دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال هفتم، شماره بیست و نهم، فروردین و اردیبهشت ۱۴۰۰
شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها برای تخصیص منابع با کنترل وزن: کاربرد مدل تخصیص منابع در کتابخانه‌های دانشگاه آزاد اسلامی‌مشهد

حامد ژیانی رضایی *

استادیار، گروه ریاضی و آمار، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۵/۱۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۸/۱۹

چکیده

تاکنون مدل‌های زیادی برای ارزیابی کارایی و تخصیص بهینه‌ی منابع با استفاده از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها معرفی شده‌اند. در این مقاله یک مدل وزن‌های مشترک که با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی خطی شده است ارائه خواهد شد. همچنین برای یافتن جواب‌هایی نزدیک به نظر مدیران از کنترل وزن استفاده شده است. در زمینه‌ی تخصیص منابع مثال‌های عملی زیادی وجود ندارند. در این مقاله کتابخانه‌های دانشگاه آزاد اسلامی مشهد مورد ارزیابی قرار گرفته و منابع جدیدی به آنها تخصیص خواهد یافت. منابعی که باید تخصیص یابند، مربوط به ورودی نامطلوب هستند. مدل ارائه شده علاوه بر در نظر گرفتن این موضوع، قادر است شرایط ویژه‌ی مورد نظر مدیران (مانند حداقل و حداکثر منابعی که باید تخصیص یابند و استاندارد کتابخانه‌ای به همراه کنترل وزن اعمال شده از جانب آنها) را اعمال کند. در نهایت بهترین تخصیص‌ها با توجه به شرایط گوناگون بدست آمده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، تخصیص منابع، کتابخانه.

*. عهده‌دار مکاتبات: Email: hzrezai@mshdiau.ac.ir, hz_rezai@hotmail.com

۱- مقدمه

از زمانیکه تحلیل پوششی داده‌ها[2] در ۱۹۷۸ توسط چارنز و همکارانش معرفی شد، بطور گسترده‌ای به منظور ارزیابی کارایی واحدها مورد استفاده قرار گرفته است [۱]. همچنین از آن زمان پژوهش‌هایی در زمینه‌های تخصیص هزینه‌ی ثابت[3]، تخصیص منابع[4] و هدف گذاری[5] انجام شده است. با توجه به قابلیت‌های مناسب تحلیل پوششی داده‌ها در ارزیابی کارایی می‌توان از آن برای اهداف فوق هم استفاده کرد.

در تحلیل پوششی داده‌ها اندازه‌گیری کارایی یک واحد تصمیم گیرنده در سازمان با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی خطی صورت می‌گیرد که در آن به ورودی‌ها و خروجی‌های واحد وزن‌هایی اختصاص داده شده است. تفسیر استاندارد از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها چنین است که هر واحد بطور مستقل وزن‌هایی را انتخاب می‌کند که کارایی خود را ماکزیمم کند. تفسیری که کمتر مورد بررسی قرار گرفته این است که چگونه وزن‌های مشترکی برای همه‌ی ورودی‌ها و خروجی‌ها بیابیم که میانگین کارایی ماکزیمم همه‌ی واحدها شود. این تفسیر از تحلیل پوششی داده‌ها که میانگین کارایی‌ها ماکزیمم شود بسیار قدرتمند است.

درخصوص تخصیص منابع ثابت (هزینه‌ی ثابت) دو دیدگاه عمده وجود دارد. اولین دیدگاه ناظر بر این است که هزینه‌ی ثابت باید به گونه‌ای تخصیص یابد که کارایی همه‌ی واحدها بعد از تخصیص یک شود [۲]. دیدگاه دیگری هم در زمینه‌ی تخصیص هزینه‌ی ثابت وجود دارد. براساس این دیدگاه هزینه‌ها باید به گونه‌ای توزیع شوند که کارایی بدون تغییر بماند [۳]. این دیدگاه بر این پایه استوار است که هزینه‌ها ـ در اکثر موارد ـ مربوط به شاخص‌های ورودی هستند و با افزایش آنها کارایی کاهش خواهد یافت. در مورد تخصیص هزینه‌ی ثابت مقاله‌ی لی و همکاران هم وجود دارد که مسیری غیرتحلیلی را پی می‌گیرد [۴]. در سال ۲۰۱۳ حسین‌زاده لطفی و همکاران یک مدلی با وزن‌های مشترک (CSW[6]) معرفی کردند و با استفاده از آن تخصیص منابع ثابت را انجام دادند [۵]. اخیراً لی و همکاران سعی کرده‌اند با استفاده از نظریه بازی‌ها جوابی برای مساله‌ی تخصیص منابع ثابت بیابند [۶].

در این مقاله ما روش دیگری را در پیش گرفته‌ایم. اساس کار ما مقاله‌ی داودی و ژیانی رضایی (۲۰۱۲) است [۷]. در آن مقاله مدل با وزن‌های مشترک با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی[7] به یک مدل خطی تبدیل شده است. در مقاله‌ی جاری ما همان ایده را به کار گرفته و یک مدل تخصیص منابع ارائه کرده‌ایم.

در ادامه، در بخش دوم، ابتدا مدل ارزیابی کارایی و تخصیص منابع را معرفی خواهیم کرد. در بخش سوم، کاربرد این مدل در تخصیص منابع به کتابخانه‌های دانشگاه آزاد اسلامی مشهد بررسی خواهد شد.

۲ - ارزیابی کارایی و تخصیص منابع ثابت

فرض کنید قرار است هزینه‌ی ثابت یا منابعی (مالی یا امکانات) به واحدها (DMUs[8]) اختصاص یابد. به عنوان مثال قرار است همه‌ی واحدها در پرداخت هزینه‌ی اشتراک خط اینترنت ـ که مقداری ثابتی است ـ سهیم باشند؛ یا قرار است تعداد معینی کتاب برای کتابخانه‌های تحت پوشش خریداری شود. مدل‌های تخصیص بهینه به کار گرفته می‌شوند تا منصفانه‌ترین تخصیص را برای واحدها بیابند. بین دو نوع مدل تمایز خواهیم گذارد. در برخی از مسایل منبع، جدید است؛ یعنی یکی از ورودی‌های فعلی واحدها نیست. حالت دیگر این است که منبع مربوط به یکی از ورودی‌های فعلی واحدها باشد که باید به شکل منصفانه‌ای بین آنها توزیع شود. بین مدل‌های ارائه شده برای این دو حالت تفاوت جزیی وجود دارد. مدلی که ما ارائه خواهیم کرد از نوع دوم است.

۲-۱. مدل‌های ازریابی کارایی

فرض کنید n واحد $DMU_j \equiv (x_j, y_j))$ که $(j = 1,\ldots,n$ که هر یک از m ورودی x_{ij}

[2] Data Envelopment Analysis (DEA)
[3] Allocating fixed cost
[4] Resource allocation
[5] Target setting
[6] Common Set of Weights
[7] Goal Programming
[8] Decision Making Units

($i=1,...,m$) برای تولید s خروجی y_{rj} ($r=1,...,s$) استفاده می‌کنند؛ تحت ارزیابی هستند. همچنین فرض می‌کنیم برای هر j

$$\begin{cases} x_j \geq 0,\ x_j \neq 0 \\ y_j \geq 0,\ y_j \neq 0 \end{cases}$$

مدل CCR[9] مضربی برای محاسبه کارایی واحد p ـ ام بصورت زیر معرفی می‌شود [۱].

$$\begin{aligned} \max\quad & \theta = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} \\ s.t.\quad & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} = 1 \\ & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \quad j=1,...,n \\ & u_r \geq 0 \qquad r=1,...,s \\ & v_i \geq 0 \qquad i=1,...,m \end{aligned} \tag{۱}$$

DMU_p کاراست اگر $\theta^* = 1$؛ در غیر اینصورت ناکاراست. ثابت می‌شود که مدل فوق همیشه شدنی است و $0 < \theta^* \leq 1$. همانطور که از مدل (۱) مشخص است، برای ارزیابی هر واحد از یک دسته وزن مجزا استفاده می‌شود. به‌عبارت دیگر هر واحد با انتخاب وزن‌های دلخواه سعی دارد تا کارایی خود را حداکثر کند. در تقابل با این مدل، مدل با وزن‌های مشترک معرفی شده است که در آن همه‌ی واحدها بطور همزمان با وزن‌های مشترک مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. این مدل یک مساله چند هدفه‌ی کسری است.

$$\begin{aligned} \max\quad & \left\{ \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{r1}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i1}}, ..., \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{m}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{in}} \right\} \\ s.t.\quad & \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \leq 1 \qquad j=1,...,n \\ & u_r \geq 0 \qquad r=1,...,s \\ & v_i \geq 0 \qquad i=1,...,m \end{aligned} \tag{۲}$$

قیود مدل (۲) به سادگی خطی می‌شوند؛ اما تبدیل توابع هدف به سادگی ممکن نیست. در واقع برای حل این مساله نیازمند تکنیک‌های حل مسایل برنامه‌ریزی چند هدفه هستیم. برای راه‌های حل بطور مثال می‌توان به استوئر (۱۹۸۶)، ارگوت (۲۰۰۵)، جهانشاهلو و همکاران (۲۰۰۵)، داودی و ژیانی رضایی (۲۰۱۲) و غیره اشاره کرد [۷–۱۰]. نکته‌ای در مورد روش‌های حل مدل (۲) قابل ذکر است این که اغلب روش‌ها سعی دارند با تکنیکی n تابع هدف را به یک تابع هدف تبدیل کنند و سپس مساله را با الگوریتم‌های موجود در برنامه‌ریزی خطی حل کنند.

۲-۲. مدل تخصیص منابع

بدون خلل به کلیت مساله فرض کنید مقدار F واحد از ورودی اول موجود است که باید بطور منصفانه بین همه‌ی واحدها توزیع شود. برای این منظور فرض می‌کنیم به هر واحد مقدار f_j تعلق خواهد گرفت. بنابراین $f_1+...+f_n = F$ و بعد از تخصیص $x_{1j} \to x_{1j} + f_j$. با توجه به مدل (۲) مدل تخصیص منابع بصورت زیر معرفی می‌شود.

$$\begin{aligned} \max\quad & \left\{ \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{r1}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i1} + v_1 f_1}, ..., \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{m}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{in} + v_1 f_n} \right\} \\ s.t.\quad & \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + v_1 f_j} \leq 1 \qquad j=1,...,n \\ & \sum_{j=1}^{n} f_j = F \\ & u_r \geq 0 \qquad r=1,...,s \\ & v_i \geq 0 \qquad i=1,...,m \\ & f_j \geq 0 \qquad j=1,...,n \end{aligned} \tag{۳}$$

کاری‌که باقی می‌ماند این است که با استفاده از تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی و تغییر متغیر مناسب این مدل را به یک مدل خطی تبدیل کنیم. اما پیش از آن با توجه به نیاز مقاله تغییری در مدل ایجاد خواهیم کرد. از آنجایی که در مثال کاربردی ارائه شده در بخش بعد ورودی تخصیص یافته (تعداد کتاب خریداری شده) ورودی نامطلوب است، لذا ما ورودی را به خروجی تبدیل کردیم

[9] Charnes, Cooper & Rhodes

[۱۱]. بنابراین مدل تخصیص منابع بصورت زیر تبدیل خواهد شد.

$$\max \left\{ \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{r1} + u_1 f_1}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i1}}, \ldots, \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rn} + u_1 f_n}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{in}} \right\}$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + u_1 f_j}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1 \qquad j = 1, \ldots, n \\ & \sum_{j=1}^{n} f_j = F \\ & u_r \ge 0 \qquad r = 1, \ldots, s \\ & v_i \ge 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & f_j \ge 0 \qquad j = 1, \ldots, n \end{aligned} \qquad (۴)$$

بدیهی است که باید $u_1 > 0$؛ درغیر اینصورت تخصیص منابع بی‌معنی خواهد شد. با توجه به این موضوع صورت و مخرج کسرها در مدل فوق را در $\frac{1}{u_1}$ ضرب می‌کنیم.

اگر قرار دهیم $\frac{u_r}{u_1} = \hat{u}_r$ و $\frac{v_i}{u_1} = \hat{v}_i$ آنگاه چون $\hat{u}_1 = 1$ مدل (۴) بصورت زیر تبدیل می‌شود

$$\max \left\{ \frac{\sum_{r=2}^{s} \hat{u}_r y_{r1} + y_{11} + f_1}{\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i x_{i1}}, \ldots, \frac{\sum_{r=2}^{s} \hat{u}_r y_{rn} + y_{1n} + f_n}{\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i x_{in}} \right\}$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \frac{\sum_{r=2}^{s} \hat{u}_r y_{rj} + y_{1j} + f_j}{\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i x_{ij}} \le 1 \qquad j = 1, \ldots, n \\ & \sum_{j=1}^{n} f_j = F \\ & u_r \ge 0 \qquad r = 1, \ldots, s \\ & v_i \ge 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & f_j \ge 0 \qquad j = 1, \ldots, n \end{aligned} \qquad (۵)$$

از آنجاییکه هر یک از توابع هدف، کارایی واحدِ تحت ارزیابی را نشان می‌دهند، لذا کران بالای آنها عدد یک است. بنابراین می‌توان عدد یک را آرمان[10] هر تابع هدف در نظر گرفت. با به کارگیری تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی مدل (۵) را می‌توان با مدل (۶) جایگزین کرد.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^{n} s_j \\ s.t. \quad & \frac{\sum_{r=2}^{s} \hat{u}_r y_{rj} + y_{1j} + f_j}{\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i x_{ij}} + s_j = 1 \qquad j = 1, \ldots, n \\ & \sum_{j=1}^{n} f_j = F \\ & u_r \ge 0 \qquad r = 1, \ldots, s \\ & v_i \ge 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & f_j, s_j \ge 0 \qquad j = 1, \ldots, n \end{aligned} \qquad (۶)$$

توجه دارید که دسته‌ای از قیود زائد بودند و از مساله حذف شدند. چون همگی $\hat{v}_i$ صفر نیستند، لذا $\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i \neq 0$. تابع هدف مدل (۶) را در $\frac{\sum \hat{v}_i}{\sum \hat{v}_i}$ و طرفین قیود را در $\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i x_{ij}$ ضرب می‌کنیم. داریم

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^{n} s_j \left(\frac{\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i}{\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i} \right) \\ s.t. \quad & \sum_{r=2}^{s} \hat{u}_r y_{rj} + y_{1j} + f_j + s_j \left(\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i x_{ij} \right) \\ & \qquad = \sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i x_{ij} \qquad j = 1, \ldots, n \\ & \sum_{j=1}^{n} f_j = F \\ & u_r \ge 0 \qquad r = 1, \ldots, s \\ & v_i \ge 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & f_j, s_j \ge 0 \qquad j = 1, \ldots, n \end{aligned} \qquad (۷)$$

فرض کنید بگیریم $\sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i = t$، $s_j \left(\frac{\hat{v}_i}{t} \right) = \sigma_{ij}$، $\frac{\hat{u}_r}{t} = \mu_r$، $\frac{\hat{v}_i}{t} = \nu_i$ و $\frac{f_j}{t} = \varphi_j$. توجه داریم که چون $\hat{u}_1 = 1$ لذا $\frac{1}{t} = \mu_1$. حال اگر قیود مدل (۷) را در $\frac{1}{t}$ ضریب کرده و تغییر متغیرها را جایگزین کنیم مدل (۸) بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} & min \quad \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \sigma_{ij} \\ & s.t. \quad \sum_{r=1}^{s} \mu_r y_{rj} + \sum_{i=1}^{m} \sigma_{ij} x_{ij} \\ & \qquad - \sum_{i=1}^{m} \nu_i x_{ij} + \varphi_j = 0 \end{aligned}$$

[10] goal

$$
\begin{aligned}
& j = 1, \ldots, n \qquad (۸)\\
& \textstyle\sum_{i=1}^{m} \nu_i = 1\\
& \textstyle\sum_{j=1}^{n} \varphi_j - \mu_1 F = 0\\
& \mu_r \geq 0 r = 1, \ldots, s\\
& \nu_i \geq 0 i = 1, \ldots, m\\
& \varphi_j \geq 0 j = 1, \ldots, n\\
& \sigma_{ij} \geq 0 i\\
& = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, n
\end{aligned}
$$

گیرید $(\mu^*, \nu^*, \varphi^*, \sigma^*)$ جواب بهینه‌ی مدل (۸) باشد. با توجه به تغییر متغیرهای اعمال شده داریم

$$f_j = t\varphi_j^* = \frac{\varphi_j^*}{\mu_1^*} \qquad j = 1, .., n$$

قضیه ۱. *مدل (۸) شدنی و کراندار است.*

برهان. چون همگی σ_{ij} ها نامنفی هستند و تابع هدف می‌نیمم مجموع آنهاست، لذا تابع هدف از پایین به صفر کراندار است.

همچنین با قرار دادن

$$\varphi_j = \left(\frac{x_{1j}}{n y_{1j} + F} \right) F \qquad j = 1, \ldots, n$$

$$\nu_1 = 1, \ \nu_2 = \ldots = \nu_n = 0$$

$$\sigma_{ij} = 0 \qquad i = 1, \ldots, m; \ j = 1, \ldots, n$$

$$\mu_1 = \frac{n x_{1j}}{n y_{1j} + F}, \ \ \mu_2 = \ldots = \mu_s = 0$$

یک جواب شدنی برای مدل (۸) حاصل می‌شود که نشان می‌دهد مدل همیشه شدنی است.

نتیجه. برهان قضیه فوق نشان می‌دهد که جواب‌های بهینه‌ی مدل (۸)، جواب‌های نامنفی دستگاه زیر هستند.

$$
\begin{cases}
\sum_{r=1}^{s} \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} \nu_i x_{ij} + \varphi_j = 0 \qquad j = 1, \ldots, n\\
\sum_{i=1}^{m} \nu_i = 1\\
\sum_{j=1}^{n} \varphi_j - \mu_1 F = 0
\end{cases} \qquad (۹)
$$

بنابراین می‌توان با اعمال شرایط مورد نظر مدیر مقادیر φ_j (و لذا مقادیر f_j) را بطور مطلوبی بدست آورد. از آنجایی که این شرایط بسته به نوع مساله‌ی کاربردی متفاوت خواهند بود، ما وارد جزییات آن نخواهیم شد. در مثال کاربردی بعد این شرایط به مدل اضافه شده اند.

۳ - مثال کاربردی: ارزیابی کتابخانه‌ها

بررسی وضعیت کارایی کتابخانه‌ها (عمومی، دانشگاهی و مدارس) با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها در مقالات مختلفی صورت گرفته است [۱۲–۱۶]. برای بررسی وضعیت کارایی کتابخانه‌ها نیازمند تعیین شاخص‌های ورودی و خروجی هستیم. شیم (۲۰۰۳) در مقاله‌ای که وضعیت کتابخانه‌های دانشگاهی را بررسی کرده است، مروری اجمالی بر کارهای قبلی در این زمینه داشته است [۱۷]. او شاخص‌های ورودی و خروجی متفاوتی ـ که در مقاله‌های دیگر مورد استفاده قرارگرفته‌اند ـ را در جدولی آورده است و بعد از تحلیل آنها شاخص‌هایی را برای کار خود انتخاب کرده است. در این بخش شاخص‌هایی که عموماً در زمینه‌ی ارزیابی کتابخانه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند، خواهیم آورد و در نهایت از میان آنها تعدادی را برای استفاده در مدل پیشنهادی خود مورد استفاده قرار خواهیم داد.

۳-۱. شاخص‌ها در ارزیابی کتابخانه‌ها

شاخص‌ها را در دو دسته‌ی شاخص‌های خروجی و شاخص‌های ورودی بررسی خواهیم کرد.

۳-۱-۱. شاخص‌های خروجی

مهمترین شاخص‌هایی خروجی که ارزیابی کتابخانه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از:

۱. مراجعین به کتابخانه[11]
۲. امانت کتاب[12]
۳. مصاحبه‌ی مرجع[13]
۴. رضایت مراجعه کننده[14]
۵. تعداد ساعات کار در سال[15]

[11] Library Visits
[12] Book Circulation
[13] Reference Transaction
[14] Patron Satisfaction
[15] Annual Service Hours

۶. گردش کل منابع[16]
۷. تعداد منابع درخواست شده[17]

۲-۱-۳. شاخص‌های ورودی

شاخص‌های ورودی را می‌توان به دو دسته‌ی شاخص‌های قابل کنترل و شاخص‌های غیرقابل کنترل تقسیم کرد. مهمترین شاخص‌هایی که به عنوان ورودی مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از

۱. تعداد کارکنان کتابخانه[18]
۲. مجموعه کتاب[19]
۳. مساحت[20]
۴. ظرفیت صندلی[21]
۵. منابعی که به تازگی اضافه شده‌اند[22]
۶. منابع صوتی ـ تصویری[23]
۷. تعداد روزهای سرویس‌دهی در سال[24]
۸. بودجه کل[25]
۹. تعداد افرادی (اعضا) که می‌توانند به کتابخانه مراجعه کنند[26]
۱۰. حقوق کارکنان[27]

۲-۳. بررسی شاخص‌ها

قابل ذکر است که شاخص‌های فوق همه‌ی شاخص‌هایی موجود در کتابخانه‌ها نیستند. حتی در مواردی می‌توان یک شاخص را به شاخص‌های ریزتری تفکیک کرد. مثلاً می‌توان کارکنان کتابخانه‌ها را به کتابداران (کارکنان حرفه‌ای[28])، کارکنان خدمات[29] و کار دانشجویی[30] تقسیم کرد. اما در تحقیق جاری نیازی به این جزئیات احساس نمی‌شود.

با توجه به این که تعداد واحدهایی (کتابخانه‌ها) که مورد ارزیابی قرار خواهند گرفت ۱۱ است، بنابراین با محدودیت تعداد ورودی و خروجی روبرو هستیم. برای اینکه نتایج ارزیابی موثق باشد حداکثر می‌توان ۵ ورودی و خروجی انتخاب کرد.

از آنجاییکه تقریباً همه‌ی کتابخانه‌ها ساعات کار معینی دارند لذا می‌توان *تعداد ساعات کار سالانه* را از لیست حذف کرد. همچنین *رضایت مراجعین* اگرچه شاخص مهمی است، اما چون داده‌ی کیفی است و مدل طراحی شده قادر به کار با اینگونه داده‌ها نیست؛ لذا این خروجی هم حذف خواهد شد. هرچند پیشنهاد می‌شود در یک تحقیق جداگانه درنظر گرفته شود. *تعداد مراجعین* و *تعداد کتابی که به امانت* داده می‌شود به هم وابسته‌اند. درواقع تعداد مراجعینِ بیشتر، تقریباً همیشه معادل تعداد کتب امانت داده شده‌ی بیشتر است. همچنین *تعداد منابع درخواست شده* شاخصی است که داده‌های آنها در دسترس قرار ندارند. بنابراین با توجه به گفتار فوق در میان شاخص‌های معرفی شده *امانت کتاب* و *مصاحبه‌ی مرجع* به عنوان خروجی انتخاب شدند.

در میان شاخص‌های ورودی *مساحت* داده‌ای غیرقابل کنترل است و از بررسی حذف می‌شود. چون بخش سالن مطالعه خارج از محیط کتابخانه قرار دارد لذا داده‌ی آن (*ظرفیت صندلی*) درنظر گرفته نخواهد شد. از آنجاییکه *منابع صوتی ـ تصویری* در اکثر کتابخانه‌ها به امانت داده نمی‌شوند، لذا این شاخص هم از ورودی‌ها حذف خواهد شد. همچنین است *حقوق کارکنان* که به عهده‌ی مدیریت کتابخانه نیست و بصورت هماهنگ از سازمان مرکزی پرداخت می‌شود. *بودجه* به عنوان پارامتر تخصیص درنظر گرفته خواهد شد. نکته دیگری که توجه به آن اهمیت دارد این است که تعداد مراجعین به کتابخانه به تعداد دانشجویان و اساتیدی که در هر دانشکده حضور دارند بستگی دارد. به نظر می‌رسد که این شاخص باید در محاسبات لحاظ شود. بنابراین ورودی‌هایی که برای سیستم انتخاب شده‌اند *تعداد*

---

16 Total Circulation
17 Item Requested
18 Library Staff
19 Book Collection
20 Library Physical Space
21 Seating Capacity
22 Newly Added Items
23 Audio-Visual Materials
24 Day Open
25 Total Library Expenditure
26 Population Served
27 Library Salary
28 Professional Staff
29 Support Staff
30 Student Staff

کتابداران،*تعداد کتاب* (میانگین در یک بازه‌ی زمانی) و *تعداد افرادی که می‌توانند به کتابخانه مراجعه کنند*، است.

از آنجاییکه هدف از این تحقیق تخصیص بودجه به کتابخانه‌ها برای خرید کتاب است باید توجه داشت که قیمت کتاب در بخش پزشکی و غیرپزشکی تفاوت معنی‌داری با یکدیگر دارند و این در تعداد کتاب‌هایی که خریداری می‌شوند موثر است. براساس ارزیابی صورت گرفته متوسط قیمت[31] کتاب در بخش‌های مختلف در جدول ۱ آمده است.

به همین دلیل بجای تخصیص بودجه به کتابخانه‌ها تخصیص تعداد کتاب را مدنظر خواهیم داشت.

نکته‌ی دیگری که لازم است در این بخش ذکر شود، ویژگی ورودی *تعداد کتاب* است. با این که ورودی است، اما مطلوب این است که تعداد آن زیاد باشد. با این توصیف ما تعداد کتاب را ورودی نامطلوب خواهیم گرفت [۱۱].

۳-۳. داده‌های ورودی و خروجی

مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌های مورد نظر در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱. متوسط قیمت کتاب در سال‌های ۱۳۹۰ و ۱۳۹۱

	فارسی	غیرفارسی
کتاب‌های پزشکی	۱۰۰۰۰	۱۲۰۰۰۰
کتاب‌های غیرپزشکی	۸۰۰۰	۶۰۰۰۰

جدول۲. ورودی‌ها و خروجی‌های کتابخانه‌ها[32]

کتابخانه	ورودی		خروجی		
	تعداد کتابداران	تعداد اعضا	میانگین تعداد کتاب در سال تحصیلی ۹۰-۹۱	امانت کتاب	مصاحبه مرجع
۱	۴	۴۳۰۰	۴۹۸۶۳	۲۴۶۸۸	۱۱۸۷۵
۲	۳	۱۸۰۰	۴۰۵۲۱	۱۱۱۳۱	۹۸۰۰
۳	۴	۹۸۹۰	۴۰۰۴۷	۳۲۴۴۰	۱۲۳۷۵
۴	۳	۲۷۰۰	۳۴۳۷۶	۱۸۴۸۱	۴۲۰۰
۵	۲	۲۲۰۰	۳۲۱۱۲	۷۲۲۹	۵۲۰۰
۶	۲	۱۶۰۰	۲۳۲۲۰	۱۰۴۴۲	۳۶۶۰
۷	۱	۲۷۰	۸۸۸۹	۱۷۱۵	۱۶۷۵
۸	۱	۹۹۹	۸۸۸۲	۵۵۱۲	۷۵۰
۹	۱	۶۰۰	۷۹۴۰	۳۳۷۱	۱۳۷۵
۱۰	۱	۷۱۰	۷۳۱۰	۵۹۸۹	۱۰۰۰
۱۱	۱	۲۷۷	۶۵۱۲	۱۶۰۶	۷۵۰

[31] نیمه‌ی اول سال ۱۳۹۱

[32] داده‌ها از مهر ۱۳۹۰ تا مهر ۱۳۹۱

جدول ۳. نتایج ارزیابی کارایی واحدها

کتابخانه	کارایی با مدل CCR با کنترل وزن	کارایی با مدل CCR بدون کنترل وزن
۱	۰/۴۴۳	۱
۲	۰/۷۵۲	۱
۳	۰/۱۸۹	۱
۴	۰/۴۹۹	۱
۵	۰/۴۵۶	۱
۶	۰/۵۳۶	۰/۹۶۹
۷	۱	۱
۸	۰/۳۶۷	۰/۸۷۴
۹	۰/۴۸۰	۰/۷۷۰
۱۰	۰/۴۷۸	۱
۱۱	۰/۷۴۶	۰/۸۴۸

درمیان داده‌های جمع‌آوری شده فقط داده‌های مصاحبه‌ی مرجع در سیستم مکانیزه کتابخانه‌ها موجود نبود. باقی داده‌ها بطور دقیق از سیستم استخراج شدند. داده‌های بخش مصاحبه‌ی مرجع بصورت نمونه‌گیری استخراج شدند. برای این منظور داده‌ها در روزهای مختلف سال جمع‌آوری شدند و میانگین مراجعه‌ی روزانه به‌عنوان مبنا در نظر گرفته شد. سپس با توجه به تعداد روزهای کاری سال عدد نهایی تولید شد.

۴-۳. ارزیابی کارایی

برای محاسبه‌ی کارایی کتابخانه‌های دانشگاه مدل CCR (مدل (۱)) استفاده شد. به‌دلیل وجود ورودی با مقدار یک در ۵ کتابخانه از ۱۱ کتابخانه‌ی تحت ارزیابی استفاده از مدل BCC باعث می‌شد تا همگی آنها ـ به دلیل می‌نیمم بودن یکی از ورودی‌ها ـ کارا شوند؛ که نشان دهنده‌ی قدرت تفکیک پذیری پایین مدل BCC در این پژوهش است. از طرفی هیچ یک از واحدها نمی‌تواند مدعی باشد که می‌توانسته با وزن‌هایی دیگر کارایی بالاتری کسب کند.

چون اهمیت ورودی‌ها و خروجی‌ها یکسان نبود، لازم بود تا کنترل وزن صورت گیرد تا وزن‌ها در محدوده‌ی خاصی قرار گیرند. با توجه به نظر کسب شده از مسئولین کتابخانه‌ها و مدیریت مشخص شد که در بخش ورودی‌ها، *تعداد اعضا* اهمیت بیشتری نسبت به *تعداد کتابداران* دارد و در بخش خروجی‌ها *میانگین تعداد* کتاب مهم‌تر از تعداد *امانت کتاب* و این مهم‌تر از *مصاحبه‌ی مرجع* است. بر این اساس قیودی بصورت

$$v_2 \geq v_1 \qquad u_1 \geq u_2 \ , \qquad u_2 \geq u_3 \qquad (۱۰)$$

به مدل (۱) افزوده شد. قابل توجه است که با توجه به همگن بودن قیود کنترل وزن، این مساله همیشه شدنی است و کارایی نسبی محاسبه خواهد شد [۱۸]. با توجه به ورودی‌ها و خروجی‌های جدول ۲ و با توجه به این که ورودی آخر (میانگین تعداد کتاب) نامطلوب بوده و خروجی درنظر گرفته شده است، در جدول ۳ نتایج ارزیابی با مدل (۱) بدون کنترل وزن و با کنترل وزن آمده است.

تحلیل جدول فوق نشان می‌دهد که درصورت آزاد بودن وزن‌ها هفت واحد از یازده واحد کارا خواهند بود. این بخاطر ساختار خاص داده‌ها و زیاد بودن بعضی خروجی‌ها در مقایسه با کم بودن بعضی ورودی‌های دیگر است. در بین واحدهای موجود، واحد ۳ و واحد ۵ از بقیه متمایزاند؛ چرا که کنترل وزن تاثیر بسیار زیادی بر کارایی آنها گذاشته است.

۵-۳. تخصیص منابع

از آنجاییکه بودجه بطور مستقیم در اختیار کتابخانه‌ها قرار

نمی‌گیرد و مدیریت امور کتابخانه‌ها از طریق درخواست‌های ارائه شده اقدام به خرید می‌کند، لذا به جای برنامه‌ریزی بر اساس بودجه برنامه‌ریزی براساس تعداد کتاب صورت می‌گیرد.

باید توجه داشت که قید تخصیص منابع بصورت $f_1+...+f_{11}=F$ است که در آن f_j تعداد کتاب تخصیص یافته به کتابخانه‌ی j است و F تعداد کل کتاب‌هایی که در یک سال خریدداری می‌شوند. با توجه به این که از مهر ۱۳۹۰ تا مهر ۱۳۹۱ جمعاً ۱۳۴۷۵ عنوان کتاب برای کتابخانه‌های مختلف خریداری شده است، همین رقم مبنای برنامه‌ریزی قرار گرفت؛ که یعنی $F=13475$. براین اساس در جدول ۴ میزان تخصیص به هر کتابخانه در همان بازه‌ی زمانی و تخصیص بهینه براساس مدل (۸) قابل ملاحظه است. چون مساله جواب چندگانه دارد (به دستگاه (۹) دقت کنید.) مدل جوابی را بدست داده است که از نظر مدیر قابل قبول نیست (ستون دوم جدول ۴). اضافه کردن قیود کنترل وزن (۱۰) اگرچه اهمیت شاخص‌ها را به مدل تحمیل می‌کند؛ اما جواب بهتری بدست نمی‌دهد (ستون سوم جدول ۴). دیده می‌شود که در هر دو حالت فقط دو کتابخانه از منابع جدید استفاده خواهند کرد و باقی کتابخانه‌ها بی‌بهره خواهند ماند.

از آنجایی که تعداد کتاب خریداری شده برای کتابخانه‌ها (۱۳۴۷۵ جلد) تقریباً ۵ درصد کتاب‌های موجود در کتابخانه‌هاست، یک روش معقول این است که تعداد کتاب‌های تخصیص یافته به هر کتابخانه بین ۲ درصد و ۸ درصد کتاب‌های آن کتابخانه باشد. به منظور اعمال این شرط با نظر مدیر قیودی بصورت زیر به مدل (۸) افزوده شوند.

$$0.02y_{1j} \le f_j \le 0.08y_{1j} \qquad j=1,...,11$$

نتیجه‌ی حاصل در ستون چهارم جدول ۴ آمده است.

درصورتیکه قیود و شرایط دیگری مد نظر باشد (مثلاً اعمال استاندارد نسبت کتاب به دانشجو) می‌توان آن‌ها را به مدل (۸) افزود.

۴ - نتیجه‌گیری

دیدیم که با استفاده از مدل تخصیص منابع می‌توان با در نظر گرفتن کارایی واحدها و اعمال نظرات مدیریتی به یک تخصیص مطلوب از منابع رسید. اگرچه در مدل ارائه شده تخصیص برحسب تعداد کتاب صورت گرفت؛ اما با توجه به جدول قیمت تقریبی کتاب‌ها (جدول ۱) می‌توان بودجه‌ی سالانه را به کتابخانه‌ها تخصیص داد.

در این پژوهش هدف برنامه‌ریزی برای تعیین بودجه با درنظر گرفتن مدل تخصیص منابع مبتنی بر تحلیل پوششی داده ها بود. همچنین به عنوان توسعه‌ای بر آن نظرات مدیریتی ـ شامل کنترل وزن و اعمال استانداردهای کتابخانه‌ای ـ هم به مدل افزوده شد.

جدول ۴. نتایج حاصل از حل مدل (۸)

کتابخانه	تخصیص (مدل۸)	تخصیص (مدل۸) با کنترل وزن	تخصیص (مدل۸) با کنترل وزن و اعمال شرایط مدیر
۱	۰	۰	۹۹۷
۲	۰	۰	۳۲۴۲
۳	۰	۰	۸۰۱
۴	۰	۰	۱۳۷۹
۵	۰	۰	۲۵۶۹
۶	۰	۰	۱۸۵۸
۷	۵۷۲۸	۰	۱۷۸
۸	۰	۰	۷۱۰
۹	۰	۱۰۷۲۰	۶۳۵
۱۰	۰	۰	۵۸۵
۱۱	۷۷۴۷	۲۷۶۰	۵۲۱

فهرست منابع

[1] Charnes A., Cooper W. W. & Rhodes E.L., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* 2, 429 – 444.

[2] Beasly J. E., (2003). Allocating fixed costs and resources via data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* 147, 197–216.

[3] Amirteimoori A. & Kordrostami.S., (2005). Allocating fixed costs and target setting: A DEA-based approach. *Applied Mathematics and Computation* 171,136–151.

[4] Li Y., Yan F., Liang, L. & Hua, Z., (2009). Allocating the fixed cost as a complement of other cost inputs: A DEA approach. *European Journal of Operational Research* 197, 389–401.

[5] Hosseinzadeh Lotfi F., Hatami-Marbini A., Agrell P.J., Aghayi N. & Gholami K. (2013). Allocation fixed resources and setting targets using a common weight DEA approach. *Computers and Industrial Engineering* 64, 631-640.

[6] Li F., Zhu Q. & Liang L. (2018). Allocating a fixed cost based on a DEA-game cross efficiency approach. *Expert System with Applications*. 96, 196-207.

[7] Davoodi A. & Zhiani Rezai H., (2012). Common set of weights in data envelopment analysis: a linear programming problem. *Central European Journal of Operation Research* 20, 355-365.

[8] Steuer RE. (1986). Multicriteria Optimization. John Weily & Sons.

[9] Ehrgott M. (2005). Multicriteria Optimization. Springer. 2ed.

[10] Jahanshahloo GR., Memariani A., Hosseinzadeh Lotfi F. & Zhiani Rezai H. (2005). A note on some of DEA models and finding efficiency and complete ranking using common set of weights. *Applied Mathematics and Compactions* 166, 265-281.

[11] Dyson RG., Allen R. , Camanho AS., Podinovski VV., Sarico CS. & Shale,EA.,(2001). Pitfalls and Protocols in DEA. *European Journal of Operational Research* 132, 245-259.

[12] Kao C. & Lin Y., (1999). Comparing University Libraries of Different University Size, *Libri* 49, 150–158.

[13] Liu S. & Chuang, M. (2009). Fuzzy efficiency measures in fuzzy DEA/AR with application to university libraries. *Expert Systems with Applications* 36, 1105–1113.

[14] Stancheva N. & Angelova V., (2004). Measuring the Efficiency of University Libraries Using Data Envelopment Analysis. *INFORUM 2004: 10th Conference on Professional Information Resources Prague, May 25-27.*

[15] Reichmann G. (2004). Measuring University Library Efficiency Using Data Envelopment Analysis. *Libri* 54, 136–146.

[16] Sharma KR., Leung P. & Zane L. (1999). Performance measurement of Hawaii state pub- lic libraries: An application of Data Envelopment Analysis (DEA). *Agricultural and Resource Economics Review* 28(2),190-198.

[17] Shim W., (2003). Applying DEA Technique to Library Evaluation in Academic Research Libraries. *Library Trends* 51(3), 312-332.

[18] Podinovski, VV. (2001). DEA models for the explicit maximization of relative efficiency. *European Journal of Operational Research* 131, 572-586.