

ارائه مدل ریاضی زمان متغیر جهت پیش‌بینی توزیع بازدهی شاخص کل ایران و انس طلای جهانی

محمدابراهیم سماوی^۱، هاشم نیکومرام^۲، مهدی معدنچی زاج^۳، احمد یعقوب‌نژاد^۴

^(۱و۲) گروه مدیریت مالی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

^۳ گروه مدیریت مالی، واحد الکترونیکی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

^۴ گروه حسابداری، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۰/۱۲/۰۲ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۳/۲۵

چکیده

در دهه‌های اخیر، به صورت ویژه از سال ۲۰۰۰ میلادی روش‌های پیشرفته ریاضی جهت مدل‌سازی مالی کاربرد فراوانی پیدا کرده است به طوری که با استفاده از این روش‌های می‌توان به بسیاری از چالش‌های اساسی علوم مالی فائق آمد. پیش‌بینی بازدهی با کمترین خطا یکی از مسائل بسیار مهم در بازارهای مالی است که مورد توجه پژوهشگران زیادی در چند دهه‌ای اخیر قرار گرفته است. مدل‌های خطی و غیرخطی سنتی با توجه به عدم کارایی کافی مدل‌های خطی در تلاطم‌های قیمتی، عدم استخراج صحیح شکل توزیع شرطی داده‌ها به علت ضبط نشدن پویایی توزیع شرطی در مدل‌های غیرخطی و وجود فرض‌های محدود کننده خلاف واقعیت، توانایی مناسبی جهت پیش‌بینی بازدهی در دنیای امروز ندارد. در جهت رفع نقصان مدل‌های سنتی، در پژوهش حاضر با استفاده از روش نوین ریاضی زمان-متغیر به نام امتیاز خود رگرسیون تعمیم یافته (GAS) مدل‌سازی در راستای پیش‌بینی توزیع بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار طی بازه ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۹ و برای طلا طی بازه سال ۲۰۱۰ تا ۲۰۲۰ میلادی انجام شده است. نتایج مدل‌سازی شده برای دو دارایی توسط مدل نوین GAS با نتایج مدل‌های GARCH و AR مقایسه شده و عملکرد آنها برای درون و برون نمونه آزموده شده است. نتایج آزمون‌های درون و برون نمونه‌ای نشان دهنده این است که جهت پیش‌بینی توزیع بازدهی روزانه شاخص کل مدل نوین GAS عملکرد بهتری داشته و برای پیش‌بینی توزیع بازدهی روزانه طلا مدل همانند شاخص کل مدل GAS ارجح‌تر بوده است و این مدل نوین ریاضی توانایی پیش‌بینی بهتری در مورد توزیع بازده دارایی‌ها نسبت به مدل‌های سنتی دارد.

واژه‌های کلیدی: بازار سرمایه ایران، پیش‌بینی توزیع بازدهی، مدل‌سازی ریاضی مالی، مدل امتیاز خود رگرسیون تعمیم یافته.

۱- مقدمه

تمام بازارهای مالی در اقصی نقاط مختلف جهان نه تنها از پارامترهای کلان، بلکه از ده‌ها عامل دیگر نیز متأثر می‌شوند [۱]. از این رو تعداد زیاد و ناشناخته بودن عوامل موثر در بازار بورس، اوراق بهادار موجب عدم اطمینان در زمینه سرمایه‌گذاری شده است. سری زمانی قیمت بازارهای مالی ماهیتاً پویا، غیر پارامتری، آشوبی و پر اختلال هستند و باعث می‌شوند سرمایه‌گذاری‌ها به طور ذاتی دارای ریسک می‌باشند [۲]. فرضیه معروف گام تصادفی و فرضیه بازار کارا که بیان می‌کنند در این مسیر چندین دهه تحقیقات بسیاری در خصوص پیش‌بینی گشتاور اول و دوم توزیع بازده دارایی‌ها انجام شده است [۳]. این درحالی است که احتمال دارد این سری‌های زمانی فرآیندی غیرخطی پویای معین یا به عبارت بهتر آشوبی بوده و در نتیجه می‌توانند قابلیت پیش‌بینی داشته باشند [۴]. چالش اصلی در این حوزه، عدم کارایی کافی مدل‌های خطی در تلاطم‌های قیمتی، عدم استخراج صحیح شکل توزیع شرطی داده‌ها به علت ضبط نشدن پویایی توزیع شرطی در مدل‌های غیرخطی، وجود فرض‌های محدود کننده نظیر نرمال بودن توزیع متغیر تصادفی بازده یا درجه دوم بودن تابع مطلوبیت سرمایه‌گذاران که خلاف واقعیت هستند، می‌باشند [۵]. از همین رو با عنایت به چالش‌های موجود و در راستای پوشش شکاف نظری، پژوهش حاضر به تبیین و طراحی مدل نوین ریاضی جهت پیش‌بینی توزیع پویای بازدهی بازار سرمایه ایران، طلا با استفاده از تکنیک‌های آماری سری زمانی و بهره‌گیری از روش نام امتیاز خودرگرایی تعمیم یافته (GAS) پرداخته و ضمن مقایسه کارایی مدل نوین پیش‌بینی توزیع پویای بازدهی با استفاده از داده‌های قیمتی روزانه در بازار سرمایه ایران از سال ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۹ و طلا از سال ۲۰۱۰ تا انتهای سال ۲۰۲۰، دقت آن با مدل‌های غیرخطی سنتی همانند AR و GARCH مقایسه شده است.

۲- ادبیات نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در طول دهه‌های گذشته، بخش عظیمی از مطالعات تئوریک و تجربی با استفاده از روش‌های متداول ریاضی صرف فرموله کردن مدل‌های نوسان‌پذیری مناسب شده است [۶]. مدلسازی ریاضی همگام با پیشرفت بازارهای مالی و همچنین علوم رایانه‌ای، در حوزه مالی خوش درخشیده است. مدلسازی ریاضی در حوزه مالی به علوم بین رشته‌ای گفته می‌شود که با استفاده از روش‌های ریاضی به چالش‌های علوم مالی بالاخص بازارهای مالی پرداخته شود که یکی از این موارد در حوزه پیش‌بینی قیمت است. عمده‌تاً فرضیه معروف گام تصادفی و فرضیه بازار کارا که بیان می‌کنند بازار با توجه به مجموعه اطلاعات فعلی کارا است و کسب بازدهی غیرمتعارف از اطلاعات گذشته ممکن نیست [۷]. در مقابل طبق فرضیه خرید توده‌ای بیان می‌کند که افراد بسیاری که هرکدام اطلاعات محدودی دارند می‌توانند ارزیابی‌های بسیار دقیقی انجام دهند، اگر اطلاعات آنها به شکلی مناسب استخراج شود و به نوعی در تقابل فرضیه بازار کارا و فرآیند گام تصادفی است [۵]. تلاش چالش‌برانگیز پژوهشگران سیستمی در این است که قواعدی را برای پیش‌بینی رفتار سیستم‌های پیچیده‌ی به ظاهر غیرقابل پیش‌بینی نامنظم کشف کنند [۴]. به وسیله نظریه آشوب می‌توان الگو و نظم پیچیده حاکم بر رفتار چنین متغیرهایی را کشف و برای پیش‌بینی روند آتی آنها در کوتاه‌مدت استفاده کرد و اغلب درون بی‌نظمی و آشوب، الگویی از نظم وجود دارد که بازارهای مالی هم این چنین می‌باشند [۸]. فرضیه سیستم پیچیده و سازگار شونده که به بیان واقعیات می‌پردازد و با مفروضات ساده واقع بینانه و با کنار گذاشتن قطعیت و قطعیت‌گرایی و جایگزینی تفکر غیرخطی، بجای نگرش رابطه علت و معلولی و ایجاد مدل‌ها و راه‌حل‌های غیرخطی و سیستم‌های یادگیرنده، به بازار می‌نگرد و حتی آن را قابل پیش‌بینی می‌داند [۹]. ابزارهایی در این محیط غیرخطی و پویای پرآشوب، متناسب خواهند بود که برای چنین محیط‌هایی طراحی شده و یا همانند انسان در چنین محیط‌هایی تصمیم‌گیری و عمل نمایند [۱۰]. به این دلیل بازارهای مالی در تقابل بار فرضیه اطلاعاتی از نوع ضعیف قابلیت مدل شدن و پیش‌بینی را دارد. با توجه به عدم کارایی اطلاعاتی به شکل ضعیف در بازار سرمایه ایران [۱۱ و ۱۲]، همچنین در بعد بازارهای جهانی طبق مطالعه باساک و همکاران در سال ۲۰۱۹ که اذعان داشتند به طور کلی نمی‌توان برای بازارها ویژگی کارا یا غیرکارا بیان کرد و عموماً عدم کارایی ضعیف بازارهای مالی جهانی در همه برهه‌ها مشهود است، در نتیجه می‌توان بر اساس داده‌های گذشته، قیمت را پیش‌بینی و سود نامتعارف کسب کرد که موید فرضیه خرد توده‌ای است. ژو و همکاران (۲۰۱۴) با این استدلال که توزیع بازده آتی توسط به کارگیری یک توزیع مختلط به خوبی قابلیت تقریب زدن توزیع بازده را دارد، استفاده از این رویکرد را

برای انتخاب سهام پیشنهاد نمودند [۱۳]. امجد و شاه (۲۰۱۷) نشان دادند که قیمت طلا توسط روش‌های سری زمانی سنتی قابل پیش‌بینی نبوده و از این رو با به کارگیری الگوریتم‌های طبقه‌بندی و یادگیری توزیع شرطی امپیریکال به پیش‌بینی قیمت طلا پرداختند [۱۴]. یائو و ژو (۲۰۱۸) با اذعان به اینکه پیش‌بینی توزیع توصیفی کامل از پیش‌بینی نااطمینانی ارائه می‌کند، بر اساس روش گارچ و روش ناپارامتریک EWMA (میانگین متحرک وزنی نمایی) به مدل‌سازی و پیش‌بینی توزیع شرطی بازده در بازار سهام چین پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که روش ناپارامتریک از نظر ارزیابی کوانتیل‌ها بهتر عمل می‌کند [۹]. گبکا و وهر (۲۰۱۹) به پیش‌بینی‌پذیری شاخص DJIA روزانه در کوانتیل‌های توزیع آن پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که کوانتیل ۰.۷۵ برای اغلب کوانتیل‌های بازده آتی به جز شاخص میانه، قدرت پیش‌بینی دارد [۱۵]. ویربیکایت و همکاران (۲۰۲۰) به پیش‌بینی چگالی بازده سهام با استفاده از رویکرد غیرخطی مبتنی بر کاپیولا پرداختند. آن‌ها مدل پیشنهادی را برای ۲۰ دارایی بورس نیویورک به کار برده و دریافتند که این رویکرد از مدل‌های متقارن عملکرد بهتری دارد [۱۶]. لازار و ژو (۲۰۲۰) چارچوبی برای تخمین و پیش‌بینی VaR پویا و ریزش انتظاری در داده‌های معاملات بین روز بر اساس مدل GAS توسعه دادند. محققین با مقایسه نتایج این روش با روش‌های دیگر نظیر GARCH دریافتند که این مدل از مدل‌های دیگر در تمام شاخص‌های بورس و سطوح احتمالات مختلف عملکرد بهتری دارد [۱۷]. چپووکولا و لکشمی (۲۰۲۰) در یک رویکرد یادگیری ماشینی به پیش‌بینی قیمت طلا پرداختند. آن‌ها با مقایسه چندین الگوریتم مبتنی بر رگرسیون (از قبیل رگرسیون لجستیک، خطی، بردار پشتیبان، شبکه‌های عصبی، جنگل تصادفی و ...) توصیه کردند که از مدل‌های غیرخطی حافظه‌دار جهت پیش‌بینی قیمت طلا استفاده گردد [۱۸]. در تحقیقات داخلی تا کنون تحقیق در مورد پیش‌بینی توزیع متغیر تصادفی بازدهی دارایی‌های مالی انجام نشده است و عموماً از مدل‌های خطی و غیرخطی جهت پیش‌بینی بازدهی استفاده شده است. سیدنژاد فهیم و همکاران (۱۳۹۴) با استفاده از روش غیرخطی انقباضی لاسو به پیش‌بینی بازده سهام پرداختند بازده دارایی‌ها در تمام سال‌ها به عنوان یک متغیر مهم برای پیش‌بینی بازدهی سهام برگزیده شد [۱۹]. نیکوسخن (۱۳۹۷) یک مدل ترکیبی بهبودیافته با انتخاب وقفه‌های خودکار از جمله الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب برای پیش‌بینی بازار سهام ارائه نمود. نتایج به دست آمده از مدل ترکیبی ارائه شده در این پژوهش، بیان‌کننده خطای کمتر و دقت پیش‌بینی بیشتر آن در مقایسه با مدل ARIMA برای داده‌های خارج از نمونه است [۲۰]. نجارزاده و همکاران (۱۳۹۹) جهت پیش‌بینی شاخص کل بورس از مدل‌های ترکیبی خانواده گارچ و شبکه عصبی استفاده کردند. یافته‌های تحقیق نشان داد که مدل ترکیبی FIEGARCH با شبکه عصبی با توزیع تی‌استودنت در پیش‌بینی بازده شاخص کل سهام کارآمدتر بوده است و مدل‌های خانواده گارچ از پتانسیل خوبی برای پیش‌بینی برخوردارند [۲۱]. معدنچی‌زاج و همکاران (۱۴۰۰) به پیش‌بینی بازدهی ماهانه و روزانه دارایی مالی بر اساس مدل‌های غیرخطی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که مدل غیرخطی شبکه عصبی ماشین پشتیبان بردار جهت برآورد بازدهی ماهانه و مدل تلفیقی شبکه عصبی-خاکستری جهت برآورد قیمت ماهانه دارایی مالی کمترین خطا را دارد [۲۲]. روش‌های ریاضی می‌توانند در پیش‌بینی بسیاری از متغیرهای مالی همانند نوسانات قیمتی، بحران‌های مالی و ... کاربرد داشته باشند [۲۳]. این رو با توجه به پیشینه موجود، پژوهش حاضر با استفاده از مدلسازی ریاضی که ویژگی زمان متغیر داشته باشد و نقصان مدل‌های سنتی را مرتفع سازد درصدد پیش‌بینی توزیع بازدهی دارایی‌های مالی است.

۳- روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش با هدف مدلسازی ریاضی معیاری نوین جهت مدلسازی پیش‌بینی توزیع بازدهی دارایی‌های مالی نگاشته شده، در نتیجه از نوع کاربردی می‌باشد. رویکرد این پژوهش به دلیل استفاده از بازده قیمتی روزانه طلا و شاخص کل بورس به صورت پس رویدادی است. قلمروی زمانی داده‌های مورد استفاده در این پژوهش داده‌های قیمتی روزانه طلا از سال ۲۰۱۰ الی ۲۰۲۰ میلادی شامل ۲۸۹۷ مورد و همچنین داده‌های قیمتی روزانه شاخص کل بورس از ابتدای سال ۱۳۹۰ تا سال ۱۳۹۹ (ده ساله) شامل ۲۷۵۳ مورد داده قیمتی است. در این راستا ابتدا قیمت دارایی‌های مالی منتخب از منابع اطلاعاتی معتبر، برای داده قیمتی شاخص کل بورس از نرم‌افزار رهاوردنوین نسخه سه و طلا از سایت یاهو فایننس استخراج شده، سپس بازده دارایی‌های مذکور به روش $x_t = \ln(P_t/P_{t-1})$ محاسبه می‌شود.

۳-۱: مدل‌های ریاضی سنتی پیش‌بینی بازدهی

۳-۲: مراحل اجرایی پژوهش و تصریح مدل نوین ریاضی GAS

در گام اول خواص سری زمانی بازده دو دارایی مذکور بررسی و ارزیابی می‌شوند. جهت مدل‌سازی جدید در راستای برطرف نمودن ضعف مدل‌های سنتی، در گام بعدی تحقیق با تقسیم نمونه به دو گروه آموزش و آزمون، با استفاده از روش GAS، توزیع شرطی بازده دارایی‌ها برای گروه آموزش برآورد و مدل‌سازی می‌شود. مطابق نتایج پدور و همکاران (۲۰۲۰) بر اساس مطالعات کریل و همکاران [۱ و ۱۰]، GAS اینگونه است که با تعریف $Y_t \in \mathcal{R}^N$ به صورت یک بردار تصادفی N بعدی در زمان t با توزیع شرطی ذیل تصریح می‌شود:

$$Y_t | Y_{1:t-1} \sim p(Y_t; \theta_t) \quad (۱)$$

که در آن $Y_{1:t-1} \equiv (Y'_1, \dots, Y'_{t-1})$ مقادیر قبلی Y_t را تا زمان $t-1$ نگه داشته و $\theta_t \subseteq \mathcal{R}^J$ بردار پارامترهای زمان متغیر است که کاملاً $p(\cdot)$ را نمونه‌سازی می‌کند و مشروط بر $Y_{1:t-1}$ است. زمان متغیر بودن بردار θ_t ویژگی اصلی مدل GAS، مبتنی بر امتیاز توزیع شرطی فوق بوده و شامل مولفه خودرگرسیو ذیل است:

$$\theta_{t+1} \equiv \alpha + \phi q_t + \varphi \theta_t \quad (۲)$$

که در آن α ، ϕ و φ ماتریس‌های ضرایب که تحولات θ_t را کنترل نموده و لازم است از داده‌ها با روش حداکثر راستنمایی برآورد شود. برداری که متناسب است با امتیاز توزیع شرطی توسط q_t نشان داده می‌شود و به صورت ذیل است:

$$q_t \equiv \vartheta_t(\theta_t) \nabla_t(Y_t, \theta_t) \quad (۳)$$

که در آن $\vartheta_t = J^* J$ یک ماتریس مقیاس دهی مثبت معین است که در زمان t معلوم است و $\nabla_t(Y_t, \theta_t) \equiv \frac{\partial \ln p(Y_t, \theta_t)}{\partial \theta_t}$ امتیاز توزیع شرطی است که در θ_t محاسبه شده است. به خاطر مکانیسم زمان متغیری که برای پارامترهای توزیع در نظر گرفته شده، توزیع شرطی یک مدل GAS قابلیت این را دارد که به طور پیوسته بر حسب داده‌های منظور شده تغییر یابد و یک مدل پویا می‌باشد. بردار ابرپارامترهای Φ با حداکثر راستنمایی به فرمت زیر است.

$$\widehat{\Phi}_t = \arg \max_{\Phi} \sum_{t=1}^N \ln p(Y_t, \theta_t) \quad (۴)$$

قابل تخمین و ارزیابی تابع لگاریتم-راستنمایی مدل GAS ساده است. با توجه اینکه مدل فرم بسته است، کافی است به $\ln p(Y_t, \theta_t)$ برای هر مقدار Φ نگاه کرد. با اینحال ارزیابی حل‌های تحلیلی برای به‌دست آوردن حداکثر راستنمایی کاری دشوار و بعضاً ناممکن است. در نتیجه عموماً از حل‌های عددی با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی فراگیر نظیر L-BFGS استفاده می‌شود. جهت پیش‌بینی و شبیه‌سازی سناریوهای آتی، جزئیات فرآیند پیش‌بینی و فاصله اطمینان بیرون نمونه برای پارامترهای زمان متغیر بحث شده است، که فرآیند آن به صورت ذیل است:

۱. با توجه به $\widehat{\Phi}_t$ و حالت فیلتر شده $S, \widehat{\theta}_{t+1}^S$ مقدار $Y_{t+1}^1, \dots, Y_{t+1}^S$ از چگالی شرطی برآورد شده در $t+1$ تولید می‌شود:

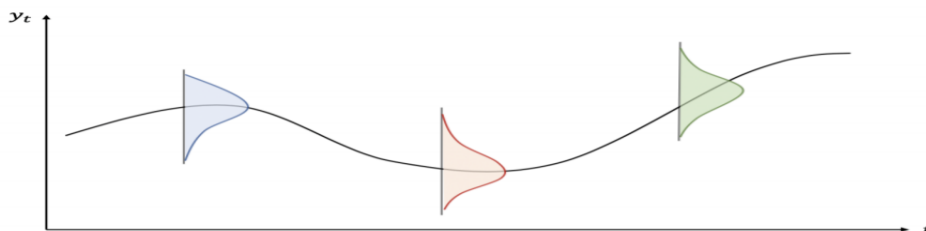
$$Y_{t+1} \sim p(Y_{t+1}; \widehat{\theta}_{t+1}^S) \text{ به ازای } S=1, \dots, S.$$

۲. با استفاده از $Y_{t+1}^1, \dots, Y_{t+1}^S$ و مولفه $\theta_{t+1} \equiv \alpha + \phi q_t + \varphi \theta_t$ مقادیر فیلتر شده $\widehat{\theta}_{t+2}^S, \dots, \widehat{\theta}_{t+2}^1$ بدست می‌آید.

۳. با تکرار مراحل ۱ و ۲ به تعداد H مرتبه برای H گام به جلو، مقادیر جدیدی از Y و θ به ازای هر سناریوی S تولید می‌شود.

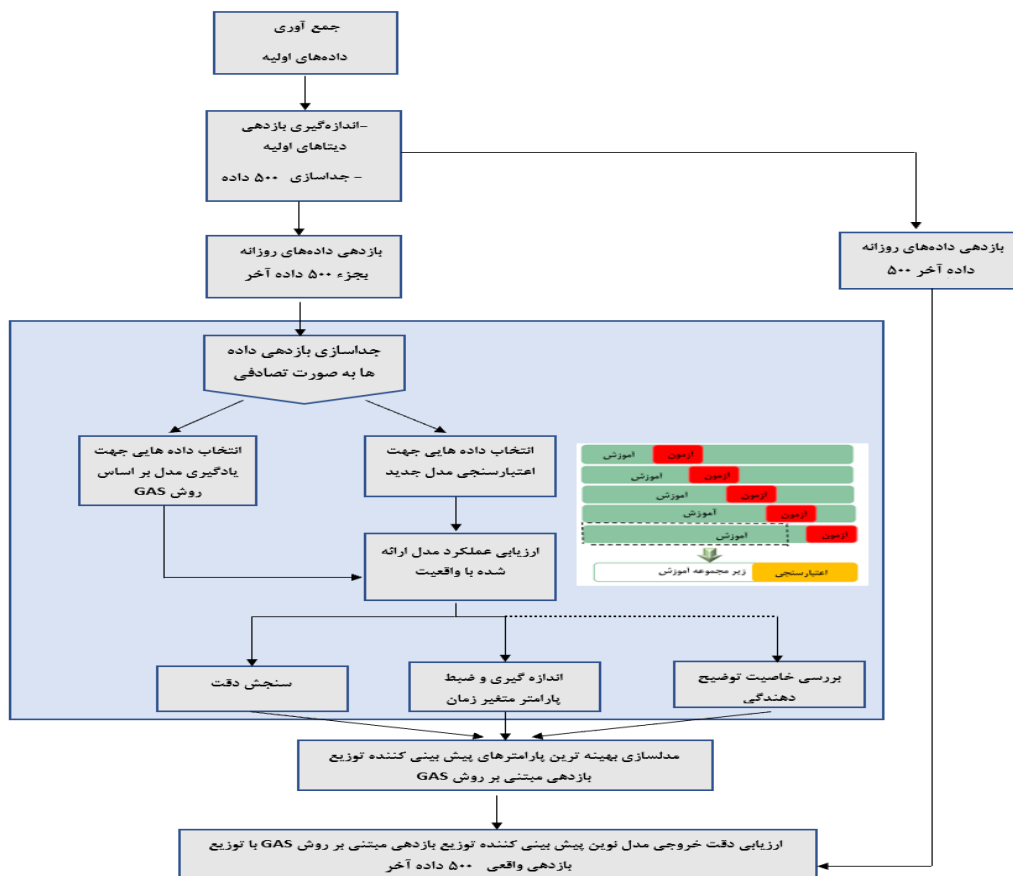
وقتی فرآیند به اتمام رسید، S سناریو برای مشاهدات درون افق پیش‌بینی، Y_{t+k}^S به ازای $H, \dots, k=1$ و $S, \dots, S=1$ در محیط نرم‌افزار R شبیه‌سازی می‌شوند. به خاطر مکانیسم زمان متغیری که برای پارامترهای توزیع در نظر گرفته شده، توزیع

شرطی یک مدل GAS قابلیت این را دارد که به طور پیوسته بر حسب داده‌های منظور شده تغییر یابد و یک مدل پویا می‌باشد. برای مثال، اگر سری زمانی جهش‌های تلاطمی چشمگیری داشته باشد، مدل می‌تواند این رفتار را از طریق ماهیت زمان متغیر پارامترها ضبط کند. این ویژگی در نمودار ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱: نمودار چارچوب GAS دارای قابلیت توزیع شرطی سری زمانی

نوآوری اصلی در این روش استفاده از امتیاز مقیاس‌بندی شده برای پیش‌بردن تغییرات زمانی در پارامتر θ_t است. این کار شکل توزیع شرطی را مستقیماً به پویایی‌های خود θ_t متصل می‌کند. برای مثال اگر p چگالی نرمال و θ_t واریانس آن باشد، آنگاه با یک انتخاب ساده مقیاس دهی به یک مدل گارچ متداول می‌توان رسید. اگر p چگالی t استیودنت باشد، اما به مدل t -GARCH نمی‌توان رسید. در عوض، امتیاز توزیع t باعث می‌شود پویایی‌های تلاطم به شدت به مقادیر بزرگ $|Y_t|$ واکنش ندهد. منطق این است: چنین مقادیر بزرگی ممکن است به خاطر ماهیت دنباله پهنی داده‌ها باشد و نباید آن را به افزایش واریانس منتسب کرد.



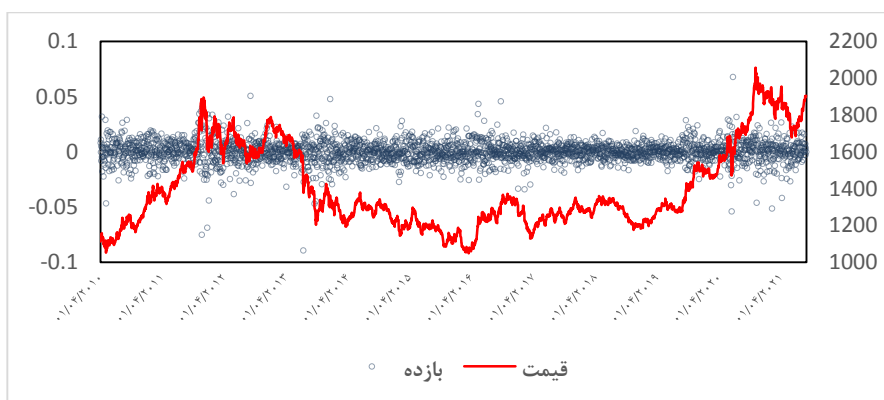
شکل ۲: فلوچارت مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی توزیع بازدهی با روش GAS

در گام چهارم با بررسی برآوردها خواص پارامترهای توزیع و ویژگی‌هایی نظیر زمان متغیر بودن احتمالی آنها قابل آزمون خواهد بود. سپس در گام پنجم بر اساس مدل‌های برآورد شده توزیع شرطی یک گام به جلوی بازده دارایی‌ها پیش‌بینی شده و برای ارزیابی صحت و دقت پیش‌بینی‌ها از آزمون‌های آماری متناسب و داده‌های گروه آموزش بهره برده می‌شود. همچنین برای مقایسه، در گام پنجم نتایج روش پیشنهادی را با روش‌های سنتی نظیر مدل‌های GARCH و AR مقایسه شده و سرانجام مدل نهایی با بیشترین دقت جهت برآورد توزیع بازدهی روزانه برای شاخص کل بورس و طلا مورد بحث قرار گرفته است.

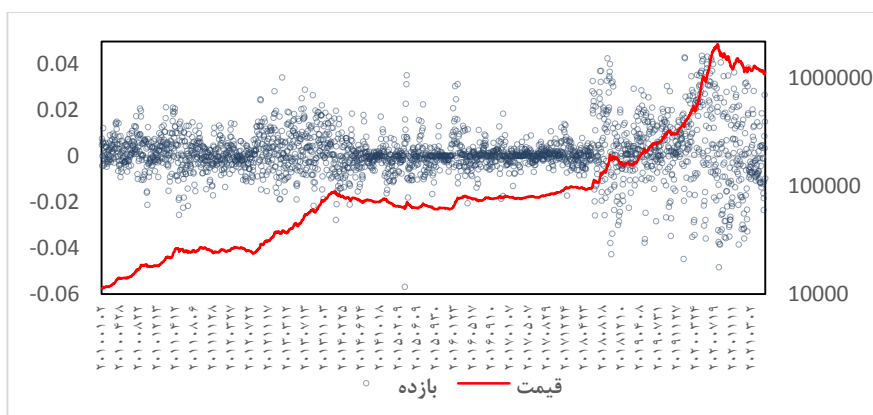
۴- آزمون فرضیه‌ها و یافته‌های پژوهش

۴-۱: آمار توصیفی

در نمودارهای زیر روند لگاریتم قیمت طلا و شاخص کل و همچنین بازده لگاریتمی آنها در دوره نمونه نمایش داده شده است. برای آشنایی بهتر با سری‌های زمانی بازده دارایی‌های تحت بررسی، در جدول ۱ آمار توصیفی داده‌ها گزارش شده است.



نمودار ۱: لگاریتم قیمت طلا و بازدهی آن



نمودار ۲: لگاریتم مقدار شاخص کل بورس ایران و بازدهی آن

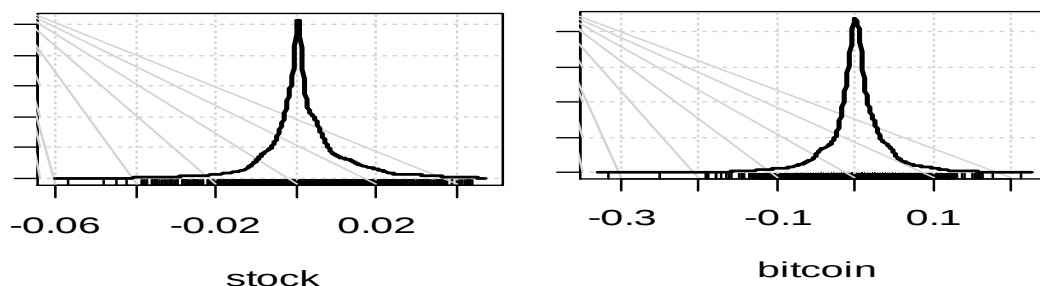
از دو نمودار بالا مشخص است که پراکندگی بازدهی روزانه طلای جهانی تقریباً برابر با شاخص بازار سرمایه ایران در ده سال اخیر است در حالی که بازدهی شاخص سهام بیشتر است که عمده آن به دلیل کاهش ارزش ریال است. همچنین جهت آماره‌های توصیفی بازدهی روزانه طلا و شاخص کل بورس، شامل میانگین، میانه، بیشینه، کمینه، انحراف معیار، چولگی، کشیدگی و تعداد مشاهدات به همراه نتیجه آزمون جاک-برا جهت تشخیص وجود نرمالی توزیع بازده دارایی‌ها به شرح جدول زیر است.

جدول شماره ۱: آمار توصیفی داده‌ها

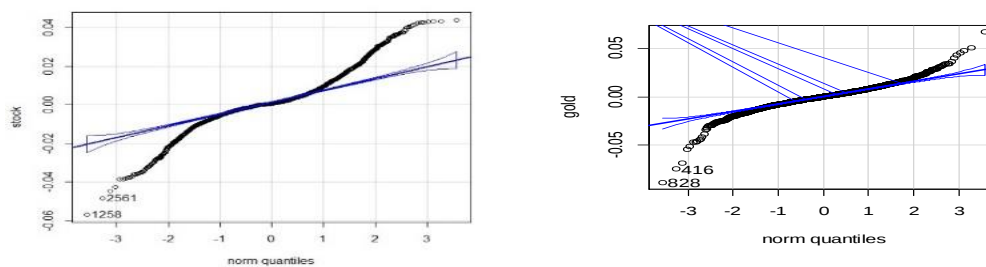
آماره	بازده طلا	بازده شاخص کل
میانگین	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۱۷
میانه	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۰۶
بیشینه	۰/۰۶۷۹	۰/۰۴۳۸
کمینه	-۰/۰۸۹۱	-۰/۰۵۶۷
انحراف معیار	۰/۰۱۰۰	۰/۰۱۰۶
چولگی	-۰/۰۵۰۰۶	۰/۱۸۹۹
کشیدگی	۶/۹۷۷۰	۳/۳۲۱۸
آزمون جاک-برا (ارزش احتمال آزمون)	۵۹۹۶ (۰,۰۰۰)	۱۲۸۲ (۰,۰۰۰)
تعداد مشاهدات	۲,۸۹۷	۲,۷۵۳

منبع: یافته‌های پژوهش

اصلی‌ترین شاخص مرکزی، میانگین است که نشان دهنده مرکز ثقل توزیع است و شاخص مناسبی جهت نمایش مرکزیت داده‌ها است. مقدار میانگین بازدهی شاخص کل بیش از ۸ برابر بازدهی طلا است که نشان از برتری آن در زمینه بازدهی دارد. از طرفی انحراف معیار، به عنوان مهمترین شاخص پراکندگی در آمار توصیفی برای طلا حدود چهار برابر انحراف معیار بازدهی شاخص کل است که نشان از ریسک بالای این دارایی رمزنگاری شده دارد. همچنین با توجه به اینکه سطح معناداری متغیرهای آزمون جاک-برا برای بازدهی روزانه طلا و شاخص کل کمتر از ۵ درصد می‌باشد، نشان از این دارد که توزیع بازدهی این دو دارایی نرمال نیست. از این رو جهت بررسی بهتر در نمودارهای ۳ و ۴ توزیع چگالی و نمودار چندک-چندک بازده دو دارایی ترسیم شده است.



نمودار ۳: توزیع چگالی بازده طلا و شاخص کل بازار سرمایه ایران



نمودار ۴: نمودار چندک-چندک بازده طلا و شاخص کل بازار سرمایه ایران

همانطور که از نمودارهای مذکور نیز ملاحظه می‌شود، مطلقاً توزیع نرمال در مورد بازده این دارایی‌ها برقرار نیست. از این رو مدل‌های دارای توزیع شرطی t گزینه بهتری برای مدلسازی بازده دو دارایی جهت پیش‌بینی بازدهی آنها هستند.

۴-۲: آمار استنباطی

قبل از تجزیه و تحلیل داده‌ها جهت مدلسازی، در ابتدا باید با آزمون‌های ریشه واحد درجه مانایی متغیرها را بررسی نمود زیرا نامانایی داده‌های سری زمانی باعث می‌شود که تمامی استنباط‌های آماری بر مبنای نظریه مجانبی استاندارد بی‌اعتبار شوند. در جدول ۲ نتایج آزمون‌های ریشه واحد ADF برای دو متغیر بازده گزارش شده است.

جدول شماره ۲: آزمون ریشه واحد دیکی فولر تعمیم یافته

آزمون ریشه واحد	بازده طلا	بازده شاخص کل
وقفه بهینه (معیار آکائیک)	۱۴	۱۴
آماره آزمون	-۱۴/۱	-۱۰/۰
ارزش احتمال	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

با توجه به اینکه در آزمون ADF فرض صفر آزمون ریشه واحد داشتن است، می‌توان اذعان داشت که هر دو متغیر بازده در سطح اطمینان ۹۵ درصدی فاقد ریشه واحد بوده و در نتیجه دارای فرآیندی مانا هستند و می‌توان مراحل مدلسازی را انجام داد. در ادامه برای برآورد مدل‌ها، ابتدا داده‌های سری زمانی بازده را به دو قسمت درون نمونه و برون نمونه تقسیم می‌شود. از داده‌های درون نمونه برای برآورد مدل‌ها و از داده‌های برون نمونه برای پیش‌بینی و آزمون قابلیت‌های مدل‌ها استفاده خواهد شد.

۴-۲-۱: آزمون درون نمونه‌ای

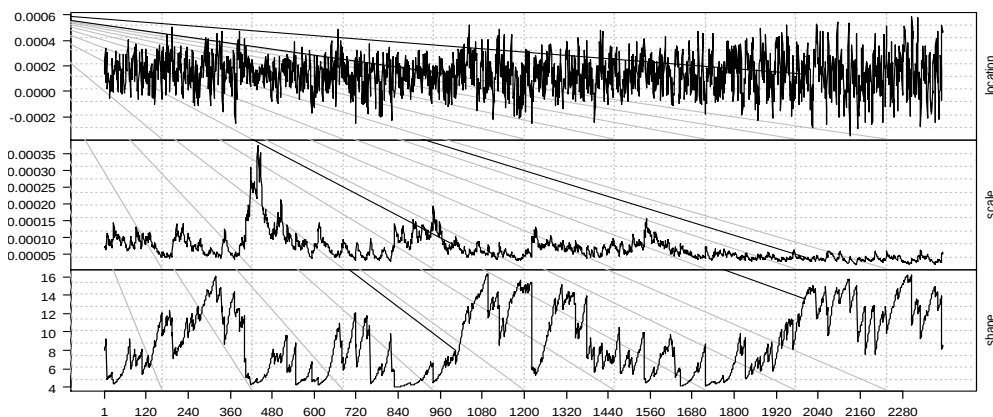
داده‌های درون نمونه‌ای شامل تمام داده‌ها بجز ۵۰۰ داده آخر هر نمونه است. در راستای مدلسازی داده‌های درون نمونه‌ای جهت پیش‌بینی توزیع بازدهی طلا و شاخص کل بورس ایران آزمون‌های درون نمونه‌ای انجام شده و عملکرد مدل GAS در مقابل مدل‌های سنتی AR و GARCH قیاس شده است. در خصوص مدل tv-t-GAS نیز ذکر مجدد این نکته لازم است که هر سه پارامتر مکان μ ، مقیاس ϕ و شکل ν (درجه آزادی) توزیع، زمان متغیر هستند که یکی از ویژگی‌های منحصر بفرد این مدل نوین است. در جدول شماره ۳ نتایج برآوردها برای برآورد بازدهی طلا با داده‌های درون نمونه‌ای گزارش شده است. در جدول نامبرده علاوه بر نتایج برآورد پارامترهای مدل tv-t-GAS، برآورد مدل‌های t-GARCH و t-AR نیز ارائه شده است.

جدول شماره ۳. نتایج برآورد مدل‌ها در داده‌های درون نمونه‌ای بازده طلا

مدل			پارامتر	
t-AR	t-GARCH	tv-t-GAS	ضریب	K_μ
۰/۰۰۰۱۷	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۶	آماره t	K_ϕ
۱/۰۲	۰/۷۵	۰/۷۸۵۳	ضریب	
	۰/۰۰۰۰۰۱	-۰/۱۹	آماره t	K_ν
	۰/۶۶	-۱۰/۲۲	ضریب	
		-۰/۰۴	آماره t	a_μ
		-۳/۴۲	ضریب	
-۰/۰۱		۰/۰۰۰۰۰۱		

−۰/۵۲		۲۷۶/۷۲	t آماره	
	۰/۰۲	۰/۱۸	ضریب	a_ϕ
	۵/۸۶	۶/۵۵	t آماره	
		۲/۸۴	ضریب	a_ν
		۲/۱۴	t آماره	
		۰/۵۰	ضریب	b_μ
		۱۴۱/۴۴	t آماره	
	۰/۹۶	۰/۹۸	ضریب	b_ϕ
	۲۴۵/۲۱	۵۱۱/۱۲	t آماره	
		۰/۹۸	ضریب	b_ν
		۱۶۳/۵۶	t آماره	
۴/۱۷	۵/۸۲		ضریب	ν
۱۱/۴۳	۶/۳۱		t آماره	
۷۹۸۵	۷۹۷۱	۴۴۵۵	log-likelihood	

منبع: یافته‌های پژوهش



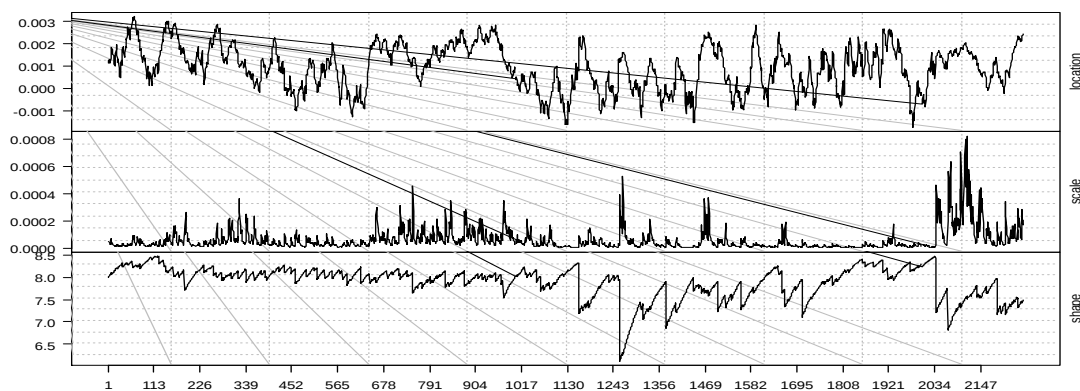
نمودار ۵: برآورد پارامترهای زمان-متغیر توزیع شرطی مدل GAS بازده طلا

در جدول شماره ۳، با توجه به معناداری ضرایب در سطح اطمینان ۹۵٪ برای بازده طلا ملاحظه می‌شود که اگرچه پارامترهای زمان متغیر مدل GAS از نظر آماری معنادار هستند اما مدل GARCH لگاریتم راستنمایی بزرگتری نسبت به دو مدل دیگر دارد و مدل ارجح‌تر است. همچنین با توجه به سطح معناداری ضرایب مدل AR، این مدل برخلاف مدل‌های GAS و GARCH توانایی پیش‌بینی بازدهی طلا را ندارد. در جدول شماره ۴ نتایج برآوردها برای برآورد بازدهی روزانه شاخص کل بورس ایران با داده‌های درون نمونه‌ای گزارش شده و علاوه بر نتایج برآورد پارامترهای مدل t-GAS، tv-t، برآورد مدل‌های t-GARCH و t-AR نیز آمده است.

جدول شماره ۴: نتایج برآورد مدل‌ها در داده‌های درون نمونه‌ای بازده شاخص کل بورس

مدل			پارامتر	
t-AR	t-GARCH	tv-t-GAS		
۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۰۰۴	ضریب	κ_{μ}
۴/۱۲	۳۳/۳۳	۲/۰۶	آماره t	
	۰/۰۰۰۰۱	-۰/۶۸	ضریب	κ_{ϕ}
	۰/۶۳	-۱۴/۳۴	آماره t	
		-۰/۰۴	ضریب	κ_{ν}
		-۹/۴۲	آماره t	
۰/۳۳		۰/۰۰۰۰۰۱	ضریب	a_{μ}
۱۶/۵۱		۱۷۰/۵۷۷	آماره t	
	۰/۲۰	۰/۷۵	ضریب	a_{ϕ}
	۴/۵۵	۱۴/۱۹	آماره t	
		۰/۱۸	ضریب	a_{ν}
		۶۸۴/۵۱	آماره t	
		۰/۹۶	ضریب	b_{μ}
		۱۰۱۵۰	آماره t	
	۰/۷۸	۰/۹۳	ضریب	b_{ϕ}
	۱۸/۱۳	۲۰۱/۴۶	آماره t	
		۰/۹۸	ضریب	b_{ν}
		۱۸۱۶	آماره t	
۲/۳۲	۴/۶۲		ضریب	ν
۱۴/۵۲	۱۱/۱۰		آماره t	
۸۰۵۷	۸۲۴۵	۸۲۶۹	log-likelihood	

منبع: یافته‌های پژوهش



نمودار ۶. برآورد پارامترهای زمان-متغیر توزیع شرطی مدل GAS بازده شاخص کل بورس

در جدول شماره ۴، برای بازده شاخص کل برخلاف طلا، ملاحظه می‌شود که لگاریتم راستنمایی مدل GAS بزرگتر از دو مدل دیگر است، در نتیجه مدل ارجحتر این مدل است. تمامی ضرایب a و b مدل در سطح اطمینان ۹۵ درصد معنی‌دار هستند که تایید می‌کند پارامترهای توزیع شرطی بازده شاخص کل به صورت زمان متغیر بهتر تصریح می‌شوند و کوچکتر بودن آنها از مقدار یک شرط مانایی فرایند را نیز تامین می‌کند. نکته دیگر نزدیک به یک بودن مقادیر ضرایب b است که پایداری بالای میانگین شرطی، واریانس شرطی و درجه آزادی توزیع بازده شاخص کل را منعکس می‌کند. بعلاوه متفاوت بودن ضرایب پارامترهای برآوردی توزیع نشان می‌دهد که پارامترهای مکان، مقیاس و شکل توزیع شرطی بازده هر کدام رفتار نسبتاً مختص خود و متفاوت از یکدیگر در طول زمان دارند.

در نمودار ۶ پارامترهای زمان متغیر توزیع شرطی بازده شاخص کل نمایش داده شده‌اند. چنانچه مشهود است در طول دوره نمونه میانگین شرطی و واریانس شرطی بازده شاخص کل در دوره‌های مختلف متفاوت بوده و رفتار نسبتاً مستقلاً از یکدیگر نیز دارند.

۴-۲-۲: مقایسه عملکرد مدل‌ها برون نمونه‌ای

بعد از برآورد مدل‌ها با استفاده از داده‌های درون نمونه‌ای، نیاز است عملکرد مدل‌ها در داده‌های برون نمونه‌ای نیز ارزیابی شود، از این رو با استفاده از پیش‌بینی یک دوره به جلوی مدل‌ها، عملکرد آنها با استفاده از پیش‌بینی غلتان ارزیابی و مقایسه شده است. داده‌های برون نمونه‌ای مشتمل بر ۵۰۰ مشاهده آخر سری زمانی هر دو دارایی در دوره نمونه هستند. با توجه به هدف پژوهش که پیش‌بینی پویای توزیع شرطی بازدهی است، پیش‌بینی‌ها به شکل چگالی شرطی خواهند بود، یعنی $Y_{T+h}|Y_{1:T}$ به ازای $h = 1$ که در آن T تعداد مشاهدات درون نمونه‌ای است. برای مقایسه توانایی مدل‌ها در پیش‌بینی یک گام به جلوی توزیع بازده طلا و شاخص کل، از قواعد امتیازدهی استفاده شده است. این روش اینگونه است که چگالی پیش‌بینی شده را با مقدار پس‌وقوع تحقق یافته بازده مقایسه می‌کند و امتیازی تولید می‌کند که در هر نقطه زمانی رتبه‌بندی میان مدل‌های جایگزین تعریف می‌کند. یکی از قواعد امتیازدهی متداول، معیار لگاریتم امتیاز است. یعنی هرچه لگاریتم امتیاز بزرگتر باشد، پیش‌بینی بهتر است. به دلیل اینکه لگاریتم امتیاز برای هر دوره پیش‌بینی محاسبه می‌شود و قابلیت مقایسه بین مدل‌های مختلف را دارد. به این منظور از آزمون دیبولد و ماریانو برای آزمون معناداری تفاوت آنها استفاده شده است. این آزمون برابری لگاریتم امتیاز محاسبه شده برای مدل‌ها را از نظر آماری آزمون می‌کند و فرض صفر آن یکسان بودن عملکرد دو مدل رقیب است. در جدول شماره (۵) آزمون مذکور برای پیش‌بینی توزیع بازده دارایی‌ها در دو مدل تحت بررسی ارائه شده است. آماره آزمون اگر منفی باشد نشان دهنده برتری مدل اول نسبت به مدل دوم است و کوچکتر شدن ارزش احتمال آزمون از مقدار ۵ درصد این برتری را می‌پذیرد.

جدول شماره ۵: آزمون مقایسه عملکرد مدل‌ها در پیش‌بینی برون نمونه‌ای

دارایی	فرض صفر	آماره آزمون	ارزش احتمال	نتیجه (مدل با عملکرد بهتر طبق آزمون)
طلا	یکسان بودن عملکرد مدل tv-t-GAS و t-GARCH	-۱/۷۷	۰/۰۳	tv-t-GAS
	یکسان بودن عملکرد مدل tv-t-GAS و t-AR	-۱/۴۲	۰/۰۷	tv-t-GAS
	یکسان بودن عملکرد مدل t-AR و t-GARCH	-۰/۷۳	۰/۲۳	-
شاخص کل	یکسان بودن عملکرد مدل tv-t-GAS و t-GARCH	-۳/۵۰	۰/۰۰	tv-t-GAS
	یکسان بودن عملکرد مدل tv-t-GAS و t-AR	-۱۰/۱۴	۰/۰۰	tv-t-GAS
	یکسان بودن عملکرد مدل t-AR و t-GARCH	-۹/۴۷	۰/۰۰	t-GARCH

منبع: یافته‌های پژوهش

طبق جداول بالا، همانطور که ملاحظه می‌شود برای پیش‌بینی توزیع بازده طلا، مدل GAS برتری دارد و برتری از بین مدل‌های AR و GARCH هیچ مدلی مطلوب نیست زیرا آماره آن معنادار نیست. همچنان در پیش‌بینی توزیع بازده شاخص کل، GAS مدل ارجحی برای پیش‌بینی در سطح اطمینان ۹۹ درصد است. در مجموع هم برای طلا و هم شاخص کل این مدل نوین ریاضی GAS عملکرد بهتری داشته است.

۵: نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در دهه‌های اخیر بسیاری از علوم با یکدیگر ترکیب شده و دانش بین رشته‌ای را جهت حل مسائل جدید به وجود آوردند. با پیشرفت روزافزون علوم رایانه‌ای و همچنین پیچیده‌تر شدن بازارهای مالی، روش‌های مبتنی بر ریاضی بسیاری از چالش‌های این حوزه را مرتفع ساختند که یکی از چالش‌ها پیش‌بینی بازدهی به کمک ارائه مدلی نوین ریاضی با دقت بیشتر است. در راستای پیش‌بینی بازدهی با کمترین خطا، طبق ادبیات روش نوین ریاضی به نام GAS که بر خلاف مدل‌های کلاسیک توانایی پاسخگویی شوک‌های اقتصادی و تلاطم‌های قیمتی ناشی از آن را دارد، دارای قیود محدود کننده غیرواقعی نمی‌باشد و علاوه بر آن دارای ویژگی زمان متغیری می‌باشد از این رو هدف اصلی پژوهش حاضر مدلسازی پیش‌بینی توزیع بازدهی روزانه شاخص کل بورس ایران و طلا از مدل نوین ریاضی GAS است. در این راستا عملکرد مدل ریاضی GAS جهت پیش‌بینی بازدهی داده‌های درون و برون نمونه‌ای روزانه شاخص کل بورس ایران برای سال ۱۳۹۰ الی ۱۳۹۹ و طلا از ابتدای ۲۰۱۰ تا انتهای ۲۰۲۰ همراه با عملکرد مدل‌های سنتی غیرخطی AR و GARCH مقایسه شده است. برای داده‌های درون نمونه‌ای نتایج نشان‌دهنده برتری مدل GAS در مقابل مدل‌های سنتی AR و GARCH برای پیش‌بینی بازدهی شاخص کل بورس ایران بوده است که با نتایج پدرو و همکاران (۲۰۲۰)، ال‌قزایی و همکاران (۲۰۲۰) و کریل و همکاران (۲۰۱۳) همخوانی دارد. برای مدلسازی درون نمونه‌ای بازدهی طلا ملاحظه شد که اگرچه پارامترهای زمان متغیر مدل GAS از نظر آماری معنادار هستند اما با اینحال مدل GARCH لگاریتم راستنمایی بزرگتری نسبت به دو مدل دیگر دارد و مدل ارجح‌تر است و با توجه به اینکه مدل‌های غیرخطی قابلیت پیش‌بینی داشتند از این رو با نتایج مطالعات چیووکولا و لکشمی (۲۰۲۰)، یائو و ژو (۲۰۱۸) و چیووکولا و لکشمی (۲۰۲۰) تطابق دارد. در مورد آزمون‌های برون نمونه‌ای که نشان‌دهنده قابلیت تعمیم‌سازی نتایج به دوره‌های آتی می‌باشد، نتایج نشان داد که برای پیش‌بینی بازدهی روزانه شاخص کل مدل GAS نسبت به دو مدل AR و GHARCH و مدل GARCH نسبت به مدل AR عملکرد بهتری داشت. از طرفی برای داده‌های برون نمونه‌ای برای پیش‌بینی بازدهی طلا فقط مدل GAS نسبت به دو مدل دیگر ارجحیت داشت. این رو با توجه به نتایج حاصله پژوهش حاضر پیشنهاد می‌گردد در بازار سرمایه ایران از مدل نوین GAS جهت پیش‌بینی توزیع بازدهی شاخص کل بورس جهت استفاده سیاست‌گذاران و نهادهای ناظر به منظور اعمال پیش‌بینی‌هایی با دقت بالا و همچنین سرمایه‌گذاران حقیقی و حقوقی در راستای کسب منافع حاصل از پیش‌بینی با حداقل خطا استفاده گردد. همچنین با توجه به عملکرد مطلوب GAS برای پیش‌بینی شاخص کل بورس ایران هم برای داده‌های درون نمونه‌ای و هم داده‌های برون نمونه‌ای، پیشنهاد می‌گردد این مدل جهت پیش‌بینی بازدهی سایر شاخص‌ها همانند شاخص هموزن، شاخص صنعت‌های مختلف به تفکیک فروش ریالی و دلاری و همچنین سایر ابزارها همانند گواهی‌های سپرده، ابزارهای مشتقه، صندوق‌های سرمایه‌گذاری مختلط و سهامی مورد آزمون قرار گیرد. با توجه به اینکه مدل نوین ریاضی GAS قابلیت پیش‌بینی توزیع بازدهی را دارد فلذا می‌توان از آن برای برآورد ارزش در معرض ریسک دارایی‌های مالی مدلسازی نمود و در نهایت در راستای طراحی سیستم‌های معاملاتی مورد پژوهش قرار گیرد.

فهرست منابع

- [1] Pedro Gerhardt Gavronski, Flavio A. Ziegelmann, (2020), Measuring Systemic Risk via GAS models and Extreme Value Theory: Revisiting the 2007 Financial Crisis, *Finance Research Letters*, Vol:181, No:11, P 23-37.
- [2] El Ghourabi, M., Nani, A., & Gammoudi, I. (2020). A value-at-risk computation based on heavy-tailed distribution for dynamic conditional score models. *International Journal of Finance & Economics*.
- [3] Anatolyev, S., & Baruník, J. (2019). Forecasting dynamic return distributions based on ordered binary choice. *International Journal of Forecasting*, 35(3), 823-835.
- [4] عبدالملکی، امیرحسین، حمیدیان، محسن، باغانی، علی. (۱۳۹۹). بررسی وجود ویژگی فراکتال در قیمت و بازده سهام شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل غیر خطی ARIFMA. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۴۴(۱)، ۲۰۷-۲۲۶.
- [5] Basak, S., Kar, S., Saha, S., Khaidem, L., & Dey, S. R. (2019). Predicting the direction of stock market prices using tree-based classifiers. *The North American Journal of Economics and Finance*, 47, 552-567.
- [6] رهنمای رودپشتی، فریدون، کلانتری دهقی، مهدیه. (۱۳۹۳). مدل‌های مولتی فرکتال در علوم مالی: ریشه، ویژگی‌ها و کاربردهای آنها. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۷(۲۴)، ۲۵-۴۷.
- [7] صمدی، فاطمه، رهنمای رودپشتی، فریدون و نیکومرام، هاشم (۱۳۹۵). بررسی بازده در شرکت سرمایه گذاری با سه روش مارکو سوچیچینگ، بازده متقارن و نامتقارن، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)، دوره ۷، شماره ۲۹، ۱۳۱-۱۵۰.
- [8] Zhang, G., & Li, J. (2018). Multifractal analysis of Shanghai and Hong Kong stock markets before and after the connect program. *Physica A*, 503, 611-622.
- [9] Yao, Y., & Xu, B. (2018). Conditional Distribution Prediction of Stock Returns and its Application on Risk Aversion Analysis. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 22(4), 448-456.
- [10] Creal, D., Koopman, S. J., & Lucas, A. (2013). Generalized autoregressive score models with applications. *Journal of Applied Econometrics*, 28(5), 777-795.
- [11] نادمی، یونس، سالم، علی اصغر. (۱۳۹۵). بررسی فرضیه کارایی ضعیف در دو رژیم پرنوسان و کم‌نوسان بازدهی بازار سهام تهران. فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی. ۲۴ (۷۷): ۱۳۹-۱۶۲.
- [12] ارضاء، امیرحسین، صیفی، فرناز. (۱۳۹۹). تاثیر ریسک‌های مالی بر کارایی شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۱۳(۴۵)، ۱-۱۳.
- [13] Zhu, S., Fan, M., & Li, D. (2014). Portfolio management with robustness in both prediction and decision: a mixture model based learning approach. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 54(2), 27-53.

[14] Amjad, M., & Shah, D. (2017). Trading bitcoin and online time series prediction. In NIPS Time Series Workshop, 1st edition, (pp. 1-15).

[15] Gebka, B., & Wohar, M. E. (2019). Stock return distribution and predictability: Evidence from over a century of daily data on the DJIA index. *International Review of Economics & Finance*, 60, 1-25.

[16] Virbickaitė, A., Frey, C., & Macedo, D. N. (2020). Bayesian sequential stock return prediction through copulas. *The Journal of Economic Asymmetries*, 22(3), 39-54.

[17] Lazar, E., & Xue, X. (2020). Forecasting risk measures using intraday data in a generalized autoregressive score framework. *International Journal of Forecasting, Sensors & Transducers*, 244(5), 44-47.

[18] Chivukula, R., & Lakshmi, T. J. (2020). Cryptocurrency Price Prediction: A Machine Learning Approach.

[19] سیدنژاد فهیم، سیدرضا، سهرابی، نرگس، موقری، هادی. (۱۳۹۴). پیش بینی بازده سهام با استفاده از روش انقباضی LASSO. *مطالعات حسابداری و حسابرسی*، ۴(۱۳)، ۴۰-۵۳.

[20] نیکوسخن، معین. (۱۳۹۷). ارائه یک مدل ترکیبی بهبودیافته با انتخاب وقفه‌های خودکار برای پیش‌بینی بازار سهام. *تحقیقات مالی*، ۲۰(۳)، ۳۸۹-۴۰۸.

[21] نجارزاده، رضا، ذوالفقاری، مهدی، غلامی، صمد. (۱۳۹۹). طراحی مدلی جهت پیش بینی بازده شاخص بورس (با تاکید بر مدل‌های ترکیبی شبکه عصبی و مدل‌های با حافظه بلندمدت). *دانش سرمایه‌گذاری*، ۹(۳۴)، ۲۳۱-۲۵۷.

[22] Madanchi Zaj, M., Samavi, M., koosha, E. (2021). Measurement of Bitcoin Daily and Monthly Price Prediction Error Using Grey Model, Back Propagation Artificial Neural Network and Integrated model of Grey Neural Network. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, (Article in Press), -. doi: 10.22034/amfa.2020.1881110.1315.

[23] صدیقی، مجتبی و رستمی مال خلیفه، محسن، (۱۳۹۹). پیش‌بینی ورشکستگی مالی با استفاده از مدل ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها و تحلیل رابطه خاکستری (مطالعه موردی: شرکت‌های مشمول ماده ۱۴۱ قانون تجارت در بورس اوراق بهادار تهران)، ششمین کنفرانس ملی علوم انسانی و مطالعات مدیریت.