \times \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = \theta_o^{\text{overall}},$$

$$\eta_d, v_i, u_r \geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, s, \quad i=1, \dots, m$$

و کارایی مرحله‌ی اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_o^1 = \frac{\theta_o^{\text{overall}} - w_2 \theta_o^{2*}}{w_1^*} \quad (9)$$

مشابهاً، \* در  $\theta_o^{2*}$  نشان می‌دهد که به مرحله‌ی دوم اولویت‌یابی داده شده است، یعنی کارایی آن اول بهینه‌سازی می‌شود. نمره‌ی کارایی به دست آمده برای مرحله‌ی اول نیز با نماد  $\theta_o^1$  نشان داده شده است. نهایتاً، اگر  $\theta_o^{1*} = \theta_o^1$  یا  $\theta_o^{2*} = \theta_o^2$ ، آنگاه این نشان می‌دهد که یک تجزیه‌ی کارایی یکتا وجود دارد.

بنا به رابطه‌ی (۳) داریم:

$$w_1 = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}}} = \frac{1}{1 + \theta_o^1}$$

با توجه به اینکه همواره  $\theta_o^1 \leq 1$  می‌باشد، از این رو  $w_1 \in [0.5, 1)$  یعنی مدل‌های DEA دو مرحله‌ای پیشنهادی چن و همکاران (۲۰۰۹)، به مرحله‌ی ۱ اولویت بیشتری می‌دهند. به طور مشابه داریم:

مشترک است. به‌عنوان مثال، یک استاد دانشگاه ممکن است مقداری از وقت خود را صرف تدریس و بقیه‌ی آن را صرف انجام پژوهش نماید. در صورتی که زمان‌های تخصیص داده شده به دو کار توسط استاد معلوم باشد، آنگاه مدل‌های DEA متعارف بحث شده در بخش‌های قبل قادر به اندازه‌گیری کارایی‌های مربوطه هستند. اما اگر زمان اختصاص داده شده مشخص نباشد، آنگاه در دسته‌ی سیستم ورودی مشترک واقع می‌شود.

سیستم دومرحله‌ای اساسی را در نظر بگیرید، که در آن ورودی‌ها بین دو بخش مشترک است، که این در شکل ۲ نشان داده شده است. فرض کنید  $\alpha_i$  و  $x_i$  به ترتیب نشان دهنده‌ی نسبت ورودی  $x_i$  اختصاص داده شده به بخش‌های ۱ و ۲ باشد. اگر ورودی  $i$ -ام صرفاً توسط بخش ۱ استفاده شود، آنگاه داریم  $\alpha_i = 1$ . بر عکس، اگر ورودی  $x_i$  صرفاً توسط بخش ۲ استفاده شود، آنگاه داریم  $\alpha_i = 0$ . از آنجا که درصد ورودی که به یک بخش اختصاص داده می‌شود، مشخص نیست، به‌صورت متعارف نسبتی که بالاترین کارایی سیستم را ایجاد می‌کند، تعیین می‌شود، به طوری که نتایج برای DMUهای مورد ارزیابی قابل قبول‌تر باشد. به منظور کنار گذاشتن نتایج غیرمعمول، معمولاً کران‌های پایین و بالای مناسبی برای  $\alpha_i$  تحمیل می‌شود.

وقتی که کارایی کلی  $\theta_o^*$  به دست آمد، هر کدام از دو کارایی  $\theta_o^{1*}$  و  $\theta_o^{2*}$  را می‌توان با حل کردن هر کدام از مدل‌های LP زیر به دست آورد و دیگری از رابطه‌ی  $\theta_o^2 = \theta_o^* / \theta_o^{1*}$  یا  $\theta_o^1 = \theta_o^* / \theta_o^{2*}$  به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \theta_o^* = \max & \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} \\ \text{s.t.} & \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{r=1}^S v_r x_{rj} \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \\ & \sum_{r=1}^S u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \\ & \sum_{r=1}^S u_r y_{ro} = \theta_o, \\ & \sum_{r=1}^S v_r x_{ro} = 1, \\ & \eta_d, v_r, u_r \geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, S, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \tag{14}$$

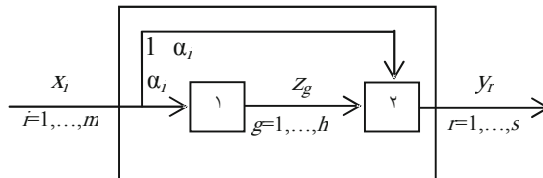
و یا

$$\begin{aligned} \theta_o^* = \max & \sum_{r=1}^S u_r y_{ro} \\ \text{s.t.} & \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{r=1}^S v_r x_{rj} \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \\ & \sum_{r=1}^S u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \\ & \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do} = 1, \\ & \sum_{r=1}^S u_r y_{ro} - \theta_o \sum_{r=1}^S v_r x_{ro} = 0, \\ & \eta_d, v_r, u_r \geq 0, \quad d=1, \dots, D, \quad r=1, \dots, S, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \tag{15}$$

### ۳- مدل‌های DEA جمعی دو مرحله‌ای با خروجی‌های انعطاف‌پذیر و ورودی‌های مشترک

#### ۳-۱- ورودی مشترک

در سیستم‌های تولید شبکه‌ای، مواردی وجود دارند که در آن یک ورودی برای تولید بین چند بخش



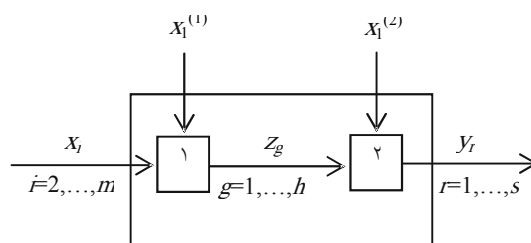
شکل ۲: سیستم دو مرحله‌ای اساسی با ورودی مشترک.

می‌دهد که برخی از ورودی‌های آن با هر دومرحله در ارتباط هستند و به طور مشترک مورد استفاده قرار می‌گیرند و هر اندازه‌ی بینابینی به دو بخش تقسیم می‌شود. این اندازه‌های بینابینی انعطاف پذیرند، یعنی اینکه می‌توانند خودشان تبدیل به خروجی‌های نهایی یا ورودی‌های مرحله‌ی دوم شوند. فرض کنید که مرحله‌ی دوم فقط بخشی از متغیر  $z_j$  را مصرف می‌کند. قسمت  $0 \leq \beta \leq 1$  این خروجی را می‌توان ورودی مرحله‌ی دوم دانست و باقیمانده‌ی خروجی  $0 \leq \bar{\beta} = 1 - \beta \leq 1$  را خروجی نهایی مرحله‌ی اول در نظر گرفت.  $z_j^{(1)}$  و  $z_j^{(2)}$  حاصل تقسیم خروجی  $z_j$  هستند.  $z_j^{(1)}$  ورودی مرحله‌ی دوم است و  $z_j^{(2)}$  خروجی نهایی حاصل از مرحله‌ی اول است. روشن است که،  $z_j^{(1)} + z_j^{(2)} = z_j$ . همچنین، فرض می‌کنیم که  $DMU_j$   $T$  ورودی  $k_{ij}$  ( $t=1, \dots, T$ ) دارد که باید بین دومرحله تقسیم شود. قسمت  $0 \leq \alpha \leq 1$  ورودی‌های مشترک  $k_j$  به مرحله‌ی اول و قسمت باقیمانده‌ی  $0 \leq \bar{\alpha} \leq 1$  به مرحله‌ی دوم اختصاص داده می‌شود، که در آن  $\alpha + \bar{\alpha} = 1$  است. ورودی‌های مشاهده شده‌ی مراحل ۱ و ۲ به ترتیب  $k_j^{(1)}$  و  $k_j^{(2)}$  هستند، و روشن است که  $k_j^{(1)} + k_j^{(2)} = k_j$ .

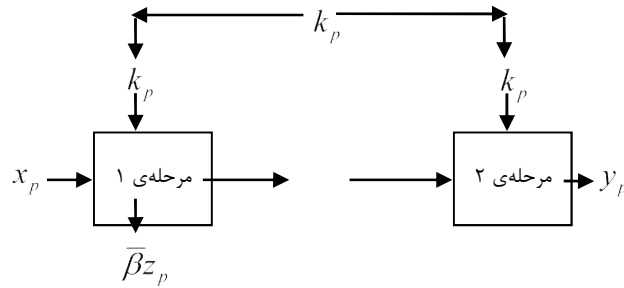
در بحث فوق، مسئله‌ی کلیدی آن است که روشن نیست که ورودی بین دو بخش چگونه به طور مشترک مصرف می‌شود، در حالی که هدف رسیدن به بالاترین کارایی است که می‌تواند تحت مطلوب‌ترین شرایط حاصل شود. یک موقعیت دیگر آن است که ورودی به دو بخش تخصیص داده شده است، ولی روشن نیست که آیا این تخصیص از نظر نمره‌ی کارایی قابل حصول، بهترین هست یا نه. لذا فهره و همکاران (۱۹۹۷) مدلی را برای پیدا کردن تخصیص بهینه برای ورودی پیشنهاد کردند. یک سیستم دومرحله‌ای اساسی را در نظر بگیرید، که در آن ورودی اول می‌تواند به دو بخش تخصیص داده شود، به طوری که در شکل ۳ نشان داده شده است. در حال حاضر،  $x_{1j}^{(1)}$  و  $x_{1j}^{(2)}$  به وسیله‌ی دو بخش  $DMU_j$  استفاده می‌شوند. فرض بر این است که مقدار کل  $x_{1j} = x_{1j}^{(1)} + x_{1j}^{(2)}$  باید بین دو بخش با هدف افزایش دادن کارایی سیستم تا حد امکان، اختصاص داده شود.

### ۳-۲- خروجی‌های انعطاف‌پذیر و ورودی‌های مشترک

شکل ۴ یک فرآیند شبکه‌ی دومرحله‌ای را نشان



شکل ۳: سیستم دو مرحله‌ای اساسی که در آن ورودی اول می‌تواند دوباره اختصاص داده شود.



شکل ۴: یک سیستم تولید دو مرحله‌ای با خروجی‌های انعطاف‌پذیر و ورودی‌های مشترک.

دقت کنید که در اینجا ما بخشی از اسلک‌های اندازه‌های بینابینی که ورودی مرحله‌ی دوم هستند را آزاد گذاشته‌ایم و برای آن‌ها کران‌هایی تعریف کرده‌ایم تا مقادیر منفی را نیز اتخاذ کنند. این کران‌ها باعث می‌شوند که اندازه‌های بینابینی در افزایش خروجی‌ها یا کاهش ورودی‌ها مقادیر واقع‌گرایانه انتخاب کنند. به سبب وجود تابع قدرمطلق در تابع هدف مدل (۱۶)، این مدل غیرخطی می‌باشد. ولی با تغییر متغیر زیر می‌توان تابع قدرمطلق را حذف کرد:

$$\begin{cases} s_d^{(1)-} = \frac{1}{2} (|s_d^{(\tau_1)}| + s_d^{(\tau_1)}), & d = 1, \dots, D, \\ s_d^{(1)+} = \frac{1}{2} (|s_d^{(\tau_1)}| - s_d^{(\tau_1)}), & d = 1, \dots, D \end{cases} \quad (17)$$

در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} S_o^{overall} = & \max \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{d=1}^D (s_d^{(1)-} + s_d^{(1)+}) + \\ & \sum_{d=1}^D s_d^{(\tau_2)} + \sum_{t=1}^T (s_t^{(k_1)} + s_t^{(k_2)}) + \sum_{r=1}^s s_r^+ \\ \text{s.t.} & \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io}, \quad i = 1, \dots, m, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} + s_d^{(1)-} - s_d^{(1)+} = z_{do}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(2)} - s_d^{(\tau_2)} = z_{do}^{(2)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{ij}^{(1)} + s_t^{(k_1)} = k_{io}^{(1)}, \quad t = 1, \dots, T, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{ij}^{(2)} + s_t^{(k_2)} = k_{io}^{(2)}, \quad t = 1, \dots, T, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s, \\ & -z_{do}^{(1)} \leq s_d^{(1)-} - s_d^{(1)+} \leq z_{do}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & s_d^{(1)-} \times s_d^{(1)+} = 0, \quad d = 1, \dots, D, \\ & s_d^{(1)-}, s_d^{(1)+}, s_i^-, s_d^{(\tau_2)}, s_t^{(k_1)}, s_t^{(k_2)}, s_r^+, \lambda_j \geq 0, \quad \text{for all } d, i, t, r, j, \end{aligned} \quad (18)$$

### ۳-۳- مدل DEA جمعی خوشبینانه و بدبینانه با خروجی‌های انعطاف‌پذیر و ورودی‌های مشترک

انعطاف‌پذیری اندازه‌های بینابینی که در مرحله‌ی اول به‌عنوان خروجی می‌بایستی افزایش داده شوند و در مرحله‌ی دوم به‌عنوان ورودی کاهش داده شوند تا کارایی کل بیشینه شود، تاکنون باعث مشکلاتی در مدل‌سازی‌ها شده است. برای غلبه بر مشکلات موجود، ما مدل جمعی زیر را برای شناسایی DMUهای کارا و غیرکارای یک سیستم پیشنهاد می‌کنیم:

$$\begin{aligned} S_o^{overall} = & \max \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{d=1}^D |s_d^{(\tau_1)}| + \sum_{d=1}^D s_d^{(\tau_2)} \\ & + \sum_{t=1}^T (s_t^{(k_1)} + s_t^{(k_2)}) + \sum_{r=1}^s s_r^+ \\ \text{s.t.} & \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io}, \quad i = 1, \dots, m, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} + s_d^{(\tau_1)} = z_{do}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(2)} - s_d^{(\tau_2)} = z_{do}^{(2)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{ij}^{(1)} + s_t^{(k_1)} = k_{io}^{(1)}, \quad t = 1, \dots, T, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{ij}^{(2)} + s_t^{(k_2)} = k_{io}^{(2)}, \quad t = 1, \dots, T, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s, \\ & -z_{do}^{(1)} \leq s_d^{(\tau_1)} \leq z_{do}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & s_i^-, s_d^{(\tau_2)}, s_t^{(k_1)}, s_t^{(k_2)}, s_r^+, \lambda_j \geq 0, \quad \text{for all } d, t, r, j, \quad (19) \\ & s_d^{(\tau_1)} \text{ freesign.} \end{aligned}$$

قضیه‌ی ۱: مدل (۲۰) شدنی است.

برهان: روشن است که

$$\lambda_0 = 1, \quad \lambda_j = 0, \quad j = 1, \dots, n; j \neq 0$$

$$s_i^- = 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$s_r^+ = 0, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$s_d^{(1)-} = s_d^{(1)+} = s_d^{(z_2)} = 0, \quad d = 1, \dots, D,$$

$$s_t^{(k_1)} = s_t^{(k_2)} = 0, \quad t = 1, \dots, T,$$

یک جواب شدنی برای مدل (۲۰) است و این اثبات را کامل می‌کند.

با استفاده از تصویر (۲۱)، می‌توان  $DMU_o$  غیرکارای خوشبینانه را به روی مرز کارایی انتقال داد:

$$\begin{cases} \hat{x}_{i_0} = x_{i_0} - s_i^-, & i = 1, \dots, m, \\ \hat{z}_{d_0}^{(1)} = z_{d_0}^{(1)} - (s_d^{(1)-*} - s_d^{(1)+*}), & d = 1, \dots, D, \\ \hat{z}_{d_0}^{(2)} = z_{d_0}^{(2)} + s_d^{(z_2)*}, & d = 1, \dots, D, \\ \hat{k}_{t_0}^{(1)} = k_{t_0}^{(1)} - s_t^{(k_1)*}, & t = 1, \dots, T, \\ \hat{k}_{t_0}^{(2)} = k_{t_0}^{(2)} - s_t^{(k_2)*}, & t = 1, \dots, T, \\ \hat{y}_{r_0} = y_{r_0} + s_r^+, & r = 1, \dots, s. \end{cases} \quad (21)$$

قضیه‌ی ۲: فعالیت بهبود یافته‌ی  $(\hat{x}, \hat{z}, \hat{k}, \hat{y})$  که بر اساس (۲۱) تعریف شده است، کارای خوشبینانه است.

برهان: با توجه به اینکه اسلک‌های ناکارایی محصولات بینابینی توسط مدل (۲۰) محاسبه می‌شوند و دست‌کم یکی از آن‌ها در جواب بهینه صفر می‌باشد، بنابراین، سه حالت را برای اسلک‌های محصولات بینابینی در نظر می‌گیریم:

الف)  $(d = 1, \dots, D) \quad s_d^{(1)-*} \neq 0, \quad s_d^{(1)+*} = 0$

ب)  $(d = 1, \dots, D) \quad s_d^{(1)-*} = 0, \quad s_d^{(1)+*} \neq 0$

ج)  $(d = 1, \dots, D) \quad s_d^{(1)-*} = s_d^{(1)+*} = 0$

در حالت (الف)، ارزیابی  $(\hat{x}, \hat{z}, \hat{k}, \hat{y})$  با حل مسئله‌ی زیر حاصل می‌شود:

برای غلبه بر مشکل غیرخطی بودن مدل (۱۸)، شرط‌های زیر را جایگزین مجموعه محدودیت  $s_d^{(1)-} \times s_d^{(1)+} = 0$  می‌کنیم:

$$\begin{cases} s_d^{(1)-} \leq M\beta_d, & d = 1, \dots, D, \\ s_d^{(1)+} \leq M(1 - \beta_d), & d = 1, \dots, D, \\ \beta_d \in \{0, 1\}, & d = 1, \dots, D, \end{cases} \quad (19)$$

که  $M$  یک عدد مثبت بزرگ می‌باشد. با اضافه کردن مجموعه قیود (۱۹) به مدل (۱۸)، باعث می‌شود که حداقل یکی از اسلک‌های  $s_d^{(1)-}$  یا  $s_d^{(1)+}$  ( $d = 1, \dots, D$ ) صفر شود. در این صورت با مدل زیر می‌توان اسلک‌های ناکارایی را اندازه‌گیری کرد:

$$\begin{aligned} S_o^{over\#} = & \max \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{d=1}^D (s_d^{(1)-} + s_d^{(1)+}) + \sum_{d=1}^D s_d^{(z_2)} + \\ & \sum_{t=1}^T (s_t^{(k_1)} + s_t^{(k_2)}) + \sum_{r=1}^s s_r^+ \\ \text{s.t.} & \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{i_0}, \quad i = 1, \dots, m, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} + s_d^{(1)-} - s_d^{(1)+} = z_{d_0}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(2)} - s_d^{(z_2)} = z_{d_0}^{(2)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{tj}^{(1)} + s_t^{(k_1)} = k_{t_0}^{(1)}, \quad t = 1, \dots, T, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{tj}^{(2)} + s_t^{(k_2)} = k_{t_0}^{(2)}, \quad t = 1, \dots, T, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r_0}, \quad r = 1, \dots, s, \\ & -s_{d_0}^{(1)} \leq s_d^{(1)-} - s_d^{(1)+} \leq s_{d_0}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & s_d^{(1)-} \leq M\beta_d, \quad d = 1, \dots, D, \\ & s_d^{(1)+} \leq M(1 - \beta_d), \quad d = 1, \dots, D, \\ & \beta_d \in \{0, 1\}, \quad d = 1, \dots, D, \\ & s_d^{(1)-}, s_d^{(1)+}, s_i^-, s_d^{(z_2)}, s_t^{(k_1)}, s_t^{(k_2)}, s_r^+, \lambda_j \geq 0, \quad \text{for all } d, i, t, r, j, \end{aligned} \quad (20)$$

تعریف ۱: در مدل (۲۰)  $DMU_o$  را کارای

خوشبینانه می‌نامیم اگر و تنها اگر  $s_i^* = 0$

$$s_d^{(1)-*} = 0, \quad s_d^{(1)+*} = 0, \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$s_t^{(k_1)*} = 0, \quad (d = 1, \dots, D) \quad s_d^{(z_2)*} = 0$$

$$s_r^+ = 0 \quad \text{و} \quad (t = 1, \dots, T) \quad s_t^{(k_2)*} = 0$$

؛ در غیر این صورت، به آن غیرکارای

خوشبینانه می‌گوییم.

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j x_{ij} &= x_{io} - \tilde{s}_i^-, \quad i=1, \dots, m, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j z_{dj}^{(1)} &= z_{do}^{(1)} - \tilde{s}_d^{(1)-}, \quad d=1, \dots, D, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j z_{dj}^{(2)} &= z_{do}^{(2)} + \tilde{s}_d^{(z_2)}, \quad d=1, \dots, D, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j k_{tj}^{(1)} &= k_{to}^{(1)} - \tilde{s}_t^{(k_1)}, \quad t=1, \dots, T, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j k_{tj}^{(2)} &= k_{to}^{(2)} - \tilde{s}_t^{(k_2)}, \quad t=1, \dots, T, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j y_{rj} &= y_{ro} + \tilde{s}_r^+, \quad r=1, \dots, S,\end{aligned}$$

که در اینجا داریم  $\tilde{s}_i^- = \hat{s}_i^- + s_i^{*+}$  ( $i=1, \dots, m$ )  
 $\tilde{s}_d^{(z_2)} = \hat{s}_d^{(z_2)} + s_d^{(z_2)*}$ ,  $\tilde{s}_d^{(1)-} = \hat{s}_d^{(1)-} + s_d^{(1)-*}$   
 $\tilde{s}_t^{(k_1)} = \hat{s}_t^{(k_1)} + s_t^{(k_1)*}$  ( $d=1, \dots, D$ )  
 $\tilde{s}_t^{(k_2)} = \hat{s}_t^{(k_2)} + s_t^{(k_2)*}$  ( $t=1, \dots, T$ )  
 $\tilde{s}_r^+ = \hat{s}_r^+ + s_r^{*+}$  ( $r=1, \dots, S$ ). به علاوه برای تابع هدف داریم:

$$\begin{aligned}& \sum_{i=1}^m \tilde{s}_i^- + \sum_{d=1}^D \tilde{s}_d^{(1)-} + \sum_{d=1}^D \tilde{s}_d^{(z_2)} + \sum_{t=1}^T \tilde{s}_t^{(k_1)} + \tilde{s}_t^{(k_2)} + \sum_{r=1}^s \tilde{s}_r^+ \\ &= \sum_{i=1}^m (\hat{s}_i^- + s_i^{*+}) + \sum_{d=1}^D (\hat{s}_d^{(1)-} + s_d^{(1)-*}) + \sum_{d=1}^D (\hat{s}_d^{(z_2)} + s_d^{(z_2)*}) \\ &+ \sum_{t=1}^T (\hat{s}_t^{(k_1)} + s_t^{(k_1)*} + \hat{s}_t^{(k_2)} + s_t^{(k_2)*}) + \sum_{r=1}^s (\hat{s}_r^+ + s_r^{*+}) \\ &\leq \sum_{i=1}^m \hat{s}_i^- + \sum_{d=1}^D \hat{s}_d^{(1)-*} + \sum_{d=1}^D \hat{s}_d^{(z_2)*} + \sum_{t=1}^T (\hat{s}_t^{(k_1)*} + \hat{s}_t^{(k_2)*}) + \sum_{r=1}^s \hat{s}_r^{*+}\end{aligned}$$

زیرا

$$\sum_{i=1}^m \hat{s}_i^- + \sum_{d=1}^D \hat{s}_d^{(1)-*} + \sum_{d=1}^D \hat{s}_d^{(z_2)*} + \sum_{t=1}^T (\hat{s}_t^{(k_1)*} + \hat{s}_t^{(k_2)*}) + \sum_{r=1}^s \hat{s}_r^{*+} = 0$$

بیشینه است. نتیجه می‌شود که باید داشته باشیم  
 $\hat{s}_i^- + \sum_{d=1}^D \hat{s}_d^{(1)-*} + \sum_{d=1}^D \hat{s}_d^{(z_2)*} + \sum_{t=1}^T (\hat{s}_t^{(k_1)*} + \hat{s}_t^{(k_2)*}) + \sum_{r=1}^s \hat{s}_r^{*+} = 0$   
که معنای ضمنی آن این است که همه‌ی  $\hat{s}_i^-$  ( $i=1, \dots, m$ )  
 $\hat{s}_d^{(z_2)*}$ ,  $\hat{s}_d^{(1)-*}$  ( $d=1, \dots, D$ )  
 $\hat{s}_t^{(k_1)*}$ ,  $\hat{s}_t^{(k_2)*}$  ( $t=1, \dots, T$ )  
 $\hat{s}_r^{*+}$  ( $r=1, \dots, S$ ) صفر هستند. لذا تعریف ۱ تأمین می‌شود و فعالیت بهبود یافته‌ی  $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{z}}, \hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{y}})$  کارای خوشبینانه می‌شود. اثبات قسمت (ب) و (ج) مشابه (الف) است.

$$\begin{aligned}\max \sum_{i=1}^m \hat{s}_i^- + \sum_{d=1}^D \hat{s}_d^{(1)-*} + \sum_{d=1}^D \hat{s}_d^{(z_2)*} \\ + \sum_{t=1}^T (\hat{s}_t^{(k_1)*} + \hat{s}_t^{(k_2)*}) + \sum_{r=1}^s \hat{s}_r^{*+}\end{aligned}$$

s.t.

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= \hat{x}_{io}, \quad i=1, \dots, m, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} + s_d^{(1)-} &= \hat{z}_{do}^{(1)}, \quad d=1, \dots, D, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(2)} - s_d^{(z_2)} &= \hat{z}_{do}^{(2)}, \quad d=1, \dots, D, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{tj}^{(1)} + s_t^{(k_1)} &= \hat{k}_{to}^{(1)}, \quad t=1, \dots, T, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{tj}^{(2)} + s_t^{(k_2)} &= \hat{k}_{to}^{(2)}, \quad t=1, \dots, T, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= \hat{y}_{ro}, \quad r=1, \dots, S, \\ s_d^{(1)-}, s_i^-, s_d^{(z_2)}, s_t^{(k_1)}, s_t^{(k_2)}, s_r^+, \lambda_j &\geq 0, \quad \text{for all } d, i, t, r, j,\end{aligned}$$

دقت کنید که در اینجا چهار مجموعه قیود آخر در مدل (۲۰) را حذف کرده‌ایم، چون بعد از حل مدل (۲۰) وضعیت اسلک‌های ناکارایی مربوط به محصولات بینابینی مشخص می‌شود و دیگر نیازی به چهار قیود آخر نیست (آن مجموعه قیود صرفاً برای تعیین وضعیت اسلک‌های ناکارایی مربوط به محصولات بینابینی استفاده می‌شوند). فرض کنید یک جواب بهینه برای مدل فوق به صورت  $(\hat{\lambda}, \hat{\mathbf{s}}^-, \hat{\mathbf{s}}^+, \hat{\mathbf{s}}^{(1)-}, \hat{\mathbf{s}}^{(k_1)}, \hat{\mathbf{s}}^{(k_2)}, \hat{\mathbf{s}}^{(z_2)})$  با وارد کردن فرمول (۲۱) (و اعمال فرض (الف) در مدل (۲۱)) در مجموعه قیود داریم:

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j x_{ij} + \hat{s}_i^- &= x_{io} - s_i^{*+}, \quad i=1, \dots, m, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j z_{dj}^{(1)} + \hat{s}_d^{(1)-} &= z_{do}^{(1)} - s_d^{(1)-*}, \quad d=1, \dots, D, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j z_{dj}^{(2)} - \hat{s}_d^{(z_2)} &= z_{do}^{(2)} + s_d^{(z_2)*}, \quad d=1, \dots, D, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j k_{tj}^{(1)} + \hat{s}_t^{(k_1)} &= k_{to}^{(1)} - s_t^{(k_1)*}, \quad t=1, \dots, T, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j k_{tj}^{(2)} + \hat{s}_t^{(k_2)} &= k_{to}^{(2)} - s_t^{(k_2)*}, \quad t=1, \dots, T, \\ \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j y_{rj} - \hat{s}_r^+ &= y_{ro} + s_r^{*+}, \quad r=1, \dots, S,\end{aligned}$$

اکنون می‌توانیم قیود را به صورت زیر بنویسیم:

برای درک رویکرد پیشنهادی، مدل‌های جدید پیشنهادی را با یک مثال عددی ساده بررسی می‌کنیم.

**مثال:** پنج DMU را در نظر بگیرید که از یک ورودی  $x$  استفاده می‌کنند و یک محصول بینابینی  $z$  در مرحله‌ی اول تولید می‌کنند و در مرحله‌ی دوم از محصول بینابینی  $z$  استفاده می‌کنند تا خروجی  $y$  را تولید نمایند، که داده‌های آن در ستون‌های دوم تا چهارم جدول ۱ نشان داده شده است. شکل ۵ مرزهای تولید دومرحله را نشان می‌دهد، که در آن بخش راست پنج DMU را با اندیس بالای (۱) نشان می‌دهد، که از  $x$  برای تولید  $z$  استفاده می‌کنند، و بخش چپ پنج DMU را با اندیس بالای (۲) نشان می‌دهد که از  $z$  برای تولید  $y$  استفاده می‌کنند. وقتی که مرحله‌ی اول به‌عنوان یک فرآیند تولید مستقل در نظر گرفته می‌شود، مرز ساخته شده از پنج DMU تحت بازده به مقیاس ثابت شعاع  $OC^{(1)}$  است.

مدل (۲۲) به منظور اندازه‌گیری اسلک‌های ناکارایی مرحله‌ی ۱ از دیدگاه خوشبینانه پیشنهاد می‌شود:

$$S_o^{1*} = \max \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{d=1}^D s_d^{(\varepsilon_1)} + \sum_{d=1}^D s_d^{(\varepsilon_2)} + \sum_{t=1}^T s_t^{(k_t)}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io}, \quad i=1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} - s_d^{(\varepsilon_1)} = z_{do}^{(1)}, \quad d=1, \dots, D, \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(2)} - s_d^{(\varepsilon_2)} = z_{do}^{(2)}, \quad d=1, \dots, D,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j k_{tj}^{(1)} + s_t^{(k_t)} = k_{to}^{(1)}, \quad t=1, \dots, T,$$

$$s_i^-, s_d^{(\varepsilon_1)}, s_d^{(\varepsilon_2)}, s_t^{(k_t)}, \lambda_j \geq 0, \quad \text{for all } i, d, t, j.$$

مدل (۲۳) به منظور اندازه‌گیری اسلک‌های ناکارایی مرحله‌ی ۲ از دیدگاه خوشبینانه پیشنهاد می‌شود:

$$S_o^{2*} = \max \sum_{d=1}^D s_d^{(\varepsilon_1)} + \sum_{t=1}^T s_t^{(k_2)} + \sum_{r=1}^s s_r^+$$

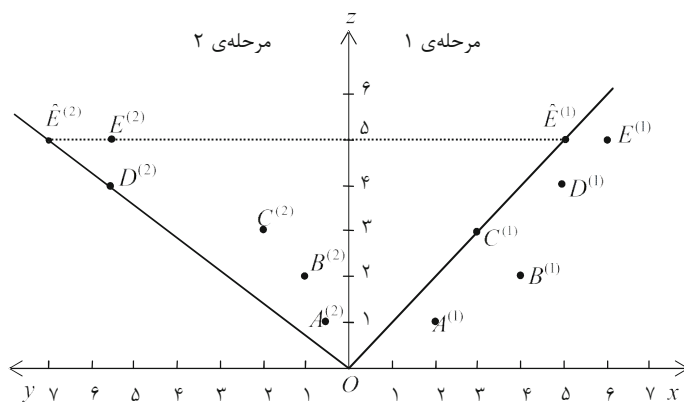
s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} + s_d^{(\varepsilon_1)} = z_{do}^{(1)}, \quad d=1, \dots, D, \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j k_{tj}^{(2)} + s_t^{(k_2)} = k_{to}^{(2)}, \quad t=1, \dots, T,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro}, \quad r=1, \dots, s,$$

$$s_d^{(\varepsilon_1)}, s_t^{(k_2)}, s_r^+, \lambda_j \geq 0, \quad \text{for all } d, t, r, j.$$



شکل ۵: مرزهای دومرحله‌ی تولید

شده از مدل (۲۰) (بدون ورودی مشترک و محصول انعطاف‌پذیر) در ستون سوم جدول ۲ نشان داده شده‌اند.

مدل جعبه‌ی سیاه زمانی که به طور مستقیم برای اندازه‌گیری کارایی سیستم اعمال شود، عملیات هر کدام از مرحله‌ها را در نظر نمی‌گیرد. مثلاً، برای اینکه تأثیر آن را ببینید، DMU  $E$  را در نظر بگیرید. این DMU از ۶ واحد  $x$  برای تولید ۵ واحد  $z$  در مرحله‌ی اول استفاده می‌کند، که نقطه‌ی تصویر آن از مرحله‌ی اول  $\hat{E}^{(1)} (x_{\hat{E}^{(1)}} = 5)$  است. در مرحله‌ی دوم، این DMU از ۵ واحد  $z$  برای تولید ۵/۵ واحد  $y$  استفاده می‌کند، که نقطه‌ی تصویر آن  $\hat{E}^{(2)} (y_{\hat{E}^{(2)}} = 6.875)$  است.

ستون پنجم جدول ۱، اسلک‌های ناکارایی‌های پنج DMU را نشان می‌دهد، که در آن فقط DMU  $C$  کارای خوشبینانه است. به طور مشابه، زمانی که مرحله‌ی دوم به‌عنوان یک فرآیند تولید مستقل در نظر گرفته شود، آنگاه  $OD^{(2)}$  مرز خواهد بود، و اسلک‌های ناکارایی‌های پنج DMU در ستون ششم نشان داده شده است، که در آن فقط DMU  $D$  کارای خوشبینانه است. هیچ‌کدام از DMU‌ها در هر دو مرحله کارا نیست. اگر کل سیستم را به‌عنوان یک جعبه‌ی سیاه در نظر بگیریم که در آن ورودی  $x$  مصرف و خروجی  $y$  تولید می‌شود، آنگاه DMU  $D$  کارای خوشبینانه است. شکل ۶ مرز تولید پنج DMU را نشان می‌دهد، که در آن شعاع  $OD$  مرز است. اسلک‌های ناکارایی اندازه‌گیری

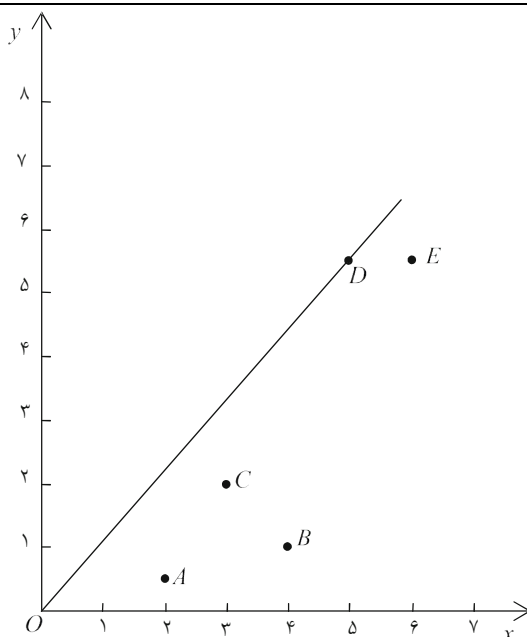
جدول ۱: مجموعه داده‌ها و اسلک‌های ناکارایی مرحله‌ی اول و دوم

DMU	$x$	$z$	$y$	اسلک‌های ناکارایی مرحله‌ی اول			اسلک‌های ناکارایی مرحله‌ی دوم		
				$S_o^{(1)*}$	$S_o^{(1)+*}$	$S_o^{(1)-*}$	$S_o^{(2)*}$	$S_o^{(2)+*}$	$S_o^{(2)-*}$
A	۲	۱	۰/۵	۱/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۰/۸۷۵۰	۰/۸۷۵۰	۰/۰۰۰۰
B	۴	۲	۱	۲/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۰۰۰۰	۱/۷۵۰۰	۱/۷۵۰۰	۰/۰۰۰۰
C	۳	۳	۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۱۲۵۰	۲/۱۲۵۰	۰/۰۰۰۰
D	۵	۴	۵/۵	۱/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
E	۶	۵	۵/۵	۱/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۳۷۵۰	۱/۳۷۵۰	۰/۰۰۰۰

جدول ۲: اسلک‌های ناکارایی به دست آمده از مدل جعبه‌ی سیاه و مدل (۲۰).

DMU	اسلک‌های ناکارایی مدل جعبه‌ی سیاه			اسلک‌های ناکارایی مدل (۲۰)			
	$S_o^*$	$S_o^{+*}$	$S_o^{-*}$	$S_o^{overall*}$	$S_o^{+*}$	$S_o^{intermediate*}$	$S_o^{-*}$
A	۱/۷۰۰۰	۱/۷۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۳۰۰۰	۱/۷۰۰۰	-۰/۶۰۰۰	۰/۰۰۰۰
B	۳/۴۰۰۰	۳/۴۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۴/۶۰۰۰	۳/۴۰۰۰	-۱/۲۰۰۰	۰/۰۰۰۰
C	۱/۳۰۰۰	۱/۳۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۷۲۷۳	۰/۰۰۰۰	۱/۵۴۵۵	۱/۱۸۱۸
D	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
E	۱/۱۰۰۰	۱/۱۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰





شکل ۶: مرز جعبه‌ی سیاه.

$s_d^{(1)*} = 0$  ,  $s_d^{(z_2)*} = 0$  ,  $(i = 1, \dots, m)$   
 $s_t^{(k_1)*} = 0$  ,  $(d = 1, \dots, D)$  ,  $s_d^{(1)+*} = 0$   
 و  $(t = 1, \dots, T)$   $s_t^{(k_2)*} = 0$  ,  $(t = 1, \dots, T)$   
 به  $s_r^{-*} = 0$  ,  $(r = 1, \dots, S)$  در غیر این صورت، به  
 آن غیرناکارایی بدینانه می‌گوییم.

**قضیه ۳:** مدل (۲۴) شدنی است.

**برهان:** اثبات مشابه قضیه ۱ است. با استفاده از  
 تصویر (۲۵)، می‌توان  $DMU_o$  غیرناکارایی بدینانه  
 را به روی مرز ناکارایی انتقال داد:

$$\begin{cases}
 \hat{x}_{io} = x_{io} + s_i^{+*}, & i = 1, \dots, m, \\
 \hat{z}_{do}^{(1)} = z_{do}^{(1)} - (s_d^{(1)*} - s_d^{(1)+*}), & d = 1, \dots, D, \\
 \hat{z}_{do}^{(2)} = z_{do}^{(2)} - s_d^{(z_2)*}, & d = 1, \dots, D, \\
 \hat{k}_{to}^{(1)} = k_{to}^{(1)} + s_t^{(k_1)*}, & t = 1, \dots, T, \\
 \hat{k}_{to}^{(2)} = k_{to}^{(2)} + s_t^{(k_2)*}, & t = 1, \dots, T, \\
 \hat{y}_{ro} = y_{ro} - s_r^{-*}, & r = 1, \dots, S.
 \end{cases} \quad (25)$$

**قضیه ۴:** فعالیت بهبود یافته  $(\hat{x}, \hat{z}, \hat{k}, \hat{y})$  که بر  
 اساس (۲۵) تعریف شده است، ناکارایی بدینانه است.

به طور مشابه، می‌توان با مدل (۲۴) اسلک‌های  
 ناکارایی سیستم را از دیدگاه بدینانه اندازه‌گیری  
 کرد:

$$\begin{aligned}
 S_o^{overah} = & \max \sum_{i=1}^m s_i^+ + \sum_{d=1}^D (s_d^{(1)-} + s_d^{(1)+}) + \sum_{d=1}^D s_d^{(z_2)} \\
 & + \sum_{t=1}^T (s_t^{(k_1)} + s_t^{(k_2)}) + \sum_{r=1}^S s_r^- \\
 \text{s.t.} & \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^+ = x_{io}, \quad i = 1, \dots, m, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} + s_d^{(1)-} - s_d^{(1)+} = z_{do}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(2)} + s_d^{(z_2)} = z_{do}^{(2)}, \quad d = 1, \dots, D, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{tj}^{(1)} - s_t^{(k_1)} = k_{to}^{(1)}, \quad t = 1, \dots, T, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j k_{tj}^{(2)} - s_t^{(k_2)} = k_{to}^{(2)}, \quad t = 1, \dots, T, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r^- = y_{ro}, \quad r = 1, \dots, S, \\
 & -z_{do}^{(1)} \leq s_d^{(1)-} - s_d^{(1)+} \leq z_{do}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \\
 & s_d^{(1)-} \leq M\beta_d, \quad d = 1, \dots, D, \\
 & s_d^{(1)+} \leq M(1-\beta_d), \quad d = 1, \dots, D, \\
 & \beta_d \in \{0, 1\}, \quad d = 1, \dots, D, \\
 & s_d^{(1)-}, s_d^{(1)+}, s_i^+, s_d^{(z_2)}, s_t^{(k_1)}, s_t^{(k_2)}, s_r^-, \lambda_j \geq 0, \quad \text{for all } d, i, t, r, j,
 \end{aligned} \quad (24)$$

**تعریف ۲:** در مدل (۲۴)  $DMU_o$  را ناکارایی  
 بدینانه می‌نامیم اگر و تنها اگر  $s_i^{+*} = 0$

محدودی در ارزش‌های این سهام مشاهده شود اما کلاً در اغلب اوقات سودآور است. بانک‌ها در ایران تأثیرپذیری بسیار محدودی از نوسانات بازار جهانی و تغییر قیمت‌ها دارند که بر مزایای سرمایه‌گذاری در آن‌ها می‌افزاید. بانکداری مهمترین صنعت در ایران است که نه تنها از هدفمندی یارانه‌ها زیان ندیده است، بلکه تزریق یارانه‌ها به حساب مشتریان آن‌ها نقدینگی جدیدی را در اختیارشان قرار داده است.<sup>۴۴</sup> انتخاب ورودی‌ها و خروجی‌های مناسب احتمالاً مهم‌ترین کار در استفاده‌ی موفق از DEA برای اندازه‌گیری کارایی نسبی DMUها است، زیرا اینها زمینه را برای مقایسه فراهم می‌کنند. در صنعت بانکداری، دیدگاه‌های متعددی در مورد ورودی‌ها و خروجی‌ها وجود دارند. معمولاً کارکردهای اصلی بانک‌های تجاری دریافت سپرده‌ی حساب جاری و ارائه‌ی اعتبار کوتاه‌مدت هستند. عملیات معمولی شامل خدمات حساب جاری، تقاضا و سپرده‌ی زمان‌دار؛ تمدید وام‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت؛ انجام پرداخت‌های داخلی و خارجی و کسب و کار ضمانتی؛ و تضمین اوراق مشارکت دولتی، اوراق خزانهداری و اوراق مشارکت شرکتی هستند.

با نگاه کردن به محتوای عملیاتی بانک‌ها خیلی زود متوجه می‌شویم که فراهمی وجوه و هزینه‌ی سپرده‌ها نگرانی‌های عمده‌ای برای بانک‌ها نیستند. تأکید مدیریت بانک بر اتخاذ تصمیمات صحیح است. به جای ارائه‌ی نرخ‌های بهره‌ی رقابتی در حساب‌های سپرده برای جذب سپرده‌ی پایدار جهت درخواست اعتبار، مدیران بانک‌ها توجه خود را بر روی تحلیل اعتبار برای تعیین توانایی وام‌گیرنده جهت بازپرداخت وام و ارزیابی منافع و شناسایی مستندات جهت محافظت از سودهای بانک و حصول اطمینان از پرداخت بهنگام سپرده متمرکز می‌کنند. یک کار دیگر آن‌ها تنظیم نرخ بهره برای سپرده‌ها و

**برهان:** اثبات مشابه قضیه‌ی ۲ است.

به منظور اندازه‌گیری اسلک‌های ناکارایی مرحله‌ی ۱ از دیدگاه بدبینانه، مدل DEA ی (۲۶) پیشنهاد می‌شود:

$$S_o^{1*} = \max \sum_{i=1}^m s_i^+ + \sum_{d=1}^D s_d^{(z_1)} + \sum_{d=1}^D s_d^{(z_2)} + \sum_{t=1}^T s_t^{(k_1)}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^+ = x_{io}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} + s_d^{(z_1)} = z_{do}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(2)} + s_d^{(z_2)} = z_{do}^{(2)}, \quad d = 1, \dots, D,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j k_{ij}^{(1)} - s_t^{(k_1)} = k_{io}^{(1)}, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$s_i^+, s_d^{(z_1)}, s_d^{(z_2)}, s_t^{(k_1)}, \lambda_j \geq 0, \quad \text{for all } i, d, t, j.$$

به منظور اندازه‌گیری اسلک‌های ناکارایی مرحله‌ی ۲ از دیدگاه بدبینانه، مدل DEA ی (۲۷) پیشنهاد می‌شود:

$$S_o^{2*} = \max \sum_{d=1}^D s_d^{(z_1)} + \sum_{t=1}^T s_t^{(k_2)} + \sum_{r=1}^s s_r^-$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj}^{(1)} - s_d^{(z_1)} = z_{do}^{(1)}, \quad d = 1, \dots, D, \quad (27)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j k_{ij}^{(2)} - s_t^{(k_2)} = k_{io}^{(2)}, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r^- = y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$s_d^{(z_1)}, s_t^{(k_2)}, s_r^-, \lambda_j \geq 0, \quad \text{for all } d, t, r, j.$$

#### ۴- مثال توضیحی

در این بخش، یک مسئله‌ی ارزیابی عملکرد را با استفاده از مدل‌های جمعی ایجاد شده در این مقاله بررسی می‌کنیم.

#### ۴-۱- یک کاربرد در صنعت بانکداری

بانکداری در ایران یکی از پرسودترین مشاغل و امیدوارترین صنعت در بورس ایران برای کسب سود است. بانک از جمله صنعت‌های پرپتانسیل کشور ایران است که اخبار مقطعی و شایعه‌های بازار کمتر بر روی آن تأثیر می‌گذارد. ممکن است گاهی افت

<sup>44</sup> <https://fa.wikipedia.org> منبع

فعالیت‌های امانی، حق‌العمل‌ها، و دیگر درآمدهای عملیاتی است. این خروجی‌ها نشان دهنده‌ی عایدی بانک و دیگر فعالیت‌های عمده‌ی سودآور هستند (یہ، ۱۹۹۶).

یکی از نقاط قوت DEA، توانایی آن برای ارائه‌ی اطلاعات درباره‌ی سرچشمه‌های کارایی و ناکارایی در هر دو سوی ورودی‌ها و خروجی‌ها است. این اطلاعات برای مدیریت در زمینه‌ی بهبود عملکرد سازمان بسیار سودمند واقع می‌شود. بنا به اهمیت موضوع صنعت بانکداری، مدل‌های پیشنهادی در این پژوهش برای اندازه‌گیری اسلک‌های ناکارایی ۳۵ شعبه‌ی یکی از بانک‌های ایران طراحی شده است. بر اساس قانون بانکداری جمهوری اسلامی ایران<sup>۴۶</sup>، وظیفه‌ی اصلی بانک‌های دولتی جذب سپرده‌ها و توزیع این سپرده‌ها است. به طور میانگین، ۷۰٪ کل سپرده‌های جذب شده دوباره باید بین مشتریان توزیع شود و به منظور کنترل تورم، ۳۰٪ سپرده‌ها باید به بانک مرکزی ایران منتقل شود. در مطالعه‌ی حاضر، هر شعبه‌ی بانک یک فرآیند دومرحله‌ای تلقی می‌شود. وظیفه‌ی اصلی مرحله‌ی ۱ جذب سپرده‌ها و مرحله‌ی ۲ توزیع این سپرده‌ها است. مدیریت بانک معتقد است که در ارزیابی کارایی شعبه‌ی بانک، توزیع سپرده‌های جذب شده مهمتر از انتقال آن به بانک مرکزی است.

نرخ سود وام‌ها جهت کسب سود بیشتر است. به عبارت دیگر، نقشی که بانک‌ها ایفا می‌کنند، عمدتاً به‌عنوان واسطه بین سپرده‌گذاران و وام‌گیرندگان است. به این معنا، بانک‌های تجاری را می‌توان واسطه‌های مالی دانست، که کسب و کار اصلی آن‌ها وام گرفتن پول از سپرده‌گذاران و قرض دادن آن به دیگران است.

بر اساس مفهوم واسطه‌گری و مطالعه‌ی تجربی یہ<sup>۴۵</sup> (۱۹۹۶)، سه ورودی در ارزیابی عملکرد یک بانک در نظر گرفته می‌شود: کل سپرده‌ها، هزینه‌های بهره و هزینه‌های غیربهره. کل سپرده‌ها متشکل از حساب‌های جاری و سپرده‌های مدت‌دار است. هزینه‌های بهره شامل هزینه‌ی سپرده‌ها و پول‌های وام گرفته شده‌ی دیگر است. هزینه‌های غیربهره شامل هزینه‌های سرویس و حق‌العمل، هزینه‌ی امور مدیریتی عمومی، حقوق و هزینه‌های دیگر است. این ورودی‌ها نشان دهنده‌ی هزینه‌های نیروی کار، مدیریت، تجهیزات، و وجوه خریداری شده از عملیات بانکی، و منبع وجوه قابل وام‌دهی برای سرمایه‌گذاری هستند.

در مورد خروجی‌ها برای ارزیابی عملکرد بانکی نیز سه عامل وجود دارند، شامل کل وام‌ها، درآمد بهره و درآمد غیربهره. کل وام‌ها متشکل از وام‌های کوتاه‌مدت و میان‌مدت است. درآمد بهره شامل بهره‌ی وام‌ها، درآمد اوراق مشارکت دولتی و اوراق مشارکت شرکتی، و درآمد سود و عواید حاصل از اوراق بهادار است. درآمد غیربهره شامل نرخ کارمزد وام‌ها و تراکنش‌ها، درآمد حاصل از اجاره‌دهی و

<sup>۴۶</sup> بر اساس قانون پولی و بانکی کشور، بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران به‌عنوان تنظیم‌کننده‌ی نظام پولی و اعتباری کشور، موظف به تنظیم مقررات مربوط به صدور و ورود ارز و پول رایج ایران و معاملات ارزی و تعهد و یا تضمین پرداخت‌های ارزی با تصویب شورای پول و اعتبار، مقررات مربوط به معاملات طلا با تصویب هیأت وزیران، تعیین‌کننده‌ی مقررات برای موسسات اعتباری غیربانکی و کلیه‌ی مقررات، مصوبات یا بخشنامه‌های ناظر بر نظام پولی و اعتباری کشور است.

<sup>۴۵</sup> Yeh.

## ۴-۱-۱- تحلیل شعب بانک از دیدگاه

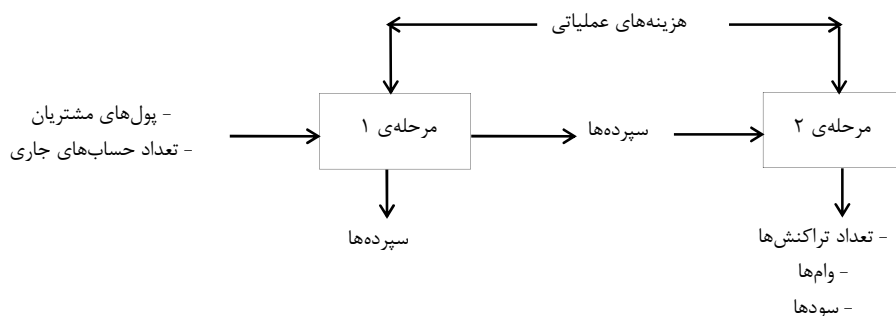
## خوشبینانه

شش متغیر در مجموعه داده‌ها به‌عنوان ورودی و خروجی در نظر گرفته شد.<sup>۴۷</sup> مرحله‌ی ۱ از سرمایه‌ی مشتریان ( $X_1$ ) و تعداد حساب‌های جاری ( $X_2$ ) استفاده می‌کند. خروجی‌های حاصل از این مرحله سپرده‌ها ( $Z$ ) هستند. بخشی از این سپرده‌ها، در مرحله‌ی ۲ بین مشتریان توزیع می‌شود و باقیمانده‌ی آن باید به بانک مرکزی منتقل شود. تعداد تراکنش‌ها ( $Y_1$ )، وام‌ها ( $Y_2$ ) و سودها ( $Y_3$ ) خروجی‌های مرحله‌ی ۲ هستند. این فرآیند در شکل ۷ نشان داده شده است. مجموعه داده‌ها از مقاله‌ی امیرتیموری و همکاران (۲۰۱۶)

گرفته شده است.

هر دو مرحله هزینه‌های عملیاتی دارند،  $k_1$  هزینه‌ی عملیاتی مرحله‌ی ۱ و  $k_2$  هزینه‌های مرحله‌ی ۲ است. جدول ۳ فهرست مجموعه داده‌های نرمال‌سازی شده را نشان می‌دهد. برای این مثال، مقدار  $M = 10$  منظور شده است.

نتایج حاصل از اجرای مدل (۲۰) در جدول ۴ گزارش شده است. بر این اساس، پانزده شعبه شامل شعب ۲، ۵، ۶، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۴، ۱۶، ۲۰، ۲۱، ۲۳، ۲۴، ۲۹ و ۳۰ به‌صورت کارای خوشبینانه شناسایی شدند. همچنین، اسلک‌های اندازه‌ی بینابینی برای DMUهای ۱، ۴، ۱۵، ۱۸، ۱۹، ۲۲ و ۳۱ منفی هستند.



شکل ۷: تحلیل عملکرد در شعب بانک ایرانی

<sup>۴۷</sup> انتخاب ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل کار ظریفی است. روشن است که نمی‌خواهیم مطلب مهمی را از نظر دور بداریم و اساساً گنجانیدن تعداد زیاد ورودی‌ها و خروجی‌ها «کار خوبی» محسوب می‌شود. ولی گنجانیدن ورودی‌ها و خروجی‌های متعدد ممکن است به معنای آن باشد که مقدار زیادی اطلاعات اضافی گنجانده شده است، و این ممکن است منجر به آن شود که برخی از شعب صرفاً به خاطر اینکه از نظر برخی از متغیرهای زاید عملکرد بالایی دارند، به‌عنوان کارا محسوب شوند. راه ساده‌ای وجود ندارد که انتخاب ورودی‌ها و خروجی‌ها به گونه‌ای صورت گیرد که بیشترین تناسب و کمترین حجم اطلاعات زاید را دارا باشد. برخی از روش‌های انتخاب ورودی/خروجی پیشنهاد شده‌اند، ولی به دشواری می‌توان فهمید که افزودن یا برداشتن ورودی‌ها یا خروجی‌ها چه تأثیری بر برآوردهای کارایی دارد.

جدول ۳: مجموعه داده‌های ۳۵ شعب بانک

$y_3$	$y_2$	$y_1$	$z_2$	$z_1$	$k_2$	$k_1$	$x_2$	$x_1$	DMU
۰/۶۳۸۲	۰/۲۹۱۰	۰/۵۷۸۵	۰/۹۴۹۰	۰/۱۲۱۱	۰/۵۳۶۶	۰/۶۷۹۹	۰/۷۷۹۵	۰/۷۳۷۷	۱
۰/۸۰۸۸	۰/۲۸۵۵	۰/۵۳۷۲	۰/۹۵۶۷	۰/۳۰۱۳	۰/۷۲۴۱	۰/۵۷۳۶	۰/۷۳۶۲	۰/۲۸۱۹	۲
۰/۶۳۱۷	۰/۷۶۱۵	۰/۲۳۱۰	۰/۷۱۸۰	۰/۸۵۲۸	۰/۴۰۹۸	۰/۵۴۹۷	۰/۷۹۵۳	۰/۷۴۱۶	۳
۰/۳۷۳۷	۰/۴۷۹۰	۰/۷۱۳۶	۰/۵۸۱۶	۰/۵۴۶۰	۰/۷۶۳۴	۰/۶۱۲۳	۰/۵۸۲۷	۰/۵۱۲۳	۴
۰/۵۱۹۷	۰/۱۳۹۶	۰/۷۰۰۹	۰/۱۲۰۱	۰/۱۴۶۱	۰/۳۲۶۵	۰/۱۸۹۷	۰/۵۶۳۰	۰/۲۷۳۵	۵
۰/۷۹۹۷	۰/۵۵۰۷	۰/۶۵۹۲	۰/۳۷۸۶	۰/۴۱۱۸	۰/۲۹۶۵	۰/۱۵۶۲	۰/۵۵۵۱	۰/۲۹۸۳	۶
۰/۴۶۴۵	۰/۷۵۲۹	۰/۷۴۱۶	۰/۷۲۶۳	۰/۹۳۴۶	۰/۵۴۷۸	۰/۴۰۷۰	۰/۶۸۱۱	۰/۵۰۵۰	۷
۰/۳۴۴۳	۰/۶۳۴۸	۰/۷۲۸۶	۰/۸۱۴۴	۰/۷۶۵۹	۰/۴۳۳۲	۰/۷۲۴۸	۰/۶۶۱۴	۰/۴۳۴۱	۸
۰/۴۴۲۴	۰/۸۷۷۷	۱/۰۰۰۰	۰/۹۰۵۹	۰/۶۳۰۳	۰/۴۲۴۳	۰/۴۱۳۹	۰/۶۴۱۷	۰/۴۲۲۲	۹
۰/۶۷۶۵	۰/۶۱۰۴	۰/۷۶۸۷	۰/۴۶۴۵	۰/۴۲۸۶	۰/۸۸۰۲	۰/۵۸۳۰	۰/۶۲۶۰	۰/۳۳۲۶	۱۰
۰/۸۹۲۹	۰/۳۳۱۳	۰/۶۳۲۸	۰/۴۰۷۷	۰/۹۰۶۵	۰/۵۰۶۲	۰/۸۰۴۳	۰/۶۱۸۱	۰/۳۲۱۱	۱۱
۰/۴۵۱۳	۰/۴۲۲۳	۰/۶۵۰۵	۰/۵۹۸۰	۰/۷۰۶۹	۱/۰۰۰۰	۰/۷۰۱۴	۰/۵۴۳۳	۰/۷۳۹۸	۱۲
۰/۹۰۸۹	۰/۵۱۴۰	۰/۳۸۲۵	۰/۶۵۲۰	۰/۲۰۲۳	۰/۳۲۳۹	۰/۳۱۲۱	۰/۵۷۸۷	۰/۴۲۴۳	۱۳
۱/۰۰۰۰	۰/۹۶۴۷	۰/۴۲۳۱	۰/۹۳۷۷	۰/۹۴۳۵	۰/۳۷۸۳	۰/۵۳۰۱	۰/۶۵۷۵	۰/۴۲۹۵	۱۴
۰/۸۸۴۷	۰/۲۱۹۷	۰/۴۲۸۴	۰/۲۹۳۲	۰/۸۱۴۹	۰/۵۳۷۵	۰/۶۸۸۸	۰/۶۹۲۹	۰/۴۸۹۵	۱۵
۰/۷۴۲۱	۰/۳۷۲۱	۰/۳۷۴۲	۰/۳۷۶۳	۰/۵۹۶۴	۰/۱۵۱۲	۰/۷۴۲۷	۰/۴۶۴۶	۰/۴۷۳۲	۱۶
۰/۴۱۹۳	۰/۳۷۶۷	۰/۳۸۰۰	۰/۳۶۸۲	۰/۵۱۷۵	۰/۴۰۷۴	۰/۸۵۰۸	۰/۷۷۹۵	۰/۳۴۵۷	۱۷
۰/۶۵۹۵	۰/۷۵۵۱	۰/۴۶۷۱	۰/۷۰۰۶	۰/۶۸۱۲	۰/۷۹۱۵	۰/۶۴۱۸	۰/۸۵۴۳	۰/۵۴۱۰	۱۸
۰/۷۶۲۲	۰/۷۱۸۴	۰/۳۲۰۰	۰/۸۰۷۸	۰/۷۰۰۶	۰/۷۶۶۹	۰/۴۶۹۱	۱/۰۰۰۰	۰/۸۶۳۰	۱۹
۰/۶۰۷۰	۱/۰۰۰۰	۰/۴۶۹۶	۰/۹۴۳۴	۱/۰۰۰۰	۰/۹۲۸۳	۰/۴۸۷۰	۰/۸۳۸۶	۰/۲۷۶۷	۲۰
۰/۶۸۴۲	۰/۶۰۶۴	۰/۴۵۷۳	۰/۹۴۷۵	۰/۱۰۶۵	۰/۲۵۰۶	۰/۳۹۱۷	۰/۷۹۵۳	۰/۳۵۷۷	۲۱
۰/۶۰۳۳	۰/۴۰۸۴	۰/۳۳۸۵	۰/۵۹۰۵	۰/۶۳۳۹	۰/۴۲۱۶	۰/۵۶۴۶	۰/۶۷۳۲	۰/۷۴۳۹	۲۲
۰/۶۰۰۳	۰/۵۵۸۶	۰/۷۳۱۱	۰/۷۹۹۴	۰/۶۱۷۷	۰/۲۲۷۳	۰/۶۷۶۴	۰/۷۳۶۲	۱/۰۰۰۰	۲۳
۰/۴۶۰۷	۰/۷۷۲۴	۰/۴۵۷۳	۰/۵۹۵۷	۰/۶۸۴۶	۰/۲۳۳۴	۰/۳۸۲۴	۰/۷۸۳۵	۰/۳۷۱۳	۲۴
۰/۶۸۶۸	۰/۶۲۵۸	۰/۴۲۵۲	۰/۴۹۴۰	۰/۷۱۹۷	۰/۴۵۹۲	۰/۴۶۷۸	۰/۵۴۷۲	۰/۶۲۰۵	۲۵
۰/۵۶۷۸	۰/۴۷۳۳	۰/۵۱۸۶	۰/۴۱۷۲	۰/۹۹۹۸	۰/۵۱۴۷	۰/۶۵۲۹	۰/۶۲۲۰	۰/۲۶۳۰	۲۶
۰/۴۳۸۸	۰/۴۱۹۳	۰/۵۸۸۹	۰/۵۱۸۵	۰/۹۶۰۷	۰/۲۵۵۳	۱/۰۰۰۰	۰/۵۸۶۶	۰/۲۸۴۲	۲۷
۰/۳۱۲۲	۰/۵۷۳۴	۰/۴۷۶۹	۰/۶۲۰۵	۰/۹۲۸۸	۰/۴۲۷۰	۰/۸۶۹۲	۰/۶۸۱۱	۰/۲۴۰۶	۲۸
۰/۴۱۵۱	۰/۳۸۳۱	۰/۴۴۰۱	۰/۷۱۵۴	۰/۸۲۷۰	۰/۸۷۸۵	۰/۵۸۰۴	۰/۴۸۸۲	۰/۷۶۹۳	۲۹
۰/۲۲۱۰	۰/۳۵۶۸	۰/۵۵۷۶	۱/۰۰۰۰	۰/۵۲۰۳	۰/۱۵۹۰	۰/۳۰۳۹	۰/۷۷۹۵	۰/۳۰۹۷	۳۰
۰/۳۲۴۹	۰/۸۹۴۷	۰/۴۷۴۶	۰/۹۱۳۱	۰/۷۰۱۱	۰/۶۸۷۰	۰/۵۴۲۵	۰/۷۹۱۳	۰/۳۷۹۵	۳۱
۰/۴۹۴۴	۰/۶۱۰۶	۰/۴۸۳۷	۰/۶۸۷۸	۰/۵۵۵۱	۰/۴۶۳۹	۰/۳۲۲۱	۰/۸۳۰۷	۰/۳۵۴۸	۳۲
۰/۲۰۰۴	۰/۳۵۶۷	۰/۴۵۰۰	۰/۵۰۱۳	۰/۷۹۱۷	۰/۲۰۰۹	۰/۶۴۸۸	۰/۸۰۷۱	۰/۳۵۹۲	۳۳
۰/۱۷۱۲	۰/۴۷۸۴	۰/۵۴۴۲	۰/۶۲۳۱	۰/۹۵۵۰	۰/۷۶۰۳	۰/۶۱۰۳	۰/۵۷۸۷	۰/۲۵۸۸	۳۴
۰/۲۲۳۰	۰/۶۵۴۷	۰/۷۴۸۸	۰/۷۲۹۳	۰/۹۶۴۴	۰/۹۸۵۳	۰/۸۳۵۷	۰/۵۴۳۳	۰/۳۹۲۰	۳۵

جدول ۴: اسلک‌های ناکارایی به دست آمده با استفاده از مدل (۲۰).

$S_0^{overall*}$	$S_3^{+*}$	$S_2^{+*}$	$S_1^{+*}$	$S_1^{(k_2)*}$	$S_1^{(k_1)*}$	$S_1^{(z_2)*}$	$S_1^{(z_1 - intermediate)*}$	$S_2^{-*}$	$S_1^{-*}$	DMU
۱/۴۳۷۵	۰/۱۰۱۲	۰/۳۹۸۱	۰/۰۰۸۴	۰/۲۱۴۷	۰/۲۷۰۲	۰/۰۰۰۰	-۰/۱۲۱۱	۰/۰۰۰۰	۰/۳۲۳۷	۱
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲
۱/۹۱۸۹	۰/۳۲۵۰	۰/۰۴۵۱	۰/۶۷۳۶	۰/۰۰۰۰	۰/۲۴۴۷	۰/۰۰۰۰	۰/۳۱۹۹	۰/۰۰۰۰	۰/۳۱۰۷	۳
۱/۶۳۹۰	۰/۲۰۴۸	۰/۳۳۹۱	۰/۰۰۰۰	۰/۳۹۶۴	۰/۲۰۲۲	۰/۲۴۴۱	-۰/۱۲۲۶	۰/۰۰۰۰	۰/۱۲۹۹	۴
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۵
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۶
۱/۱۶۷۲	۰/۲۴۷۲	۰/۰۵۷۶	۰/۲۰۰۳	۰/۱۳۸۴	۰/۰۸۴۹	۰/۰۰۰۰	۰/۳۴۳۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۹۵۷	۷
۱/۲۳۲۹	۰/۲۳۴۵	۰/۲۰۸۴	۰/۲۴۱۵	۰/۰۱۶۷	۰/۳۵۷۶	۰/۰۰۰۰	۰/۱۵۵۶	۰/۰۰۰۰	۰/۰۱۸۷	۸
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۹
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱۰
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱۱
۲/۱۸۵۹	۰/۰۹۷۲	۰/۲۳۳۸	۰/۱۱۰۳	۰/۶۷۰۲	۰/۴۳۵۲	۰/۰۰۰۰	۰/۲۲۸۹	۰/۰۰۰۰	۰/۴۱۰۳	۱۲
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱۳
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱۴
۲/۱۶۳۸	۰/۱۶۹۱	۰/۷۹۶۹	۰/۰۱۷۵	۰/۱۳۸۸	۰/۱۳۰۲	۰/۶۹۵۰	-۰/۱۷۹۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۳۶۹	۱۵
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱۶
۲/۱۳۳۵	۰/۵۰۷۵	۰/۲۶۱۵	۰/۳۸۳۹	۰/۰۶۳۸	۰/۶۶۹۸	۰/۰۷۰۶	۰/۰۴۰۳	۰/۱۳۶۲	۰/۰۰۰۰	۱۷
۲/۱۸۱۵	۰/۶۱۳۰	۰/۴۴۵۵	۰/۱۱۰۵	۰/۳۱۰۹	۰/۰۰۰۰	۰/۴۴۷۲	-۰/۴۷۷۵	۰/۰۱۴۱	۰/۰۰۰۰	۱۸
۲/۷۵۵۴	۰/۷۰۷۲	۰/۴۴۳۶	۰/۶۷۳۰	۰/۲۱۸۰	۰/۰۰۰۰	۰/۱۴۰۴	-۰/۲۸۹۱	۰/۰۰۰۰	۰/۲۸۴۲	۱۹
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۰
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۱
۲/۱۵۶۶	۰/۴۲۰۶	۰/۵۷۹۳	۰/۰۹۴۷	۰/۰۳۴۳	۰/۰۲۱۸	۰/۳۶۹۶	-۰/۳۳۲۱	۰/۰۰۰۰	۰/۳۰۴۱	۲۲
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۳
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۴
۱/۱۸۶۷	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۴۳۲	۰/۱۴۶۳	۰/۲۲۹۵	۰/۰۲۹۱	۰/۲۳۶۴	۰/۰۰۰۰	۰/۳۰۲۱	۲۵
۱/۶۶۴۸	۰/۰۹۰۸	۰/۰۰۳۱	۰/۰۰۶۳	۰/۲۷۱۰	۰/۴۸۰۶	۰/۰۰۰۰	۰/۷۰۲۲	۰/۱۱۰۷	۰/۰۰۰۰	۲۶
۱/۶۵۵۹	۰/۱۵۱۸	۰/۰۸۴۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۷۹۴۹	۰/۰۰۰۰	۰/۵۸۸۱	۰/۰۳۶۳	۰/۰۰۰۰	۲۷
۱/۳۶۷۱	۰/۰۵۵۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۵۱۰	۰/۵۷۷۳	۰/۰۰۰۰	۰/۴۹۶۳	۰/۱۸۷۲	۰/۰۰۰۰	۲۸
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۹
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۳۰
۱/۱۱۳۱	۰/۵۴۰۱	۰/۱۴۸۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۶۱	۰/۰۰۱۱	۰/۰۸۶۴	-۰/۳۳۰۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۳۱
۱/۰۴۲۵	۰/۳۲۴۶	۰/۰۱۸۴	۰/۱۴۰۰	۰/۱۶۱۷	۰/۰۳۸۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۵۱۷	۰/۱۰۸۱	۰/۰۰۰۰	۳۲
۱/۷۹۸۲	۰/۲۸۱۷	۰/۱۲۰۷	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۳۱۷۵	۰/۳۸۲۶	۰/۵۶۵۲	۰/۰۸۳۸	۰/۰۴۶۶	۳۳
۱/۷۳۸۳	۰/۲۰۵۲	۰/۰۰۳۹	۰/۰۰۰۰	۰/۴۶۰۴	۰/۳۱۴۳	۰/۰۰۰۰	۰/۶۴۱۱	۰/۱۱۳۳	۰/۰۰۰۰	۳۴
۱/۹۵۸۷	۰/۱۹۰۴	۰/۰۶۹۰	۰/۰۷۸۷	۰/۶۳۲۶	۰/۵۰۴۰	۰/۰۰۰۰	۰/۴۴۳۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۴۰۸	۳۵



جدول ۶: اسلک‌های ناکارایی و گروه همقطاران با استفاده از مدل (۲۳).

گروه همقطاران	$S_0^{2*}$	$S_3^{+*}$	$S_2^{+*}$	$S_1^{+*}$	$S_1^{(k_2)*}$	$S_1^{(z_1)*}$	DMU
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱
۲۱	۳/۳۲۸۶	۱/۱۲۶۹	۱/۴۳۰۱	۰/۷۵۶۶	۰/۰۱۵۱	۰/۰۰۰۰	۲
۲۱	۱/۹۱۲۷	۰/۴۸۷۲	۰/۲۳۰۱	۰/۵۱۶۸	۰/۰۰۰۰	۰/۶۷۸۶	۳
۲۱	۳/۹۷۹۹	۱/۷۱۰۶	۱/۳۶۸۳	۰/۶۷۹۵	۰/۰۰۰۰	۰/۲۲۱۶	۴
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۵
۲۳ و ۲۱	۰/۲۶۳۴	۰/۰۰۲۲	۰/۱۷۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۹۱۲	۶
۲۱	۲/۵۶۳۶	۱/۰۳۱۱	۰/۵۷۲۷	۰/۲۵۸۰	۰/۰۰۰۰	۰/۷۰۱۸	۷
۲۱	۱/۸۹۵۶	۰/۸۳۸۴	۰/۴۱۳۵	۰/۰۶۱۹	۰/۰۰۰۰	۰/۵۸۱۸	۸
۲۳ و ۲۱	۰/۹۳۴۸	۰/۷۰۱۶	۰/۱۵۵۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۷۸۱	۹
۲۱	۴/۱۳۸۲	۱/۷۲۶۷	۱/۵۱۹۵	۰/۸۳۷۵	۰/۰۰۰۰	۰/۰۵۴۵	۱۰
۲۱	۲/۳۶۵۰	۰/۴۸۹۲	۰/۸۹۳۶	۰/۲۹۰۹	۰/۰۰۰۰	۰/۶۹۱۴	۱۱
۲۱	۵/۷۳۲۷	۲/۲۷۸۹	۱/۹۹۷۵	۱/۱۷۴۳	۰/۰۰۰۰	۰/۲۸۱۹	۱۲
۲۱ و ۱۶	۰/۵۱۱۱	۰/۰۰۰۰	۰/۲۷۰۲	۰/۲۱۵۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۲۴۹	۱۳
۲۴ و ۲۱، ۱۶	۰/۹۰۷۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۷۷۳	۰/۰۰۰۰	۰/۶۲۹۸	۱۴
۲۱	۲/۸۰۲۷	۰/۵۸۲۸	۱/۰۸۰۹	۰/۵۵۲۴	۰/۰۰۰۰	۰/۵۸۶۵	۱۵
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱۶
۲۱	۲/۰۰۹۹	۰/۶۹۳۰	۰/۶۰۹۱	۰/۳۶۳۴	۰/۰۰۰۰	۰/۳۴۴۴	۱۷
۲۱	۳/۹۸۳۷	۱/۵۰۱۵	۱/۱۶۰۲	۰/۹۷۷۲	۰/۰۰۰۰	۰/۳۴۴۸	۱۸
۲۱	۳/۹۲۳۱	۱/۳۳۱۶	۱/۱۳۷۳	۱/۰۷۹۵	۰/۰۰۰۰	۰/۳۷۴۷	۱۹
۲۱	۵/۰۰۳۷	۱/۹۲۷۵	۱/۲۴۶۳	۱/۲۲۴۴	۰/۰۰۰۰	۰/۶۰۵۵	۲۰
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۱
۲۱	۲/۰۴۵۱	۰/۵۴۷۸	۰/۶۱۱۸	۰/۴۳۰۸	۰/۰۰۰۰	۰/۴۵۴۷	۲۲
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۳
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۴
۲۱	۱/۹۸۹۶	۰/۵۶۶۹	۰/۴۸۵۴	۰/۴۱۲۸	۰/۰۰۰۰	۰/۵۲۴۵	۲۵
۲۱	۲/۸۱۱۳	۰/۸۳۷۵	۰/۷۷۲۲	۰/۴۲۰۶	۰/۰۰۰۰	۰/۷۸۱۱	۲۶
۲۳ و ۲۱	۱/۱۰۱۷	۰/۲۵۰۳	۰/۲۰۱۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۶۴۹۵	۲۷
۲۱	۲/۳۶۳۱	۰/۸۵۳۶	۰/۴۵۹۹	۰/۳۰۲۳	۰/۰۰۰۰	۰/۷۴۷۳	۲۸
۲۱	۵/۳۴۲۸	۱/۹۸۳۴	۱/۷۴۲۷	۱/۱۶۳۰	۰/۰۰۰۰	۰/۴۵۳۷	۲۹
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۳۰
۲۱	۳/۵۰۶۷	۱/۵۵۰۸	۰/۷۶۷۷	۰/۷۷۹۱	۰/۰۰۰۰	۰/۴۰۹۱	۳۱
۲۱	۲/۰۰۴۹	۰/۷۷۲۲	۰/۵۱۱۹	۰/۳۶۲۸	۰/۰۰۰۰	۰/۳۵۸۰	۳۲
۲۳ و ۲۱	۱/۰۴۳۴	۰/۳۴۲۸	۰/۱۳۱۷	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۵۶۸۹	۳۳
۲۱	۴/۷۴۱۱	۱/۹۰۴۶	۱/۳۶۱۴	۰/۸۴۳۲	۰/۰۰۰۰	۰/۶۳۱۹	۳۴
۲۱	۵/۷۹۱۵	۲/۴۶۷۱	۱/۷۲۹۵	۱/۰۴۹۲	۰/۰۰۰۰	۰/۵۴۵۷	۳۵



## ۴-۱-۲- تحلیل شعب بانک از دیدگاه بدبینانه

در محیط بازرگانی آسیب‌پذیر و رقابتی امروز، ورشکستگی و تجدید سازمان شرکت‌ها، رویداد متداولی در میان شرکت‌های کوچک و بزرگ و در تمام عرصه‌های صنعتی است. شناسایی و اندازه‌گیری ریسک اعتبار<sup>۴۸</sup>، بیش از پیش در بهکرد کارایی، دقت و همسانی طرح‌های مدیریت ریسک اهمیت پیدا می‌کند. به علاوه، این امر نه فقط برای پذیرش اعتبار سودمند است، بلکه منافی نیز برای مدیریت اعتبار، قیمت‌گذاری مبتنی بر ریسک، تضمین وام و مدیریت سبد وام دارد. علاوه بر ریسک اعتبار، شرکت‌ها و مؤسسات مالی به علت افزایش فعالیت در بازارهای فرعی، بیش از پیش در معرض ریسک بازار نیز قرار می‌گیرند.

موارد مشهور ضررها و حوادث، از قبیل بحران ارز، نگرانی‌های عمده‌ای را هم در ناظران و هم در فعالان بخش خصوصی ایجاد کرده است. ناظران، میزان حداقل سرمایه‌ی لازم و گزارش‌دهی الزامی توسط بانک‌های تجاری را برای محافظت در برابر ریسک بازار و اعتبار تغییر داده‌اند. مدل‌های مدیریتی ارزش ریسک‌دار برای مدیریت ریسک و برآورده کردن شرایط مقرراتی، ایجاد شده و پیاده‌سازی شده‌اند. علیرغم این ضررهای مشهور در بازارهای فرعی،

مهم‌ترین ریسک مؤسسات مالی هنوز هم در زمینه‌ی ریسک اعتبار است. مدیریت ریسک اعتبار و کاهش ضررهای وام، مستقیماً بر هدف نهایی آن تأثیر می‌گذارد.

برای این مطالعه‌ی موردی، مدل (۲۴) را برای هر شعبه‌ی بانک اجرا کردیم تا اسلک‌های ناکارایی را از دیدگاه بدبینانه اندازه‌گیری کنیم. نتایج در جدول ۷ نشان داده شده‌اند. با توجه به جدول ۷ روشن است که ۱۹ شعبه، یعنی شعب ۱، ۲، ۳، ۵، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۹، ۲۲، ۲۳، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۱، ۳۳، ۳۴ و ۳۵ دارای بدترین عملکرد تلقی می‌شوند. به عبارت دیگر، مدل بدترین عملکرد (۲۴) ، ۵۴٪ شعب مستعد ورشکسته را شناسایی می‌کند. مدل بدترین عملکرد (۲۴) ظاهراً بهترین مدل است، زیرا همه‌ی شرکت‌های ورشکسته شناسایی می‌شوند.

با اجرای مدل (۲۴) و مدل (۲۷)، به طوری که در جدول ۸ و جدول ۹ دیده می‌شود، شعب ناکارای بدبینانه‌ی هر مرحله و گروه همقطاران شناسایی می‌شوند. شعب ۱، ۵، ۱۵، ۱۷ و ۲۱ در مرحله‌ی اول و شعب ۲، ۳، ۱۲، ۱۵، ۱۹، ۲۹، ۳۳ و ۳۴ در مرحله‌ی دوم به‌صورت ناکارای بدبینانه شناسایی شده‌اند. شعبه‌ی ۱۵ تنها شعبه‌ای است که در هر دو مرحله به‌صورت ناکارای بدبینانه شناسایی شده است.

<sup>۴۸</sup> ریسک اعتباری ریسکی است که از نکول/قصور طرف قرارداد، یا در حالتی کلی‌تر ریسکی است که از «اتفاقی اعتباری» به وجود می‌آید. به طور تاریخی این ریسک معمولاً در مورد اوراق قرضه واقع می‌شد، بدین صورت که قرض‌دهنده‌ها از بازپرداخت وامی که به قرض‌گیرنده داده بودند، نگران بودند. به همین خاطر گاهی اوقات ریسک اعتباری را 'ریسک نکول' هم گویند. ریسک اعتباری از این واقعیت ریشه می‌گیرد که طرف قرارداد، نتواند یا نخواهد تعهدات قرارداد را انجام دهد. تأثیر این ریسک با هزینه‌ی جایگزینی وجه نقد ناشی از نکول طرف قرارداد سنجیده می‌شود. ریسک اعتباری یکی از مهم‌ترین عوامل تولید ریسک در بانک‌ها و شرکت‌های مالی است. این ریسک از این جهت ناشی می‌شود که دریافت‌کنندگان تسهیلات توانایی بازپرداخت اقساط بدهی خود را به بانک نداشته باشند.



جدول ۸: اسلک‌های ناکارایی و گروه همقطاران با استفاده از مدل (۲۶).

گروه همقطاران	$S_o^{!*$	$S_1^{(k_1)*}$	$S_1^{(z_2)*}$	$S_1^{(z_1)*}$	$S_2^{+*}$	$S_1^{+*}$	DMU
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱
۵ و ۱	۱/۶۴۸۵	۰/۲۵۳۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۶۸۶۰	۰/۷۰۸۷	۲
۵ و ۱	۳/۹۳۰۳	۰/۵۶۸۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۴۹۷۲	۰/۸۶۵۱	۳
۵ و ۱	۲/۳۳۸۲	۰/۱۷۸۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۵۷۰۲	۰/۵۸۹۷	۴
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۵
۵ و ۱	۱/۹۴۶۴	۰/۴۰۳۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۰۴۶۵	۰/۴۹۶۷	۶
۵۰	۴/۶۶۳۹	۰/۷۴۰۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۵۱۱	۲/۷۲۳۶	۱/۱۴۹۰	۷
۵ و ۱	۳/۸۵۲۳	۰/۳۸۳۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۳۵۸۱	۱/۱۱۰۸	۸
۵ و ۱	۳/۵۶۴۱	۰/۶۴۳۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۹۳۰۰	۰/۹۹۱۰	۹
۵ و ۱	۱/۶۴۶۷	۰/۰۴۲۵	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۰۶۶۹	۰/۵۳۷۲	۱۰
۱۷ و ۵	۱/۴۱۲۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۳۶۹۱	۰/۷۲۹۴	۰/۳۱۳۹	۱۱
۵ و ۱	۳/۰۰۷۵	۰/۲۲۶۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۱۸۷۰	۰/۵۹۳۷	۱۲
۵ و ۱	۰/۸۷۵۸	۰/۲۴۹۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۳۷۹۷	۰/۲۴۶۶	۱۳
۵ و ۱	۵/۲۶۷۰	۰/۷۹۴۷	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۳/۰۳۸۰	۱/۴۳۴۳	۱۴
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱۵
۱۷ و ۵	۰/۹۹۰۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۱۰۰۳	۰/۷۷۷۹	۰/۱۱۲۲	۱۶
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱۷
۵ و ۱	۲/۹۷۰۵	۰/۳۲۹۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۸۲۲۵	۰/۸۱۸۸	۱۸
۵ و ۱	۲/۹۵۶۴	۰/۵۸۳۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۷۸۵۲	۰/۵۸۸۰	۱۹
۵ و ۱	۵/۶۱۴۰	۰/۸۸۶۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۳/۰۵۹۶	۱/۶۶۸۳	۲۰
ندارد	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲۱
۵ و ۱	۲/۵۸۰۸	۰/۳۰۱۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۷۹۵۱	۰/۴۸۴۵	۲۲
۵ و ۱	۲/۳۸۸۴	۰/۳۰۵۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۷۵۱۵	۰/۳۳۱۸	۲۳
۵ و ۱	۳/۳۲۳۶	۰/۵۲۶۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۸۶۶۸	۰/۹۳۰۱	۲۴
۵	۲/۷۰۴۳	۰/۳۱۲۵	۰/۰۰۰۰	۰/۱۱۸۸	۱/۷۶۸۶	۰/۵۰۴۵	۲۵
۵	۲/۵۱۹۲	۰/۰۰۶۱	۰/۰۰۰۰	۰/۴۹۲۳	۱/۳۳۳۷	۰/۶۸۷۱	۲۶
۱۷ و ۵	۲/۰۵۶۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۸۳۲	۱/۲۰۷۶	۰/۵۶۵۲	۲۷
۵	۳/۶۸۵۰	۰/۱۱۰۹	۰/۰۰۰۰	۰/۱۷۴۰	۲/۲۲۷۷	۱/۱۷۲۴	۲۸
۵ و ۱	۴/۰۲۷۳	۰/۵۱۵۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۷۱۱۸	۰/۸۰۰۲	۲۹
۵ و ۱	۳/۱۶۸۶	۰/۷۲۳۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۴۳۶۳	۱/۰۰۸۶	۳۰
۵ و ۱	۳/۷۴۵۰	۰/۵۷۵۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۲/۰۳۴۴	۱/۱۳۵۶	۳۱
۵ و ۱	۲/۷۵۸۳	۰/۵۴۱۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱/۳۹۳۶	۰/۸۲۳۶	۳۲
۵	۲/۶۵۰۲	۰/۱۴۳۰	۰/۰۰۰۰	۰/۱۸۱۹	۱/۵۴۲۹	۰/۷۸۲۴	۳۳
۵	۴/۰۷۳۳	۰/۳۷۳۹	۰/۰۰۰۰	۰/۱۹۷۰	۲/۳۴۲۲	۱/۱۶۰۲	۳۴
۵	۴/۵۳۷۸	۰/۳۱۶۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۷۷۲	۲/۸۷۵۵	۱/۲۶۸۸	۳۵

جدول ۹: اسلک‌های ناکارایی و گروه همقطاران با استفاده از مدل (۲۷).

گروه همقطاران	$S_0^{2*}$	$S_3^{-*}$	$S_2^{-*}$	$S_1^{-*}$	$S_1^{(k_2)*}$	$S_1^{(z_1)*}$	DMU
۲۹	۱/۲۰۴۹	-۰/۳۲۲۹	-۰/۰۰۰۰	-۰/۲۴۴۲	-۰/۱۳۰۷	-۰/۵۰۷۱	۱
ندارد	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۲
ندارد	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۳
۳۴ و ۲۹	-۰/۸۱۵۱	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۱۶۵۶	-۰/۱۹۴۱	-۰/۴۵۵۵	۴
۲۹ و ۱۲	-۰/۹۹۰۸	-۰/۳۶۹۷	-۰/۰۰۰۰	-۰/۵۰۷۲	-۰/۰۰۰۰	-۰/۱۱۳۹	۵
۲۹	۱/۹۷۲۹	-۰/۲۰۳۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۲۶۶	-۰/۹۶۶۳	-۰/۷۷۷۰	۶
۳۴ و ۲۹	۱/۲۲۵۳	-۰/۰۰۰۰	-۰/۱۰۴۱	-۰/۰۰۰۰	-۰/۷۰۸۶	-۰/۴۱۲۵	۷
۳۴ و ۲۹	۱/۲۲۱۵	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۴۷	-۰/۶۸۹۳	-۰/۵۲۷۵	۸
۳۴ و ۲۹	۲/۲۴۴۸	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۴	-۰/۰۰۰۰	۱/۰۹۴۶	۱/۱۴۹۸	۹
۲۹	۱/۴۹۱۲	-۰/۰۱۵۱	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۶۷۵	-۰/۵۱۹۵	-۰/۸۸۹۱	۱۰
۲۹ و ۱۵	-۰/۵۹۶۵	-۰/۱۷۰۷	-۰/۰۰۰۰	-۰/۱۵۳۳	-۰/۲۷۲۴	-۰/۰۰۰۰	۱۱
ندارد	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۱۲
۲۹	۱/۶۸۵۳	-۰/۵۴۸۱	-۰/۱۸۱۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۴۳۹۶	-۰/۵۱۶۵	۱۳
۲۹ و ۳	۱/۳۰۰۰	-۰/۴۵۴۲	-۰/۳۹۷۷	-۰/۰۰۰۰	-۰/۴۴۸۱	-۰/۰۰۰۰	۱۴
ندارد	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۱۵
۲۹	۱/۱۳۸۰	-۰/۳۸۹۲	-۰/۰۴۶۴	-۰/۰۰۰۰	-۰/۵۹۵۸	-۰/۱۰۶۸	۱۶
۲۹	-۰/۶۵۴۵	-۰/۰۶۰۹	-۰/۰۴۵۹	-۰/۰۰۰۰	-۰/۳۵۱۱	-۰/۱۹۶۶	۱۷
۲۹	-۰/۹۰۴۹	-۰/۲۱۸۹	-۰/۳۴۸۵	-۰/۰۰۰۰	-۰/۱۴۰۹	-۰/۱۹۶۵	۱۸
ندارد	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۱۹
۲۹ و ۱۹، ۳	-۰/۴۵۶۴	-۰/۰۳۴۲	-۰/۴۲۲۲	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۲۰
۱۹	۱/۸۷۶۳	-۰/۲۵۲۹	-۰/۲۰۸۳	-۰/۰۰۰۰	-۰/۶۶۲۲	-۰/۷۵۲۸	۲۱
۱۹	-۰/۶۵۴۰	-۰/۲۸۴۰	-۰/۱۱۳۷	-۰/۰۰۰۰	-۰/۲۵۴۱	-۰/۰۰۲۲	۲۲
۳۴ و ۲۹	۱/۷۲۵۳	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۸۹۵	۱/۰۴۸۸	-۰/۵۸۷۰	۲۳
۲۹	۱/۲۵۷۹	-۰/۰۲۹۴	-۰/۳۷۴۳	-۰/۰۰۰۰	-۰/۶۷۹۴	-۰/۱۷۴۷	۲۴
۲۹	۱/۰۱۰۳	-۰/۲۸۵۸	-۰/۲۵۵۷	-۰/۰۰۰۰	-۰/۳۸۹۶	-۰/۰۷۹۳	۲۵
۲۹ و ۱۵، ۳	-۰/۵۱۴۴	-۰/۰۱۹۸	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۴۹۴۶	-۰/۰۰۰۰	۲۶
۳۴ و ۲۹، ۱۵	-۰/۵۶۹۷	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۵۷۴	-۰/۵۱۲۳	-۰/۰۰۰۰	۲۷
۳۴ و ۲۹، ۳	-۰/۳۷۰۵	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۵۵۸	-۰/۰۰۰۰	-۰/۳۱۴۷	-۰/۰۰۰۰	۲۸
ندارد	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۲۹
۳۴ و ۲۹	-۰/۸۶۱۷	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۱۵۰۳	-۰/۴۹۸۶	-۰/۲۱۲۸	۳۰
۳۴ و ۲۹	-۰/۷۸۹۸	-۰/۰۰۰۰	-۰/۴۷۹۹	-۰/۰۰۰۰	-۰/۱۴۳۴	-۰/۱۶۶۵	۳۱
۳۴ و ۲۹	۱/۰۸۳۲	-۰/۰۳۸۲	-۰/۱۸۹۵	-۰/۰۰۰۰	-۰/۵۰۱۶	-۰/۳۵۳۸	۳۲
ندارد	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۳۳
ندارد	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰	۳۴
۳۴ و ۲۹	-۰/۳۵۶۱	-۰/۰۰۰۰	-۰/۰۳۱۶	-۰/۰۳۹۹	-۰/۰۰۵۰	-۰/۲۷۹۶	۳۵

## ۴-۱-۳- نتایج مدیریتی

غالباً گفته می‌شود که انتخاب متغیرها در مطالعات کارایی تأثیر قابل توجهی بر نتایج دارد. تعدادی از مطالعات نتایجی را ارائه کرده‌اند که از حیث انتخاب متغیرها با هم تفاوت داشته‌اند (فاوور<sup>۴۹</sup> و پاپی<sup>۵۰</sup>، ۱۹۹۵؛ هانت<sup>۵۱</sup> و تیم<sup>۵۲</sup>، ۱۹۹۵). لیکن به جهت قابلیت اعتماد داده‌ها، محدودیت‌های خاصی در زمینه‌ی انتخاب متغیرها وجود دارند. به‌عنوان مثال، متغیرها ممکن است اطلاعات متفاوتی را ارائه کنند، گرچه عنوان یکسانی داشته باشند، و یا اینکه اطلاعات یکسانی ممکن است با عناوین متفاوتی ارائه شده باشد. علت این تغییرات، فقدان استانداردهای گزارش‌دهی در صنعت بانکداری است. از سوی دیگر، استفاده از متغیرهای غیرضروری، تحلیل را شلوغ می‌کند، و تفسیر آن را برای مطالعات پارامتری و ناپارامتری دشوار می‌سازد. مشکل دیگر در مطالعات کارایی بانکداری که بر انتخاب متغیرها و لذا بر نتایج تأثیر می‌گذارد، تعریف عملکرد یک بانک است. نقش یک بانک تجاری عموماً به‌صورت جمع‌آوری پس‌انداز خانواده‌ها و عوامل دیگر برای تأمین مالی نیازهای سرمایه‌گذاری بنگاه‌ها و نیازهای مصرفی افراد تعریف می‌شود. برای بحث درباره‌ی فعالیت بانک‌ها در مقالات علمی از سه رویکرد استفاده شده است: رویکرد تولیدی، رویکرد واسطه‌گری و رویکرد مدرن (فریزاس<sup>۵۳</sup> و روشه<sup>۵۴</sup>، ۱۹۹۷). دو رویکرد اول، نظریه‌ی سنتی اقتصاد خرد درباره‌ی بنگاه‌ها را برای بانکداری به کار می‌برند، و تنها از نظر تعریف فعالیت‌های بانکداری با هم تفاوت دارند. رویکرد سوم، پا را یک قدم از این فراتر می‌گذارد، و برخی از فعالیت‌های اختصاصی

بانکداری را به نظریه‌ی کلاسیک اضافه می‌کند، و لذا آن را تغییر می‌دهد.

در رویکرد تولیدی، فعالیت‌های بانکداری به‌عنوان تولید خدمات برای سپرده‌گذاران و وام‌گیرندگان تعریف می‌شود. عوامل تولیدی سنتی، شامل زمین، نیروی کار و سرمایه، به‌عنوان ورودی جهت تولید خروجی‌های مورد نظر، یعنی سپرده و درآمد غیربهره مورد استفاده قرار می‌گیرند. این رویکرد ذاتاً از حیث اندازه‌گیری خروجی‌ها مشکل دارد. در رابطه با اندازه‌گیری سپرده‌ها، آیا تعداد حساب‌ها را باید اندازه‌گیری کرد، یا تعداد معاملات انجام شده بر روی این حساب‌ها، و یا مبلغ ریالی آن‌ها را؟

روش واسطه‌گری در حقیقت مکمل روش تولیدی است، و فعالیت بانک را به‌عنوان تبدیل پول گرفته شده از سپرده‌گذاران به پول داده شده به وام‌گیرندگان تعریف می‌کند. این فعالیت تبدیلی از مشخصات مختلف سپرده‌ها و وام‌ها سرچشمه می‌گیرد. سپرده‌ها معمولاً قابل تقسیم، قابل نقد کردن، و بی‌خطر هستند، اما وام‌ها غیرقابل تقسیم، غیرقابل نقد کردن، و مخاطره‌آمیز هستند. در این رویکرد، ورودی‌ها سرمایه‌های مالی هستند—یعنی سپرده‌های گرفته شده و وجوه وام گرفته شده از بازارهای مالی—و خروجی‌ها بر اساس حجم وام‌ها و سرمایه‌گذاری‌های برجسته اندازه‌گیری می‌شوند (فریزاس و روشه، ۱۹۹۷).

در برخی از مطالعات قبلی، بانک‌ها به‌عنوان واحدهای تولید تحلیل شده‌اند (فریه<sup>۵۵</sup> و لاول<sup>۵۶</sup>، ۱۹۹۰؛ شفنیت<sup>۵۷</sup> و همکاران ۱۹۹۷؛ زنیوس<sup>۵۸</sup> و همکاران ۱۹۹۹؛ آتاناسوپولوس<sup>۵۹</sup> و گیوکاس<sup>۶۰</sup>، ۲۰۰۰)، در حالی که برخی دیگر آن‌ها را مؤسسات

<sup>55</sup> Ferrier.

<sup>56</sup> Lovell.

<sup>57</sup> Shaffnit.

<sup>58</sup> Zenios.

<sup>59</sup> Athanassopoulos.

<sup>60</sup> Giokas.

<sup>49</sup> Favore.

<sup>50</sup> Pappi.

<sup>51</sup> Hunter.

<sup>52</sup> Timme.

<sup>53</sup> Freixas.

<sup>54</sup> Rochet.

سیستم بسیار آزادتر اهمیت دارد، زیرا اقدامات آزادسازی، موجب ورود بانک‌ها و صرافخانه‌های جدید به سیستم می‌شود. از این رو، افزایش رقابت در این بخش بانک‌ها را بر آن خواهد داشت که اقداماتی را برای سازگاری با محیط جدید به انجام برسانند. از دیدگاه یک بنگاه که صرفاً به دنبال کسب منفعت است، این اقدام ممکن است به صورت تمرکز بر جمع‌آوری سپرده‌ها با مصرف کردن منابع کمتر نسبت به رقبا و جبران کردن ضررها در فرآیند واسطه‌گری و یا بر عکس باشد. هدف از این کار، بسته به سود حاصل از هر فرآیند، می‌تواند به صورت نایل شدن به اهداف کوتاه مدت مانند رشد سهم بازار باشد، و یا معرفی یک محصول جدید بدون نگرانی درباره‌ی کارایی، و یا کوچک‌تر کردن بدنه و بالاتر بردن کارایی. باید این نکته را در نظر داشت که این رویکرد می‌تواند اطلاعات بیشتری را درباره‌ی تحلیل تک‌تک بانک‌ها به ما بدهد. ماتریس عملکرد جدول ۱۰ نشان می‌دهد که یک بانک از نظر عملکرد خود در فرآیندهای تولید و واسطه‌گری در چهار موقعیت مختلف می‌تواند باشد. بر اساس این ماتریس عملکرد کاملاً واضح است که مطلوب‌ترین موقعیت، ردیف اول است، یعنی زمانی که بانک هم از نظر فرآیند تولید و هم از نظر فرآیند واسطه‌گری عملکرد خوبی دارد.

واسط محسوب کرده‌اند (بار<sup>۶۱</sup> و همکاران ۱۹۹۴؛ آتاناسوپولوس و گیوکاس، ۲۰۰۰؛ مودوس<sup>۶۲</sup> و پاستور<sup>۶۳</sup>، ۲۰۰۳؛ کاسو<sup>۶۴</sup> و همکاران ۲۰۰۳). اهمیت تعریف عملکرد بانکداری در تعیین متغیرهای ورودی و خروجی برای یک مطالعه‌ی کارایی کاملاً روشن است. گرچه روشن است که بانک‌ها هر دو عملکرد را انجام می‌دهند، لیکن برای اجرای یک مطالعه‌ی تجربی، باید یکی از این دو تعریف را انتخاب کرد و بر مبنای آن متغیرها را تعریف نمود. با توجه به این ملاحظات، مطالعه‌ی حاضر از رویکردهای تولیدی و واسطه‌گری به صورت مکمل در تحلیل کارایی شعب بانک ایرانی استفاده کرد. فرض شد که بانکداری فرآیندی متشکل از دو مرحله است که به طور همزمان انجام می‌شوند. در طی مرحله‌ی تولید، بانک‌ها سپرده‌ها را با استفاده از منابع خود، پول‌های مشتریان و تعداد حساب‌های جاری، جمع‌آوری می‌کنند؛ و در مرحله‌ی حد واسط، این سپرده‌ها را به تعداد تراکنش‌ها، وام‌ها و سودها تبدیل می‌کنند. این چارچوب برای تعیین فرآیند کاربردی و همچنین انتخاب ورودی‌ها و خروجی‌ها برای تحلیل کارایی مورد استفاده قرار می‌گیرد (شکل ۸).

این رویکرد خصوصاً در تحلیل عملکرد بانک‌ها در گذار از سیستم بانکداری اکیداً کنترل شده به

پول‌های مشتریان و تعداد حساب‌های جاری ← تولید ← سپرده‌ها ← واسطه‌گری ← تعداد تراکنش‌ها، وام‌ها و سودها

شکل ۸: فرآیند بانکداری.

جدول ۱۰: ماتریس عملکرد.

واسطه‌گری	تولید	
+	+	عملکرد
	+	
+		

<sup>61</sup> Barr.

<sup>62</sup> Maudos.

<sup>63</sup> Pastor.

<sup>64</sup> Casu.

می‌کنند، هر کدام از آن‌ها تعدادی ورودی را از بیرون مصرف می‌کند و تعدادی خروجی نهایی نیز تولید می‌کند.

دو مفهوم اساسی در ایجاد مدل‌های DEA شبکه‌ای استفاده می‌شوند، تجزیه‌ی کارایی و تجمیع کارایی. ایده‌ی اساسی تجزیه‌ی کارایی این است که کارایی سیستم بر اساس ورودی‌های تأمین شده به آن و خروجی‌های تولید شده توسط آن و با در نظر گرفتن عملیات بخش‌های تشکیل دهنده‌ی آن محاسبه شود. کارایی هر بخش بر اساس ورودی‌هایی که مصرف می‌کند، چه ورودی‌های برون‌زا و چه ورودی‌های بینابینی، و خروجی‌هایی که تولید می‌کند، چه خروجی‌های نهایی و چه بینابینی، اندازه‌گیری می‌شود. کارایی سیستم را معمولاً می‌توان به کارایی بخش‌های تشکیل دهنده‌ی آن تجزیه کرد که این به‌صورت یک تابع بیان می‌شود. برای تجمیع کارایی، کارایی سیستم به‌صورت تابعی از کارایی‌های بخش تعریف می‌شود. در این مورد، محصولات بینابینی در محاسبه‌ی کارایی سیستم گنجانده شده‌اند، زیرا در اندازه‌گیری کارایی بخش در نظر گرفته شده‌اند، و این تفاوت اصلی این رویکرد با رویکرد تجزیه‌ی کارایی است.

دو نوع تجمیع در مقالات ذکر شده‌اند، جمعی و ضربی. در شکل جمعی، کارایی سیستم به‌صورت متوسط وزنی کارایی‌های بخش تعریف می‌شود. از آنجا که این شکل غیرخطی است، یک ایده آن است که وزن در محاسبه‌ی متوسط وزنی به دقت انتخاب شود، به طوری که مدل بتواند (به طور ضمنی) خطی شود. معمولاً وزن مربوط به یک بخش را به‌صورت نسبت کارایی تجمیعی ورودی استفاده شده توسط این بخش به میزان مصرف شده توسط هر دو بخش تعریف می‌کنند. برای شکل ضربی، کارایی سیستم به‌صورت حاصل‌ضرب کارایی‌های بخش تعریف می‌شود.

در بحث تجزیه‌ی کارایی، یک سؤال این است که چگونه کارایی سیستم را به تابعی از کارایی‌های بخش

بر اساس این چارچوب، دو ورودی اصلی برای هر دو مرحله تعیین می‌شود: **کل منابع متعلق به بانک** (شامل سرمایه‌ی فیزیکی و مالی)، و **کل هزینه‌های عملیاتی** (شامل هزینه‌های پرسنل، استهلاک و تدارکات، و هزینه‌های دیگر). از آنجا که این ورودی‌ها در هر دو کارکرد بانک مشترک است، لذا ضروری است که به هر دو مرحله آنالیز اختصاص داده شود. باید در نظر داشته باشیم که بانک‌ها عمده‌ی تأمین سرمایه‌ی خود را با جذب سپرده‌ها صورت می‌دهند. بانک‌ها در این فرآیند بر اساس حجم سپرده‌ای که جذب می‌کنند، متحمل هزینه‌های بهره‌ی سپرده‌ها می‌شوند، که رویکرد تولیدی بر آن تأکید می‌کند. همچنین، باید در نظر داشت که هزینه‌ی بهره‌ی خالص مربوط به سپرده‌ها بزرگ‌ترین و پایدارترین قلم هزینه‌ای در بانکداری تجاری است.

## ۵- ملاحظات پایانی

سیستم‌های تولید شبکه‌ای ساختارهای متفاوتی دارند، و بحث اندازه‌گیری کارایی معمولاً مبتنی بر ساختار سیستم است. ساده‌ترین ساختار سیستم شبکه‌ای، که بیشتر از همه هم مورد بحث قرار گرفته است، سیستم متوالی دوبرخی است، که معمولاً به آن سیستم دومرحله‌ای می‌گویند، که در آن تمام ورودی‌ها به بخش اول وارد می‌شود، و این بخش تعدادی محصول بینابینی تولید می‌کند که بخش دوم آن‌ها را مصرف می‌کند و خروجی‌های نهایی را تولید می‌کند. بسطی از این ساختار سیستم دومرحله‌ای عمومی است، که در آن بعضی از خروجی‌های بخش اول به بیرون از سیستم فرستاده می‌شوند و خروجی نهایی می‌شوند، و بخش دوم نیز مقداری از ورودی‌های خود را از بیرون می‌گیرد. سیستم دومرحله‌ای عمومی را می‌توان به مراحل متعدد تعمیم داد. تمام این سیستم یک ساختمان متوالی دارند. یک ساختمان دیگر، بر خلاف ساختار متوالی، ساختار موازی است، که در آن تعدادی از بخش‌ها به‌طور مستقل از سیستم فعالیت

در طبقه‌بندی دست پیدا کرد. به علاوه، یکی دیگر از مزیت‌های دیدگاه‌های خوشبینانه و بدبینانه این است که در زمینه‌ی انتخاب بهترین DMU، انعطاف‌پذیری بیشتری را ایجاد می‌کنند، و به این ترتیب، می‌توان نگرش ریسک را نیز در محاسبات داخل کرد.

ایده‌ی استفاده از DEA بدترین عملکرد اختصاصاً برای شناسایی واحدهای دارای بدترین عملکرد مسلماً برای ارزیابی اعتبار سودمند است، ولی کاربرد عمومی‌تری نیز دارد. این ایده گزینه‌ی بسیار مناسبی برای قاعده‌ی ۸۰/۲۰ پارتو است، که می‌گوید که اگر بتوانید ۲۰٪ پایین مجموعه‌ای از DMUها را شناسایی و اصلاح کنید، معمولاً ۸۰٪ جواب را در دست خواهید داشت. در یک تحلیل استاندارد بهره‌وری، استفاده از ترکیبی از مدل‌های DEA سنتی و بدترین عملکرد به معنای آن است که هم واحدهایی که عملکرد خوب دارند و باید پاداش داده شوند، شناسایی کنیم، و هم بدترین واحدها را که از این طریق، می‌توان به بیشترین میزان صرفه‌جویی دست یافت.

### سپاس‌گزاری

مؤلفان از نظرات دو بررسی‌کننده‌ی ناشناس سپاس‌گزاری می‌کنند.

تجزیه کنیم، که بر اساس آن بتوان بخشی را که تأثیر بیشتری بر کارایی سیستم دارد، شناسایی کرد. بنابراین، بهبود این بخش موجب افزایش بیشتر کارایی کلی سیستم خواهد شد. دو راه برای انجام این کار وجود دارد. راه اول آن است که فرض کنیم که کارایی سیستم با متوسط وزنی کارایی‌های بخش در ارتباط است، و سعی کنیم رابطه‌ی بین آن‌ها را به دست آوریم. دومین راه تجزیه کردن کارایی سیستم، تبدیل کردن ساختمان سیستم دومرحله‌ای عمومی به یک سیستم دومرحله‌ای اساسی است. این ایده، به وسیله‌ی کائو (۲۰۰۹) پیشنهاد شده است، به این صورت است که بخش‌های ساختگی وارد می‌شوند که خروجی‌ها را به‌عنوان ورودی‌های آن تولید می‌کنند.

در اندازه‌گیری کارایی شعاعی، یا همانند مدل با ماهیت ورودی، خروجی‌ها در سطح کنونی تثبیت می‌شوند تا ورودی اضافی مصرف شده اندازه‌گیری شود، و یا اینکه همانند مدل با ماهیت خروجی، ورودی‌ها در سطح کنونی تثبیت می‌شوند تا میزان خروجی ناکافی که باید تولید می‌شد، مشخص گردد. مدل مبتنی بر اسلک برای اندازه‌گیری کارایی هم ورودی اضافی مصرف شده و هم خروجی ناکافی تولید شده را در نظر می‌گیرد.

در این مقاله، مجموعه‌ای از مدل‌های جمعی ایجاد کردیم که ناکارایی ناشی از ورودی‌ها و خروجی‌های DEA دومرحله‌ای را از دو دیدگاه خوشبینانه و بدبینانه اندازه‌گیری می‌کنند. بر خلاف رویکرد تجزیه کارایی، در رویکرد پیشنهادی ما اسلک‌های ناکارایی مربوط به اندازه‌های بینابینی در تابع هدف لحاظ می‌شوند. همچنین نشان دادیم که چگونه می‌توان از تحلیل DEA شبکه‌ی بدترین عملکرد که هدف آن شناسایی بنگاه‌هایی است که در بد بودن کارایی دارند، می‌توان برای شناسایی واحدهای دارای عملکرد بد، که خصوصاً برای ارزیابی ورشکستگی مفید است، استفاده کرد. به علاوه، نشان دادیم که با استفاده از دو دیدگاه خوشبینانه و بدبینانه می‌توان به دقت بسیار بالاتری



## فهرست منابع

- Charnes A, Cooper WW (1962) Programming with linear fractionals. *Naval Research Logistics Quarterly*, 9(3-4), 181-186.
- Charnes A, Cooper WW, Golany B, Halek R, Klopp G, Schmitz E, Thomas D (1986) Two-phase data envelopment analysis approaches to policy evaluation and management of army recruiting activities: tradeoffs between joint services and army advertising. Research Report CCS #532. Center for Cybernetic Studies, University of Texas-Austin, Austin, TX.
- Charnes A, Cooper WW, Rhodes E (1978) Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Chen PC, Chang CC, Yu MM, Hsu SH (2012) Performance measurement for incineration plants using multi-activity network data envelopment analysis: the case of Taiwan. *Journal of Environmental Management*, 93(1), 95-103.
- Chen Y, Cook WD, Li N, Zhu J (2009) Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *European Journal of Operational Research*, 196(3), 1170-1176.
- Chen Y, Du J, Sherman HD, Zhu J (2010) DEA model with shared resources and efficiency decomposition. *European Journal of Operational Research*, 207, 339-349.
- Chen Y, Liang L, Yang F, Zhu J (2006) Evaluation of information technology investment: a data envelopment analysis approach. *Computers & Operations Research*, 33(5), 1368-1379.
- Chen Y, Zhu J (2004) Measuring information technology's indirect impact on firm performance. *Information Technology and Management*, 5(1), 9-22.
- Abad C, Thore SA, Laffarga J (2004) Fundamental analysis of stock by two-stage DEA. *Managerial and Decision Economics*, 25(5), 231-241.
- Amirteimoori A (2013) A DEA two-stage decision processes with shared resources. *Central European Journal of Operations Research*, 21(1), 141-151.
- Amirteimoori, A., Kordrostami, S. Azizi, H. (2016). Additive models for network data envelopment analysis in the presence of shared resources. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 48, 411-424.
- Athanassopoulos AD, Giokas D (2000) The use of data envelopment analysis in banking institutions: evidence from the commercial bank of Greece. *Interfaces*, 30(2), 81-95.
- Avkiran NK, McCrystal A (2012) Sensitivity analysis of network DEA: NSBM versus NRAM. *Applied Mathematics and Computation*, 218(22), 11226-11239.
- Barr RS, Seiford LM, Siems TF (1994) Forecasting bank failure: a non-parametric frontier approach. *Recherches Économiques de Louvain / Louvain Economic Review*, 60(4), 417-429.
- Bichou K (2011) A two-stage supply chain DEA model for measuring container-terminal efficiency. *International Journal of Shipping and Transport Logistics*, 3(1), 6-26.
- Casu B, Girardone C, Molyneux P (2003) Productivity change in European banking: a comparison of parametric and nonparametric approaches. *Journal of Banking & Finance*, 28(10), 2521-2540.

- Ferrier G, Lovell CAK (1990) Measuring cost efficiency in banking: econometric and linear programming evidence. *Journal of Econometrics*, 46(1-2), 229–245.
- Freixas X, Rochet JC, (1997) *Microeconomics of Banking*. MIT Press.
- Golany B, Hackman ST, Passy U (2006) An efficiency measurement framework for multi-stage production systems. *Annals of Operations Research*, 145, 51–68.
- Guan J, Chen K (2012) Modeling the relative efficiency of national innovation systems. *Research Policy*, 41(1), 102–115.
- Guan J, Zuo K (2014) A cross-country comparison of innovation efficiency. *Scientometrics* 100(2), 541–575.
- Hampf B (2014) Separating environmental efficiency into production and abatement efficiency: a nonparametric model with application to US power plants. *Journal of Productivity Analysis*, 41(3), 457–473.
- Hassani, T., Rostamy-Malkhalifeh, M. (2016). Efficiency of decision making units in network DEA using interval data. *International Journal of Data Envelopment Analysis*, 4(4), 1087-1094.
- Hunter WC, Timme S (1995) Core deposits and physical capital: a reexamination of bank scale economies and efficiency with quasi-fixed inputs. *Journal of Money, Credit and Banking*, 27(1), 165–185.
- Jahanshahloo G.R, Hosseinzadeh Lotfi F, Rostamy-Malkhalifeh M, Ghobadi S (2014) Using Enhanced Russell Model to Solve Inverse Data Envelopment Analysis Problems. *Optimization and Decision Science*, Article ID 571896, 10 pages.
- Keikha Javan S, Rostamy Malkhalifeh M (2016) Efficiency measurement of ndea with interval data. *International Journal of*
- Chen Y, Zhu J (2004) Additive slacks-based measure: Computational strategy and extension to network DEA. *Omega*, 91, 102022.
- Chiu YH, Huang CW, Chen YC (2012) The R&D value-chain efficiency measurement for hightech industries in China. *Asia Pacific Journal of Management*, 29(4), 989–1006.
- Chiu YH, Huang CW, Ma CM (2011a) Assessment of China transit and economic efficiencies in a modified value-chains DEA model. *European Journal of Operational Research*, 209, 95–103.
- Chiu YH, Huang CW, Ting CT (2011b) Measuring the repair performance for stricken cultivated land and agricultural efficiency in China with a modified two-stage DEA model. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 28(5), 633–649.
- Fang L, Zhang CQ (2008) Resource allocation based on the DEA model. *Journal of the Operational Research Society*, 59(8), 1136–1141.
- Favore C, Pappi L (1995) Technical efficiency and scale efficiency in the italian banking sector: a nonparametric approach. *Applied Economics*, 27(4), 349–366.
- Färe R, Grabowski R, Grosskopf S, Kraft S (1997) Efficiency of a fixed but allocatable input: a non-parametric approach. *Economics Letters*, 56(2), 187–193.
- Färe R, Grosskopf S (1996) Productivity and intermediate products: a frontier approach. *Economics Letters*, 50(1), 65–70.
- Färe R, Whittaker G (1995) An intermediate input model of dairy production using complex survey data. *Journal of Agricultural Economics*, 46(2), 201–213.

- network structures. *Omega*, 40, 611–618.
- Liang L, Li ZQ, Cook WD (2011) Data envelopment analysis efficiency in two-stage networks with feedback. *IIE Transactions*, 43(5), 309–322.
- Liang L, Yang F, Cook WD, Zhu J (2006) DEA models for supply chain efficiency evaluation. *Annals of Operations Research*, 145(1), 35–49.
- Liu JS, Lu WM, Ho MHC (2015) National characteristics: innovation systems from the process efficiency perspective. *R&D Management*, 45(4), 317–338.
- Löthgren M, Tambour M (1999) Productivity and customer satisfaction in Swedish pharmacies: a DEA network model. *European Journal of Operational Research*, 115, 449–458.
- Lozano S, Gutierrez E (2014) A slacks-based network DEA efficiency analysis of European airlines. *Transportation Planning and Technology*, 37(7), 623–637.
- Lozano S, Gutierrez E, Moreno P (2013) Network DEA approach to airports performance assessment considering undesirable outputs. *Applied Mathematical Modelling*, 37(4), 1665–1676.
- Lu WM, Liu JS, Kweh QL, Wang CW (2016) Exploring the benchmarks of the Taiwanese investment trust corporations: management and investment efficiency perspectives. *European Journal of Operational Research*, 248, 607–618.
- Maghbouli M, Amirteimoori A, Kordrostami S (2014) Two-stage network structures with undesirable outputs: a DEA based approach. *Measurement*, 48, 109–118.
- Maudos J, Pastor JM (2003) Cost and profit efficiency in the Spanish banking sector (1985–1996): a nonparametric approach. *Mathematical Modelling & Computation*, 6(3), 199–210.
- Keikha, Samaneh & Rostamy-Malkhalifeh, Mohsen & Payan, Ali. (2014). The parallel network dynamic DEA model with interval data. *Data Envelopment Analysis and Decision Science*, 1-11.
- Kao C (2009) Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: a relational model. *European Journal of Operational Research*, 192, 949–962.
- Kao C (2014a) Network data envelopment analysis: a review. *European Journal of Operational Research*, 239, 1–16.
- Kao C (2014b) Efficiency decomposition in network data envelopment analysis with slacks-based measure. *Omega*, 45, 1–6.
- Kao C (2020) Decomposition of slacks-based efficiency measures in network data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 283, 588–600.
- Kao C, Hwang SN (2008) Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, 185(1), 418–429.
- Kao C, Hwang SN (2010) Efficiency measurement for network systems: IT impact on firm performance. *Decision Support Systems*, 48(3), 437–446.
- Khalili-Damghani K, Shahmir Z (2015) Uncertain network data envelopment analysis with undesirable outputs to evaluate the efficiency of electricity power production and distribution processes. *Computers & Industrial Engineering*, 88, 131–150.
- Li Y, Chen Y, Liang L, Xie JH (2012) DEA models for extended two-stage

- banking services. *Management Science*, 45(9), 1221–1238.
- Tone K (2001) A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 130, 498–509
- Tone K, Tsutsui M (2009) Network DEA: a slacks-based approach. *European Journal of Operational Research*, 197, 243–252.
- Tone K, Tsutsui M (2010) Dynamic DEA: a slacks-based measure approach. *Omega*, 38, 3–4.
- Wu DD, Birge JR (2012) Serial chain merger evaluation model and application to mortgage banking. *Decision Sciences*, 43(1), 5–35.
- Wu J, Lin LV, Sun J, Ji X (2015) A comprehensive analysis of China's regional energy saving and emission reduction efficiency: from production and treatment perspectives. *Energy Policy*, 84, 166–176.
- Xie BC, Fan Y, Qu QQ (2012) Does generation form influence environmental efficiency performance? An analysis of China's power system. *Applied Energy*, 96, 261–271.
- Yang CC (2009) Productive efficiency, environmental efficiency and their determinants in farrow-to-finish pig farming in Taiwan. *Livestock Science*, 126(1-3), 195–205.
- Yang CC, Hsiao CK, Yu MM (2008) Technical efficiency and impact of environmental regulations in farrow-to-finish swine production in Taiwan. *Agricultural Economics*, 39(1), 51–61.
- Yeh QJ (1996) The application of data envelopment analysis in conjunction with financial ratios for bank performance evaluation. *Journal of the Operational Applied Financial Economics*, 13(1), 1–12.
- Mozaffari MR, Mohammadi S, Wanke PF, Correa HL (2021) Towards greener petrochemical production: Two-stage network data envelopment analysis in a fully fuzzy environment in the presence of undesirable outputs. *Expert Systems With Applications*, 164, 113903.
- Premachandra IM, Zhu J, Watson J, Galagedera DUA (2012) Best-performing US mutual fund families from 1993 to 2008: evidence from a novel two-stage DEA model for efficiency decomposition. *Journal of Banking & Finance*, 36(12), 3302–3317.
- Rostamy-Malkhalifeh M, Mollaeian E (2012) Evaluating performance supply chain by a new non-radial network DEA model with fuzzy data. *Data Envelopment Analysis and Decision Science*, 1–9.
- Rostamy-Malkhalifeh M, Mollaeian E, Mamizadeh-Chatghaye S (2013) A New Non-radial Network DEA Model for Evaluating Performance Supply Chain. *Indian Journal of Science and Technology*, 6(3), 4187–4192.
- Shaffnit C, Rosen D, Paradi JC (1997) Best practice analysis of bank branches: an application of DEA in a large Canadian bank. *European Journal of Operational Research*, 98(2), 269–289.
- Simon J, Simon C, Arias A (2011) Changes in productivity of Spanish university libraries. *Omega*, 39, 578–588.
- Song M, Zhang J, Wang S (2015) Review of the network environmental efficiencies of listed petroleum enterprises in China. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 43, 65–71.
- Soteriou A, Zenios SA (1999) Operations, quality, and profitability in the provision of

*Research Society*, 47, 980–988.

Yin P, Chu J, Wu J, Ding J, Yang M, Wang Y (2020) A DEA-based two-stage network approach for hotel performance analysis: An internal cooperation perspective. *Omega*, 93, 102035.

Yu MM (2008) Assessing the technical efficiency, service effectiveness, and technical effectiveness of the world's railways through NDEA analysis. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 42(10), 1283–1294.

Yu MM, Chen PC (2011) Measuring air routes performance using a fractional network data envelopment analysis model. *Central European Journal of Operations Research*, 19(1), 81–98.

Yu MM, Chen PC (2020) A meta-frontier network data envelopment analysis approach for the measurement of technological bias with network production structure. *Annals of Operations Research*, 287, 495–514

Yu MM, Lee BCY (2009) Efficiency and effectiveness of service business: evidence from international tourist hotels in Taiwan. *Tourism Management*, 30(4), 571–580.

Yuan XC, Tang BJ, Wei YM (2015) China's regional drought risk under climate change: a two-stage process assessment approach. *Natural Hazards*, 76(1), 667–684.

Zenios CV, Zenios AS, Agathocleous K, Soteriou A (1999) Benchmarks of the efficiency of bank branches. *Interfaces*, 29(3), 37–51.

Zha Y, Liang L (2010) Two-stage cooperation model with input freely distributed among the stages. *European Journal of Operational Research*, 205, 332–338

