دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال هشتم، شماره سی و هشتم، مهر و آبان ۱۴۰۱
شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات
پژوهش‌های نوین در ریاضی

مدلسازی و مقایسه بهینه‌یابی‌های تکاملی فازی و غیرفازی چندهدفه سبد سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران

محمد فلاح[*1]، هادی خواجه‌زاده دزفولی[2]، حامد نوذری[1]

(1) گروه مهندسی صنایع، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
(2) فارغ التحصیل دکتری مدیریت مالی، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۰۹/۲۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۲۰

چکیده

انتخاب و تشکیل سبد سهام بهینه، یکی از مهمترین مسائل در حوزه تحقیقات مالی است که موجب می‌شود ترکیب بهینه‌ای از دارایی‌ها را انتخاب شود تا با توجه به محدودیت‌ها، بیشینه مطلوبیت برای سرمایه‌گذار ایجاد شود. با توجه به آن‌که بازده اوراق بهادار در دنیای واقعی معمولاً مبهم و نادقیق است، یکی از مهمترین چالش‌های سرمایه‌گذاری، عدم‌اطمینان نسبت به آینده و پیامدهای آن‌ها می‌باشد. بر این اساس، در این مقاله، با استفاده از گشتاورهای مراتب بالا و تئوری فرامدرن پرتفوی، و با استفاده از منطق فازی و بهینه‌یابی تکاملی چندهدفه، مسأله انتخاب و بهینه‌یابی پرتفوهای اوراق بهادار با اهداف مختلف مدلسازی، حل و مقایسه گردیده است. مدل‌های طراحی شده هم طبیعت مسأله انتخاب پرتفو را در نظر گرفته و هم ملاحظات مدنظر سهامدار را در انتخاب پرتفو دخیل نموده است. کیفیت عدم اطمینان بازده آتی پرتفوی داده شده با استفاده از اعداد LR فازی تخمین زده شده در حالیکه گشتاورهای بازدهی آن با استفاده از تئوری امکانی سنجیده شده است. مهمترین هدف این مقاله حل مسأله و مقایسه مدل‌های انتخاب پرتفوی به صورت بهینه‌سازی همزمان دو، سه و چهار هدفه است. برای این هدف، از الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) استفاده شده و عملگرهای جهش و تقاطع به طور اختصاصی برای تولید راه‌حل‌های ممکن محدودیت کاردینالیتی مسأله طراحی شده است. در نهایت کارایی و عملکرد مدل‌ها در صورت استفاده از منطق فازی و عدم استفاده از آن مقایسه شده است و مشخص گردیده است که استفاده از منطق فازی و تئوری امکانی، باعث تشکیل پرتفوهای با عملکرد بالاتر و مطلوبیت بیشتر می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: مدلسازی، انتخاب سبد سهام، تئوری‌های مدرن و فرامدرن پرتفوی، منطق فازی، الگوریتم بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه، الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II).

*. عهده دار مکاتبات Email:Mohammad.fallah43@yahoo.com

۱- مقدمه

تئوری مدرن انتخاب پرتفو بر اساس مدل میانگین-واریانس توسط هری مارکویتز در سال ۱۹۵۲ ارائه شد [۱]. از آن زمان نویسندگان زیادی تلاش نموده‌اند تا راه‌حل‌های بهینه‌ای برای مسأله انتخاب پرتفو، با استفاده از موازنه بین دو معیار بیشینه‌سازی بازده و کمینه نمودن مقدار ریسک سرمایه‌گذاری بیابند. از آنجایی که نمی‌توان همه اطلاعات مربوط به مسأله بهینه‌سازی پرتفوی را صرفاً با بهینه‌سازی همزمان ریسک و بازده بدست آورد، در سال‌های اخیر، علاقه رو به رشدی در خصوص اطلاعات مربوط به تجارت با در نظر گرفتن ملاحظات مدنظر سهامداران برای مسأله انتخاب پرتفوی وجود داشته است.

حل مسأله انتخاب پرتفوی نیازمند دو مؤلفه کلیدی است: الف) روشی مناسب برای اندازه‌گیری کمی عدم اطمینان بازدهی‌های آتی پرتفوی مورد نظر و ب) رویه و روشی جهت بهینه‌سازی، که بتواند پرتفوهایی بهینه و منطبق با ملاحظات سرمایه‌گذار را تأمین نماید. انتخاب سنتی پرتفوی، بازدهی مورد انتظار دارایی‌ها را به عنوان پارامترهای مسأله در نظر می‌گیرند. آنها از مجموعه داده‌های تاریخی تخمین زده می‌شود و معمولاً فرض می‌شود که بردار بازدهی دارایی‌ها چند متغیره و دارای توزیع نرمال است. از آنجایی که اطلاعات موجود در بازارهای مالی اغلب ناکامل است و تصمیم‌گیری در شرایط اطمینان کامل صورت نمی‌پذیرد، لذا برخی از محققین بیان نموده‌اند که عدم اطمینان بازده آتی دارایی‌ها، می‌تواند با استفاده از منطق فازی اندازه‌گیری شود [۲]. با این مفروضات، مسأله انتخاب پرتفوی چندهدفه می‌تواند با استفاده از روش‌های محاسبات نرم و تکنیک‌های تصمیم‌گیری بهینه‌سازی فازی حل شود [۳].

در این مقاله، برای واقعی‌تر نمودن مسأله‌انتخاب پرتفوی، برخی محدودیت‌های عملی مانند حد بالا و پایین سرمایه‌گذاری در هر صنعت و هر سهم و انتخاب دارایی بنا به نظر و یا علاقه سهامداران، به مسأله انتخاب پرتفوی افزوده شده است. با در نظر گرفتن این محدودیت‌ها، مسأله بهینه‌سازی پرتفوی به یک مسأله چند جمله‌ای پیچیده NP-Hard تبدیل می‌شود و روش بهینه‌سازی سنتی نمی‌تواند برای یافتن پرتفوی‌های کارا با لحاظ نمودن همه این اهداف مورد استفاده قرار گیرد که برای فائق آمدن بر این مانع، الگوریتم‌های بهینه یابی تکاملی چند هدفه (EMO) برای تولید راه‌حل‌های بسیاری از مدل‌های انتخاب پرتفوی با موفقیت بکار گرفته شده‌اند [۴]. این الگوریتم‌ها به طور کلی، با هدف تخمین مجموعه بهینه پارتو یا راه‌حل‌های بهینه (که مرز کارای بهینه پارتو نامیده می‌شود) با استفاده از عملگرهای مبتنی بر تکامل برای جمعیتی از راه‌حل‌ها اقدام به فعالیت می‌کنند[۵].

مهمترین هدف این مقاله طراحی، حل و مقایسه نتایج مدل‌های بهینه‌یابی همزمان دو، سه و چهار هدفه است. لذا مدل‌های مختلف شامل مدل‌های مختلف بهینه‌یابی دو هدفه، بهینه‌یابی سه هدفه و بهینه‌یابی چهار هدفه و هر کدام در دو وضعیت فازی و غیرفازی به صورت‌های مختلف، طراحی گردیده است. از این رو با توجه به ماهیت NP-HARD مدل‌های مذکور، جهت حل مسأله، از الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) استفاده شده و عملگرهای جهش و تقاطع اختصاصی، متناسب با ساختار مدل طراحی گردیده است. نویسندگان به دنبال آن هستند تا مدل‌هایی را طراحی کنند که هم وضعیت طراحی پرتفو را در حالت‌های مختلف و با تعداد متفاوتی از اهداف بسنجند و با هم مقایسه کنند و هم ملاحظات مدنظر سرمایه‌گذاران را همزمان در انتخاب و تشکیل سبد سهام دخیل نمایند. از سوی دیگر نویسندگان می‌کوشند که به این نتیجه برسند که آیا استفاده از منطق فازی و فازی در نظر گرفتن

عملگرهای مختلف، در انتخاب و تشکیل بهتر پرتفوهایی که دارای بیشترین بازدهی و کمترین ریسک هستند اثرگذار است یا خیر که در نهایت و همانطور که در ادامه ملاحظه می‌فرمایید، استفاده از منطق فازی و فازی در نظر گرفتن عملگرها، اثرات مثبتی در تشکیل و انتخاب پرتفوها دارد از این رو پس از طراحی مدل‌ها در چند حالت دو هدفه، سه هدفه و چهارهدفه و در دو حالت فازی و غیرفازی، الگوریتم حل مسأله طراحی و معرفی شده و پس از آن به حل و بررسی فرضیه پژوهش پرداخته خواهد شد.

۲- پیشینه تحقیق

انتخاب سبد یکی از رایج‌ترین مسائلی است که سرمایه‌گذاران گوناگون با سطح متفاوتی از سرمایه همواره با آن مواجه هستند و در عین حال یکی از پیچیده‌ترین مسائل در دنیای مالی به شمار می‌آید. این مسأله می‌تواند از سبدهای نسبتاً کوچک با تعداد کمی از سهام، املاک و ... که توسط سرمایه‌گذاران معمولی مدیریت می‌شوند تا سبدهای بسیار بزرگی که شامل انواع گوناگونی از دارایی‌ها هستند و توسط سرمایه‌گذاران حرفه‌ای اداره می‌شوند را در بر گیرد. مسأله کلیدی در انتخاب سبد دارائی، انتخاب بهترین ترکیب ممکن از دارایی‌ها و تعیین وزن مناسب هر یک است [۶]. انتخاب سبد بهینه به دو دلیل اصلی، مسأله‌ای دشوار به شمار می‌آید. نخست آنکه سرمایه‌گذاران مجبورند تا ضمن حداکثر کردن بازده سبد دارایی خود، با ریسک موجود در دارایی‌های انتخاب شده مواجه شوند [۷]. به علاوه هر سرمایه‌گذاری در فرآیند انتخاب سبد، می‌بایست الزامات مختلفی را در تصمیمات سرمایه‌گذاری خود مدنظر قرار دهد که در مدل ارائه شده توسط مارکویتز به آن اشاره‌ای نشده است [۸]. بنابراین در طی سال‌های گذشته، محدودیت‌های عملی گوناگونی به مدل اصلی مارکویتز اضافه شده است تا مدل وی را به یک مدل مناسب برای مسائل دنیای واقعی تبدیل نماید. مرسوم‌ترین این محدودیت‌ها عبارتند از حداقل و حداکثر سرمایه‌گذاری در هر دارایی، محدودیت در تعداد دارایی‌های موجود در سبد و اندازه بسته‌های خریداری شده از یک دارایی خاص [۹].

آناگنوستوپولوس و همکاران [۱۰] یک الگوریتم تکاملی سه هدفه به منظور یافتن جبههٔ پارتو بهینه، در حالتی که کمینه‌سازی کاردینالیتی به عنوان تابع هدف به مدل میانگین-واریانس افزوده شده است، ارائه دادند. لئونگ و همکاران [۱۱] در پژوهشی تحت عنوان «بهبود برآورد بهینه‌سازی تئوری پرتفوی مارکویتز و برآورد دقیق با بکارگیری سرمایه‌گذاری در بازار سهام ایالات متحده» به این نتیجه رسیدند که برآوردهای سنتی درآمدها، به طور چشمگیری درآمدها را غیرواقعی (بیشتر از واقعیت) نشان می‌دهند. هیولینگ و همکاران [۱]، در پژوهشی تحت عنوان «پرتفوی چند دوره‌ای مارکویتز بر مبنای میانگین-واریانس با احتمال خروج از وابستگی ایالتی» به بررسی مسائل افق زمانی محتمل جهت محاسبه پرتفوی بر مبنای میانگین-واریانس دوره‌های چندگانه پرداخته‌اند. در این تحقیق فرض می‌شود افق زمانی به طور تصادفی و بر مبنای ریسک دارایی‌های عاید شده‌ای که بازار تعیین می‌کند، انتخاب می‌شود. ژنگ و همکاران [۱۲] سه نمونه جبهه پارتو جدید را برای بدست آوردن جبهه پارتو بهینه در صورتی که اهداف جدیدی به مدل میانگین-واریانس اضافه شود، را بدست آورده‌اند. سبوریدو و همکاران [۱۳]، با تغییر الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب، توانستند الگوریتم جدیدی بدست آورند که کارایی بالاتری از مدل عمومی این الگوریتم دارد و بر اساس آن توانستند، الگوریتمی برای بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه بر پایه اطلاعات فازی در بورس اسپانیا پیاده کنند. لیاکوراس [۱۴] در مقاله دیگری با

معرفی یک الگوریتم بهینه‌سازی جدید، بیان کرد که الگوریتم پیشنهادی، فارغ از بهینه‌سازی می‌تواند در موارد خاص دیگری نیز مورد استفاده قرار گیرد. وی همچنین به همراه متاکسیتیس در مقاله دیگری که در سال ۲۰۱۸ به چاپ رساندند [۱۵]، تأثیر مسائل پیکربندی چندگانه الگوریتم تکاملی چند هدفه را با در نظر گرفتن محدودیت‌های واقعی بر روی مرز کارا سنجیدند. سهیل خلیل پورآذری و سیدحمید رضا پسندیده نیز در مقاله‌ای که در سال ۲۰۱۸ به چاپ رساندند [۱۶]، یک مدل ریاضی چند هدفه را پیشنهاد دادند که در آن، برای نخستین بار، نرخ بازپرداخت جزئی، بعنوان یک متغیر در نظر گرفته شده است. با توجه به پیچیدگی و غیر خطی بودن مدل پیشنهادی ریاضی برای حل مسأله، پنج الگوریتم فراشناختی و همچنین یک روش حل دقیق ترکیبی را پیشنهاد دادند. همچنین، برای تعیین کارآمدترین راه حل، عملکرد الگوریتم‌ها را از طریق یک تحلیل عمیق محاسباتی (تنوع، تعداد پاسخ‌های بهینه پارتو، فاصله و زمان محاسبه) بررسی کردند. علاوه بر این، از آنوا برای تعیین تفاوت معنی‌داری بین الگوریتم‌ها در سطح اطمینان ۹۵ درصد استفاده نمودند. رستمی و همکاران [۱۷] مدلی برای انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از منطق فازی ارائه کردند که در آن نقش گشتاورهای درجه بالاتر را نیز در انتخاب پرتفو در نظر می‌گرفت. آنها سه مدل مختلف را ارائه و نتایج آنها را پس از پیاده‌سازی در بازار بورس اوراق بهادار تهران با هم مقایسه کرده‌اند. یافته‌های پژوهش آنان نشان داد که به کارگیری گشتاورهای مرتبه بالاتر (چولگی و کشیدگی) موجب بهبود کارایی پرتفوی بدست آمده خواهد شد. پوراحمدی و نجفی [۱۸] بهینه‌سازی تک‌دوره‌ای را به بهینه‌سازی پویا و چند دوره‌ای ارتقا داده و ضمن در نظر گرفتن هزینه معاملات کارایی به این نتیجه رسیدند مدل چند دوره‌ای در بلندمدت عملکرد بهتری نسبت به مدل تک دوره‌ای دارد. همایی‌فر و روغنیان [۱۹] مدل میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی را با برنامه‌ریزی آرمانی مدل‌سازی نمودند و در نهایت مدل پویای ارائه شده را با مدل قطعی مقایسه نمودند و به این نتیجه رسیدند با مدل ارائه شده به پاسخ‌های کاراتر و کاربردی‌تری دست پیدا می‌کنند. کاظمی و همکاران [۲۰] با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، مسأله بهینه‌سازی سبد سهام را با در نظر گرفتن ارزش در معرض خطر برروی کارایی متقاطع به کار گرفته‌اند. نتایج نشان داد معیار شارپ عملکرد بهتری برای روش پیشنهادی نسبت به دیگر روش‌ها نشان داد.

۳- روش‌شناسی تحقیق

در این پژوهش تلاش می‌شود که ابتدا بر اساس محدودیت‌های موجود در بازار سرمایه کشور و خواست سرمایه‌گذار، مدل‌های چهارهدفه، سه هدفه و دو هدفه‌ای طراحی شود که هدف آنها بیشینه سازی بازدهی و کمینه‌نمودن ریسک نامطلوب، در دو حالت‌های مختلف فازی و غیرفازی است و پس از آن، با استفاده از داده‌های واقعی بورس اوراق بهادار تهران، مدل‌های طراحی شده، حل می‌شود. از آنجا که حل مدل‌های بهینه‌سازی همزمان از نظر پیچیدگی محاسباتی NP-Hardمی‌باشند، لذا لازم است که الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل مدل‌ها استفاده نمود. از این رو از الگوریتم تکاملی NSGAII با توجه به شرایط و ملاحظات مدنظر سرمایه‌گذار طراحی گردیده است که در ادامه به بیان و تشریح مدل‌سازی‌های انجام شده و روش‌های حل آنها می‌پردازیم.

۴- مدل‌های روش پیشنهادی

۴-۱- مدل برنامه‌ریزی میانگین، نیم واریانس

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار مورد نظر برای سرمایه‌گذاری باشد به طوری

که میانگین مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ برابر با متغیر تصادفی P_x و با میانگین داده شده $\mu_x = E\{P_x\}$ بوده، $W(P_x)$ نیم‌واریانس نامطلوب داده‌ها باشد؛ همچنین و $X = (x_j)$ $j = 1, 2, \dots, n$ مبلغ سرمایه‌گذاری شده در پرتفوی (متغیرهای تصمیم) باشد. در این صورت:

$$\max E(P_X) \quad (۱)$$
$$\min W(P_X) \quad (۲)$$
S.t.
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۳)$$
$$k_l \le c(x) \le k_u \quad (۴)$$
$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \quad (۵)$$
$$for\ i = 1, 2, \dots, n$$

که هدف (۱) بازدهی پرتفو را بیشینه و هدف (۲) نیم‌واریانس نامطلوب پرتفوی را کمینه می‌کند. عبارت (۳) محدودیت بودجه را در نظر می‌گیرد و عبارت (۴) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین می‌کند که $k \in N$ و حداقل به اندازه k_l و حداکثر به اندازه k_u می‌بایست باشد و نهایتاً عبارت (۵) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در پرتفوی را تعیین می‌کند.

۴-۲- مدل برنامه‌ریزی میانگین، چولگی

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار مورد نظر برای سرمایه‌گذاری باشد به طوری که میانگین مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ برابر با متغیر تصادفی P_x و با میانگین داده شده $\mu_x = E\{P_x\}$ بوده، $S(P_x)$ چولگی داده‌ها باشد؛ همچنین $X = (x_j)$ و $j = 1, 2, \dots, n$ مبلغ سرمایه‌گذاری شده در پرتفوی (متغیرهای تصمیم) باشد. در این صورت:

$$\text{Max}\, E(P_X) \quad (۶)$$
$$\text{Max}\, S(P_X) \quad (۷)$$
S.t.
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۸)$$
$$k_l \le c(x) \le k_u \quad (۹)$$
$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \quad (۱۰)$$
$$for\ i = 1, 2, \dots, n$$

که هدف (۶) بازدهی پرتفو را بیشینه و هدف (۷) به دنبال حداکثر کردن چولگی پرتفوی است. عبارت (۸) محدودیت بودجه را در نظر می‌گیرد و عبارت (۹) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین می‌کند که $k \in N$ و حداقل به اندازه k_l و حداکثر به اندازه k_u می‌بایست باشد و نهایتاً عبارت (۱۰) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در پرتفوی را تعیین می‌کند.

۴-۳- مدل برنامه‌ریزی میانگین فازی، نیم واریانس فازی

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار مورد نظر برای سرمایه‌گذاری باشد به طوری که میانگین فازی مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ برابر با متغیر تصادفی $\tilde{p}_x$ و با میانگین فازی داده شده $\mu_x = \bar{E}\{\tilde{P}_x\}$ بوده، $W(\tilde{P}_x)$ نیم‌واریانس نامطلوب داده‌ها باشد؛ همچنین $X = (x_j)$ و $j = 1, 2, \dots, n$ مبلغ سرمایه‌گذاری شده در پرتفوی (متغیرهای تصمیم) باشد. در این صورت:

$$\max \bar{E}(\tilde{P}_X) \quad (۱۱)$$
$$\min W(\tilde{P}_X) \quad (۱۲)$$
S.t.
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۱۳)$$
$$k_l \le c(x) \le k_u \quad (۱۴)$$
$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \quad (۱۵)$$
$$for\ i = 1, 2, \dots, n$$

که عبارت (۱۱) بازدهی پرتفو را بیشینه و عبارت (۱۲) نیم‌واریانس نامطلوب پرتفوی را کمینه می‌کند. عبارت (۱۳) محدودیت بودجه را در نظر

می‌گیرد. عبارت (۱۴) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین می‌کند و $k \in N$ که حداقل به اندازه k_l و حداکثر به اندازه k_u می‌بایست باشد و نهایتاً عبارت (۱۵) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در پرتفوی را تعیین می‌کند.

۴-۴- مدل برنامه‌ریزی میانگین فازی، چولگی فازی

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار مورد نظر برای سرمایه‌گذاری باشد به طوری که میانگین فازی مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ برابر با متغیر تصادفی $\tilde{P}_x$ و با میانگین داده شده $\mu_x = \bar{E}\{\tilde{P}_x\}$ بوده، $S(\tilde{P}_x)$ چولگی داده‌ها باشد؛ همچنین $X = (x_j)$ و $j = 1, 2, \dots, n$ مبلغ سرمایه‌گذاری شده در پرتفوی (متغیرهای تصمیم) باشد. در این صورت:

$$\text{Max } \bar{E}(\tilde{P}_X) \quad (۱۶)$$

$$\text{Max } S(\tilde{P}_X) \quad (۱۷)$$

S.t.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۱۸)$$

$$k_l \le c(x) \le k_u \quad (۱۹)$$

$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \quad (۲۰)$$

$$for\ i = 1, 2, \dots, n$$

که عبارت (۱۶) بازدهی پرتفو فازی را بیشینه و عبارت (۱۷) به دنبال حداکثر کردن چولگی پرتفوی است. عبارت (۱۸) محدودیت بودجه را در نظر می‌گیرد و عبارت (۱۹) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین می‌کند که $k \in N$ و حداقل به اندازه k_l و حداکثر به اندازه k_u می‌بایست باشد و نهایتاً عبارت (۲۰) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در پرتفوی را تعیین می‌کند.

۴-۵- مدل برنامه‌ریزی میانگین، نیم واریانس، چولگی

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار مورد نظر برای سرمایه‌گذاری باشد به طوری که میانگین مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ برابر با متغیر تصادفی P_x برابر با میانگین داده شده $\mu_x = E\{P_x\}$ بوده، $W(P_x)$ نیم‌واریانس نامطلوب داده‌ها و $S(P_x)$ نیز چولگی داده‌ها باشد؛ همچنین $X = (x_j)$ و $j = 1, 2, \dots, n$ مبلغ سرمایه گذاری شده در پرتفوی (متغیرهای تصمیم) باشد. در این صورت:

$$\max E(P_X) \quad (۲۱)$$

$$\min W(P_X) \quad (۲۲)$$

$$\max S(P_X) \quad (۲۳)$$

S.t.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۲۴)$$

$$k_l \le c(x) \le k_u \quad (۲۵)$$

$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \quad (۲۶)$$

$$for\ i = 1, 2, \dots, n$$

که هدف (۲۱) بازدهی پرتفو را بیشینه و هدف (۲۲) نیم‌واریانس نامطلوب پرتفوی را کمینه و هدف (۲۳) چولگی داده‌ها را بیشینه می‌کند. عبارت (۲۴) محدودیت بودجه را در نظر می‌گیرد و عبارت (۲۵) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین می‌کند که $k \in N$ و حداقل به اندازه k_l و حداکثر به اندازه k_u می‌بایست باشد و نهایتاً عبارت (۲۶) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در پرتفوی را تعیین می‌کند.

۴-۶- مدل برنامه‌ریزی میانگین فازی، نیم واریانس فازی، چولگی فازی

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار مورد نظر برای سرمایه‌گذاری باشد به طوری که میانگین فازی مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ برابر با متغیر تصادفی $\tilde{P}_x$ و میانگین فازی داده شده $\mu_x = E\{\tilde{P}_x\}$، نیم‌واریانس فازی

داده‌ها $W(\tilde{P}_X)$، و چولگی فازی داده‌ها $S(\tilde{P}_X)$ باشد همچنین $X = (x_j)$ ، $j = 1, 2, \dots, n$ مبلغ سرمایه‌گذاری شده در پرتفوی (متغیرهای تصمیم) باشد. در این صورت:

$$\max E(\tilde{P}_X) \quad (۲۷)$$
$$\min W(\tilde{P}_X) \quad (۲۸)$$
$$\max S(\tilde{P}_X) \quad (۲۹)$$

S.t.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۳۰)$$
$$k_l \le c(x) \le k_u \quad (۳۱)$$
$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \quad (۳۲)$$
$$for\ i = 1, 2, \dots, n$$

که هدف (۲۷) به دنبال بیشینه‌سازی بازدهی پرتفو فازی، هدف (۲۸) کمینه‌سازی نیم‌واریانس نامطلوب فازی پرتفوی و هدف (۲۹) بیشینه‌سازی چولگی فازی داده‌ها می‌باشد. عبارت (۳۰) محدودیت بودجه را در نظر می‌گیرد و عبارت (۳۱) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین می‌کند که $k \in N$ و حداقل به اندازه k_l و حداکثر به اندازه k_u می‌بایست باشد و نهایتاً عبارت (۳۲) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در پرتفوی را تعیین می‌کند.

۴-۷- مدل برنامه‌ریزی میانگین، نیم واریانس، چولگی، کشیدگی

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار موردنظر برای سرمایه‌گذاری باشد بطوری که میانگین مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ برابر با متغیر تصادفی P_x و با میانگین داده شده $\mu_x = E\{P_x\}$ باشد و $W(P_X)$ نیز نیم‌واریانس داده‌ها و $S(P_X)$ چولگی و $K(P_X)$ کشیدگی باشد و $X = (x_j)$ $j = 1, 2, \dots, n$ مبلغ سرمایه‌گذاری شده در پرتفوی (متغیرهای تصمیم) می‌باشد. در این صورت مدل غیرفازی به صورت زیر است:

$$\max E(P_x) \quad (۳۳)$$
$$\min W(P_x) \quad (۳۴)$$
$$\max S(P_x) \quad (۳۵)$$
$$\max K(P_x) \quad (۳۶)$$

S.t.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۳۷)$$
$$k_l \le c(x) \le k_u \quad (۳۸)$$
$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \quad (۳۹)$$
$$for\ i = 1, 2, \dots, n$$

که هدف (۳۳) خواهان بیشینه‌سازی بازدهی پرتفو فازی، هدف (۳۴) کمینه نمودن نیم‌واریانس نامطلوب هر سهم، هدف (۳۵) بیشینه نمودن چولگی داده‌ها و هدف (۳۶) نیز بیشینه نمودن کشیدگی می‌باشد. عبارت (۳۷) محدودیت بودجه را در نظر گرفته، عبارت (۳۸) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین می‌کند که $k \in N$ و حداقل به اندازه k_l و حداکثر به اندازه k_u می‌بایست باشد و در آخر عبارت (۳۹) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم را تعیین می‌کند.

۴-۸- مدل برنامه‌ریزی میانگین فازی، نیم واریانس فازی، چولگی فازی، کشیدگی فازی

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار مورد نظر برای سرمایه‌گذاری باشد به طوری که میانگین فازی مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ با متغیر تصادفی $\tilde{P}_X$ برابر میانگین فازی داده شده $\mu_x = E\{\tilde{P}_x\}$ باشد و $W(\tilde{P}_x)$ نیز نیم‌واریانس فازی داده‌ها و $S(\tilde{P}_x)$ چولگی فازی و $K(\tilde{P}_x)$ کشیدگی فازی باشد:

$$\max E(\tilde{P}_x) \quad (۴۰)$$
$$\min W(\tilde{P}_x) \quad (۴۱)$$
$$\max S(\tilde{P}_x) \quad (۴۲)$$
$$\max K(\tilde{P}_x) \quad (۴۳)$$

S.t.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۴۴)$$
$$k_l \le c(x) \le k_u \quad (۴۵)$$

$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \quad for\ i = 1.2. \dots .n \qquad (۴۶)$$

که هدف (۴۰) بیشینه‌سازی بازدهی پرتفو فازی، هدف (۴۱) کمینه‌سازی نیم‌واریانس نامطلوب فازی، هدف (۴۲) بیشینه نمودن چولگی فازی و هدف (۴۳) بیشینه نمودن کشیدگی فازی را دنبال می‌کند. عبارت (۴۴) محدودیت بودجه، عبارت (۴۵) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین می‌کند که $k \in N$ و حداقل به اندازه k_l و حداکثر به اندازه k_u می‌بایست باشد و در نهایت عبارت (۴۶) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در پرتفوی را تعیین می‌کند.

۵- عدد LR فازی

عدد فازی Q یک عدد فازی از نوع LR است اگر تابع عضویتش به شکل زیر باشد:

$$\mu_Q(y) = \begin{cases} L\left(\frac{A-y}{s_A}\right) & \text{if } -\infty < y \le A, \\ 1 & \text{if } A \le y \le B, \\ R\left(\frac{y-B}{s_B}\right) & \text{if } B \le y < +\infty, \end{cases} \qquad (۴۷)$$

که A و B به شکل A≤B است که به ترتیب نشان‌دهنده حد پایین و بالای Q می‌باشند. یعنی اینکه $[A, B] = \{y|\mu_Q(y) = 1\}$ که SA و SB به ترتیب مرز چپ و راست Q می‌باشند؛ که $[0, 1] \to L, R : [0, +\infty)$ توابع مرجع (رفرنس) هستند که صعودی نمی‌باشند و $\lim_{t\to\infty} L(t) = \cdot \lim_{t\to\infty} R(t) =$ از این رو برای پرتفوی x، توابع $L_\pi(t) = 1 \quad t^\pi$ و $R_\rho(t) = 1 \quad t^\rho$ را حدود چپ و راست عدد فازی Q در نظر گرفته می‌شود که در آن π و ρ شکل[1] مثبت پارامترها به ترتیب برای هر t = 1, … , T هستند. بنابراین عدد فازی LR به صورت: $Q=\{(p_l, p_u, c, d)_{L_\pi R_\rho}\}$ است که $[p_l$, $p_u]$ هسته عدد محسوب شده و c و d حد چپ و راست عدد می‌باشند. لذا در این مقاله اعداد LR فازی برای تخمین بازده غیرقطعی پرتفوی x در نظر گرفته می‌شوند و به صورت مستقیم توزیع احتمال بازده، بجای توزیع احتمال تجمعی تک‌تک دارایی‌هایی که x را می‌سازند، تخمین زده می‌شود. برای دفازی کردن بازده (میانگین)، ریسک نامطلوب (نیم واریانس)، چولگی و کشیدگی، از فرمول‌هایی که در ادامه می‌آید، استفاده می‌شود:

$$\bar{E}(Q) = \frac{P_u+P_l}{2} + \frac{d}{2}\frac{\rho}{\rho+1} \quad \frac{c}{2}\frac{\pi}{\pi+1} \qquad (۴۸)$$

میانگین فازی

$$w(Q) = p_u + p_l + d\frac{\rho}{\rho+1} + c\frac{\pi}{\pi+1} \qquad (۴۹)$$

ریسک نامطلوب فازی

$$\mu_3(Q) = \frac{1}{4}\left(d\frac{\rho}{\rho+1} \quad c\frac{\pi}{\pi+1}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(d^3\frac{\rho}{\rho+3} \quad c^3\frac{\pi}{\pi+3}\right) + \frac{3(p_u-p_l)}{4} \times \left[d^2\left(\frac{\rho}{\rho+2} \quad \frac{\rho^2}{(\rho+1)^2}\right) c^2\left(\frac{\pi}{\pi+2} \quad \frac{\pi^2}{\pi+1^2}\right)\right] \frac{3}{4}\left(d^2\frac{\rho}{\rho+2} + c^2\frac{\pi}{\pi+2}\right)\left(d\frac{\rho}{\rho+1} \quad c\frac{\pi}{\pi+1}\right) \qquad (۵۰)$$

چولگی فازی

$$K(\tilde{x}) = \left[\frac{1}{4}(l_s(\tilde{x}) + l_c(\tilde{x})\right]^5 \left(\frac{|\propto-\beta|}{5\propto\beta}\right) + \max\left(\frac{\left(\frac{|\propto-\beta|}{4} - \frac{1}{2}l_c(\tilde{x})\right)^5}{10\propto\cup\beta}, 0\right) + \frac{\left(\frac{|\propto-\beta|}{4} + \frac{1}{2}l_c(\tilde{x})\right)^5}{10\propto\cup\beta}\frac{|\propto-\beta|}{2\propto\beta}\left[\frac{1}{2}(l_s(\tilde{x}) \quad \frac{(\propto+\beta)}{4}\right]\left[\frac{1}{4}(l_s(\tilde{x}) + l_c(\tilde{x}))\right]^4 \frac{\left(\frac{|\propto-\beta|}{4} + \frac{1}{2}l_c(\tilde{x})\right)^5}{10\propto\cap\beta} \qquad (۵۱)$$

کشیدگی فازی

۶- بهینه‌سازی تکاملی چند هدفه

برای حل مسائل بهینه‌یابی چندهدفه، الگوریتم‌های

[1] Shape

متعددی توسعه یافته‌اند که اغلب آنها مبتنی بر مفهوم جبهه پارتو هستند. بر خلاف بهینه‌سازی تک‌هدفه که در آن جواب بهینه واحد جستجو می‌شود، در مسائل چندهدفه، به دلیل توازن بین اهداف متضاد، جواب بهینه واحدی وجود ندارد و باید چندین جواب بهینه که مجموعه نامغلوب نامیده می‌شوند را جستجو کرد. این موضوع بدان معناست که اگرچه نمی‌توان یک نقطه بهینه را همزمان برای تمامی توابع هدف بدست آورد که بتواند تمام توابع هدف را بهینه نماید، اما می‌توان مجموعه‌ای از پاسخ‌ها را به گونه‌ای پیدا نمود که در فضای جستجو از پاسخ‌های دیگر بهتر باشند و این مجموعه پاسخ‌های بهینه پارتو و نقاط دیگر فضای جستجو را مجموعه پاسخ‌های مغلوب می‌نامند [۲۱]. به زبان ریاضی، مسائل بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه، نوعی مسأله برنامه‌ریزی ریاضیاتی با برداری به ارزش توابع هدف است که با $\mathbf{f(x)} = (f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_n(\mathbf{x}))^T$ برای هر بردار تصمیم $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_N)^T$ تعریف می‌شود که $f_j(x)$ تابعی با ارزش واقعی برای $j = 1, \ldots, n$ مجموعه ممکن $S \subseteq R^N$ است. در نتیجه، فضای تصمیم از R^N به R^n است و مسأله بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه می‌تواند به شرح زیر شروع شود:

$$\text{Optimize: } \{f_1(x), \ldots, f_n(\mathbf{x})\} \qquad (۵۲)$$
$$\text{s.t. } x \in S.$$

در فضای معیار، برخی از توابع هدف می‌بایست بیشینه شوند ($j \in J_1$) در حالی‌که دیگر اهداف می‌بایست کمینه شوند ($j \in J_2$) در حالیکه J_1 و بدین صورت شناخته می‌شوند: $J_1 \quad J_2 = \{1 \text{و} \ldots \text{و} n\}$ و $J_1 \cap J_2 =$ گفته می‌شود $x \in S$ بهینه پارتو یا حل کاراست اگر هیچ $x' \in S$ وجود نداشته باشد که $f_J(x') \geq f_J(x)$ لذا برای هر $j \in J_1$ و $f_J(x') \leq f_J(x)$ برای هر $j \in J_2$. مجموعه تمامی حل‌های بهینه پارتو $x \in S$ (در فضای تصمیم) مجموعه بهینه پارتو نامیده می‌شود که با E نشان داده می‌شود و مجموعه بردارهای هدف مرتبط آنها $f(x)$ (در فضای معیار) جبهه پارتو نامیده می‌شود، با $f(E)$ نشان داده می‌شود. علاوه بر این، در خصوص دو بردار هدف $z, z' \in R^n$ گفته می‌شود که z' بر z غلبه کرده است اگر و فقط اگر $z_j \leq z'_j$ به ازای هر $j \in J_1$ و $z'_j \leq z_j$ به ازای هر $j \in J_2$. اگر z' و z هیچکدام بر دیگری غلبه نکند، گفته می‌شود که z' و z نامغلوب هستند [۱۳].

الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب یکی از الگوهای شاخص و پرکاربرد در زمینه بهینه‌سازی چندهدفه است. در این الگوریتم برای ارزیابی برازندگی جواب‌ها از رویکرد سریع مرتب‌سازی نامغلوب[۲] استفاده می‌کند. روال این کار به این صورت است که در ابتدا جمعیت حاضر مجموعه جواب‌هایی که تمام جواب‌های حاصل را مغلوب می‌کنند، مشخص می‌کند و آنها را جبهه ۱ می‌نامد. مجدداً همین عمل را برای مجموعه جواب‌های باقی‌مانده انجام می‌دهد و مجموعه جواب‌های غالب را جبهه می‌نامند و همین رویه تا جبهه‌بندی کل جمعیت، ادامه می‌یابد. پس از آن، برای عملگر تقاطع از مفهوم انتخاب مسابقه‌ای ازدحام استفاده می‌شود. در واقع دو جواب به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و بین آن دو مسابقه برقرار می‌گردد. هر کدام که شماره جبهه کوچکتری داشت، جواب بهتر است.در موارد که دو جواب انتخابی در یک جبهه هستند، از مفهوم تخصیص فاصله ازدحام استفاده می‌شود (خواجه‌زاده دزفولی مهدی، ۱۳۹۵).

۷- الگوریتم اختصاصی طراحی شده

شبه کد الگوریتم در شکل (۱) نشان داده شده است.

[2] Non-dominated sorting

- **ساختار کروموزوم طراحی شده**

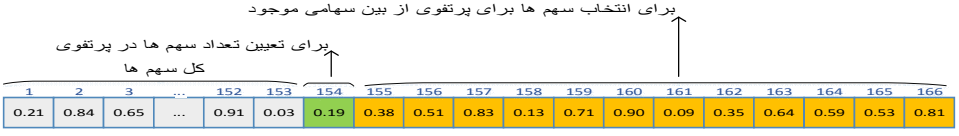
بطور واضح ایجاد ساختاری مناسب برای کروموزوم در الگوریتم ژنتیک چندهدفه می‌تواند تاثیر بسزایی در کیفیت و کارایی این الگوریتم داشته باشد. در واقع یک ساختار مناسب برای کروموزوم می‌تواند منجر به جستجو در فضای کامل جواب شود و بدین ترتیب جواب حاصل از الگوریتم پاسخ بهتری خواهد بود. آنچه که این استفاده از الگوریتم فراابتکاری را در این مساله دشوار می‌کند دو مرحله‌ای بودن حل مدل مسأله می‌باشد، بدین معنی که در ابتدا باید تعداد سهم‌های موجود در هر پرتفوی تعیین شود و سپس میزان سرمایه‌گذاری در سهم‌های موجود در آن پرتفوی تعیین گردد. کروموزوم طراحی شده در این مقاله مشکل مذکور را حل کرده و با ایجاد ساختاری یکسان برای تمام کروموزوم‌ها مسأله را حل می‌کند [۲۱]. شکل (۲) مثالی از کروموزوم طراحی شده را نشان می‌دهد.

ساختار طراحی شده از سه بخش اصلی تشکیل شده است. در قسمت اول کروموزوم، کل شرکت‌های موجود در مسأله که به تعداد ۱۵۳ عدد می‌باشد، در نظر گرفته شده است و قسمت دوم از یک سلول تشکیل شده است و برای تعیین تعداد سهم‌های موجود در هر پرتفوی می‌باشد و قسمت سوم شامل سلول‌های نارنجی رنگ می‌باشد که برای انتخاب سهم‌ها برای پرتفوی مورد نظر می‌باشد. به تمامی این سلول‌ها عددتصادفی بین ۰ و ۱ تخصیص داده می‌شود و سپس با تابعی که تعریف شده است این مقادیر به مقادیر اصلی متغیرهای مسأله تبدیل می‌شوند.

در ابتدا با استفاده از عدد موجود در سلول ۱۵۴ با استفاده از بازه‌بندی‌های صورت گرفته بین ۰ و ۱ و اینکه در کدام بازه قرار دارد تعداد سهم‌های موجود در پرتفوی تعیین می‌شود و سپس به همین روش و با تابعی که تعریف شده است، اعداد موجود در سلول‌های نارنجی رنگ سهم‌هایی را که باید از بین ۱۵۳ سهم موجود انتخاب شوند را تعیین می‌کنند و در این مرحله پرتفوی مشخصی ایجاد شده است که اعداد موجود در آن بین ۰ و ۱ می‌باشند. حال برای تعیین میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم هرکدام از این اعداد تقسیم بر مجموع کل اعداد موجود در پرتفوی می‌شوند تا بدین ترتیب درصد سرمایه-گذاری در هر سهم تعیین شود و طبیعتاً مجموع این درصدها برابر یک خواهد بود. در انتها با استفاده از مقادیر متغیرها و داده‌های مسأله توابع هدف مدل محاسبه می‌شوند. از ویژگی‌های بارز کروموزوم تعریف شده می‌توان بدین مسأله اشاره کرد که تمام محدودیت‌های مسأله در ساختار ایجاد شده رعایت می‌شوند و هیچ جواب نشدنی تولید نخواهد شد. بنابراین می‌توان اطمینان حاصل کرد که جواب نهایی مسأله شدنی خواهد بود.

Begin
Create initial population as pop randomly
Create crossover population and mutation population (pop_c , pop_m)
Do crossover and mutation
Merge pop_c , pop_m and make a new population
Make fronts of non-dominated solutions and calculate crowding distance
Update pop by replacing population with pop_size selected solutions according to fronts and crowding distance
If terminate criteria met stop running.
End

شکل ۱: شبه کد الگوریتم NSGA-II



شکل ۲: ساختار کروموزوم طراحی شده

• **عملگرهای الگوریتم ژنتیک چندهدفه**

فرایند جستجو در الگوریتم ژنتیک چندهدفه به وسیله دو عملگر جهش[۴] و تولید مثل (تقاطع)[۵] انجام می‌شود. عملگر تولید مثل به منظور استخراج جواب‌های بهتر استفاده می‌شود در حالی که عملگر جهش به منظور کاوش در فضای جواب وسیع‌تر استفاده می‌شود. در این رساله از این دو عملگر برای حفاظت از شدنی بودن جواب و یافتن جواب‌های بهتر استفاده شده است [۲۱].

• **عملگر تولید مثل**

به طور معمول این عملگر از دو کروموزوم برای ایجاد ایجاد یک کروموزوم با مشخصه‌های جدید استفاده می‌کند که کروموزوم‌های انتخاب شده را والدین و کروموزوم جدید ایجاد شده را فرزند می‌نامند. چندین نوع از این عملگر در الگوریتم ژنتیک چندهدفه استفاده می‌شود که شامل تولید مثل تک برش[۶]، تولید مثل دو برش[۷] و تولید مثل یونیفرم[۸] می‌باشد. در این رساله از عملگر تولید مثل تک‌برش برای یافتن جواب‌های بهتر استفاده می‌شود. برای انتخاب والدین از روش چرخ رولت[۹] استفاده می‌شود. شکل (۳) نمونه‌ای از تولیدمثل تک برش را نشان می‌دهد.

• **عملگر جهش**

انواع مختلفی از عملگر جهش وجود دارد که در الگوریتم ژنتیک چندهدفه استفاده می‌شود. مواردی مانند جانشینی[۱۰]، الحاق[۱۱]، معکوس‌سازی[۱۲] استفاده می‌شوند. در این مقاله تمامی این متدها مورد استفاده قرار گرفته است. در ابتدا یک کروموزوم با استفاده از روش چرخ رولت انتخاب می‌شود. اعداد ۱ تا ۳ به ترتیب به عملگرهای جهش تخصیص داده می‌شود سپس عددی تصادفی صحیح بین بازه $[1,3]$ تولید می‌شود که این عدد تعیین می‌کند از کدام عملگر استفاده شود. نمونه‌ای از عملگر جانشینی در شکل (۴) نشان داده شده است.

• **فاصله ازدحامی**

برای بدست آوردن تخمینی از چگالی جواب‌های موجود در کنار یک جواب خاص، میانگین فاصله‌ای از دو جواب واقع در طرفین آن جواب برای هر تابع هدف جداگانه محاسبه می‌شود. مقدار عددی که از محاسبه فضای مربعی (در مسائل دوهدفه) اطراف جواب j با بکار بردن نزدیکترین همسایه‌های آن بدست می‌آید، فاصله ازدحامی نامیده می‌شود که از رابطه زیر حساب می‌شود.

$$d_j = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(j-1) - f_i(j+1)}{f_i^{max} - f_i^{min}} \qquad (۵۳)$$

به طور کلی فاصله ازدحامی جواب‌ها در فضای جواب مسائل چند هدفه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

گام اول: در هر جبهه، جواب‌ها بر اساس یکی از توابع هدف دلخواه به صورت نزولی مرتب می‌شوند، فرض می‌شود که تعداد توابع هدف مسأله و تعداد جواب‌ها در هر جبهه برابر باشد.

گام دوم: فاصله ازدحامی نقاط اول و آخر لیست برابر بی‌نهایت می‌شود (دلیل این امر آن است که در کنار این نقاط، نقاط دیگری وجود ندارد که آن را پوشش دهد).

---

[4] Mutation
[5] Crossover
[6] Single point crossover
[7] .Double point crossover
[8] Uniform crossover
[9] Roulette wheel selection
[10] Swap
[11] Insertion
[12] inversion

۸- فرضیات تحقیق

بین عملکرد مدل‌های بهینه‌سازی تکاملی چهار هدفه، سه هدفه و دو هدفه در دو وضعیت مختلف فازی و غیرفازی تفاوت معنی‌داری وجود ندارد.

از آنجایی‌که در این پژوهش تلاش می‌شود که اثرات استفاده از منطق فازی و عملگرهای فازی در تشکیل پرتفوی‌های بهینه سنجیده شود، در صورتی که فرضیه تحقیق در زمینه بی‌اثر بودن استفاده از منطق فازی در تشکیل پرتفوی بهینه رد شود، نتیجه گرفته می‌شود که استفاده از منطق فازی و عملگرهای فازی، حتماً در تشکیل پرتفوهای بهینه مؤثر است.

۹- جامعه و روش نمونه‌گیری

جامعه آماری تحقیق، صنایع فهرست شده در بورس اوراق بهادار تهران با دو معیار الف) تمرکز بازار و گردش معاملات و ب) تعداد شرکت‌های پذیرفته شده در صنعت بوده است. به این ترتیب از بین ۳۵ صنعت فهرست شده در بورس اوراق بهادار تهران، بدون در نظر گرفتن صنایعی مانند بانک‌ها و مؤسسات اعتباری، بیمه و صندوق بازنشستگی، سرمایه‌گذاری‌ها، چندرشته‌ای صنعتی و سایر واسطه گری‌های مالی (که خصوصیات نامتعارف ساختار سرمایه و شیوه متفاوت گزارشگری آنها می‌تواند باعث انحراف داده‌ها شود)، صنایعی که بیشتر در معرض توجه بازیگران بازار قرار داشته و شامل حداقل ۱۰ شرکت فعال و حائز شرایط لازم به شرح زیر هستند، به عنوان نمونه آماری تحقیق انتخاب شد:

۱) قبل از سال ۱۳۸۴ در بورس اوراق بهادار تهران پذیرفته شده باشند.

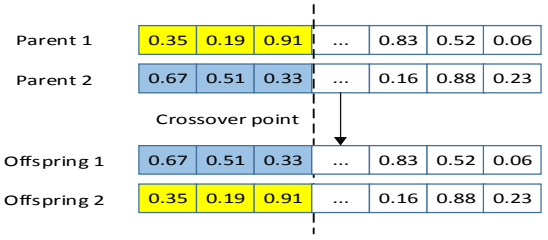
۲) سهام آنها در بازه ۱۳۸۴-۱۳۹۴ و در هر فصل حداقل به مدت یک هفته کاری معامله شده باشد.

۳) در بازه زمانی فوق، صورت‌های مالی آنها در سامانه کدال منتشر شده باشد.

که در نهایت با در نظر گرفتن ملاحظات بالا صنایع زیر انتخاب شدند:

الف) خودرو و ساخت قطعات، ب) فلزات اساسی، پ) محصولات شیمیایی، ت) مواد و محصولات دارویی، ث) ماشین آلات و تجهیزات، ج) محصولات غذایی و آشامیدنی و چ) سیمان، آهک و گچ

این تحقیق از نظر هدف کاربردی است. از نظر روش اجرا نیز جزو تحقیقات توصیفی و از نوع تحلیل همبستگی محسوب می‌شود. از آنجایی که این پژوهش بر اساس داده‌های اسنادی انجام می‌شود، این تحقیق را می‌توان جزء تحقیقات پس‌رویدادی به حساب آورد. گام‌های انجام تحقیق به صورت زیر بوده است:



شکل ۳: نمونه‌ای از تولید مثل تک برش

شکل ۴: نمونه‌ای از عملگر جانشینی جهت جهش

۱. در گام اول داده‌ها با روشی که در قسمت جامعه و روش نمونه‌گیری بیان شد، مشخص شد.

۲. بازده‌های روزانه هر کدام از شرکت‌ها از سایت TSETMC و نرم‌افزار ره‌آورد نوین استخراج و بازده ماهانه، نیم‌واریانس منفی (ریسک نامطلوب) چولگی و کشیدگی هر یک از شرکت‌ها محاسبه شد.

۳. چارک‌های بازدهی‌ها تعیین گردید و بازده فازی، نیم‌واریانس فازی، چولگی فازی و کشیدگی فازی محاسبه گردید و پس از آن طبق فرمول‌ها بالا به اعداد قطعی تبدیل شد.

۴. ملاحظات مدنظر سرمایه‌گذار در میزان سرمایه گذاری در هر شرکت (حداکثر ۶۰ درصد کل آورده اولیه) و تعداد اعضای پرتفوی (بین ۴ تا ۹ سهم) دخیل گردید.

۵. الگوریتم‌های NSGA-II جداگانه برای هر یک از مدل‌ها در محیط نرم‌افزار متلب کدنویسی شد و پس از انجام طراحی آزمایشات به روش تاگوچی اندازه جمعیت برابر ۱۵۰، تکرار برابر ۱۰۰، نرخ تولیدمثل ۸۵ درصد و نرخ جهش ۱۵ درصد تعیین شد. پس از آن هر کدام از دو مدل ده بار اجرا شد و پرتفوهای غیرمغلوب تعیین گردید.

۶. با استفاده از نسبت سورتینو، از میان پرتفوهای غیرمغلوب، بهترین پرتفوی انتخاب گردید.

۷. برای مقایسه بین پرتفوهای استخراج شده، از نسبت ترینر با استفاده از داده‌های واقعی سال ۱۳۹۵ استفاده شد که خلاصه نتایج آن در جدول شماره ۱ آمده است.

۸. سپس برای مقایسه عملکرد مدل‌ها در دو وضعیت فازی و غیرفازی از آزمون فرض t زوجی استفاده شد. هدف از انجام این آزمون، تعیین معنی-داری یا عدم معنی‌داری اختلاف بین دو معیار بازده و نسبت ترینر در دو وضعیت مختلف فازی و غیرفازی است. رابطه ۵۴ نحوه محاسبه این آماره را نشان می‌دهد [۲۲].

$$t_{n-1} = \frac{\mu_d}{s_d/\sqrt{n}} \qquad (۵۴)$$

در رابطه (۵۴)، μ_d نشان‌دهنده میانگین اختلاف دو نمونه، s_d نشان دهنده انحراف معیار اختلاف و n حجم نمونه را نشان می‌دهد این آماره دارای توزیع t-student با درجه آزادی $n \quad 1$ است. با استفاده از تابع $ttest$ در نرم‌افزار متلب این آزمون انجام شد و نتایج این آزمون در جدول شماره (۲) برای سطح اطمینان ۹۵ درصد آورده شده است.

۱۰- نتایج تحقیق

خلاصه‌ی نتایج پاسخ‌های برنامه‌ریزی‌های دوهدفه، سه‌هدفه و چهار هدفه و نسبت ترینر پرتفوهای استخراج شده، در جدول (۱) نشان داده شده‌اند. در جدول (۲)، آزمون t زوجی برای مقایسه مدل‌های دوهدفه، سه هدفه و چهارهدفه لیست شده است. هنگامی که فرض H1 مورد قبول است، بدین معناست که بین دو مدل اختلاف معنی‌داری وجود دارد.

نتیجه‌گیری

دو عنصر مهم در مقوله سرمایه‌گذاری، ریسک و بازده می‌باشد. سرمایه‌گذاران همواره تمایل دارند در سطح معینی از ریسک، بازدهی خود را افزایش داده یا در سطح معینی از بازده، ریسک خود را کاهش دهند. مارکویتز با ارائه مدل خود در زمینه سبد سهام نشان داد که با تشکیل سبد دارایی‌های مالی این امکان بوجود می‌آید که در سطح معینی از بازده ریسک را کاهش داد. لذا سرمایه‌گذاران تمایل دارند تا با شناخت و انتخاب ترکیب بهینه دارایی‌های مالی در سبد سهام خود، بازده مورد انتظار خود را حداکثر و ریسک را حداقل نمایند. اما سرمایه‌گذاران با سه مشکل اساسی مواجه هستند. اولین مشکل مربوط به فروض زیربنایی مدل مارکویتز یعنی اینکه

بازده دارایی‌ها به صورت عدد تصادفی در نظر گرفته می‌شود که در دنیای امروزی به دلیل عدم اطمینان و ابهام در اطلاعات موجود و شرایط آینده به دور از واقعیت است و مشکل دوم متقارن بودن تابع توزیع دارایی‌ها و بی‌تفاوت بودن سرمایه‌گذار نسبت به معیار ریسک است مشکل سوم روش‌های حل مورد استفاده در هنگام لحاظ کردن و توجه به دو مشکل قبلی است.

با توجه به سه مشکل مطرح شده، مقاله حاضر سعی نمود تا با استفاده از گشتاورهای مراتب مختلف در دو حالت فازی و غیرفازی و با در نظر گرفتن ملاحظات مدنظر سرمایه‌گذار، به صورت همزمان، پرتفوهای بهینه‌ای را تشکیل دهد. در نهایت پرتفوهای بدست آمده، از نظر عملکرد با نسبت ترینر مقایسه شد و مشخص گردید که فازی در نظر گرفتن گشتاورها باعث تشکیل پرتفوهای بهتر و مطلوب‌تری می‌گردد.

جدول ۱: خلاصه نتایج پاسخ‌های برنامه‌ریزی‌های دوهدفه، سه‌هدفه و چهار هدفه و نسبت ترینر پرتفوهای استخراج شده

	اجرای اول	اجرای دوم	اجرای سوم	اجرای چهارم	اجرای پنجم	اجرای ششم	اجرای هفتم	اجرای هشتم	اجرای نهم	اجرای دهم
بازده پرتفوی‌های استخراج شده از مدل میانگین-نیم‌واریانس	۱.۶۷	۲۱.۶۷	۳۰.۲۳	۱۸.۰۱	۳۲.۵۳	۲۰.۰۰	۶.۳۲	۱۱.۲۰	۳.۴۲	۱۲.۵۰
نسبت ترینر مدل میانگین-نیم‌واریانس	-1,407	0,0500	-1,347	-2,248	-1,562	-2,366	-3,603	-1,864	0,530	0,396
بازده پرتفوی استخراج شده از مدل میانگین فازی-نیم‌واریانس فازی	37.45	29.63	1.66	14.89	67.84	31.31	15.68	32.26	29.70	23.85
نسبت ترینر مدل میانگین فازی-نیم‌واریانس فازی	40,67	2,88	7,09	-0.66	6,80	9,84	-0.99	5,54	1,50	2,85
بازده پرتفوی‌های استخراج شده از مدل میانگین-چولگی	-2.01	21.85	-15.86	11.91	10.73	-7.41	17.73	-4.35	-0.8	-1.13
نسبت ترینر مدل میانگین-چولگی	-0,95	-6,72	-6,84	-5,20	-3,16	-4,49	-7,45	-8,15	-7,44	-4,19
بازده پرتفوی استخراج شده از مدل میانگین فازی-چولگی فازی	۱۳.۷۹	۱۳.۲۱	۱.۴۸-	۱۷.۲۴	۲۷.۶۳	۱۲.۰۱	۸.۰۵	۱۲.۰۱	۱۰.۵۹	۱۹.۴۸
نسبت ترینر مدل میانگین فازی-چولگی فازی	-4,09	0,023	-3,32	-1,34	-4,81	-1,67	1,16	-0,75	-4,19	-0,44
بازده پرتفوی‌های استخراج شده از مدل میانگین-نیم‌واریانس-چولگی	۳۶.۶۰	۲۳.۵۲	۲۵.۳۶	۱۰.۹۲	۱۳.۵۷	۷.۲۹	۲۴.۱۲	۱۴.۴۴	۲۶.۲۴	۱۵.۱۱
نسبت ترینر مدل میانگین-نیم‌واریانس-چولگی	-۵.۷۸	-۱۴.۳۶	-۱۰.۳۹	-۰.۸۸	-۱۰.۰۵	-۵.۳۲	-۳.۷۹	-۷.۰۳	-۲.۷۱	-۵.۴۲
بازده پرتفوی استخراج شده از مدل میانگین فازی-نیم‌واریانس فازی-چولگی فازی	۷.۴۵	۲۶.۹۲	۵۶.۱۹	۱۴.۸۹	۶۷.۸۴	۳۱.۳۱	۱۳.۹۹	۳۶.۶	۲۳.۵۵	۲۵.۴
نسبت ترینر مدل میانگین فازی-نیم‌واریانس فازی-چولگی فازی	-۰.۰۲۳	-۷.۰۰	۲.۸۹	۲.۰۳	-۲.۶۴	-۲.۲۲	-۱.۳۷	-۱.۱۳	۰.۹۸	۳.۶۲
بازده پرتفوی‌های استخراج شده از مدل میانگین-نیم‌واریانس-چولگی-کشیدگی	۱.۶۷	۲۱.۶۷	۳۰.۲۳	۱۸.۰۱	۳۲.۵۳	۲۰.۰۰	۶.۳۲	۱۱.۲۰	۳.۴۲	۱۲.۵۰
نسبت ترینر مدل مدل میانگین-نیم‌واریانس-چولگی-کشیدگی	-۰.۰۳	-۱۲.۷۲	-۰.۰۵	۱.۹۴	-۳۴۵.۵۷	-۱۰۹.۰۵	۷.۴۳	-۱۷.۴۷	-۷۶.۷۲	-۲۱.۴۳
بازده مدل میانگین فازی-نیم‌واریانس فازی-چولگی فازی-کشیدگی فازی	۱۷.۶۳	۶۱.۶۳	۲۳.۸۶	-۱۴.۴۰	۳۰.۶۴	۱۰۳.۷۵	۱۴.۴۶	۱۵.۳۸	-۲۴.۳۰	۶۸.۹۶
نسبت ترینر مدل میانگین فازی-نیم‌واریانس فازی-چولگی فازی-کشیدگی فازی	۴۴.۲۹	۱۸.۷۶	۴۱.۰۳	۸۵.۳۹	۳۹.۳۳	۲۹.۷۰	۴۵.۱۲	۲۹.۶۳	۳۵.۱۰	۵۹.۹۰

جدول ۲: آزمون t زوجی برای مقایسه مدل‌های دوهدفه، سه هدفه و چهارهدفه

ردیف	مورد مقایسه	مقدار آماره	مقدار بحرانی	Pvalue	فرض مورد قبول
۱	بازده مدل‌های فازی و غیرفازی دو هدفه	۵.۵۱۷۷	۲.۸۶۶۳	۰.۰۰۳۱۹	H۱
۲	نسبت ترینر مدل‌های فازی و غیر فازی دو هدفه	۷.۴۶۷۵	۳.۳۵۴۱۳	۰.۰۰۲۶۲	H۱
۳	بازده مدل‌های فازی و غیرفازی سه هدفه	-۲.۲۶۵	۲.۲۶۲	۰.۰۴۹۷	H۱
۴	نسبت ترینر مدل‌های فازی و غیر فازی سه هدفه	۶.۳۷۱	۲.۲۶۲	۰.۰۰۰۱۳	H۱
۵	بازده مدل‌های فازی و غیرفازی چهار هدفه	-۴.۴۵	۲.۲۶۲	۰.۰۰۱۵۹	H۱
۶	نسبت ترینر مدل‌های فازی و غیر فازی چهار هدفه	-۲.۲۹۷	۲.۲۶۲	۰.۰۴۷۲	H۱

فهرست منابع

[1] Huiling, W. et al., (2013). Multi-period Markowitz's mean-variance portfolio selection with state-dependent exit probability, Economic Modeling, (36), 69-74.

[2] Dubois, D et al. (1988). Possibility theory: an approach to computerized processing of uncertainty vol. 2: New York: Plenum press.

[3] Vercher, E et al. (2015). Portfolio absolute optimization using a credibility mean-semi-deviation model, Expert Systems with Applications. (42)20, 7121–7131.

[4] Konstantinos, L et al. (2018). Examining the effect of different configuration issues of the multi-objective evolutionary algorithms on the efficient frontier formulation for the constrained portfolio optimization problem, Journal of the Operational Research Society, 69(3), 1-23.

[5] Coello, C.A.C. et al., (2007). Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems, NewYork: Springer Street.

[6] Coello, C.A.C, et al., Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems, 2nd ed., Springer, New York, US, 2007.

[7] Misra, S. K. et al. (2014). A comparative performance assessment of a set of multi-objective algorithms for constrained portfolio assets selection. Swarm and Evolutionary Computation 16, 38-51.

[8] Macedo, L.L et al., (2017). Mean-semivariance portfolio optimization with multiobjective evolutionary algorithms and technical analysis rules. *Expert Systems with Applications*, *79*, pp.33-43.

[9] Kumar, D. et al. (2017). Portfolio optimization using novel co-variance guided artificial bee colony algorithm, Swarm and evolutionary Computation, (33), 119-130.

[10] Anagnostopoulos, K.P. et al. (2010). A portfolio optimization model with three objectives and discrete variables. *Computers & Operations Research, 37*(3), 1285-1297.

[11] Chandra, S. et al., (2016). A diversified portfolio model of adaptability. *American Psychologist*, *71*(9), p.847.

[12] Zhang, Y et al. (2018). Portfolio selection problems with Markowitz's mean–variance framework: a review of literature. Fuzzy Optimization and Decision Making, 17(2), 125-158.

[13] Saborido, R et al. (2016). Evolutionary multi-objective optimization portfolio algorithms for fuzzy selection, Applied Soft Computing Computing, (39), 48–63

[14] Liagkouras.K, (2018). A new three-dimensional encoding multiobjective evolutionary algorithm with application to the portfolio optimization problem, Knowledge-Based Systems.

[15] Liagkouras, K et al. (2018). Multi-period mean–variance fuzzy portfolio optimization model with transaction costs, Engineering Applications of Artificial Intelligence, 67, 260-269.

Saborido, R et al. Evolutionary Muli-Objective Optimization Algorithm for fuzzy portfolio selection, Applied Soft Computing (39)

[16] Khalilpourazary S, et al," (2018) Multi-objective optimization of multi-item EOQ model with partial backordering and defective batches and stochastic constraints using MOWCA and MOGWO" Operational Research.

[17] Rostami, M, et al. (2015), Higher torques in stock portfolio optimization in fuzzy environment. Quarterly Journal of Financial Engineering and Securities Management, (24) 6, 41-62.

[18] Najafi, A, et al. (2015), Dynamic optimization of investment portfolio with respect to transaction costs, Quarterly Journal of Financial Engineering and Securities Management, (6) 24, 172-135.

[19] Homayfar. S, et al. (2016), Applying Sustainable Optimization Models and Ideal Planning in Selecting a Multi-Term Investment Portfolio; Quarterly Journal of Financial Engineering and Securities Management, (7) 28, 167-153.

[20] Afshar Kazemi, M.A, et al. (2012). Selection of stock portfolio in Tehran Stock Exchange by combining data analysis method and ideal planning, Quarterly Journal of Financial Analysis of Securities Analysis. (16) 13, 49-64.

[21] Khajehzadeh Dezfuli. M. (2016) Research in Advanced Operations "Special Industrial Management Field Code 2164" PhD, Modaresan Sharif Publications

[22] Adel Azar et al., (2003) Statistics and its applications in management, Samat Publications.