نظریهٔ اقتصاد در روش ریاضی

سخنرانی جرالد دبرو برندهٔ جایزه نوبل
مترجم : دکتر رضا شیوا

چکیده

ساده‌سازی تئوری اقتصادی آثار مثبت بسیاری دارد. این عمل در رابطه با مفروضات تئوری سبب می‌شود با قضاوت منطقی، محدوده نفوذ هر تئوری را تعیین کرد و از هر تئوری در موقعیت خاصی بهره گرفت. ساده‌سازی و تأکید بر دقت ریاضی، بطور گسترده اقتصاددانان را به سوی درک عمیق‌تر مسائل و استفاده از روشهای ریاضی رهنمون ساخت و موجب شد این مسائل بهتر حل شوند. ویژگی سادگی، تئوری را برای استفاده تعداد زیادی از پژوهشگران آماده می‌سازد و خصیصه عمومیت موجب می‌شود بخش بزرگی از مسائل قابل استفاده شوند. در یک کلام، ساده‌سازی تئوری اقتصادی، به محققان کمک کرد تا به زبان گویا و کارآمد ریاضی دسترسی یابند، با یکدیگر ارتباط برقرار کنند و با استفاده از ابزار مهم اقتصادی تحقیق نمایند.

در این مقاله ابتدا زندگینامهٔ جرالددبرو را می‌خوانید آنگاه سخنرانی نامبرده را مطالعه خواهید کردکه پیرامون به کارگیری مؤثر منابع می‌باشد. این مقاله بهره گیری و تأثیرپذیری اوست در جمع‌بندی از نظرات دیگر صاحب‌نظران اقتصاد.

زندگینامه جرالد دبرو

در سال ۱۹۲۱ در یک خانواده متوسط در شهر کالی متولّد شد. پدرش فرناند دبرو در تولید بند کفش که در آن زمان صنعت متداول زادگاهش بود، کار می‌کرد. در سال ۱۹۳۹ دوران تحصیلات

خود را در کالج شهر کالی تمام کرد و در تابستان همان سال با بروز جنگ جهانی دوم به شهر گرونوبل (جزو منطقه آزاد) عزیمت کرد و در رشته ریاضی به تحصیل مشغول شد و در سالهای ۴۰ و ۱۹۴۱ از مرکز آموزشی گرونوبل فارغ‌التحصیل گردید و بلافاصله در مدرسه Nomal-Superieure پذیرفته شد و پس از چهار سال مطالعه با دریافت Agregation de Mathematiques به تحصیلات خود خاتمه داد. به علت فرا رسیدن روزهای خطیر در تاریخ فرانسه در ارتش ثبت نام کرد و به مدرسه نظام شهر چرچیل الجزیره اعزام شد و برای مدت کوتاهی در ارتش فرانسه (مستقر در آلمان) خدمت کرد و سرانجام در اواخر سال ۱۹۴۵ و اوایل سال ۱۹۴۶ در رشته ریاضی فارغ‌التحصیل گردید. با مطالعه کتب متعددی چون تئوری تعادل عمومی اقتصاد (لئون والراس) (۷۸-۱۸۷۴) و کتاب تحقیقی بر نظام اقتصاد (۱۹۴۳) به دلیل علاقهٔ شدید به رشته اقتصاد به مدت دو سال در آن رشته به مطالعه پرداخت و در طی آن ایام بعنوان استاد تحقیقاتی مرکز تحقیقات علوم ملی خدمت کرد. در تابستان ۱۹۴۸ چندین هفته در سمینار سالزبورگ در مرکز تحقیقات و مطالعات آمریکایی شرکت جست و با یکی از اعضای هیأت علمی به نام (واسیلی لئونتیف)آشنا شد. در اواخر سال ۱۹۴۸ توانست بورس «راکفلر» را دریافت کند. پس از آن از دانشگاههای هاروارد، کالیفرنیا، شیکاگو، کلمبیا، آپسالا و اسلو بازدید کرد.

او در دوران اقامت خود در سالزبورگ و دریافت بورس راکفلر، براساس آخرین پیشرفتهای علمی در زمینه اقتصادی فرانسه مطالعهٔ خود را تکمیل کرد. در سال ۱۹۴۹ کمیسیون کولز برای بررسی در علم اقتصاد پست دستیار تحقیقاتی را به وی محول نمود. او از اول ژوئیه سال ۱۹۵۰ تا یازده سال بعد، تحقیقات خود را ادامه داد.

جرالد دبرو در حالی که تمام اوقات فراغت خود را به تحقیق اختصاص داده بود در زمینه‌های بحث بهینه پارتو به یک تعادل عمومی اقتصادی - تئوری مطلوبیت دست یافت. وی در مدت شش ماه مرخصی، تحقیق خود را پیرامون شرکت برق فرانسه در پاریس آغاز کرد (۱۹۵۳) و با مطالعه دربارهٔ نااطمینانی در اقتصاد، گزارش خود را در سال ۱۹۵۹ به نام تئوری ارزش چاپ کرد. در سال ۱۹۵۵ کمیسیون کولز از شیکاگو به دانشگاه یل انتقال یافت و دبرو در آنجا مقاله «تعادل بازار» تئوری تعادل عمومی اقتصادی را نوشت. او در سال ۶۱-۱۹۶۰ در شهر استانفورد در مرکز تحقیقات پیشرفته در علوم رفتاری به تحقیق مشغول شد. در طی دوران تحصیل ابتدا مطالعات هربرت اسکارف و سپس کار استنفورد را دنبال و در سال ۱۹۶۳ در این‌باره مقاله‌ای منتشر کرد.

آخرین بررسیهای وی در دهه هفتاد و اوایل دهه هشتاد عبارت است از: تابع مطلوبیت - افزایش تابع تقاضا در اقتصاد - نرخ همگرایی در مراکز ثقل اقتصاد نسبت به مجموعهٔ تعادل رقابتی آن - حداقل تقعر مطلوبیت قالبی و تکاثر توابع نیمه مقعر متلاشی شده.

اقتصاد ریاضی

اگر برای آغاز اقتصاد ریاضی که تخصص همهٔ ما محسوب می‌شود در پی یافتن زمانی مشخص باشیم، در توافقی کم‌نظیر، سال ۱۸۳۸ را انتخاب خواهیم کرد. یعنی همان سالی که اگوستین کورنو کتاب معروف خود را نوشت که «تحقیق در اصول ریاضیات بر اساس تئوری ثروتها»[1] نام داشت. دانشجویان رشتهٔ تاریخ عقاید اقتصادی، می‌توانند به مساعدتهایی اشاره کنند که در اوایل قرن هجدهم به اقتصاد ریاضی شده است. همچنین کتاب "Der islierte staat" اثر جان هنریچ ون تانن (۱۸۲۶) نیز در این زمینه الگویی نمونه محسوب می‌شود، زیرا توانسته است، از استدلالهای ریاضی در تئوریهای اقتصادی بهره گیرد. اما کورنو نخستین و بزرگترین مؤسس این رشته تلقی می‌شود. او بنیانگذار مدلهای ریاضی برای توضیح پدیده‌های اقتصادی شناخته شده‌است. ناگفته نماند که در میان دانشمندان هم رشتهٔ وی در قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم، باید به لئون والراس (۱۹۱۰-۱۸۳٤) ابداع کنندهٔ «تئوری ریاضی تعادل عمومی اقتصاد»، فرانسیس ی. اجورث (۱۹۲٦-۱۸٤٥) و ویلفردو پارتو (۱۹۲۳-۱۸٤۸) بیشترین اهمیت را داد. این سه تن به اندازه کافی در قرن بیستم زندگی کردند تا بتوانند برای همهٔ افراد صاحب نام شرکت کننده در مراسم نوبل، ارزش جایزهٔ نوبل علم اقتصاد را افزایش دهند.

اگر سال ۱۸۳۸ تاریخ سمبلیک پیدایش اقتصاد ریاضی باشد، سال ۱۹٤٤ آغاز سمبلیک دورهٔ هم عصر آن محسوب می‌شود. در آن سال جان ون نیومن و اسکار مورگن اشترن اولین دوره «نظریه بازیها و رفتار اقتصادی »[2] را به پایان رسانیدند. آن حادثه نشانگر تحولی عمیق و گسترده در تئوری اقتصادی بود. در دههٔ پس از آن، انگیزه‌های فکری بدیعی در بسیاری از جهات دیگر مطرح شد. علاوه بر کتابهای ون نیومن و مورگن اشترن، کتابهای دیگری مانند: «تجزیه و تحلیل داده و ستاده»[3] اثر واسیلی لئونتیف، «اصول تجزیه و تحلیل اقتصاد»[4] اثر پل ساموئلسن، «تحلیل فعالیتهای بخش تولید »[5] اثر جالینگ کوپمنز و «الگوریتم سیمپلکس[6]» اثر جورج دانتزینگ از نمونه‌های متداول به شمار می‌رفتند و بحث پیرامون آنها بشدت ادامه داشت. بخصوص در کمیسیون کولز، هنگامی که در اول ماه ژوئیه سال ۱۹۵۰ بدان پیوستم، گفتگو پیرامون این مباحث بیشتر شایع بود. در آن مقطع زمانی، کمیسیون کولز در دو جهت متقابل بطور مداوم و با نیرویی شگرف فعالیت می‌کرد و برای تحقیق مورد نظر من محیطی مطلوب بوجود آورد و این همکاری، امتیازی استثنایی محسوب می‌شد.

از دلایل انجام آن تحقیق می‌توان به مطالعه

1- Recherches Sut Les Principes Mathematiques de la Theorise des Richesses

2- Theory of Games and Economic Behavior 3- Input - Output Analysis

4- Foundations of Economic Analysis 5- Activity Analysis of Production 6- Simplex Algorithm

تئوری تعادل عمومی اقتصاد اشاره کرد و هدف از نگارش را: دقیق‌تر ساختن، عمومی‌تر کردن، ساده نمودن و وسعت بخشیدن به تئوری در مسیرهای جدیدتر عنوان کرد. اجرای چنین روندی، در تئوریهای «رجحان»، «مطلوبیت» و «تقاضا» حل برخی از مسائل را ایجاب می‌کرد. سرانجام تحقیق به معرفی روشهای تحلیلی جدیدی منجر شد که از زمینه‌های مختلف ریاضی بدست آمده بود و در ارائه تئوریهای اقتصادی مؤثر شد. این امر، یافتن پاسخ برای پرسشهایی را با جنبه ریاضی، بیشتر تشویق کرد. در ابتدا تعداد کمی از پژوهشگران درگیر مسأله شدند و به کندی افزایش یافتند، اما در اوایل دهه شصت، افزایش تعداد پژوهشگران از رشد چشمگیری برخوردار شد.

مفهوم فضای کالا

یکی از ابتدایی‌ترین مفاهیم نظری، مفهوم «فضای کالا»[7] است که من دربارهٔ آن به بحث و بررسی می‌پردازم. هر فرد می‌تواند فهرستی از تمام کالاهای موجود را در اقتصاد تهیه نماید. فرض کنید "l" نمایانگر عدد محدود این کالاها باشد. با انتخاب یک واحد اندازه‌گیری و دادن علامتی قراردادی برای جداسازی داده‌ها از ستاده‌ها می‌توان عملکرد عامل اقتصادی را با برداری در فضای کالای "R" توصیف نمود (زیرا برای مصرف‌کننده، داده‌ها جنبه مثبت و ستاده‌ها جنبه منفی دارد و برای تولید کننده این قضیه برعکس است). ساختار فضای کالا، یک بردار فضای حقیقی[8] می‌باشد و قبول این واقعیت، دلیل اصلی موفقیت در فرم ریاضی بخشیدن به تئوری اقتصادی است. بویژه خواص تحدب مجموعه‌ها در "R^l" مبحث دوره‌ای در تعادل عمومی اقتصاد می‌باشد و کاملاً می‌توان از آن بهره‌برداری کرد. همچنین اگر هر فرد واحد سنجشی را برگزیند و قیمت هر یک از کالاها را در مجموعهٔ "l" مشخص کند، می‌تواند یک بردار قیمتی[9] را در "R^l" تعریف نماید. تعریف بردار قیمتی متضمن مفهومی دوگانه با بردار کالا[10] است. ارزش بردار کالای "Z" در ارتباط با بردار قیمت "P"، حاصل ضرب داخلی "P.Z" است.

والراس در سالهای ۷۷-۱۸۷٤ تئوری ریاضی خود را پایه‌ریزی کرد. یکی از اهداف تئوری والراس، درک مفهوم بردار قیمت و عملکرد عوامل متعدد قابل مشاهده در یک اقتصاد است. البته، آن هم بر حسب تعادل ناشی از اثرات متقابل عوامل یاد شده در بازار کالاها خواهد بود. در چنین تعادلی، هر تولید کننده بر حسب محدودیت بودجه ترجیحات خود را در مجموعهٔ مخارج خویش تأمین می‌کند. محدودیت بودجه بوسیلهٔ تعریف ارزش بردار درآمد[11] مصرف کننده و سهم وی از سود تولید کنندگان مشخص می‌شود. در بارهٔ هر

7- Commodity space 8- Real vector space 9- Price- Vector 10- Commodity- Vector
11- Endowment - Vector

کالا تقاضای کل با عرضهٔ کل برابر است. والراس و پیروان وی در شش دههٔ گذشته نتیجه گرفتند که تئوری والراس بدون بحث در زمینهٔ پشتیبانی از وجود حداقل یک حالت تعادل ثمربخش نخواهد بود و همچنین متوجه شدند، در مدل، تعداد معادلات با تعداد مجهولات برابر است . این بحث یک ریاضیدان را متقاعد نمی‌کرد. باید خاطرنشان ساخت، ابزار ریاضی که بعدها به حل مشکل وجود تعادل کمک کرد، در زمان والراس وجود نداشت. والراس بزرگترین اثر کلاسیک علم اقتصاد را نگاشت. در این میان، آبراهام والد با استفاده از فرمول گوستاو کسل که از سیستم والراس الهام گرفته بود، توانست در شهر وین طی سالهای ۳۶-۱۹۳۵ اولین راه‌حل را در یک رشته از مقالات خود عنوان کند. اما نوشته‌های او با بی‌توجهی روبه‌رو گردید و این مسأله تا اوایل دههٔ پنجاه نادیده گرفته شد.

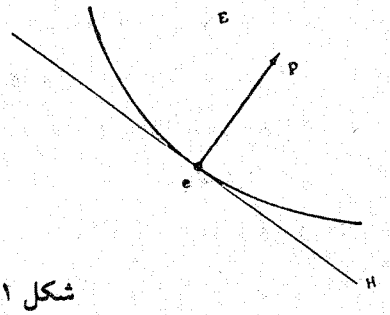
تئوری تعادل عمومی اقتصاد

کنت آرو در سخنرانی خود برای دریافت جایزه نوبل اشاره کرد که او چگونه با من به نقطهٔ مشترکی رسیده است. البته مسیر حرکت و نحوهٔ مشارکت من تا حدی متفاوت بود. در اوایل دههٔ چهل، تحت تأثیر «اصول بدیهی در ریاضیات»[12] اثر ن.بوربا کی قرار گرفتم و در اواخر جنگ جهانی دوم به اقتصاد علاقه‌مند شدم. سنت مدرسه لوزان را فرانسیس دیویس و موریس آلیس، به طور شایسته در فرانسه زنده نگاه داشتند. با فرمول آلیس در کتابش به نام «تحقیقی بر نظام اقتصادی» (۱۹۴۳) آشنا شدم و این نخستین برخورد من با تئوری تعادل عمومی اقتصاد بود و از همانجا شیفته این تئوری شدم. برای کسی که روش دقیق و متمرکز بوربا کی را فرا می‌گرفت، محاسبهٔ معادلات و مجهولات در سیستم والراس قانع کننده نبود و سؤال آزار دهندهٔ وجود تعادل همچنان بی‌جواب باقی می‌ماند، اما در اواخر دههٔ چهل، برخی از نکات اساسی پاسخها، به سادگی در دسترس قرار نداشت.

در همین اوان، حل مسألهٔ ساده‌تری پایان گرفت و با یافتن آن پاسخ، گره کور وجود تعادل کمی گشوده‌تر شد. همچنین همزمان با ورود به قرن جدید، پارتو ویژگیهای یک حالت بهینهٔ اقتصادی را بر حسب سیستم قیمت و با استفاده از محاسبات دیفرانسیلی ارائه کرد. دورهٔ طولانی پیشرفت عقاید پارتو، همراه با مساعدتهای جداگانهٔ اسکار لانگه (۱۹۴۲) و آلیس (۱۹۴۳) که در چهارچوب ریاضیات فعالیت می‌کردند، به عصر رکود خود رسید. در تابستان ۱۹۵۰، آرو در دومین سمپوزیوم آمار ریاضی و احتمالات برکلی و من در جلسهٔ اقتصاد سنجشی هاروارد بطور مجزا همان مسأله را از طریق ارائه تئوری مجموعه‌های محدب[13] بررسی کردیم. دو قضیه در مرکزیت قلمرو اقتصاد رفاه قرار دارد. در قضیهٔ اول ثابت می‌شود که اگر همهٔ عوامل نظام اقتصادی براساس یک بردار قیمت مشخص به تعادل درآیند، وضعیت اقتصادی بهینهٔ

12- Axiomatic Approach to Mathematics 13- Theory of Convex Sets

پارتو بوجود خواهد آمد. اثبات این قضیه یکی از ساده‌ترین اثباتها در اقتصاد ریاضی است. قضیهٔ دوم، بینش اقتصادی عمیق‌تری را در نظر دارد و بر ویژگی مجموعه‌های محدب تکیه می‌کند. در قضیهٔ دوم به اثبات می‌رسد که بهینهٔ پارتو در حالت "S" از یک اقتصاد، یک بردار قیمتی به‌نام "P" وجود دارد و براساس آن تمامی عوامل به تعادل خواهند رسید. در این حالت شرایط خاصی وجود دارد که مانند موارد دیگر نمی‌توانم آن را بطور کامل مشخص کنم. دلیل بحث چنین است: در فضای کالای "R^l" بردار منابع اقتصادی[14] از پیش تعیین شده[15] "e" یک نقطه مرکزی[16] در مجموعه "E" از میان تمام بردارهای منابع اقتصادی است و از آن طریق می‌توان ترجیحات تمام مصرف‌کنندگان و یا حداقل مصرف کنندگان در موقعیت "S" را تأمین نمود. اگر مجموعه "E" محدب شود، آنگاه فوق صفحه حامی[17] "H" برای مجموعه "E" از طریق "e" وجود خواهد داشت (شکل ۱).



شکل ۱

بردار "P" قائم بر فوق صفحه "H" است و به سمت "E" تمایل دارد و متضمن تمام ویژگیهای لازم است. برخورد با این مسأله بر حسب تئوری تحدب[18]، که از زمان پارتو معمول شد، دقیق‌تر، عمومی‌تر و ساده‌تر از برخورد بر حسب محاسبات دیفرانسیلی به نظر می‌رسید. مشخصاً قضیه فوق صفحه حامی (در حالت کلی همان قضیهٔ هان - باناخ و دبرو (۱۹۵٤) است) بطور کامل‌تری با مسائل اقتصادی متناسب است. با بیان مجدد اقتصاد رفاه از طریق مفهوم نظری مجموعه‌ها می‌توان بررسی دوباره‌ای از چندین مفهوم اولیهٔ تئوری تعادل عمومی اقتصاد را به انجام رساند و این امر در جهت حل مشکل موجود ارزش والایی خواهد داشت.

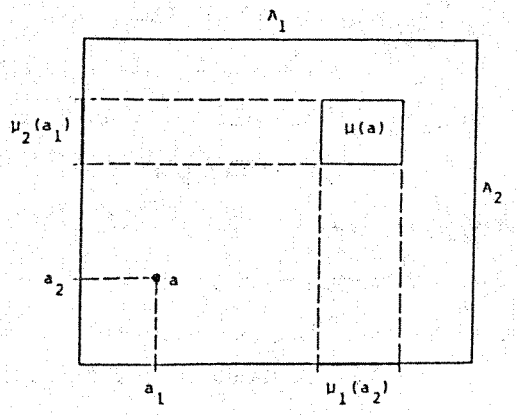
کاربرد قضیهٔ کاکوتانی

وقتی به کمیسیون کولز ملحق شدم، از طریق مقاله نیومن (۱۹۳۷) با نظریات لما دربارهٔ تئوری رشد آشنا شدم (شیزو کاکوتانی در سال ۱۹٤۱، نظریات لما را در قالب قضیه ثابت و فرمول‌بندی کرد). همچنین از مقالهٔ تک صفحه‌ای جان ناش به نام «نقاط تعادل در بازیهای N نفری[19] (۱۹۵۰)» که به کاربرد قضیهٔ کاکوتانی اشاره کرده بود و از طریق مقالهٔ منتشر نشدهٔ مورتون اسلاتر (۱۹۵۰) که دربارهٔ ضریب لاگرانژ بود، مطالبی آموختم.

14- Endowment- Vectors 15- Priori given 16- Boundary point
17- Supporting Hyperplane Theorem 18- Convexity Theory
19- Equilibrium Points in N-person Games

ایده خود را با تعمیم نتایج کار ناش بدست آوردم. ایدهٔ من دربرگیرندهٔ وجود تعادل عمومی اجتماعی بود و برای اثبات آن، قضیه کاکوتانی وسیلهٔ ایده‌آلی به نظر می‌رسید. انتقال از مورد ۲ عاملی به مورد n عاملی بسرعت صورت می‌پذیرد و مورد ۲ عاملی به نمایش نمودار منتج می‌شود، بنابراین باید مورد اول را در نظر داشته باشیم. فرض کنیم: عامل اول عمل a_1 را در مجموعهٔ از پیش تعیین شدهٔ A_1 و عامل دوم عمل a_2 را در مجموعه از پیش تعیین شدهٔ A_2 انتخاب کنند. بنابراین: با داشتن a_2 عامل اول مجموعه $\mu_1(a_2)$ از عکس‌العملهای معادل را دارد و بطور مشابه با داشتن a_1، عامل دوم مجموعهٔ $\mu_2(a_1)$ را از عکس‌العملهای معادل خواهد داشت. این امکان وجود دارد $\mu_2(a_1)$ و $\mu_1(a_2)$ از مجموعه‌های تک عنصری باشند، اما در موارد مهم اقتصادی چندین تولیدکننده با «بازدهی ثابت نسبت به مقیاس» عمل می‌کنند و این مجموعه‌ها تک عنصری نخواهند بود. اگر $a_1 \varepsilon \mu_1(a_2)$ و $a_2 \varepsilon \mu_2(a_1)$ باشند، $a \varepsilon \mu(a) = \mu_1(a_2 \mu) x_2(a_1)$ بشود، تنها در این دو حالت است که وضعیت $a = (a_1, a_2)$ در تعادل خواهد بود (شکل ۲).

به عبارت دیگر، a در صورتی وضعیت تعادل محسوب می‌شود که اگر و تنها اگر a نقطه ثابت برابری در $\mu(a)$ از $A = A_1 X A_2$ نسبت به خود A باشد. شرایطی که تطبیق قضیه کاکوتانی را در وضعیت A و μ تأمین می‌کند، وجود یک تعادل



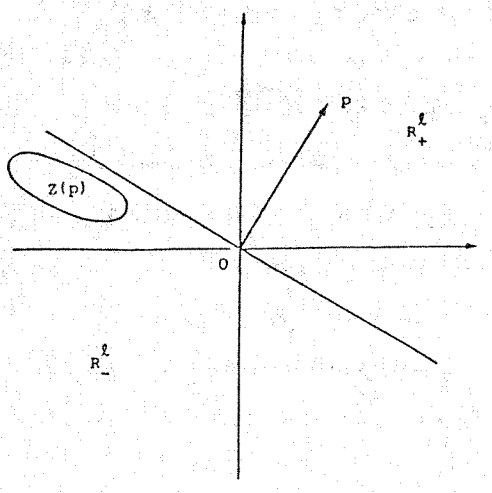
شکل ۲

را نیز تضمین می‌نماید. من و آرو در مقالهٔ منتشر شدهٔ سال ۱۹۵٤، یک اقتصاد رقابتی را در شکل سیستم اجتماعی از نوع قبلی طرح‌ریزی کردیم. عوامل موجود در این اجتماع شامل: مصرف‌کنندگان، تولیدکنندگان و تعیین قیمتی[20] فرضی می‌باشد. تعریف درست عکس‌العملهای ناشی از تعیین قیمت برای بردار تقاضای اضافی باعث می‌شود که مفهوم تعادل برای آن سیستم اجتماعی و مفهوم رقابتی برای اقتصاد عمومی متعادل گردد. در این موقعیت برای وجود تعادل مبتنی بر قضیه کاکوتانی دلیلی ارائه گردید و بر اساس تأثیر متقابل مصرف‌کنندگان بر یکدیگر نوعی تعادل اقتصادی پایه‌ریزی شد. بی‌گمان در اوایل دههٔ پنجاه، زمان حل مسألهٔ وجود تعادل فرا رسیده بود. در پیامد فعالیتهای من و آرو، ابتدا لئونل مک کنزی از دانشگاه داک به تنهایی و سپس با همراهی ما دو تن با استفاده از قضیه کاکوتانی، وجود یک عامل تعادل ر ادر مدل گراهام به نام

20- Price- Setter

تجارت بین‌الملل و دیگر سیستمهای رقابتی[۲۱] (۱۹۵٤) به اثبات رساند. روشهای دیگری بطور مستقل توسط دیوید گیل (۱۹۵۵) در کپنهاک، کوکوکین نی‌کادو (۱۹۵٦) در توکیو و دبرو (۱۹۵٦) در شیکاگو به کار برده شد و موجب گردید تعریف ساده و معتبر من از دلیل پیچیده آرو - دبرو «که در کتاب تئوری ارزش (۱۹۵۹) خود آن را ارائه دادم،» بسط یابد و مجاز شمرده شود.

در دنبالهٔ همان روش، بردار قیمت P را در زیر گروه بسته مثبت R^l_+[۲۲] از R^l، مجزا از O در نظر می‌گیریم. عکس‌العملهای مصرف‌کنندگان و تولیدکنندگان در اقتصاد نسبت به P، بردار تقاضای اضافی Z در مجموعه R^l را نتیجه می‌دهد. مختصات بردار، تقاضای مازاد بر عرضهٔ هر کالا (مثبت، صفر و یا منفی) را نشان خواهد داد. بردار Z نمی‌تواند به تنهایی تعیین شود، بنابراین می‌توان مجموعه Z(P) را از بردارهای تقاضای اضافی قرینه با مجموعه P در نظر گرفت. اگر P در عددی واقعی و کاملاً مثبت ضرب شود، آنگاه مجموعه در حالت ثابت باقی می‌ماند. هرگاه بتوان هر کالایی را در اقتصاد براحتی مرتب[۲۳] کرد، *P یک معادل بردار قیمتی خواهد بود، به شرطی که در Z(P*) برداری وجود داشته باشد که تمام عوامل موجود در آن منفی و یا صفر باشند. یعنی: اگر و تنها اگر Z(P*) زیر گروه بسته منفی[۲٤] R^l - از R^l را قطع کند (شکل ۳).



شکل ۳

هر مصرف‌کننده بودجهٔ محدود خود را برآورد می‌کند. به دیگر سخن، همهٔ نقاط مجموعهٔ Z(P) واقع در پایین و یا بالای خط فوق صفحه، از میان خط اصلی R^l، قائم بر P خواهند بود. شرایط افزوده موجود در Z را قضیه کاکوتانی بنیان نهاد و وجود معادلی به نام *P را ثابت کرد.

اکنون اثبات وجود تعادل، شرط لازم برای هر مدل متضمن مفهوم تعادل اقتصادی است. دبرو در سال ۱۹۸۲، بررسی جدیدی انجام داد و بیش از ۳۵۰ مقالهٔ منتشر شده دربارهٔ اثبات وجود تعادل را ثبت کرد. یکی از پیچیده‌ترین مقالات - علت آن در عمومیتی است که بدان اشاره کرده‌ام - مقاله خود من در سال ۱۹٦۲ می‌باشد.

21- World Trade and Other Competitive Systems
22- Closed positive orthant
23- Disposed
24- Closed negative orthant

روشهای دیگر اثبات وجود تعادل

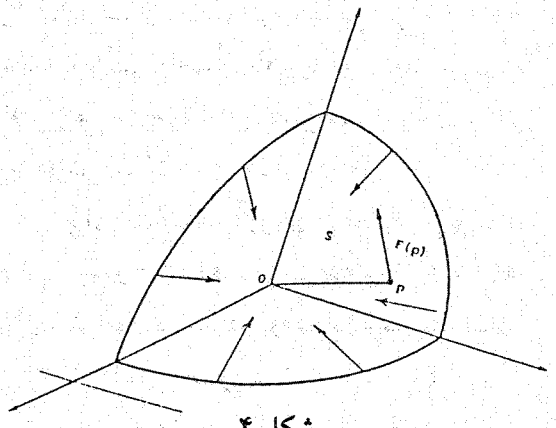
در سه دههٔ گذشته، روشهای مختلف دیگری دربارهٔ مسألهٔ وجود تعادل توسعه پیدا کرده است. راه‌حلهای اشخاصی مانند: اسمیل (فصل هشتم)، دبرو (فصل پانزدهم)، دیرکر (فصل هفدهم) و اسکارف (فصل بیست و یکم) برای مبحث آرو - اینتریلیگاتور (۸۴-۱۹۸۱) ارائه شده بود، اما بدون بررسی اصولی آنها، تنها دو نمونه را بطور کامل عنوان می‌کنم.

با در دست داشتن یک بردار قیمتی کاملاً مثبت و اختیاری به نام P فرض می‌کنیم:

عکس‌العملهای مصرف‌کنندگان و تولیدکنندگان در اقتصاد، بردار تقاضای اضافی "F(P)" را تعیین می‌کند و بودجهٔ محدود هر مصرف‌کننده دقیقاً برآورده شده باشد. قانون والراس می‌گوید:

$$P.F(P) = O$$

این برابری ثابت می‌کند که با محدود کردن بردار قیمت "P" در بخش کاملاً مثبت "S" از واحدهای سطح در "R^l"، می‌توان این بردار را به حالت عادی درآورد. بردار "F(P)" بر "P" قائم است و خطی بر سطح "S" در نقطه "P" مماس نشان داده می‌شود. در اصطلاح ریاضی، تابع تقاضای اضافی "F" یک بردار حوزه‌ای[25] را در "S" مشخص می‌کند. بیان فوق کلیدی برای توصیف کلی توابع، تقاضای اضافی تلقی گردید (بعداً در این‌باره توضیحاتی خواهم داد). این امر وجود تعادل را در مرز "F" نشان می‌دهد و در مفاهیم اقتصادی بدین معنی است که وقتی بعضی از قیمتها به طرف صفر نزول کنند، تقاضای اضافی شروع به رشد خواهد نمود و اگر نقاط تقاضای اضافی به طرف داخل سطح "S" تمایل پیدا کنند در مفاهیم ریاضی نیز مصداق می‌یابد. این ویژگی در یک رشته برداری پیوسته ثابت می‌کند که حداقل یک نقطه "P^*" در سطح "S" وجود دارد و برای آن ($F(P^*)$ مساوی صفر می‌شود و برابری عرضه و تقاضا برای هر کالا نشان می‌دهد که "P^*" یک بردار قیمت تعادلی است (شکل ٤).



شکل ۴

دومین روش، تکامل مؤثر الگوریتم را برای محاسبهٔ تقریبی تعادل در نظر دارد و بیانگر آن بخش از تحقیقاتی است که در آن هربرت اسکارف (۱۹۷۳) نقش راهنما را به عهده داشت. جستجوی الگوریتم در آن بخش، جزو ارکان مهم و اصلی مطالعات تعادل عمومی اقتصاد محسوب می‌شود. در

25- Vector field

عین حال، وقتی لمک و هاوسن (۱۹٦٤) الگوریتمی برای حل بازیهای دو نفره با مجموع غیر صفر تدارک دیدند، محرک اصلی و مکمل‌کننده، به شکلی کاملاً غیر منتظره با یافتن راه‌حل مسأله‌ای در تئوری بازیها پیدا شد. محاسبه تعادلها کاربردهای بسیاری پیدا کرد و همچنین جنبهٔ تازه و مهمی به نظریه تعادل عمومی اقتصاد افزوده بود.

استقرار تعادل واحد

توضیح تعادل بوسیلهٔ یک مدل اقتصادی ارائه داده شد و در صورتی تکمیل می‌گردید که تعادل به شکل واحد[۲٦] باقی بماند و جستجو برای یافتن راهی در جهت ایجاد این حالت بطور مستمر و با تلاشی سخت دنبال شود.

برای مشاهده برآوردی مطلوب، می‌توان به کتاب آرو و هان (فصل نوزدهم) اشاره کرد. اگرچه شرایط مساعد در اواخر دههٔ شصت نشان می‌داد که داشتن خصوصیات واحد امری محال است و باید نسبت به حصول یک تفاهم نسبی قناعت می‌شد، در عمل و تحت تأثیر فرضیات قوی ممکن نبود آن خصوصیات اقتصادی را در برابر ویژگیهای عوامل اقتصادی تضمین کرد، اما می‌توان به همان طریقی که من در سال ۱۹۷۰ ثابت کردم، آن را به اثبات رساند. تحت شرایط مطلوب در مجموعه کل اقتصاد، آن دسته از اقتصادهایی که مجموعه‌ای از تعادلهای بطور نسبی واحد را نداشته باشند ناچیز و جزئی[۲۷] به حساب می‌آیند. مفهوم اصلی اصطلاحاتی که هم‌اکنون استفاده کرده‌ام و نتیجه اصلی ریاضی که دلیل قبلی بر آن متکی است، در قضیه سارد مشهود است. این قضیه را استفان اسمیل در مباحثات تابستان سال ۱۹٦۸ به من معرفی کرد. در میلفورد ساوند محلی در ساوت ایسلند زلاند نو، بخشهای مختلف راه‌حل خود را پیوسته و منسجم کردم. در بعد از ظهر روز نهم ماه ژوئیه سال ۱۹٦۹ من و همسرم به آنجا رسیدیم. ریزش باران ممتد و هوای ابری مناظر اطراف را در مهی غلیظ فرو برده بود. من اغوا شدم تا بار دیگر بر روی مسأله‌ای که از گذشته فکر مرا آزار می‌داد تعمق کنم و ذهنیات خود را به سرعت منسجم نمایم. فردای آن روز آسمان صاف و بی ابر، شهر ساوندرا در اواسط زمستان به ما نشان داد.

شرایط مناسبی که بدان اشاره کردم، شرایط مشتق‌پذیر[۲۸] هستند و در اوضاع کنونی به هیچ وجه نمی‌توان از آن اجتناب نمود. در مورد واژه «ناچیز و جزئی» باید افزود که این واژه در یک مجموعهٔ اقتصادی با بعد محدود[۲۹]، شامل مجموعهٔ بسته‌ای از شاخص صفر لیبسیگ[۳۰] است. عقاید اصلی این دلیل را به شکل مشهود، می‌توان در یک مدل سادهٔ اقتصاد مبادله‌ای[۳۱] با تعداد "m" مصرف‌کننده نشان داد. تابع فضای "f_i" از مصرف کنندهٔ iام با هر جفت (P,W_i) از یک بردار قیمت کاملاً مثبت "P" و

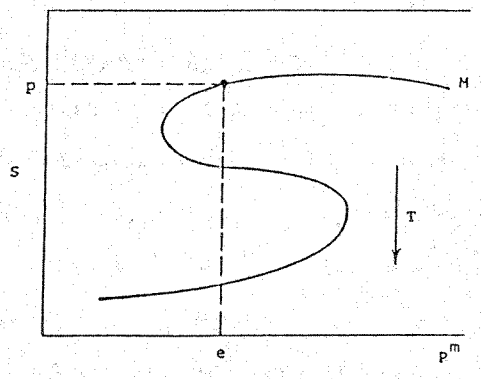
26- Unique 27- Negligible 28- Differentility conditions 29- Finite-dimensional
30- Lebesgue Measure Zero 31- Exchange economy

دارایی (یا درآمد) مثبت "W_i"، با تقاضای $f_i(P,W_i)$ در یک زیر گروه بسته مثبت "R^l_+" ازفضای کالا مرتبط است. مصرف‌کننده i ام از طریق تابع تقاضای "f_i" و همچنین بردار منابع "l_i" در زیر گروه کاملاً مثبت "P" از "R^{l_i}" مشخص می‌گردد. فرض می‌شود، توابع "f_i" ثابت و پیوسته مشتق‌پذیر خواهند بود. بنابراین اقتصاد با فهرست $e=(e_1,...,e_m)$ از بردارهای منابعی "m" در "P_m" تشریح می‌گردد. با در نظر گرفتن بردار قیمت "P" تا جزو مجموعه "S" محدود شده محسوب گردد، S بخش کاملاً مثبت از یک کرهٔ واحد است و بردار تقاضای اضافی با یک زوج (P,e) در SxP^m ارتباط پیدا کرده و عبارت است از: $F(p,e)=\sum^m_{i=1}[f_i(p.p.e_i)-e_i]$ تعادل چندگانه "M" (اسمیل سال ۱۹۷٤ و بالاسکو سال ۱۹۷۵) زیر مجموعه‌ای از SxP^m است و با $F(P,e)=O$ مشخص می‌شود. در شرایطی که قانون والراس فقط محدودیتهای ۱-l را تحمیل می‌کند، تحت مفروضات بدست آمده "M" چندگانه‌ای مشتق‌پذیر[1] می‌باشد و بعد آن عبارت است از:

$$dimM=dimP^m+dims-(l-1)=lm=dimp^m$$

حال فرض می‌کنیم که "T" تصویری از "M" در داخل "P^m" باشد و یک اقتصاد بحرانی[33] به نام "e" را اقتصادی در نظر بگیریم که تصویری از نقطه (e,p) از "M" باشد (وقتی جا کوبین "T" مفرد است). همچنین فرض کنیم از نظر هندسی تعداد خط مماس با بعد "l_m" روی "p^m" منعکس نمی‌شود.

بنابراین، طبق قضیه سارد مجموعهٔ اقتصاد بحرانی بسته می‌شود و شاخص لیبسیگ صفر می‌گردد (شکل ۵). یک اقتصاد منظم[34]، خارج



شکل ۵

از مجموعهٔ بحرانی ناچیز و جزئی، نه تنها دارای مجموعه‌ای از تعادلهای جداگانه است بلکه از نوعی قرابت برخوردار می‌باشد و در آن مجموعه تعادلها بطور پیوسته تابعی از پارامترهای معرف اقتصاد تلقی می‌شوند و تغییر می‌یابند. ازاین رو، مطالعهٔ اقتصادهای منظم برای تحلیل در تعیین تعادل و تعیین ثبات سیستمهای اقتصادی رکنی اساسی محسوب می‌شدند. مهمتر اینکه، تداوم مجموعهٔ تعادل در یک اقتصاد منظم، انسان را مطمئن می‌کند که توضیح تعادل مجهز به مدل با در نظر گرفتن اشتباهات اجتناب‌ناپذیر در اندازه گیری پارامترها قوی و مؤثر است. مجدداً یک نتیجهٔ ریاضی قضیه سارد، برای برآورد دقیق نیازهای اقتصادی پی‌ریزی شد. مطالعه بر روی اقتصادهای منظم در دههٔ اخیر، محیط تحقیقاتی فعالی محسوب

32- Differentiable manifold 33- Critical economy 34- Regular economy

می‌شد. از میان کسانی که مشارکت عمده‌ای در این امر داشتند می‌توان از اسمیل، بالاسکو، آندرومسکوللِ (۱۹۸٤) نام برد.

تئوری بازی هسته‌ای در اقتصاد

بدون در نظر گرفتن عامل زمان، دوباره به اواخر دههٔ پنجاه و به اوایل دههٔ شصت و به آغاز تئوری هسته‌ای در اقتصاد[۳۵] باز می‌گردم. اجورث (۱۸۸۱) در جهت پشتیبانی از باوری مشترک که مبهم نیز به نظر می‌رسید، بحث متقاعدکننده‌ای را بیان کرد. او بر این اعتقاد بود که هر اندازه تعداد عاملان بازار بیشتر شود، بازار حالت رقابتی‌تری بخود می‌گیرد و این وضع تا آنجا ادامه می‌یابد که این عوامل به طرف جزئی شدن تمایل پیدا کنند. اجورث نشان داده بود که «منحنی قراردادی‌اش» به سمت مجموعهٔ تعادلهای رقابتی در اقتصاد دو کالایی با تعداد مصرف‌کنندگان یکسان از هر دو کالا تمایل پیدا می‌کند. متأسفانه اطلاعات ارزشمند وی موجب تحقیقات بیشتری نشد، تا آنکه مارتین شابیک (۱۹۵۳) منحنی قرارداد اجورث را با مفهوم نظری بازی هسته‌ای[۳۶] جیلیز (۱۹۵۳) ارتباط داد. اولین کسی که نتیجهٔ بدست آمدهٔ اجورث را بسط داد، هربرت اسکارف (۱۹۶۲) بود.

تعمیم کامل مسأله «تعداد دلخواه کالاها و انواع مصرف‌کنندگان»[۳۷] را دبرو و اسکارف در سال ۱۹۶۳ ارائه دادند. در مقالهٔ مشترکی که به چاپ رسید، یکی از ارزنده‌ترین خاطرات خود را (که همان حل آنی و سریع مسأله‌ای می‌باشد) مشاهده کردم. وقتی هربرت اسکارف - در آن موقع مقیم استانفورد بود - در ماه دسامبر ۱۹۶۱ مرا در فرودگاه سانفرانسیسکو ملاقات نمود و درست هنگامی که در بزرگراه پالوآلتو رانندگی می‌کرد، همزمان با من و در یک جمله، کلیدی را برای حل مسأله یافت و من هم درست در یک جمله، کلید دیگری را پیدا کردم و قفل مسأله بدین طریق به دست ما دو تن گشوده شد. مجدداً نتیجهٔ اصلی، منتج از ریاضی قضیه فوق صفحه‌ای حامی برای مجموعه‌های محدب بود. قضیهٔ به اثبات رسیدهٔ ما، همچنان به شکل خاص باقی مانده بود و امکان افزایش تعداد مصرف‌کنندگان از هر نوع وجود نداشت، زیرا این قضیه فقط در اقتصادهایی با وجود تعداد انواع مصرف‌کنندگان و برابری در آنها صادق بود. نتیجهٔ کلی برای ارائه این مطلب در حال آماده شدن بود. رابرت اومان (۱۹٦٤) مفهوم یک «اندازه فضای غیر ذره‌ای عوامل اقتصادی»[۳۸] را عنوان کرد. این مفهوم، فرمول طبیعی و بدیهی ریاضی از مفهوم یک اقتصاد با تعداد زیادی از عوامل بود، عواملی که ناچیز و جزئی محسوب می‌شدند. در شرایطی که خود را به شکل بارزی

35- theory of the Core of an Economy 36- Game Theoretical Concept of Core

37- Arbitrary number of commodities and of types of consumers

38- Atomless measure space of economic agents

ضعیف نشان می‌داد، اومان ثابت کرد، برای چنین اقتصادی، هستهٔ اقتصادی با مجموعهٔ تعادلهای رقابتی منطبق می‌شود. سپس کارل وینـد (۱۹٦٤) گفت: ابزار مناسب ریاضی که از آن بتوان نتیجه چشمگیر فوق را به اثبات رساند، قضیه لیاپونوف (۱۹٤۰) دربارهٔ اصل تحدب و تراکم در یک سلسله از بردار اندازه گیری با بعد محدود غیر ذره‌ای است. از میان این استدلالها، ادبیات جامعی شروع بـه رشد کرد. از موضوعات عالی آن مقالات می‌توان یا کار کانایی (۱۹۷۰) و ترومن بیولی (۱۹۷٤) را نام برد، همچنین عالی‌ترین فرم این مطلب در کتاب ورنر هیلدن براند (۱۹۷٤) چاپ شده بود. این مقوله اخیراً بوسیله آرو واینتر یلیگاتور (٤-۱۹۸۱) در فصل هجدهم کتاب هیلدن براند مورد بررسی قرار گرفته است.

از سوی دیگر، دستورالعمل اقتصادی با تعداد زیادی از عوامل ناچیز و جزئی بوسیلهٔ دونالد براون و آبراهام رابینسون ارائه شد. این دو تن روشهای پیچیدهٔ تجزیه و تحلیل غیر استاندارد را در تئوری اقتصادی معرفی کردند و در واقع این شیوه بطور چشمگیری منتهی شد به نابرابریهای مقدماتی رابرت اندرسون (۱۹۷۸) براساس تعمیم حالت رقابتی تخصیصات در هسته در یک اقتصاد[۳۹] با تعداد مشخصی از عوامل.

در اواسط دههٔ هفتاد، تئوری هسته و تئوری اقتصادهای منظم با هم ادغام شدند تا بتوانند در مطالعه بر روی نرخ همگرایی هسته نسبت به مجموعهٔ تعادلهای رقابتی کمک کنند. لوید شپلی (۱۹۷۵) نشان داده بود، همگرایی می‌تواند بطور دلخواه کُند حرکت کند. پس از آن دبرو (۱۹۷۵) ثابت کرد، وقتی افزایش متساوی در عوامل هر یک از تعداد محدود انواع، صورت گیرد، نرخ همگرایی نسبت به مجموعهٔ رقابتی در یک اقتصاد منظم، از همان نظمی برخوردار است که شکل معکوس، تعداد عوامل آن را دارند. گسترش و توسعه این نتیجه را بیرجیت گرودال (۱۹۷۵) از اقتصادهای تکراری[٤۰] به جنبه‌های عمومی‌تر اقتصاد انجام داد.

توسعهٔ دیگر تئوریهای اقتصادی

با توسعهٔ همزمان تئوری تعادل عمومی اقتصاد، تئوریهای دیگر متصل به آن مانند تئوری رجحان، تئوری مطلوبیت و تئوری تقاضا تکامل می‌یافتند. نتایج جدید تئوری تقاضا در بعضی مواقع از تئوری رجحان بدست می‌آمد. مفاهیم ابتدایی در تئوری رجحان یک مصرف‌کننده شامل: مجموعه مصرفی به نام "X" یک زیر مجموعه "R^l"، رابطه ترجیحی ≤ و یک برنامه قبلی بر روی مجموعه "X" می‌باشد. باید یادآوری کنم که تابعی با ارزش واقعی[٤۱] به نام "u" بر روی مجموعه "X" در شرایطی تابع مطلوبیت خوانده می‌شود که ارتباط ترجیحی ≤ را بدین شکل نمایش دهد:

$$[X \le Y] \Leftrightarrow [u(X) \le u(Y)]$$

اگر مجموعه $G=\{(X,Y) \varepsilon X \times X \mid X \le Y\}$

39- Allocations in the core in an economy 40- Replicated economies 41- Real- valued

ارتباطی نزدیک با X x X داشته باشد، آنگاه شرایط لازم و کافی برای وجود یک تابع مطلوبیت پیوسته فراهم است (نظریه دبرو در سالهای ۱۹۵٤ و ۱۹٦٤). هر چند مفهوم پوشیده‌تری از واژه آشنای «خانواده نامحدود مجموعه‌های بی‌تفاوتی»[42] در R^l قرار دارد، اما مفهوم مجموعه "G" به تنهایی در $R^l \times R^l$ بسیار ساده‌تر است و این مطلب را دربارهٔ آنچه که گفتم می‌توان مشاهده کرد.

مشابهت یک عامل رجحان با سایر عوامل، برای یک اقتصاددان ریاضی ایجاد مکانی در مجموعهٔ ترجیحات را به همراه دارد. کانایی در سال ۱۹۷۰، در مقاله‌ای که چاپ آن برای مدت زیادی به تأخیر افتاده بود، نکتهٔ یاد شده را متذکر شد. اگر فرد هر ارتباط ترجیحی را به عنوان یک خانواده نامحدود مجموعه‌های بی‌تفاوتی در "R^l" در نظر بگیرد، آنگاه دور نمای مقایسهٔ دو نوع رابطه ترجیحی $\succeq$ و $\succeq'$ بر روی دو مجموعه مصرف X, X' (فرض می‌شود بسته باشند) سؤال برانگیز است. بخصوص اگر هر فرد تصور کند که هر رابطه ترجیحی به عنوان یک زیرمجموعه بسته $R^l \times R^l$ می‌باشد، این امر بیشتر جلب توجه خواهد کرد (دبرو در سال ۱۹٦۹). مکان‌یابی بر روی مجموعهٔ ترجیحات، زیربنای تئوری هسته‌ای هیلدن براند بود (۱۹۷٤). برای کاری که کانایی (۱۹۷٤) و مسکولل (۱۹۷٤) در زمینهٔ تقریبی بودن رابطهٔ ترجیحی محدب از طریق ارائه روابط ترجیحی محدب در توابع مطلوبیت مقعر انجام دادند، این مسأله ضروری به نظر می‌رسید. از دیگر روابط شمول، در برگیرندهٔ قابلیت ارائهٔ روابط ترجیحی از طریق توابع مطلوبیت مشتق‌پذیری است[43] که قابل ارائه باشند. شیوهٔ سنتی با تمرکز بر روی مجموعهٔ مصرفی X در R^l، سؤالات دقیق انتگرالی را مطرح کرد (لئونید هارویکس (۱۹۷۱) توضیح جامع و کاملی داده که در فصل نهم آورده شده است). در مقابل، در شرایطی که مرز مجموعه همبسته "G" دیفرانسیلی چند گونه‌ای در $R^l \times R^l$ باشد، رابطهٔ ترجیحی مشتق‌پذیر $\succeq$ بسادگی معین می‌شود. در همهٔ این پیشرفتها از طریق سؤالاتی که درباره تابع مطلوبیت پرسیده می‌شد، تئوری رجحان تحریک می‌شد. این پرسشها از این قرار بودند: «چه موقع پیوسته است؟»، «چه وقت u محدب است؟» و یا «در چه وقت u دیفرانسیلی محسوب می‌شود؟» اما قضیهٔ دیگری در ضمن تحقیق بر روی ترجیحی به دست آمده است و آن براساس حاصل X از n سری $X_1,...,Xn$ تعریف شده است. حال سؤال این است: آیا رابطه ترجیحی می‌تواند با تابع مطلوبیتی به شکل زیر بیان شود؟

$$u(X)=\sum_{i=1}^{n} u_i(X_i)$$

می‌دانیم $X_i \varepsilon X_i$ است بطوری که از ۱ تا n متغیر است. این مسأله را لئونتیف (۱۹٤۷) و ساموئلسون (۱۹٤۷) با مفهوم حساب دیفرانسیلی مطالعه کردند و دبرو (۱۹٦۰) از طریق متدهای مکان‌یابی آن را بررسی کرد. خواص ضروری و مستقلی که حل مسأله به آنها متکی بود در این

42- Infinite Family of Indifference Sets 43- Differentiable utilily function

روش به شکل واضح‌تری استخراج شد. آخرین مثال از تئوریهای رجحان، مطلوبیت و تقاضا مشکل توصیف تابع تقاضای اضافی در یک اقتصاد است. یک اقتصاد مبادله‌ای ε با تعداد m مصرف‌کننده را در نظر می‌گیریم. مانند گذشته، تابع تقاضای f_i از مصرف‌کننده iام با یک زوج (P,W_i) از بردار قیمت P در بخش کاملاً مثبت مجموعه S از سطحی واحد واقع در R^l و از دارایی (یا درآمد) W_i در مجموعه R_+ (با اعداد واقعی که منفی نباشند) و یک بردار مصرفی $f_i(P,W_i)$ در زیر گروه بسته R^1_+ از R_1 مرتبط می‌باشند. اگر مصرف‌کننده iام رابطه ترجیحی $\preceq_i$ را بر روی R^1_+ داشته باشد، پس $f_i(P,W_i)$ بردار کالایی است که $\preceq$ را تحت محدودیت بودجه‌ای $P.Z \leqq W_i$ تأمین می‌کند. اقتصاد ε با مشخص کردن تابع تقاضای f_i برای i امین مصرف‌کننده $(i=1,...,m)$ و تعیین بردار درآمد e_i در R^1_+ تعریف می‌شود. تابع تقاضای اضافی کل اقتصاد، تابع F می‌باشد و بوسیله فرمول زیر تعریف شده است:

$$F(P)=\sum_{i=1}^{m}[f_i(P,P.e_i)-e_i] \qquad (a)$$

در مفروضات ضعیف استاندارد شده، تابع F اولاً پیوسته است و ثانیاً قانون والراس را تأمین می‌کند. برای هوگوسونن شین (۷۳-۱۹۷۲) این سؤال مطرح بود: آیا این دو خاصیت حالت F را مشخص می‌کنند؟ بخصوص اگر فرض کنیم F هر دو خاصیت را دارا باشد، آیا می‌توان تعداد m مصرف کننده یا توابع تقاضای F و بردارهای درآمد را پیدا کرد بطوری که (a) را تأمین نمایند؟ پاسخ سونن شین مثبت بود و او با حدس خود اولین ضربه را به این مسأله وارد کرد. رولف منتل (۱۹۷٤) حدسیات سونن شین درباره توابع پیوسته مشتق‌پذیر تقاضا[44] را اثبات کرد. دبرو (۱۹۷٤) هم در حالت کلی، اثبات آن را به انجام رسانید. دلیل ارائه شده در آخرین مقاله دلیلی الهام شده بود و نتیجه آنکه تابع تقاضای اضافی F همانند بردار درآمد بر روی بخش کاملاً مثبت از سطح واحد باقی مانده است. ویژگی توابع تقاضای اضافی عمومی به دست آمده چندین کاربرد را دربردارد. این امر نشان می‌دهد که فرضیهٔ ارضای ترجیحات[45] (یا معادل آن، حداکثر مطلوبیت) هیچ محدودیتی را در روی F تحمیل نکرده است، همچنین قضیه وجود تعادل عمومی اقتصاد برابر با قضیه، نقطه ثابت[46] می‌باشد (از طریق مشاهده اوزاوا، ۱۹٦۲). نکتهٔ آخر اینکه، در اقتصاد، در پروسهٔ تعیین قیمت تعادلی[47]، هر رفتار پویا قابل بررسی است (مثالهای بی‌ثباتی مطلق اسکارف [۱۹٦۰] نمونه‌ای از این موضوع است). یکی از آثار این ویژگی، جهت‌گیری تحقیقات در توابع تقاضای کل به سمت تعیین توزیع ویژگیهای عوامل اقتصادی بوده است. اولین نتیجه نظری این تحقیق جهت‌دار، توضیح قانون تقاضا(هیلدن براند، ۱۹۸۳) است.

44- Continuously differentiable demand functions
45- Hypothesis of Preference Satisfaction
46- Fixed Point Theorem
47- tatonnement

روش شناسی در نظریهٔ اقتصادی

پس از بررسی اجمالی بیلان کار آکادمی علوم سلطنتی سوئد، اینک به سراغ روش‌شناسی در نظریهٔ اقتصادی می‌روم.

پیشرفتهای معاصر در تئوری تعادل عمومی اقتصاد، حاصل کار والراس را مرز جدایی از اصول پیشین در نظر گرفته‌اند، اما برخی از عقاید والراس همراه بینش عمیق آدام اسمیت (۱۷۷۶)، تاریخی دیرینه به دنبال دارد. اسمیت معتقد بود عوامل متعددی در اقتصاد بطور مستقل تصمیم‌گیری می‌کنند و نه تنها موجب اختلالی نمی‌شوند، بلکه عملاً در ایجاد یک بهینهٔ اجتماعی مشارکت می‌کنند. در واقع این عوامل، سؤال مهم و عمده‌ای را مطرح می‌سازند. تلاش مستمر برای یافتن پاسخ صحیح این پرسش، مطالعهٔ چندین مسأله دیگر را ایجاب کرد، مسائلی که هر سیستم اقتصادی موظف است برای آنها راه‌حلی بیابد مانند کارآیی تخصیص منابع، عدم تمرکز تصمیمات، انگیزه‌های تصمیم‌گیرندگان و چگونگی رفتار با مجموعهٔ اطلاعات.

در چند دههٔ گذشته، حیطهٔ مسائل، موضوع اصلی تجزیه و تحلیل بوده است. ابتدا مفاهیم ابتدایی انتخاب شده، سپس فرضیات مربوط به آن فرموله می‌شود. آنگاه بدور از هر گونه تفسیر موضعی مفاهیم ابتدایی، نتایج با توسل به استدلالهای ریاضی اقتباس می‌شود.

ساده‌سازی تئوری اقتصادی آثار مثبت بسیاری دارد. ساده‌سازی کامل مفروضات تئوری موجب می‌شود، با قضاوت منطقی، محدودهٔ نفوذ هر تئوری را تعیین کرد و از هر تئوری در موقعیتی خاص بهره گرفت. هر گاه تفسیر جدیدی از مفاهیم قدیمی ارائه شود، ساده‌سازی تئوری پاسخ به پرسشهای جدید را ممکن می‌سازد. به عنوان مثال، مفهوم کالا را در نظر بگیرید. این مفهوم به یک کالا و یا یک خدمت، با خواص فیزیکی معین و زمان و مکان تحویل مشخص گفته می‌شود. آرو (۱۹۵۳) در یک محیط نامطمئن، رویداد تحویل کالا را به مشخصات کالا افزود. در این حالت بدون هیچ گونه تغییری در شکل مدل، تئوری عدم اطمینان[۴۸] بدست می‌آید، نتایج تئوری اطمینان[۴۹] در آن مستتر است.

ساده‌سازی و تأکید بر دقت ریاضی، بطور گسترده اقتصاددانان را به سوی درک عمیق‌تر مسائل و استفاده از روشهای ریاضی رهنمون ساخت و موجب حل بهتر این مسائل گردید. روش ریاضی بنای مطمئنی را برای پایه‌ریزی اکتشافات در جهات مختلف پی‌ریزی کرده است و پژوهشگران را از پرسش دربارهٔ همهٔ جزئیات کارهای گذشتگان خود بی‌نیاز ساخته است. بدون شک دقت و سختی کار، نیاز فکری بسیاری از نظریه‌پردازان، اقتصادی معاصر را تأمین می‌کند. تئوریسین‌هایی که ویژگی را تنها بخاطر خود آن جستجو می کنند و بدان اهمیت می‌دهند، اما همین دقت علمی، از ویژگیهای یک تئوری می‌باشد. دو

48- Theory of Uncertatinty 49- theory of Certainty

ویژگی دیگر یک تئوری کارآمد، سادگی و عمومیت آن است. مجدداً جذابیت فراخور آنها، زمینه‌های مساعدی را برای طراح تئوری فراهم می‌سازد تا پایان مطلوبی را در خودشان ببینند، لیکن ارزش آن برای جامعهٔ علمی، فراتر از جذابیت و زیبایی است. خصیصهٔ سادگی، تئوری را برای استفادهٔ تعداد زیادی از پژوهشگران آماده می‌کند و خصیصهٔ عمومیت موجب می‌شود بخش بزرگی از مسائل قابل استفاده شوند.

در یک کلام، ساده‌سازی تئوری اقتصادی، به پژوهشگران کمک کرد تا به زبان گویا و کارآمد ریاضی دست یابند، با یکدیگر ارتباط برقرار کنند و با استفاده از ابزار مهم اقتصادی تحقیق نمایند. همچنین می‌توان افزود، گفتگو بین اقتصاددانان و ریاضی‌دانان از این راه شدت بیشتری گرفت. ریاضی دانان برجسته‌ای مانند جان فون نیومن، که بخش اعظم تحقیقات خود را صرف مطالعه بر روی مسائل اقتصاد کرده‌اند، نادر و کمیاب نیستند. از طرف دیگر، تئوری اقتصاد نیز علم ریاضیات را تحت‌الشعاع خود قرار داده است. واضح‌ترین نمونه‌ها عبارتند از تئوری کاکوتانی، تئوری انتگرال متشابهات[50] (هیلدن براند (۱۹۷٤))، الگوریتم برای محاسبه نقاط ثابت تقریبی[51] اسکارف (فصل بیست و یکم از کتاب آرو و اینتریلیگاتور (٤-۱۹۸۱) و راه‌حلهای تقریبی سیستم معادلات[52] اسمیل (فصل هشتم از کتاب آرو و اینتریلیگاتور (٤-۱۹۸۱)).

تشکر و قدردانی

دانشمندان در توصیف خط‌مشی خود می‌کوشند عوامل اصلی تشویق‌کننده و حمایتهای دیگر دانشمندان و مؤسسات مختلف را معرفی کنند. حتی اگر همکاریها کاملاً موفقیت‌آمیز نباشد، آنها خواهند کوشید به بهترین وجه عوامل را معرفی کنند. بنابراین مایلم در ادامه ذکر نام اشخاص و سازمانها، نام سیستم آموزش و پرورش برگزیده و نام مرکز ملی را که باعث شدند از رشته ریاضیات به رشته اقتصاد تغییر مسیر دهم، اضافه کنم. در سال ۱۹۵۰ به آمریکا سفر کردم و با سه دانشگاه شیکاگو، یل و برکلی در ارتباط بودم. در آنجا تحقیقات علمی، شیوهٔ عادی زندگی محسوب می‌شد و به هیچ‌وجه عجیب به نظر نمی‌آمد. در طی دو دههٔ اخیر، برنامه‌های اقتصادی بنیاد ملی علمی بیش از هر چیز دیگر به من اجازه داد تا با دقت بیشتری تحقیقات خود را پیگیری کنم. همهٔ آن مؤسسات برای وظیفه‌ای که پیش روی داریم، محیط ایده‌آلی فراهم ساخته‌اند.

50- theory of Integration of Correspondences

51- Algorithms for the Computation of Approximate Fixed Points

52- Approximate Solutions of Systems of Equations