

یافتن کارآمدترین واحد تصمیم‌گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری

حسن بابائی کشتلی^۱، محسن رستمی مال‌خلیفه^{۲*}

(^{۱و۲}) گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۰/۰۹/۱۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۵/۰۲

چکیده

یافتن بهترین و کارآمدترین واحد تصمیم‌گیرنده یکی از مهمترین مباحث در تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. در این مقاله روشی برای پیدا کردن کارآمدترین واحدهای تصمیم‌گیرنده کارا با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و یک الگوریتم تکاملی نوظهور به نام الگوریتم رقابت استعماری، که از پدیده‌های اجتماعی، سیاسی و فرهنگی انسان سرچشمه می‌گیرد، پیشنهاد شده است. این الگوریتم از الگوی تاریخی رقابت در میان کشورهای استعمارگر الهام گرفته در واقع دریچه‌ای گشوده شده از دنیای ریاضیات و با چشم‌انداز کاملاً انسانی است. در این روش، واحدهای تصمیم‌گیرنده کارا به عنوان استعمارگر و واحدهای مجازی که در ناحیه مغلوبی آنها قرار دارد به عنوان مستعمره در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از رقابتی که بین استعمارگرها برای جذب مستعمره‌های یکدیگر، انجام می‌شود بهترین واحد مشخص می‌شود. از جمله حسن این روش این است که بدون حل مدل و تنها با مقایسات زوجی، واحد کارآمد مشخص می‌شود.

واژه‌های کلیدی: رتبه‌بندی، تحلیل پوششی داده‌ها، الگوریتم رقابت استعماری، ناحیه مغلوبی.

۱- مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها یک تکنیک برنامه‌ریزی خطی است که اولین بار توسط چارلز و همکاران [۱] براساس تعمیم ایده فارل [۲] در حالت بازده به مقیاس ثابت، برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده متجانس با چند ورودی و خروجی معرفی گردید. سپس بنکر و همکاران [۳] مدل مذکور را در حالت بازده به مقیاس متغیر نیز توسعه دادند. به همین ترتیب از زمان ارائه مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، با توجه به ویژگی‌های مورد مطالعاتی، نوع داده‌ها و نوع کاربرد، تاکنون مدل‌های متعددی از تحلیل پوششی داده‌ها ارائه شده است.

از جمله مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها می‌توان مدل‌های CCR و BCC را نام برد که مقدار کارایی واحدهای ناکارا کمتر از یک و مقدار کارایی واحدهای کارا برابر با یک را به دست می‌آورند. همان‌طور که می‌دانیم، معمولاً تعداد زیادی از واحدهای تصمیم‌گیری کارا محسوب می‌شوند. با وجود این، ادعای اینکه همه واحدهای کارا در عمل عملکرد یکسان دارند ادعای درستی نیست و بعضی مواقع ضروری است روش‌هایی جهت تمایز بین واحدهای کارا پیشنهاد داده شوند. به ویژه ممکن است تصمیم‌گیرنده بخواهد یک و تنها یک واحد تصمیم‌گیری را در میان همه واحدهای تصمیم‌گیری به عنوان کاراترین آنها معرفی کند. برای رفع این مشکل و افزایش قدرت تفکیک بین واحدهای تصمیم‌گیرنده، تلاش‌های زیادی برای رتبه‌بندی آنها صورت گرفت. به عنوان مثال می‌توان به معرفی روش‌های رتبه‌بندی AP که توسط اندرسون و پیترسون [۴] و روش کارایی متقاطع که توسط سکستون [۵] ارائه شده است، اشاره کرد. خواننده برای آشنایی با روش‌های بیشتر رتبه‌بندی می‌تواند به [۶، ۷، ۸، ۹] رجوع نماید.

همچنین تعدادی مقاله در این زمینه وجود دارند

که روش‌هایی را برای پیدا کردن کاراترین واحد تصمیم‌گیری ارائه کرده اند، برای مثال، ارتای و همکاران [۱۰]، امین و طلوع [۱۱]، امین [۱۲] و طلوع و نعلچگر [۱۳] را می‌توان نام برد که هرکدام مبحث کاراترین واحد تصمیم‌گیرنده را مورد مطالعه قرار داده‌اند. روش‌های فوق هرچند روش‌های خوب برای محاسبه ارزیابی عملکرد واحدهای کارا می‌باشند ولی با مثال‌هایی اثبات می‌شوند که روش‌های فوق در بدست آوردن کاراترین واحد تصمیم‌گیرنده ضعف‌هایی دارند و ممکن است بعضی‌ها نشدنی و بعضی بیش از یک واحد تصمیم‌گیری کارا را به عنوان کاراترین معرفی نماید در صورتی که هدف ارائه یک واحد تصمیم‌گیری به عنوان کاراترین می‌باشد.

در این راستا الگوریتم‌های بهینه‌سازی و فراابتکاری وجود دارند که الهام گرفته از طبیعت و مسائل سیاسی و اجتماعی به عنوان روش‌های هوشمند بهینه‌سازی در کنار روش‌های کلاسیک، موفقیت قابل ملاحظه‌ای جهت معرفی کاراترین واحد تصمیم‌گیری از خود نشان داده‌اند از جمله از این الگوریتم می‌توان به الگوریتم رقابت استعماری ارائه شده توسط آتش پز گرگری [۱۴] نام برد که از پدیده‌های اجتماعی، سیاسی و فرهنگی انسان سرچشمه می‌گیرد. این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی برتری خود را نشان داده و به حل بسیاری از مسئله‌ها در زمینه‌های مختلف پرداخته‌اند.

در این مقاله، واحدهای کارا را به عنوان استعمارگر در نظر می‌گیریم. منظور از واحد کارا، واحدی می‌باشد که توسط هیچ واحد مشاهده شده دیگر مغلوب نگردد یعنی هیچ واحد مشاهده شده دارای ورودی کمتر و خروجی بیشتر وجود نداشته باشد. برای تعیین مستعمره‌های هر استعمارگر ناحیه‌ی مغلوبی برای واحدها تعریف می‌گردد که هر واحد مجازی در این ناحیه مغلوبی بعنوان مستعمره آن

۲-۱- الگوریتم رقابت استعماری

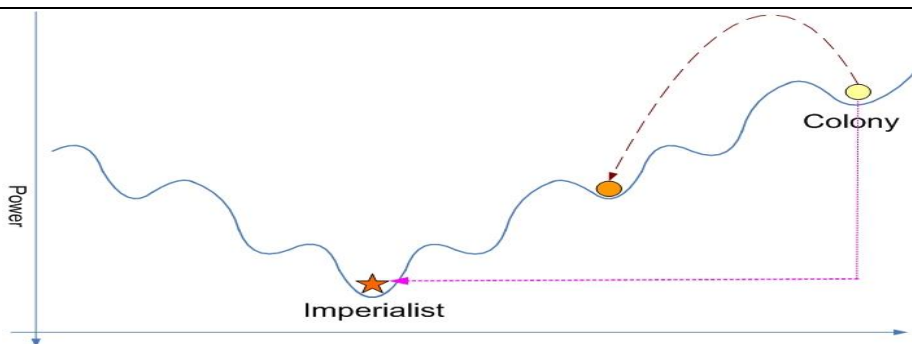
این الگوریتم، از چندین کشور در حالت اولیه شروع می‌شود. کشورها در حقیقت جواب‌های ممکن مساله هستند همه‌ی کشورها، به دو دسته تقسیم می‌شوند: استعمارگر و مستعمره. کشورهای استعمارگر با اعمال سیاست جذب (همگون‌سازی) در راستای محورهای مختلف بهینه‌سازی، کشورهای مستعمره را به سمت خود می‌کشد. رقابت استعماری در کنار سیاست همگون‌سازی، هسته‌ی اصلی این الگوریتم را تشکیل می‌دهد و باعث می‌شود که کشورها به سمت مینیمم مطلق تابع حرکت کنند. از دید بهینه‌سازی، استعمار بعضی از کشورها را که در یک دره معمولی تمدن قرار داشتند، خارج کرده و آنها را به یک حوزه مینیمم دیگر برد که در بعضی موارد وضعیت این حوزه مینیمم بهتر از موقعیت قبلی کشور مستعمره بود. اما به هر حال این حرکت مستلزم پیشروی مستعمره در راستای محورهای مختلف اقتصادی و فرهنگی به سمت یک امپریالیست قوی‌تر بود، یعنی از میان رفتن بعضی از ساختارهای فرهنگی و اجتماعی. شکل ۱ این وضعیت را به خوبی نشان می‌دهد. در این شکل، مستعمره در نتیجه سیاست همگون‌سازی از یک ناحیه مینیمم خارج شده و وارد یک ناحیه مینیمم دیگر می‌شود که در آن وضعیت بهتری را دارا می‌باشد. به هر حال هزینه‌ای که بابت این حرکت پرداخت شده است، نزدیکی به کشور استعمارگر در راستای محورهای مختلف اقتصادی، سیاسی و اجتماعی است. ادامه این حرکت می‌تواند به جذب کامل کشور مستعمره در کشور استعمارگر بیانجامد.

واحد در نظر گرفته می‌شود. که این نقاط به صورت رندم با استفاده از توزیع یکنواخت بدست می‌آیند. با استفاده از رقابتی مشابه الگوریتم رقابت استعماری، رقابتی بین استعمارگرها انجام می‌گردد و آن استعمارگری که در نهایت بتواند مستعمره همه واحدها را در حیطه تسلط خود در آورد در رتبه نخست قرار می‌گیرد. برای محاسبه قدرت مستعمره‌ها و استعمارگرها از روش FDH با اصل بازده به مقیاس متغیر که دارای تکنولوژی غیرمحدب است، استفاده می‌گردد که ما را از حل هرگونه مدلی بی‌نیاز می‌کند و همچنین باعث می‌شود قدرت مستعمره‌های مربوط به هر استعمارگر، با خود استعمارگر مقایسه گردد.

این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. در بخش ۲ به مرور الگوریتم رقابت استعماری و پیش نیازهای مورد نیاز برای مدل‌های DEA^2 پرداخته شده است. در بخش ۳، الگوریتمی برای یافتن کاراترین واحد تصمیم‌گیرنده ارائه می‌گردد. در بخش ۴ الگوریتم پیشنهادی بر روی مثالی عددی و مثالی کاربردی پیاده‌سازی می‌گردد و در بخش آخر نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲- مروری بر الگوریتم رقابت استعماری و مدل FDH در DEA

در این بخش، ابتدا الگوریتم رقابتی امپریالیستی ارائه شده توسط آتشیز-گرگری و لوکاس که ناشی از پدیده‌های اجتماعی، سیاسی و فرهنگی است را ارائه می‌دهیم. این الگوریتم برتری خود را نسبت به الگوریتم‌های بهینه‌سازی دیگر نشان داده است و در بسیاری از زمینه‌ها به بسیاری از مسائل پرداخته است. سپس برخی از نشانه‌های DEA را مرور می‌کنیم و تکنولوژی و مدل FDH را معرفی می‌کنیم.



شکل ۱: اعمال سیاست جذب از طرف استعمارگران بر مستعمرات

امپراطوری‌ها نزدیک‌تر خواهند شد و شاهد یک نوع همگرایی خواهیم بود. حد نهایی رقابت استعماری، زمانی است که یک امپراطوری واحد در دنیا داشته باشیم، با مستمراتی که از لحاظ موقعیت، به خود کشور امپریالیست، خیلی نزدیک هستند.

۲-۲- شکل‌دهی امپراطوری‌های اولیه در الگوریتم رقابت استعماری

در بهینه‌سازی، هدف یافتن یک جواب بهینه بر حسب متغیرهای مسئله، است. ما یک آرایه از متغیرهای مسئله را که باید بهینه شوند، ایجاد می‌کنیم. در اینجا آن را یک کشور می‌نامیم. در یک مسئله‌ی بهینه‌سازی N_{var} بعدی، یک کشور، یک آرایه‌ی $1 \times N_{var}$ است. این آرایه به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\text{country} = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{var}}] \quad (1)$$

مقادیر متغیره‌ها در یک کشور، به صورت اعداد اعشاری نمایش داده می‌شوند. از دیدگاه تاریخی-فرهنگی، اجزای تشکیل دهنده یک کشور را می‌توان ویژگی‌های اجتماعی-سیاسی آن کشور، همچون فرهنگ، زبان، ساختار اقتصادی و سایر ویژگی‌ها در نظر گرفت.

به عنوان یک مثال فرض کنیم که می‌خواهیم یک

در این جا سعی بر آن است تا با دسته‌بندی رفتارها و با کشف نظم درونی آنها و در نهایت مدل‌سازی ریاضی واکنش‌های متقابل مستعمرات و استعمارگران، این پدیده‌ی پیچیده‌ی اجتماعی را در قالب یک الگوریتم بهینه‌سازی ریاضی بریزیم. قدرت کل هر امپراطوری، به هر دو بخش تشکیل دهنده آن یعنی کشور استعمارگر (به عنوان هسته مرکزی) و مستعمرات آن، بستگی دارد. در حالت ریاضی، این وابستگی با تعریف قدرت امپراطوری به صورت مجموع قدرت کشور استعمارگر، به اضافه درصدی از میانگین قدرت مستعمرات آن، مدل شده است.

با شکل‌گیری امپراطوری‌های اولیه، رقابت امپریالیستی میان آنها شروع می‌شود. هر امپراطوری‌ای که نتواند در رقابت استعماری، موفق عمل کرده و بر قدرت خود بیافزاید (و یا حداقل از کاهش نفوذش جلوگیری کند)، از صحنه رقابت استعماری، حذف خواهد شد. بنابراین بقای یک امپراطوری، وابسته به قدرت آن در جذب مستعمرات امپراطوری‌های رقیب، و به سطره در آوردن آنها خواهد بود. در نتیجه، در جریان رقابت‌های استعماری، به تدریج بر قدرت امپراطوری‌های بزرگتر افزوده شده و امپراطوری‌های ضعیف‌تر، حذف خواهند شد. امپراطوری‌ها برای افزایش قدرت خود، مجبور خواهند شد تا مستعمرات خود را نیز پیشرفت دهند.

با گذشت زمان، مستعمرات، از لحاظ قدرت به

کنترل کننده PID^۱ باید انجام شود، این است که هر دسته از این ضرایب به عنوان کنترل کننده در نظر گرفته شده و پاسخ پله سیستم برای این کنترلر بدست می آید. در نهایت با محاسبه ماکزیمم فراجش و انتگرال قدر مطلق خطا، مجموع آنها را به عنوان هزینه این کشور (ضرایب کنترل کننده) محاسبه می شود. ما به دنبال بهترین کشور (بهترین دسته ضرایب کنترل کننده) می گردیم. الگوریتم معرفی شده در این نوشتار، با تولید یک دسته اولیه از این ضرایب و دسته بندی آنها در قالب امپراطوری ها و اعمال سیاست جذب از طرف استعمارگران به روی مستعمرات و همچنین با ایجاد رقابت استعماری میان امپراطوری ها به جستجوی بهترین کشور می پردازد.

برای شروع الگوریتم، تعداد $N_{country}$ کشور اولیه را ایجاد می کنیم. N_{imp} تا از بهترین اعضای این جمعیت (کشورهای دارای کمترین مقدار تابع هزینه) را به عنوان استعمارگر انتخاب می کنیم. باقیمانده N_{col} تا از کشورها، مستعمراتی را تشکیل می دهند که هر کدام به یک امپراطوری تعلق دارند. برای تقسیم مستعمرات اولیه بین استعمارگرها، به هر استعمارگر، تعدادی از مستعمرات را که این تعداد، متناسب با قدرت آن است، می دهیم. سیاست جذب و رقابت استعماری، هسته اصلی این الگوریتم را تشکیل می دهند مطابق سیاست جذب کشور استعمارگر کشور مستعمره را در راستای محورهای فرهنگ و زبان و شرایط اجتماعی و اقتصادی به سمت خود جذب می کند. همان گونه که در شکل ۲-۶ نشان داده شده است، کشور مستعمره (Colony)، به اندازه X واحد در جهت خط واصل مستعمره به استعمارگر (Imperialist)، حرکت کرده و به موقعیت جدید (New Position of Colony)، کشانده می شود. در این شکل، فاصله میان استعمارگر و مستعمره با d نشان داده شده است. X نیز عددی تصادفی با توزیع

کنترل کننده PID^۱ برای یک سیستم کنترلی طراحی کنیم که مثلاً دارای کمترین میزان مجموع فراجش و انتگرال قدر مطلق خطا باشد. در یک حالت نوعی، جواب های ممکنه می توانند به صورت جواب هایی که به یک خروجی پایدار منجر می شوند، تعریف شوند. برای این مسئله دسته ای از جواب های ممکنه به صورت اولیه ایجاد می کنیم. در این مساله کشور i ام به صورت زیر تعریف می شود.

$$country_i = [KP_i, KI_i, KD_i] \quad (۲)$$

برای شروع الگوریتم باید تعدادی از این کشورها (به تعداد کشورهای اولیه الگوریتم) ایجاد شوند. بنابراین ماتریس کل کشورها به صورت تصادفی اولیه تشکیل می شود.

$$COUNTRY = \begin{bmatrix} country_1 \\ country_2 \\ \vdots \\ country_{N_{country}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KP_1 & KI_1 & KD_1 \\ KP_2 & KI_2 & KD_2 \\ KP_3 & KI_3 & KD_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ KP_{N_{country}} & KI_{N_{country}} & KD_{N_{country}} \end{bmatrix} \quad (۳)$$

در مسئله طراحی کنترل کننده، با هدف در نظر گرفته شده، این تابع به صورت زیر خواهد بود.

$$F = w_1 \times MaxOvershoot + w_2 \times IAE \quad (۵)$$

که در آن $MaxOvershoot$ ماکزیمم فراجش و IAE انتگرال قدر مطلق خطا است. w_1 و w_2 نیز وزن هایی هستند که میزان اهمیت هر یک از هدف ها را نشان می دهند. بنابراین کاری که برای بدست آوردن هزینه یک کشور (دسته پارامترهای

۱. proportional-integral-derivative

کمی زاویه تصادفی نیز به جهت حرکت مستعمره، اضافه می‌کنیم. بدین منظور این‌بار به جای حرکت به اندازه X ، به سمت کشور استعمارگر و در جهت بردار و اصل مستعمره به استعمارگر، به همان میزان، ولی با انحراف θ در مسیر، به حرکت خود ادامه می‌دهیم. θ را به صورت تصادفی و با توزیع یکنواخت در نظر می‌گیریم (اما هر توزیع دلخواه و مناسب دیگر نیز می‌تواند استفاده شود). پس

$$\theta \sim U(-\gamma, \gamma)$$

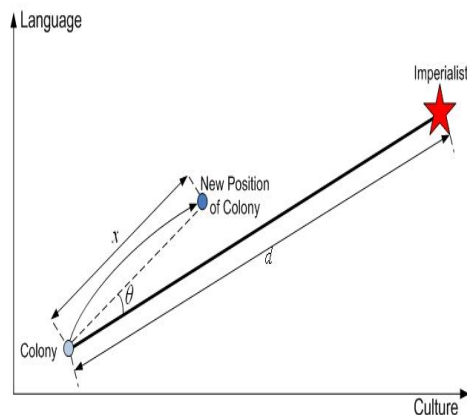
در این رابطه، γ پارامتری دلخواه می‌باشد که افزایش آن باعث افزایش جستجوی اطراف استعمارگر شده و کاهش آن نیز باعث می‌شود تا مستعمرات تا حد ممکن، به بردار واصل مستعمره به استعمارگر، نزدیک حرکت کنند. با در نظر گرفتن واحد رادیان برای θ ، عددی نزدیک به $\pi/4$ در اکثر پیاده‌سازی‌ها، انتخاب مناسبی بوده است.

یکنواخت (و یا هر توزیع مناسب دیگر) می‌باشد. یعنی برای X داریم.

$$x \sim U(0, \beta \times d)$$

که در آن β عددی بزرگتر از یک و نزدیک به ۲ می‌باشد. یک انتخاب مناسب می‌تواند $\beta=2$ باشد. وجود ضریب $\beta > 1$ باعث می‌شود تا کشور مستعمره در حین حرکت به سمت کشور استعمارگر، از جهت‌های مختلف به آن نزدیک شود.

با بررسی تاریخی پدیده همگون‌سازی، یک حقیقت آشکار در این زمینه این است که علی‌رغم اینکه کشورهای استعمارگر بطور جدی پیگیر سیاست جذب بودند، اما وقایع بطور کامل مطابق سیاست اعمال شده آنها پیش نمی‌رفت و انحرافات در نتیجه کار وجود داشت. در الگوریتم معرفی شده، این انحراف احتمالی با افزودن یک زاویه تصادفی به مسیر جذب مستعمرات، انجام می‌گیرد. بدین منظور، در حرکت مستعمرات به سمت استعمارگر،



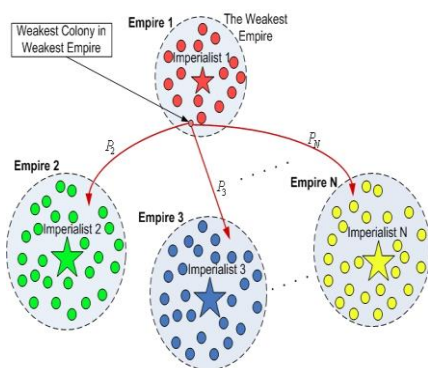
شکل ۲: حرکت واقعی مستعمرات به سمت استعمارگر

رقابت استعماری، بخش مهم دیگری از این الگوریتم را تشکیل می‌دهد. در طی رقابت استعماری، امپراطوری‌های ضعیف، به تدریج قدرت خود را از دست داده و به مرور زمان با تضعیف شدن از بین می‌روند. رقابت استعماری باعث می‌شود که به مرور زمان، به حالتی برسیم که در آن تنها یک امپراطوری در دنیا وجود دارد که آن را اداره می‌کند. این حالت زمانی است که الگوریتم رقابت استعماری با رسیدن به نقطه بهینه تابع هدف، متوقف می‌شود. شکل ۳ شمای کلی رقابت استعماری را نشان می‌دهد.

اگر در حین حرکت، یک مستعمره، نسبت به استمارگر، به موقعیت بهتری برسد، جای آن دو با هم عوض می‌شوند. در ضمن، قدرت کل یک امپراطوری به صورت مجموع قدرت کشور استعمارگر به اضافه درصدی از قدرت میانگین مستعمرات آن تعریف می‌شود. بدین ترتیب برای هزینه کل یک امپراطوری داریم.

$$T.C_n = Cost(imperialist_n) + \xi \text{mean}\{Cost(colonies \text{ of } empire_n)\} \quad (6)$$

که در آن $T.C_n$ هزینه کل امپراطوری n ام و ξ عددی مثبت است که معمولاً بین صفر و یک و نزدیک به صفر در نظر گرفته می‌شود. کوچک در نظر گرفتن ξ ، باعث می‌شود که هزینه کل یک امپراطوری، تقریباً برابر با هزینه حکومت مرکزی آن می‌شود و افزایش ξ نیز باعث افزایش تاثیر میزان هزینه مستعمرات یک امپراطوری در تعیین هزینه کل آن می‌شود.



شکل ۳: شمای کلی رقابت استعماری: امپراطوری‌های بزرگ‌تر، با احتمال بیشتری، مستعمرات امپراطوری‌های دیگر را تصاحب می‌کنند.

می‌باشد. زیرا عملیات نسبتاً زیاد مربوط به محاسبه تابع توزیع جمعی احتمال را حذف می‌کند و فقط به داشتن تابع چگالی احتمال نیاز دارد. سازوکار پیشنهادی پیشنهاد شده توسط آتشپز-گرگری و لوکاس در ادامه شرح داده خواهد شد تا در مستعمره مورد مناقشه بر اساس احتمال به امپراطوری‌های رقیب داده شود. در ادامه مکانیزم مطرح شده برای اختصاص متناسب با احتمال مستعمره مورد رقابت به امپراطوری‌های رقیب توضیح داده می‌شود.

با داشتن احتمال تصاحب هر امپراطوری، برای اینکه مستعمرات مذکور را به صورت تصادفی، ولی با احتمال وابسته به احتمال تصاحب هر امپراطوری، بین امپراطوری‌ها تقسیم کنیم؛ بردار $\mathbf{P}$ را از روی مقادیر احتمال فوق، به صورت زیر تشکیل می‌دهیم.

$$P = [p_{p_1}, p_{p_2}, p_{p_3}, \dots, p_{p_{N_{imp}}}] \quad (9)$$

بردار N_{imp}^* دارای سائز می‌باشد و از مقادیر احتمال تصاحب امپراطوری‌ها تشکیل شده است. سپس بردار تصادفی $\mathbf{R}$ ، همسایز با بردار $\mathbf{P}$ را تشکیل می‌دهیم. آرایه‌های این بردار، اعدادی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0, 1]$ می‌باشند.

$$R = [r_1, r_2, r_3, \dots, r_{N_{imp}}] \quad (10)$$

$$r_1, r_2, r_3, \dots, r_{N_{imp}} \sim U(0, 1)$$

سپس بردار $\mathbf{D}$ را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم.

$$D = P - R = [D_1, D_2, D_3, \dots, D_{N_{imp}}] = [p_{p_1} - r_1, p_{p_2} - r_2, p_{p_3} - r_3, \dots, p_{p_{N_{imp}}} - r_{N_{imp}}] \quad (11)$$

امپراطوری‌ای می‌دهیم که اندیس مربوط به آن در بردار $\mathbf{D}$ بزرگ‌تر از بقیه می‌باشد. امپراطوری‌ای که

در این شکل امپراطوری شماره ۱ به عنوان ضعیف‌ترین امپراطوری در نظر گرفته شده و یکی از مستعمرات آن در معرض رقابت استعماری قرار گرفته است و امپراطوری‌های ۲ تا N برای تصاحب آن با هم رقابت می‌کنند. برای مدل‌سازی رقابت میان امپراطوری‌ها برای تصاحب این مستعمرات، ابتدا احتمال تصاحب هر امپراطوری (که متناسب با قدرت آن امپراطوری می‌باشد)، را با در نظر گرفتن هزینه کل امپراطوری، به ترتیب زیر محاسبه می‌کنیم. ابتدا از روی هزینه کل امپراطوری، هزینه کل نرمالیزه شده آن را تعیین می‌کنیم.

$$N.T.C._n = \max_i \{T.C._i\} - T.C._n \quad (7)$$

$N.T.C._n$ نیز، هزینه کل نرمالیزه شده آن امپراطوری می‌باشد. هر امپراطوری که $T.C._n$ کمتری داشته باشد $N.T.C._n$ بیشتری خواهد داشت. در حقیقت $T.C._n$ معادل هزینه کل یک امپراطوری و $N.T.C._n$ معادل قدرت کل آن می‌باشد. امپراطوری با کمترین هزینه، دارای بیشترین قدرت است. با داشتن هزینه کل نرمالیزه شده، احتمال (قدرت) تصاحب مستعمره رقابت، توسط هر امپراطوری، به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$p_{p_n} = \left| \frac{N.T.C._n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} N.T.C._i} \right| \quad (8)$$

با داشتن احتمال تصاحب هر امپراطوری، مکانیزمی مورد نیاز است تا مستعمره مورد رقابت را با احتمال متناسب با قدرت امپراطوری‌ها در اختیار یکی از آنها قرار دهد. در این جا مکانیزم جدیدی برای پیاده‌سازی این فرایند معرفی شده است که دارای هزینه محاسباتی بسیار کمتری نسبت به سایر مکانیزم‌ها (مانند چرخه رولت در الگوریتم ژنتیک)

امکان تولیدی به صورت زیر ساخته می شود.

$$PPS_{FDH_v} = \{(X, Y) | \sum_{l=1}^n \lambda_l X_l \leq X, \sum_{l=1}^n \lambda_l Y_l \geq Y, \sum_{l=1}^n \lambda_l = 1, \lambda_l \in \{0, 1\}, l = 1, \dots, n\} = T_{FDH_v} \quad (12)$$

که می توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$PPS_{FDH_v} = \cup_{j=1}^n \{(X, Y) | X \geq X_j, Y \leq Y_j\} = T_{FDH_v} \quad (13)$$

با ملحوظ داشتن مجموعه امکان تولید فوق برای n واحد تصمیم گیرنده با ورودی های $X_j; (j=1, 2, \dots, n)$ و خروجی های $Y_j; (j=1, 2, \dots, n)$ مقدار کارایی تکنیکی واحد تصمیم گیرنده $(p \in \{1, 2, \dots, n\})$ از DMU_p از مدل زیر بدست می آید.

$$\begin{aligned} \text{Min } \theta & \quad (14) \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} & \leq \theta x_{ip}, \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} & \geq y_{rp}, \quad r = 1, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j & = 1 \\ \lambda_j & \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

مساله فوق یک مساله برنامه ریزی باینری می باشد که به صورت زیر می توان بدون حل مدل مقدار بهینه را بدست آورد. به طور معادل می توان مساله زیر را برای هر واحد به طور جداگانه حل نمود و بعد مینیمم مقادیر بدست آمده مقدار بهینه می باشد.

$$\begin{aligned} \theta^j = \text{Min } \theta & \quad (15) \\ \text{s.t. } x_{ij} & \leq \theta x_{ip}, \quad i = 1, \dots, m \\ y_{rj} & \geq y_{rp}, \quad r = 1, \dots, s \end{aligned}$$

مدل (۱۵) برای بعضی واحدها ممکن است نشدنی باشد.

بیشترین احتمال تصاحب را داشته باشد، با احتمال بیشتری اندیس مربوط به آن در بردار، بیشترین مقدار را خواهد داشت. با تصاحب مستعمره توسط یکی از امپراطوری ها، عملیات این مرحله از الگوریتم نیز به پایان می رسد.

۲-۲-۲- همگرایی الگوریتم

الگوریتم مورد نظر تا برآورده شدن یک شرط همگرایی، و یا تا اتمام تعداد کل تکرارها، ادامه می یابد. پس از مدتی، همه امپراطوری ها، سقوط کرده و تنها یک امپراطوری خواهیم داشت و بقیه کشورها تحت کنترل این امپراطوری واحد، قرار می گیرند. در این دنیای ایده آل جدید، همه ی مستعمرات، توسط یک امپراطوری واحد اداره می شوند و موقعیت ها و هزینه های مستعمرات، برابر با موقعیت و هزینه کشور استعمارگر است. در این دنیای جدید، تفاوتی، نه تنها، میان مستعمرات، بلکه میان مستعمرات و کشور استعمارگر، وجود ندارد. به عبارت دیگر، همه ی کشورها، در عین حال، هم مستعمره و هم استعمارگرند. در چنین موقعیتی رقابت استعماری به پایان رسیده و به عنوان یکی از شروط توقف الگوریتم متوقف می شود.

۲-۲-۲- مدل FDH:

مدل FDH اولین بار در سال ۱۹۸۴ توسط دپرینس و همکاران [۱۵] ارائه شد که اساس کار بر مبنای عدم اصل تحذب در ساختن PPS می باشد؛ در نتیجه با قبولی اصولی شامل مشاهدات، امکان پذیری و کمینه درونیابی PPS، مدل FDH با بازده به مقیاس متغیر را می توان فرمول بندی کرد [۱۶]. از امتیازات این روش این است که می توان نشان داد که مدل FDH برای محاسبه کارایی واحدها نیاز به حل مدل ندارد و با محاسبات ساده ریاضی نقاط کارا و ناکارا مشخص می گردد. با قبول اصول شمول مشاهدات، امکان پذیری و کمینه درونیابی، مجموعه

تعریف ۱: برای DMU_p ، اگر واحدهای مجازی

$$\left(\frac{-x}{y}\right) \in PPS_{FDH} \quad \text{چنان موجود باشد که}$$

$$\left(\frac{-x_p}{y_p}\right) \geq \left(\frac{-x}{y}\right) \quad \text{و وجود نداشته باشد}$$

$$j \neq p, j=1, \dots, n, DMU_j \in PPS_{FDH}$$

بطوری که $\left(\frac{-x_j}{y_j}\right) \geq \left(\frac{-x}{y}\right)$ آنگاه واحد مجازی

$$\left(\frac{x}{y}\right) \quad \text{در ناحیه مغلوبی } DMU_p \text{ قرار می‌گیرد.}$$

از آنجا که تعداد واحدهای مجازی در ناحیه مغلوبی واحدهای کارا نامحدود می‌باشد بدست آوردن همه آن‌ها سخت و غیر ممکن می‌باشد. بدین منظور به صورت راندم تعدادی متناهی نقطه با توزیع یکنواخت به عنوان مستعمره واحدها انتخاب می‌کنیم.

تعریف ۲: فرض کنید DMU_p که

$$p \in \{1, 2, \dots, n\} \quad \text{واحد کارا باشد. جهانشاهلو و}$$

همکاران [۱۷] ناحیه‌ای که به وسیله این DMU مغلوب می‌گردد را به صورت زیر بدست آورده‌اند.

فرض کنید

$$W^+ = (x_1^+, \dots, x_m^+, y_1^+, \dots, y_s^+) = (x^+, y^+)$$

واحد ایده‌آل باشد که:

$$\begin{cases} x_i^+ = \min_{j=1, \dots, n} \{x_{ij}\} \\ y_r^+ = \max_{j=1, \dots, n} \{y_{rj}\} \end{cases} \quad (۱۹)$$

و همچنین

$$W^- = (x_1^-, \dots, x_m^-, y_1^-, \dots, y_s^-) = (x^-, y^-)$$

واحد پاد ایده‌آل باشد بطوری که برای هر i

$$x_i^- = 0 \quad \text{و} \quad y_r^- = 0 \quad \text{می‌تواند به صورت زیر بدست آید:}$$

اگر برای هر i ، $x_{ip} = 0$ باشد برای اینکه مساله j ام شدنی باشد باید داشته باشیم:

$$x_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (۱۶)$$

حال فرض کنید $x_{ip} > 0$ باشد در این صورت:

$$\theta^j = \max_i \left\{ \frac{x_{ij}}{x_{ip}} \mid x_{ip} > 0 \right\} \quad (۱۷)$$

$$\theta^* = \min_j \{ \theta^j \mid y_{rj} \geq y_{rp} \text{ و } (\forall i (x_{ip} = 0 \rightarrow x_{ij} = 0)) \} \quad (۱۸)$$

مقداری که از رابطه فوق بدست می‌آید همواره عددی بین ۰ و ۱ می‌باشد که اگر این مقدار ۱ باشد آن واحد کارا و اگر کمتر از یک باشد واحد مورد نظر ناکارا می‌باشد. مقدار بدست آمده از رابطه فوق را می‌توان به عنوان قدرت آن واحد در الگوریتم رقابت استعماری در نظر گرفت.

۳- پیدا کردن کاراترین واحد تصمیم‌گیرنده

براساس الگوریتم استعماری

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده با مقادیر ورودی X_{ij} ($i=1, 2, \dots, m$) و خروجی Y_{rj} ($r=1, 2, \dots, s$) داریم. در ابتدا برای تعیین واحدهای کارا و همچنین مقدار کارایی واحدها از رابطه (۱۸) استفاده می‌کنیم.

۳-۱: تشکیل امپراطوری و مستعمرات

برای تعیین امپراطوری اولیه از آنجا که واحدهای کارا نسبت به واحدهای ناکارا دارای مقدار کارایی بالاتری هستند آنها را به عنوان امپراطورهای اولیه الگوریتم انتخاب می‌کنیم. برای بدست آوردن مستعمرات هر یک از واحدهای کارا، DMU های مجازی که در ناحیه مغلوبی آنها قرار دارد استفاده می‌کنیم. بدین منظور، تعریف زیر برگرفته از جهانشاهلو و همکاران [۱۷] استفاده می‌کنیم.

همچنین احتمال قدرت تصاحب هر امپراطوری برای تصاحب مستمره ضعیف‌ترین امپراطوری از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$P = \left| \frac{N.T.C_p}{\sum_{j=1}^N N.T.C_i} \right| \quad (22)$$

فرض کنید DMU_k به عنوان ضعیف‌ترین امپراطوری مشخص گردیده است و DMU ضعیف‌ترین مستعمره آن باشد حال فرض کنید DMU_p در رقابت تصاحب کاندیدای دریافت مستعمره DMU باشد. در این حالت DMU دیگر بعنوان مستعمره واحد k در نظر گرفته نمی‌شود و به مستعمرات واحد p ام اضافه می‌گردد. توجه کنیم از آنجا که این مستعمرات با استفاده از توزیع یکنواخت بدست آمده‌اند این جابجایی مستعمره‌ها امکان‌پذیر می‌باشد یعنی بصورت تصادفی به ناحیه مغلوبی واحد p ام یک مستعمره اضافه می‌گردد. به همین روال واحد k ام همه مستعمراتش را از دست داده و از دامنه رقابت خارج می‌گردد و این الگوریتم تا جایی ادامه پیدا می‌کند که یک امپراطوری باقی بماند این امپراطوری باقیمانده همه مستعمرات را جذب نموده است و در رتبه اول قرار می‌گیرد و بقیه امپراتوری‌ها بترتیبی که از دور رقابت کنار رفته‌اند رتبه‌بندی می‌گردند.

$$x_i^- = \max_{j=1, \dots, n} \{x_{ij}\} + \delta_i \quad i = 1, \dots, m \quad (20)$$

$$\delta_i = \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

با توجه به نحوه بدست آوردن نقاط W^+ و W^- ناحیه مغلوبی واحدهای کارا کراندار می‌باشد. فرض کنید N مجموعه بردارهایی که بصورت راندوم با توزیع یکنواخت تولید شده باشد و N_p مجموعه‌ای از این بردارها باشد که در ناحیه مغلوبی DMU_p قرار گرفته باشد. با توجه به توضیحات فوق واحدهای امپراطور و مستعمره هریک از آنها مشخص می‌گردد. حال می‌توان الگوریتم رقابت استعماری را روی این واحدها پیاده‌سازی نمود. برای بدست آوردن قدرت هریک از امپراطوری‌ها از فرمول زیر استفاده می‌نمائیم.

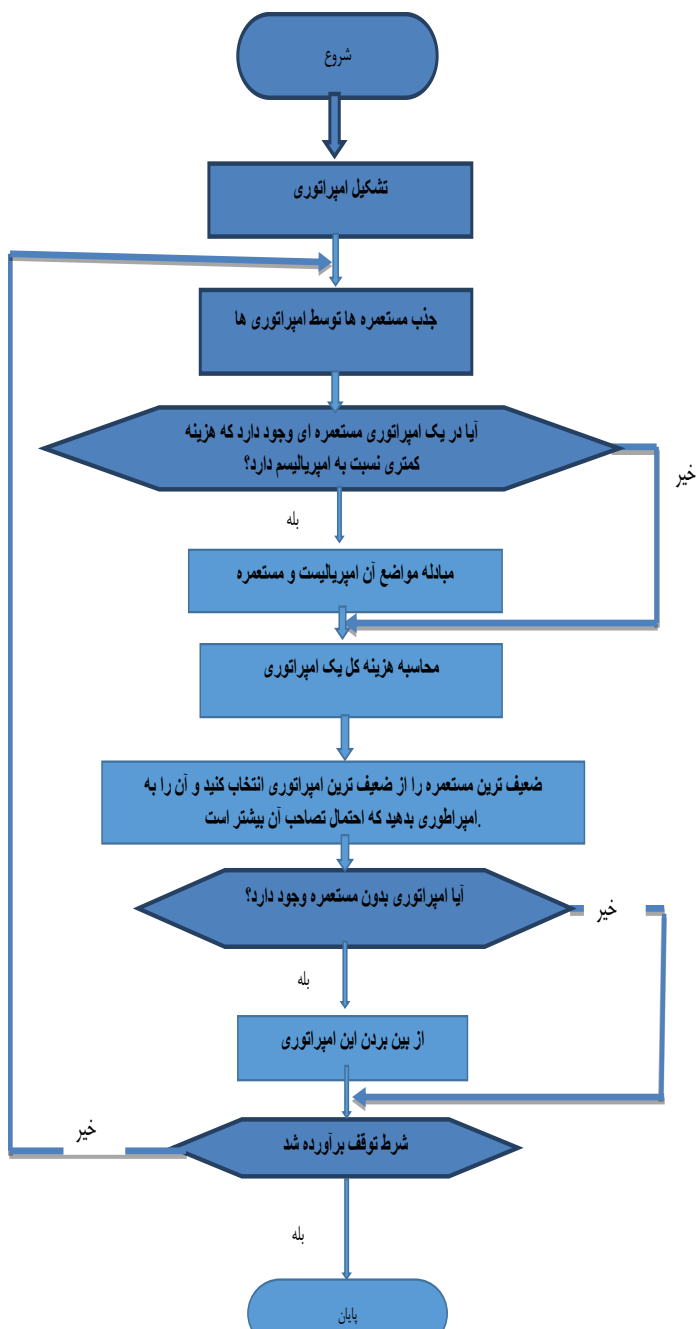
فرض کنید θ_j^* مقدار کارایی واحد j ام که از روش FDH بدست آمده است. در این صورت قدرت امپراطوری واحد کارایی p ام از فرمول زیر بدست می‌آید.

$$T.C_p = \theta_p^* + \xi \sum_{j=N_n}^1 \theta_j^* \quad (21)$$

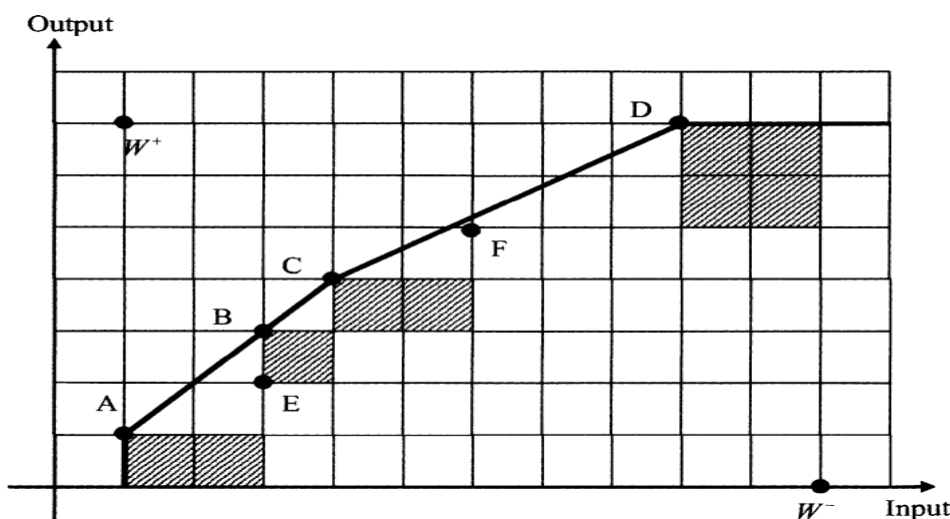
ξ یک عدد مثبت بین صفر و یک و نزدیک صفر است معمولاً در پیاده‌سازی‌ها در الگوریتم رقابت استعماری با مقدار $\xi = 0.05$ جواب مطلوب دریافت شده است. استفاده از فرمول

$$N.T.C_p = \frac{T.C_p}{\max_{j=E} \{T.C_j\}}$$

شده امپراطوری p ام بدست می‌آید.



شکل ۴: فلوچارت الگوریتم پیشنهادی



نمودار ۱: داده ها، مرز کارایی و همراه ناحیه مغلوبی هر یک از واحدهای کارا

گام ۱: شکل‌گیری امپراتوری‌ها و مستعمرات آنها:

همانطور که در نمودار ۱ مشاهده می‌شود، واحدهای A, B, C و D واحدهای کارا هستند. بنابراین، آنها به عنوان امپراتوری‌های اولیه انتخاب می‌شوند که منطقه تسلط یا ناحیه مغلوبی هر یک از آنها در شکل بصورت هاشور زده نشان داده شده است. به عنوان مثال، امپراطوری تشکیل شده برای واحد C منطقه‌ای است که فقط توسط C مغلوب می‌شوند و تحت سلطه آن قرار دارند. در این مثال، این ناحیه مستطیل $CC'C''C'''$ است. امپراتوری‌های دیگر نیز به همین ترتیب شکل می‌گیرند. حال نقاط مثبت و منفی ایده‌آل بر اساس تعریف ۲ به ترتیب به دست می‌آیند: $w^+ = (1, 7)$ و $w^- = (11, 0)$ برای هر DMU کارا، یک امپراتوری تشکیل می‌شود. برای تعیین مستعمرات هر امپراتوری، تعداد $N = 500000$ نقاط به طور تصادفی با توزیع یکنواخت در منطقه تحت سلطه بر نقاط ایده‌آل و یاد ایده‌آل پخش می‌کنیم. ردیف دوم جدول (۱)

ابتدا با استفاده از یک مثال عددی ساده و سپس با یک مثال کاربردی نتیجه الگوریتم را نشان خواهیم داد.

۴- مثال‌ها:

در این بخش دو مثال، یک مثال عددی و یک مثال کاربردی جهت نشان دادن نتایج ما از الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است.

۴-۱- مثال عددی:

شش DMU با یک ورودی و یک خروجی که اطلاعات آنها در نمودار ۱ داده شده است را در نظر بگیرید.

واحدهای A, B, C, D واحدهای کارا می‌باشند از این رو به عنوان امپراطور اولیه انتخاب می‌گردند ناحیه مغلوبی هریک از آنها در شکل بصورت هاشور زده نشان داده شده است و واحدهای E و F ناکارا هستند و زیر مرز کارایی قرار دارند. در این مثال توضیح مختصری از نتایج به دست آمده در فاز اول الگوریتم ارائه می‌دهیم.

(۱) نمونه‌ای از نتایج به دست آمده از این سیاست را نشان می‌دهد. همانطور که نشان داده شده است، قدرت نرمال شده همه واحدها، افزایش یافته به جز واحد D، که توان آن بدون تغییر باقی مانده است. با توجه به این نتایج، واحد B پس از اتخاذ سیاست جذب کمترین توان را دارد. بنابراین، ضعیف‌ترین مستعمره آن باید توسط یکی از امپراتوری‌های دیگر تصرف شود. از اینجا به مرحله ۳ می‌رویم.

تعداد مستعمرات هر امپراتوری را نشان می‌دهد به طوری که واحدهای D و B به ترتیب دارای حداکثر و حداقل تعداد مستعمرات هستند. ردیف سوم جدول (۱) قدرت نرمال شده هر امپراتوری را قبل از اتخاذ سیاست جذب نشان می‌دهد. در این مثال عددی، قدرت هر امپراتوری رابطه مستقیمی با تعداد مستعمرات هر امپراتوری دارد.

گام ۲: اتخاذ سیاست جذب

قدرت هر امپراتوری به دنبال اتخاذ سیاست جذب دستخوش تغییراتی خواهد شد. ردیف چهارم جدول

جدول ۱. تعداد مستعمرها و نتیجه الگوریتم

امپراتور	A	B	C	D
تعداد مستعمره ها (N_p)	۱۵۰۲۵	۷۵۲۵	۱۵۵۲۰	۱۶۷۹۵
قدرت نرمال شده هر امپراتوری را قبل از اتخاذ سیاست جذب	۰,۷۱	۰,۶۱	۰,۸۵	۱
قدرت نرمال شده هر امپراتوری را بعد از اتخاذ سیاست جذب	۰,۷۳	۰,۶۶	۰,۹۷	۱
قدرت تصرف	۰,۶۷	۰,۲۵	۰,۳۸	۰,۴۰
رتبه	۳	۴	۲	۱

جدول ۲. داده های مربوط به مثال کاربردی شامل دو ورودی و دو خروجی

خروجی ها		ورودی ها		واحد ها
Y_2	Y_1	X_2	X_1	
۲۰۵	۵۱۹۱	۸۷,۶	۸۱	۱
۰	۳۶۲۹	۱۲,۸	۸۵	۲
۰	۳۳۰۲	۵۵,۲	۵۶,۷	۳
۸	۳۳۷۹	۷۸,۸	۹۱	۴
۶۳۹	۵۳۶۸	۷۲	۲۱۶	۵
۰	۱۶۷۴	۲۵,۶	۵۸	۶
۰	۲۳۵۰	۸,۸	۱۱۲,۲	۷
۴۱۴	۶۳۱۵	۵۲	۲۹۳,۲	۸
۰	۲۸۶۵	۰	۱۸۶,۶	۹
۶۶	۷۶۸۹	۱۰۵,۲	۱۴۳,۴	۱۰
۲۶۶	۲۱۶۵	۱۲۷	۱۰۸,۷	۱۱
۳۱۵	۳۹۶۳	۱۳۴,۴	۱۰۵,۷	۱۲

۲۳۶	۶۶۴۳	۲۳۶,۸	۲۳۵	۱۳
۱۲۸	۴۶۱۱	۱۲۴	۱۴۶,۳	۱۴
۵۴۰	۴۸۶۹	۲۰۳	۵۷	۱۵
۱۶	۳۳۱۳	۴۸,۲	۱۱۸,۷	۱۶
۲۳۰	۱۸۵۳	۴۷,۴	۵۸	۱۷
۲۱۷	۴۵۷۸	۵۰,۸	۱۴۶	۱۸
۵۰۸	۰	۹۱,۳	۰	۱۹

۴-۲- مثال کاربردی

برای نشان دادن الگوریتم پیشنهادی در عمل از مجموعه داده‌های مربوط به ۱۹ واحد تصمیم‌گیری با دو ورودی و دو خروجی برگرفته از مقاله جهانشاهلو و همکاران [۱۷] استفاده می‌کنیم. داده‌های مربوط به ورودی و خروجی‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است.

بعد از اجرای الگوریتم فوق، نتایج حاصل در جدول زیر نشان داده شده است.

در جدول ۳ نتایج حاصل از روش پیشنهادی و همچنین نتایج حاصل از روش‌های رتبه‌بندی مونت کارلو، اندرسون پترسون، روش دکتر محرابیان و همکاران [۱۸] که به روش MAJ شناخته شده است، آورده شده است. همانطور که در جدول فوق دیده می‌شود برای روش پیشنهادی واحد ۱۵ دارای مستعمره‌های بیشتری نسبت به واحد اول می‌باشد اما رتبه آنها برعکس می‌باشد یعنی واحد اول کارا تر از واحد ۱۵ قرار دارد. این نتیجه نشان می‌دهد که در رقابت برای جذب مستعمره‌ها، واحد ۱۵ نسبت به واحد ۱۴ قوی‌تر عمل کرده است. در این روش اگر واحدها را بر اساس تعداد نقاط مستعمره هر واحد بررسی می‌کردیم، آنگاه نتایج حاصل با روش مونت کارلو یکسان می‌گردید چون روش مونت کارلو براساس تعداد نقاطی که به صورت رندوم در ناحیه مورد نظر هر واحد قرار می‌گیرد رتبه‌بندی را انجام می‌دهد، اما در روش پیشنهادی با

گام ۳: تعیین امپراتوری با حداکثر قدرت تصرف

در این مرحله قدرت مصادره هر امپراتوری مشخص می‌شود. ردیف پنجم جدول (۱) قدرت هر امپراتوری در جذب مستعمره ضعیف را نشان می‌دهد. همانطور که نشان داده شده است، امپراتوری A حداکثر قدرت جذب ضعیف‌ترین مستعمره امپراتوری B را دارد. بنابراین، این مستعمره ضعیف منطقه سلطه واحد B را ترک می‌کند و به واحد A اضافه می‌شود (لازم به ذکر است در اینجا بصورت تصادفی یک نقطه بعنوان مستعمره به واحد A داده می‌شود). برای صرفه‌جویی در زمان و مکان، جزئیات سایر مراحل نادیده گرفته می‌شود. پس از اجرای کامل الگوریتم، نتایج رتبه‌بندی ما در ردیف آخر جدول (۱) نشان داده شده است. واحد D بالاترین رتبه را در مقایسه با سایر واحدها دارد. لازم به ذکر است که لزومی ندارد هر واحدی با تعداد مستعمرات بیشتر در بالاترین رتبه قرار گیرد. اگرچه در این مثال چنین است، اما، به طور کلی، درست نیست، زیرا با توجه به رقابت بین امپریالیست‌ها، ممکن است واحدی با مستعمرات بیشتر شکست بخورد و به رتبه پایین‌تری دست یابد. همچنین واحدهای ناکارآمد E و F به ترتیب دارای نمره کارایی ۰,۶۷ و ۰,۹۳ بوده و به ترتیب در رتبه‌های ششم و پنجم قرار دارند.

این مقاله‌ها متفاوت هست. در روش های AP و MAJ با حذف واحد مورد ارزیابی از مجموعه مشاهدات و تعیین مقدار کارایی آن واحدها را رتبه بندی می کنند. اما در دو روش دیگر همانطور که بیان گردید، چنین نمی باشد.

استفاده از روش الگوریتم رقابت استعماری، رقابتی بین واحدها ایجاد می کند که این رقابت باعث می شود تعداد مستعمره واحدها مورد تصاحب واحدی دیگر قرار بگیرد. به همین خاطر از این روش متفاوت از نتایج حاصل از روش مونت کارلو هست. نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج روش مونت کارلو نزدیک تر است نسبت به روش های دیگر و این به این خاطر این است که ایده اصلی ارایه شده در

جدول ۳. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم

واحدهای کارا	۱	واحدها					
		۲	۵	۹	۱۵	۱۹	
کارا ترین از روش پیشنهادی	تعداد مستعمره ها	۱۸۱۵۵	۷۳	۷۵۱۸۱	۱۵	۲۵۲۵۲	۱۱۲
	رتبه	۲	۴	۱	۶	۳	۵
کارا ترین از روش حسین زاده و همکاران روش مونت کارلو	تعداد نقاط تصادفی	۱۰۱۵۵	۳	۷۴۹۶۴	۲	۴۲۲۵۲	۱۶
	رتبه	۳	۵	۱	۶	۲	۴
روش اندرسون- پترسون (روش AP)	حالت	۱۱۵	۱۷۴	۱۳۰	INF	۱۳۳	INF
	رتبه	۴	۱	۳		۲	
روش MAJ	مقدار	۱۰۵	۱۰۹	۱۱۰	۱۰۴	۱۰۶	۱۲۸
	رتبه	۵	۳	۲	۶	۴	۱

ابزاری برای درک بهتر ریاضیات و حل بهتر مسائل ریاضی استفاده می کند. بنابراین حتی بدون در نظر گرفتن قابلیت های ریاضی و عملی روش توسعه داده شده، پیوند ایجاد شده میان این دو شاخه به ظاهر جدا از هم، به عنوان یک پژوهش میان رشته ای، در نوع خود دارای ارزش بسیاری می باشد.

در این مقاله با نگاهی متفاوت به رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده پرداخته است. در الگوریتم فوق، با ترکیب تکنیک DEA و الگوریتم رقابت استعماری، الگوریتمی جدید ارایه گردید که بدون حل مدل های ریاضی و فقط با مقایسه داده ها، واحدها را رتبه بندی می کند. چون هدف ما رتبه-

۵- نتیجه گیری:

الگوریتم توسعه داده شده، در وهله اول با داشتن یک دیدگاه کاملاً نو به مبحث بهینه سازی، پیوندی جدید میان علوم انسانی و اجتماعی از یک سو و علوم فنی و ریاضی از سوی دیگر، برقرار می کند. ارتباط میان این دو شاخه از علم به گونه ای می باشد که غالباً ریاضیات به عنوان ابزاری قوی و دقیق در خدمت علوم انسانی کلی نگر قرار گرفته و به درک و تحلیل نتایج آن کمک می کند. اما الگوریتم توسعه داده شده بر خلاف معمول، نقطه ی قوت علوم انسانی و اجتماعی، یعنی کلی نگری و وسعت دید آن را به خدمت ریاضیات درآورده و از آن به عنوان

بندی مستعمره و استعمارگر و همچنین بحث غالب و مغلوبی و اندازه گیری فاصله آنان و انتخاب بهترین می باشد به همین خاطر از مدل FDH که برای حل می توان مدل را حذف کرد استفاده کردیم چون برای شبیه سازی اینقدر پیچیدگی محاسبات بالا می رود و حل مدل های دیگر حتی مدل های خطی بسیار دارای پیچیدگی محاسباتی بالایی می باشد. چون روش پیشنهادی نمونه ای از شبیه سازی می باشد و برای هر واحد که به صورت رندم ایجاد می کنیم باید یک مدل برنامه ریزی حل گردد، بنابراین حذف مدل و استفاده از محاسبات مقایسه ای می تواند خیلی مفید باشد و پیچیدگی محاسباتی را حتی المقدور کاهش دهد. برای نشان دادن روش، ما دو مثال را بیان کردیم. اولین مثال یک مثال عددی است که جزئیات آن در مرحله اول ارائه می شود. در مثال دوم که کاربردی می باشد، شامل داده های واقعی هست الگوریتم را در آن پیاده سازی نمودیم و نتیجه را با روش های دیگر موجود تجزیه و تحلیل قرار دادیم با توجه به ویژگی های الگوریتم، نتایج قابل قبولی حاصل گردید و افق جدیدی برای یافتن کاراترین واحد تصمیم گیرنده ارائه گردید.

در این حوزه، پیشنهادی برای تحقیقات بیشتر وجود دارد: در این مقاله، از مدل FDH، در حالت بازده به مقیاس متغیر با الگوریتم رقابت استعماری فراابتکاری استفاده شده است. می توان سایر مدل ها را در DEA با بازده به مقیاس ثابت و متغیر، مانند مدل های CCR و BCC، با همان الگوریتم رقابت استعماری فراابتکاری با استفاده از کامپیوترهای پیشرفته در نظر گرفت و آنها را مقایسه کرد.

the decision making units using optimistic and pessimistic weights in data envelopment analysis. RAIRO-Operations Research, ۵۱(۱), pp.۲۵۳-۲۶۰.

[۹] Dehnohalaji, A., Hallaji, B., Soltani, N. and Sadeghi, J., ۲۰۱۷. Convex cone-based ranking of decision-making units in DEA. OR Spectrum: Quantitative Approaches in Management, ۳۹(۳), pp.۸۶۱-۸۸۰.

[۱۰] Ertay, T., Ruan, D., Tuzkaya, U. R. (۲۰۰۶). Integrating data envelopment analysis and analytic hierarchy for the facility layout design in manufacturing systems. Information Sciences, ۱۷۶, ۷-۲۶۲.

[۱۱] Amin, G. R., Toloo, M., (۲۰۰۷). Finding the most efficient DMUs in DEA: an improved integrated model. Computers and Industrial Engineering, ۵۲, ۷۱-۷۷.

[۱۲] Amin, G. R., (۲۰۰۹). Comments on finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model Computers and Industrial Engineering, ۵۶, ۱۷۰۱-۱۷۰۲

[۱۳] Toloo, M., Nalchigar, S., (۲۰۰۹). A new integrated DEA model for finding most BCC-efficient DMU. Applied Mathematical Modelling, ۳۳, ۵۹۷-۶۰۴.

[۱۴] Atashpaz-Gargari, E. and Lucas, C., ۲۰۰۷, September. Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition. In Evolutionary computation, ۲۰۰۷. CEC ۲۰۰۷. IEEE Congress on (pp. ۴۶۶۱-۴۶۶۷).

[۱۵] Deprins, D., Simar, L. and Tulkens, H., ۱۹۸۴. Measuring labor-efficiency in post offices. Public goods, environmental externalities and fiscal competition, pp.۲۸۵-۳۰۹.

فهرست منابع

[۱] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (۱۹۷۸). Measuring the efficiency of decision making units. European journal of operational research, ۲(۶), ۴۲۹-۴۴۴.

[۲] Farrell, M. J., (۱۹۵۷). The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General), ۱۲۰(۳), ۲۵۳-۲۸۱.

[۳] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (۱۹۸۴). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management science, ۳۰(۹), ۱۰۷۸-۱۰۹۲.

[۴] Andersen, P. and Petersen, N.C., ۱۹۹۳. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. Management science, ۳۹(۱۰), pp.۱۲۶۱-۱۲۶۴

[۵] Sexton, T.R., Silkman, R.H. and Hogan, A.J., ۱۹۸۶. Data envelopment analysis: Critique and extensions. New Directions for Evaluation, ۱۹۸۶(۲۲), pp.۷۳-۱۰۵.

[۶] Liang, L., Wu, J., Cook, W.D. and Zhu, J., ۲۰۰۸. Alternative secondary goals in DEA cross-efficiency evaluation. International Journal of Production Economics, ۱۱۳(۲), pp.۱۰۲۵-۱۰۳۰.

[۷] Emrouznejad, A., Mustafa, A. and Al-Eraqi, A.S., ۲۰۱۰. Aggregating preference ranking with fuzzy data envelopment analysis. Knowledge-Based Systems, ۲۳(۶), pp.۵۱۲-۵۱۹.

[۸] Jahanshahloo, G.R., Sadeghi, J. and Khodabakhshi, M., ۲۰۱۷. Fair ranking of

[۱۶] Tulkens, H., ۱۹۹۳. On FDH efficiency analysis: some methodological issues and applications to retail banking, courts, and urban transit. In *Productivity Issues in Services at the Micro Level* (pp. ۱۷۹-۲۰۶).

[۱۷] Jahanshahloo, G.R., Lotfi, F.H., Rezai, H.Z. and Balf, F.R., ۲۰۰۵. Using Monte Carlo method for ranking efficient DMUs. *Applied Mathematics and Computation*, ۱۶۲(۱), pp.۳۷۱-۳۷۹.

[۱۸] Mehrabian, S., Alirezaee, M.R. and Jahanshahloo, G.R., ۱۹۹۹. A complete efficiency ranking of decision making units in data envelopment analysis. *Computational optimization and applications*, ۱۴(۲), pp.۲۶۱-۲۶۶

