ارائه و به کارگیری مدل آنتروپی[1] تئوری اطلاعات برای تحلیل و پیش‌بینی اجزای جدول داده - ستانده

نویسندگان: دکتر عبدالله جاسبی،
دکتر رضا شباهنگ

چکیده

توسعهٔ اقتصادی یک جامعه ایجاب می‌کند که منابع محدود آن به‌نحوی کارآمد[2] و اثربخش[3] مورد استفاده قرار گیرد. به کارگیری بهینهٔ منابع، مستلزم برنامه‌ریزی دقیق و استفاده از اطلاعات مربوطه در این برنامه‌ریزی‌ها و تصمیم‌گیری‌هاست. تأمین اطلاعات به‌موقع و صحیح از یک‌سو و تحلیل اطلاعات به‌منظور تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی از سوی دیگر، ایجاب می‌کند که ابزارهای علمی از جمله مدل‌های ریاضی به کار گرفته شوند. یکی از مدل‌های ریاضی متداول برای برنامه‌ریزی اقتصادی، مدل داده - ستانده[4] است که مدلی ایستا و قطعی[5] می‌باشد اما برنامه‌ریزی‌های اقتصادی به اطلاعات پیش‌بینی شده و تحلیل‌های پویا[6] نیاز دارد. باتوجه به اینکه بدون اطلاعات مربوطه نمی‌توان تصمیم‌گیری و در نهایت برنامه‌ریزی کرد، به کارگیری مدل‌های ریاضی اطلاعات نیز لازم و حتمی است.

هدف اصلی این مقاله ارائهٔ روشی نو برای تلفیق مدل داده - ستانده و مدل آنتروپی تئوری اطلاعات و ساختن یک مدل ریاضی یگانه برای اندازه گیری مقدار اطلاعات تأمین شده توسط هر یک از بخش‌های

1- Entropy
2- Efficient
3- Effective
4- Input - Output
5- Deterministic, static
6- Dynamic

تولید کننده، هر یک از بخش‌های مصرف کنندهٔ محصولات و بخش‌های متشکلهٔ تقاضای نهایی جامعه اقتصادی می‌باشد. مقدار اطلاعات (Entropy) محاسبه شده به کمک مدل ریاضی پیشنهادی را می‌توان به‌عنوان معیاری برای سنجش حساسیت اطلاعات هر بخش و وابستگی جامعهٔ اقتصادی به تولید هر یک از گروه‌های صنعتی، خریدهای واسطه و تقاضای نهایی مورد استفاده قرار داد.

در بخش اول مقاله، ابتدا زیربنای تئوریک مدل داده - ستانده و مدل آنتروپی تئوری اطلاعات تشریح می‌گردد و چگونگی تبدیل مدل داده - ستانده به جداول احتمالی[7] نشان داده می‌شود. سپس طرز به کارگیری جداول احتمالی نرمال شده[8] در مدل آنتروپی و بالأخره مدل ریاضی پیشنهادی ارائه می‌گردد. در بخش دوم مقاله (ضمیمه شماره یک) ضمن ارائهٔ یک مثال عددی، مدل ریاضی مطروحه و روش‌های پیشنهادی عملاً مورد استفاده قرار می‌گیرد و تمامی محاسبات با استفاده از مقادیر عددی انجام می‌شود. در وضعیت‌های واقعی و برنامه‌ریزی‌های اقتصادی کشور که انجام محاسبات مفصل پیچیده‌تری را ایجاب می‌کند، می‌توان مدل ریاضی پیشنهادی را با توجه به جامعیت آن کامپیوتری کرد و انجام محاسبات را تسهیل نمود.

مقدمه

واسیلی لئونتیف در مقاله‌ای تحت عنوان ارتباطات کمی بین داده‌ها و ستانده‌های یک سیستم اقتصادی برای نخستین بار ارتباطات میان بخش‌های صنعتی و تجاری یک سیستم اقتصادی را تحلیل و توصیف کرد. ضمناً تئوری روش تحلیل داده - ستانده توسط بسیاری از محققان و اقتصاددانان، به‌عنوان یکی از منابع توسعهٔ مطالعات مربوط به برنامه‌ریزی خطی در رشته پژوهش عملیات شناخته شده است. نویسندگان و پژوهشگران دیگری کار تحلیلی لئونتیف را توسعه داده و تئوری ساختار خطی اقتصاد را در زمینه‌هایی از قبیل امور بازرگانی به کار گرفته‌اند.

مبنای سیستم تحلیلی لئونتیف جدولی است که در آن ستانده‌های (برحسب پول) هر یک از گروه‌های صنعتی انعکاس می‌یابد. این ستانده‌ها مساوی داده‌هایی است که توسط صنایع دیگر یا سایر بخش‌های اقتصاد ملی مورد استفاده قرار می‌گیرد. یک جدول یگانه که دارای نوعی ثبت دوطرفه است؛ داده‌های هر صنعت را نشان می‌دهد. این داده‌ها شامل کالاها و موادی است که در تولید مصرف می‌شود و به ستانده‌های صنعت مربوطه تبدیل می‌گردد. هر گونه تغییری در ستانده‌ها (کالاهای نهایی) موجب تغییرات متناسب در داده‌های مورد استفاده در تولید کالاهای نهایی می‌گردد. در این تحلیل فرض بر این است که جدول داده - ستانده برای بررسی یک

7- Probabilistic

8- Normalyzed tables

اقتصاد بازار تهیه می‌شود و انتظار می‌رود که در یک دورهٔ زمانی معین بین داده‌ها، ستانده‌ها و تغییر موجودی‌ها تعادل وجود داشته باشد.

با اینکه تهیهٔ جدول داده - ستانده مستلزم صرف وقت و هزینه نسبتاً قابل توجهی است، می‌تواند کاربردهای عملی بسیاری داشته باشد. در یک سیستم باز فعالیت‌های صنعتی، تکنیک تحلیل داده - ستانده برای نگرش به وضعیت‌های اقتصادی، مدل بسیار مفیدی محسوب می‌شود. اگرچه این تکنیک ابزاری است برای کمک به تصمیم‌گیری مدیران و دست‌اندرکاران، اما به خودی خود نمی‌تواند جایگزین مدل تصمیم‌گیری‌ها باشد. جدول داده - ستانده، پاسخ‌های مکانیکی ارائه نمی‌دهد اما به درک الگوهای توزیع کالاهای تولید شده و تقاضای بازار کمک می‌کند. این روش نشان می‌دهد که چه بخشی از کل تولید یک کالای مشخص، توسط صنایع دیگر به‌عنوان کالای واسطه و چه بخشی از آن توسط مصرف کنندگان نهایی خریداری می‌شود.

تحلیل وضعیت اقتصادی یک منطقه و تحلیل‌های داده - ستاندهٔ صنایع و واحدهای انتفاعی، کاربرد دیگری از تکنیک تحلیل جدول داده - ستانده است. برای مثال، با استفاده از این جدول می‌توان در مواقعی که توسعهٔ صنایع مورد انتظار است، تغییرات اشتغال را برآورد کرد. به کارگیری تحلیل داده - ستانده در امور صنعتی و بازرگانی توسط بسیاری از مدیران کشورهای صنعتی پذیرفته شده است. اگر چه به کارگیری این ابزار مستلزم هزینهٔ بسیاری است اما شرکت‌های بزرگ دنیا به‌منظور مطالعهٔ وضعیت واحدهای انتفاعی فعال در بازار مربوطه از آن بهره می‌گیرند. تجزیه و تحلیل‌های بازاریابی نیز از طریق استفاده از جداول داده - ستانده توسعهٔ بیشتری یافته و منافع زیادی کسب کرده است. مثلاً اگر در یک بخش معین اقتصاد در حقوق و دستمزد نوسان‌هایی آشکار شود، تحلیل‌های بازاریابی می‌توانند آثار این نوسان‌ها را بر قیمت کالاها و خدمات تولیدی ارزیابی و برآورد کند.

با به کارگیری تکنیک مورد بحث می‌توان آثار توسعهٔ یک صنعت معین را بر دیگر صنایعی که محصولات واسطه یا نیم‌ساخته مورد نیاز آن را تأمین می‌کنند، ملحوظ نمود و درآمد ناشی از فروش اضافی آنان را برآورد کرد. با در نظر گرفتن کاربردهای نسبتاً زیاد جداول داده - ستانده در صنعت و بازرگانی، چنانچه بتوان محتوای اطلاعاتی هر یک از اجزای آن را با استفاده از تکنیک‌های تئوری اطلاعات و مدل آنتروپی برآورد و براساس آن، پیش‌بینی‌های مورد نیاز در طرح‌ریزی‌ها را تهیه کرد، به تصمیم‌گیری‌های مدیران کمک ارزنده‌ای شده است. بنابراین، طراحی مدل جدیدی با استفاده از تلفیق جدول داده - ستانده و مدل آنتروپی تئوری اطلاعات و نشان دادن چگونگی محاسبه محتوای اطلاعاتی هر یک از اجزای این جدول موضوع این مقاله است.

جدول نمونه داده - ستانده

در جدول نمونه شمارهٔ ۱ که تاحدودی خلاصه

شده است، اطلاعات مربوط به پنج گروه صنعتی و همچنین، تقاضای نهایی شامل مصرف خانوارها، سرمایه‌گذاری‌ها، سایر مخارج غیرسرمایه‌ای، واردات، مالیات، سرمایه، نیروی کار و منابع طبیعی به صورت سمبولیک ارائه شده است[۹].

با ملاحظهٔ جدول شمارهٔ (۱) و ردیابی برخی از

جدول شمارهٔ ۱

		خریدها Purchases											
		خریدهای واسطه‌ای صنایع Inter Industry Purchases					تقاضای نهایی Final Demand						کل ستانده‌ها total output
		صنعت A	صنعت B	صنعت C	صنعت D	صنعت E	جمع خریدهای واسطه	خانوارها	سرمایه گذاری	سایر مخارج	صادرات	جمع تقاضای نهایی total	
بخش تولید Production	گروه صنعتی A	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	$\sum_{J=1}^{5} X_{1j}$	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	$\sum_{J=1}^{4} Y_{1j}$	(X_1)
	گروه صنعتی B	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	$\sum_{J=1}^{5} X_{2j}$	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}	$\sum_{J=1}^{4} Y_{2j}$	(X_2)
	گروه صنعتی C	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	$\sum X_{3j}$	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	Y_{34}	$\sum_{J=1}^{4} Y_{3j}$	(X_3)
	گروه صنعتی D	X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{44}	X_{45}	$\sum_{J=1}^{5} X_{4j}$	Y_{41}	Y_{42}	Y_{43}	Y_{44}	$\sum_{J=1}^{4} Y_{4j}$	(X_4)
	گروه صنعتی E	X_{51}	X_{52}	X_{53}	X_{54}	X_{55}	$\sum_{J=1}^{5} X_{5j}$	Y_{51}	Y_{52}	Y_{53}	Y_{54}	$\sum_{J=1}^{4} Y_{5j}$	(X_5)
	جمع خریدها total purchases	$\sum_{i=1}^{5} X_{i1}$	$\sum_{i=1}^{5} X_{i2}$	$\sum_{i=1}^{5} X_{i3}$	$\sum_{i=1}^{5} X_{i4}$	$\sum_{i=1}^{5} X_{i5}$	$\sum\sum X_{ij}$	$\sum_{i_1} Y$	$\sum_{i_2} Y$	$\sum_{i_3} Y$	$\sum_{i_4} Y$	$\sum_{Ji} Y_{ij}$	$\sum(X_i)$
بخش پرداخت‌ها Payments	واردات	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	$\sum_{J=1}^{5} M_j$	M'_1	M'_2	M'_3	M'_4	$\sum_{J=1}^{4} M'_j$	(M)
	مالیات دولت	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	$\sum_{J=1}^{5} T_j$	T'_1	T'_2	T'_3	T'_4	$\sum_{1}^{4} T'_j$	(T)
	خانوارها - نیروی کار	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	$\sum_{J=1}^{5} L_j$	L'_1	L'_2	L'_3	L'_4	$\sum_{1}^{4} L'_j$	(L)
	سرمایه - استهلاک	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	$\sum_{J=1}^{5} C_j$	C'_1	C'_2	C'_3	C'_4	$\sum_{1}^{4} C'_j$	(C)
	منابع طبیعی	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	$\sum_{J=1}^{5} N_j$	N'_1	N'_2	N'_3	N'_4	$\sum_{1}^{4} N'_j$	(N)
	جمع پرداخت‌ها total payment	T_A	T_B	T_C	T_D	T_E	TP	T_H	T_I	T_O	T_E	TP′	(TP)
کل داده‌ها total inputs		GT_A	GT_B	GT_C	GT_D	GT_E	GTP	GT_H	GT_I	GT_O	GT_E	GT_D	total outputs total inputs

۹- مثال عددی مربوط به موضوع مقاله و همچنین، حل آن در ضمیمهٔ شماره (۱) مقاله ارائه شده است.

مبادلات، می‌توان مشاهده کرد که مثلاً صنایع گروه D کالاهایی را به ارزش X_{42} به صنایع گروه B فروخته‌اند در حالی که مبادلات داخل گروه D مساوی X_{44} بوده است. ضمناً صنایع گروه D کالاهایی به ارزش Y_{41} به خانوارها و Y_{43} به سایر مصرف کنندگان فروخته‌اند. صادرات این گروه مساوی Y_{44} و سرمایه گذاری آن مساوی Y_{42} بوده است. براساس جدول مورد بحث و در همان دوره، صنایع گروه D نزدیک به X_{34} کالاهای واسطه از گروه C خریداری کرده‌اند. واردات صنایع گروه D در این دوره معادل M_4، مالیات پرداختی آن برابر T_4، حقوق و دستمزد پرداختی آن برابر L_4، استهلاک دارایی‌های آن برابر C_4 و مبالغ پرداختی بابت منابع طبیعی معادل N_4 بوده است.

جدول ضرایب فنی[10]

برای درک بهتر جدول داده - ستانده و استفادهٔ کاربردی از آن، باید تمام ارقام به‌نحوی محاسبه شوند که مبالغ داده‌های مورد نیاز هر گروه به ارزش ستانده‌های آن مربوط گردد. این اطلاعات را می‌توان با محاسبه ارزش ضرایب فنی برمبنای ارقام داده‌ها به‌دست آورد. برای هر یک از گروه‌های پنجگانهٔ بخش تولید، این ضرایب را می‌توان برحسب ارزش پولی یاتعداد تولید بیان کرد. چگونگی محاسبهٔ ضرایب فنی به این شرح است که در هر ستون، ارزش خرید گروه مربوطه - مثلاً گروه A - از هر یک از گروه‌های دیگر بخش تولید و همچنین، شرکت‌های داخل گروه، به ارزش کل داده‌ها تقسیم می‌شود. محاسبهٔ ضرایب فنی برای گروه A به شرح زیر انجام می‌گیرد:

$$(A,A): \frac{X_{11}}{GT_A} = a_{11} \qquad (A,D): \frac{X_{41}}{GT_A} = a_{41}$$

$$(A,B): \frac{X_{21}}{GT_A} = a_{21} \qquad (A,E): \frac{X_{51}}{GT_A} = a_{51}$$

$$(A,C): \frac{X_{31}}{GT_A} = a_{31}$$

جدول شماره ۲- جدول ضرایب فنی[11]

جمع ضرایب تولید	Inter - Industry Purchases خریدهای واسطه‌ای						
	گروه E	گروه D	گروه C	گروه B	گروه A		
$\sum_{j=1}^{5} a_{1j}$	a_{15}	a_{14}	a_{13}	a_{12}	a_{11}	گروه A	صنایع تولید کننده Producing Industries
$\sum_{j=1}^{5} a_{2j}$	a_{25}	a_{24}	a_{23}	a_{22}	a_{21}	گروه B	
$\sum_{j=1}^{5} a_{3j}$	a_{35}	a_{34}	a_{33}	a_{32}	a_{31}	گروه C	
$\sum_{j=1}^{5} a_{4j}$	a_{45}	a_{44}	a_{43}	a_{42}	a_{41}	گروه D	
$\sum_{j=1}^{5} a_{5j}$	a_{55}	a_{54}	a_{53}	a_{52}	a_{51}	گروه E	
	$\sum_{i=1}^{5} a_{i5}$	$\sum_{i=1}^{5} a_{i4}$	$\sum_{i=1}^{5} a_{i3}$	$\sum_{i=1}^{5} a_{i2}$	$\sum_{i=1}^{5} a_{i1}$	جمع ضرایب خریدها	

10- Technical Coefficients

11- Technical - Coefficients - Table

اگر با روشی مشابه روش بالا، این ضرایب برای سایر گروه‌های خریدار ستانده‌های گروه‌های تولیدی نیز محاسبه شود، جدول ضرایب فنی را برای نمونه مورد بحث می‌توان به شرح زیر به‌دست آورد:

در واقع جدول شمارهٔ (۲) را می‌توان یک مدل محسوب کرد که برای درک وضعیت اقتصادی مورد استفاده قرار می‌گیرد. چنانچه بتوان با استفاده از میانگین ضرایب فنی سال‌های قبل و تعدیل آن براساس اطلاعات آخرین سال، ضرایب فنی دوره آینده را برآورد کرد، امکان دارد که الگوی خرید و فروش میان گروه‌های صنعتی بخش تولید را مشخص کرد و در برنامه‌ریزی‌های آینده از آن استفاده نمود. یکی از روش‌هایی که می‌تواند در برآورد ضرایب فنی آینده کارساز باشد، استفاده از معادلات نمایی[12] است که فرمول آن به شرح زیر است:

$$F_n=\alpha(D_{n-1})+(1-\alpha)(D_{n-2})+(1-\alpha)^2(D_{n-3})+...+(1-\alpha)^n(D_0)$$

در اینجا:

F معرف پیش‌بینی ضریب فنی در دوره بعد، α ضریبی است که مدیریت براساس تجربه و قضاوت خود انتخاب می‌کند و همواره بین اعداد صفر و یک قرار دارد، $D_{(n-1)}$ ارزش واقعی ضریب فنی در دورهٔ جاری، و D_0 ارزش ضریب فنی مربوطه در اولین دوره‌ای است که ارقام و اطلاعات آن مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در این مقاله فرض می‌شود که ارقام مندرج در جدول شماره (۲) برآوردهایی است که با استفاده از روش یاد شده به‌دست آمده است و می‌توان در برنامه‌ریزی تولید سال آینده از آن استفاده کرد. اما چون وضعیت‌های اقتصادی پویاست و مرتباً تغییر می‌کند، مدیرانی که از جدول ضرایب فنی بهره‌برداری می‌کنند، باید همواره ارقام آن را در سایهٔ اطلاعاتی که در مورد شرایط اقتصادی به دست می‌آورند، تعدیل کنند و مورد تجدیدنظر قرار دهند.

اگر جدول ضرایب فنی به کمک تکنیک‌های پیش‌بینی و براساس اطلاعات واقعی مورد تجدید نظر قرار گیرد و به‌هنگام شود، براساس آن می‌توان مقادیر خرید از هر یک از گروه‌های تولید کننده را برآورد کرد. به هر حال ضرایب فنی برآورد شده را تنها می‌توان برای یک دوره کوتاه ثابت فرض نمود.

تئوری اطلاعات و مدل آنتروپی

تئوری اطلاعات[13]، شاخه‌ای از تئوری آمار علوم ارتباطات است که نخستین بار در سال ۱۹۴۸ توسط کلودشانون[14] از لابراتوار بل تدوین شد. در این تئوری، برای اندازه‌گیری محتوای اطلاعات و انتقال آن روشی کمّی ارائه شده است. تئوری

12- Exponential Equations

13- Information Theory

14- Clude Shannon, "A Mathematical theory of Communication." bell system Technical Journal, 27, 1948.

اطلاعات کاربردهای زیادی دارد که دامنهٔ آن در گسترهٔ ریاضیات، تئوری ارتباطات، سیبرنتیک[15]، ماشین‌های ترجمه، ژنتیک، روانشناسی و تشخیص پزشکی قرار دارد.

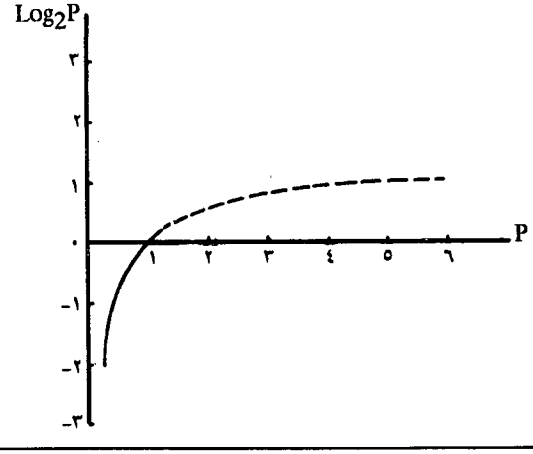
در مسائل ارتباطات، شخص با منابعی روبه‌روست که علائمی را با ماهیت آماری منتقل می‌کنند. هر یک از اجزای منبعی که علائم (پیام) را می‌فرستد، می‌تواند با یک احتمال انتقال (فراوانی نسبی) همراه شود. اما اگر چه احتمال انتقال هر یک از علائم می‌تواند معلوم باشد، به‌ندرت می‌توان از احتمال پیام انتقال بعدی مطلع شد. پرسشی که توسط شانون مطرح شده این است که آیا معیار مناسبی از ابهام[16] وجود دارد که بتوان آن را به منبع پیام (آمار) مربوط کرد؟ پاسخ شانون به این سؤال این است که چنین معیاری باید منحصراً بر احتمالات پیام‌ها متکی باشد و ارتباطی با ماهیت فیزیکی آنها نداشته باشد.

برای ابداع روشی که محتوای اطلاعات را اندازه گیری کند و معیار محتوای اطلاعات محسوب شود، ابتدا فرض کنید که تنها یکی از دو نشانه[17] به‌عنوان پیام ارسال می‌شود. هر چه احتمال دریافت یک نشانه کمتر باشد، محتوای اطلاعات آن بیشتر است. مثلاً اگر احتمال دریافت پیام مساوی یک باشد، محتوای اطلاعات پیام مساوی صفر است بنابراین محتوای اطلاعات یک نشانه (پیام) با کم شدن احتمال ارسال آن افزایش می‌یابد. هنگامی که یک متغیر مستقل مساوی یک و تابع ریاضی آن مساوی صفر باشد، این تابع لگاریتم محسوب می‌شود. این رابطه در شکل شمارهٔ (۱) نشان داده شده است.

باتوجه به مطالب یاد شده، شانون پیشنهاد کرد که به کمک فرمول زیر می‌توان محتوای اطلاعات یک نشانه (پیام) را اندازه گیری کرد:

$$I=-Log_2P$$

شکل شماره ۱



15- Cybernetics
16- Unceztainty
17- Symbol

در اینجا:
I معرف محتوای اطلاعات پیام و P معرف احتمال ارسال پیام است.

به‌طوری که در فرمول بالا مشاهده می‌شود، مقدار I همواره مثبت است زیرا P (احتمال) تنها می‌تواند بین صفر و یک تغییر کند که لگاریتم آن همواره منفی یا صفر است. ضمناً به کارگیری لگاریتم برمبنای ۲ برای آسان کردن محاسبات است.

معیار اندازه گیری محتوای اطلاعات و تطبیق آن با ضوابط یاد شده را می توان به‌شرح زیر خلاصه کرد:

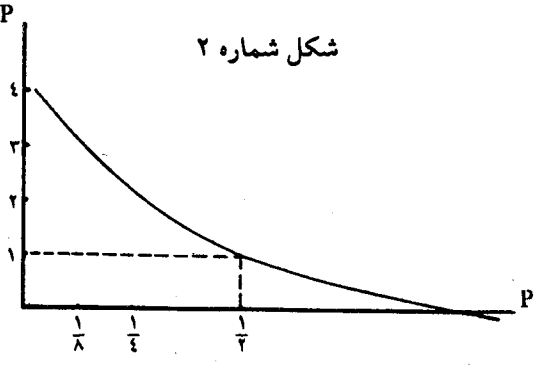
۱ـ به موازات کاهش احتمال ارسال پیام، محتوای اطلاعات آن افزایش می‌یابد.
۲ـ محتوای اطلاعات پیامی که احتمال ارسال آن مساوی یک است، مساوی صفر می‌باشد.
۳ـ اگر ارسال نشانه یا پیامی بسیار نادر باشد، محتوای اطلاعات آن بسیار زیاد خواهد بود.

به‌طوری که در شکل شمارهٔ (۲) دیده می‌شود، محتوای اطلاعات پیامی که احتمال ارسال آن مساوی $\frac{۱}{۲}$ است، برابر یک و محتوای اطلاعات پیامی که احتمال ارسال آن مساوی یک است، برابر صفر می‌باشد.

مبحث یاد شده راهی را ارائه می‌دهد که بتوان به کمک آن محتوای اطلاعات یک پیام را محاسبه کرد. معیار با اهمیت و جالب توجه‌تر این است که بتوان متوسط (ارزش مورد انتظار[18]) محتوای اطلاعات یک منبع کامل یعنی تمامی نشانه‌های آمادهٔ ارسال آن را اندازه گیری کرد. متوسط محتوای اطلاعات یک منبع ارسال پیام را آنتروپی آن

$I = -Log_2 P$

شکل شماره ۲



می‌نامند[19]. همچنین می‌توان مفهوم آنتروپی را در تئوری اطلاعات معیاری برای تصادفی بودن به‌شمار آورد. در یک سیستم دوتایی[20]، آنتروپی (H) را می‌توان به شرح زیر محاسبه کرد:

$$H = EP_i(I_i) = P_1 I_1 + P_2 I_2$$

$$H = -P_1 Log_2 P_1 - P_2 Log_2 P_2$$

18- Expected Value

۱۹- اصطلاح آنتروپی از رشتهٔ ترمودینامیک گرفته شده است که معیاری است برای تصادفی بودن کلی سیستم

20- Binary

در اینجا:
H معرف آنتروپی سیستم، P معرف احتمال، و I معرف محتوای اطلاعات پیام است.

می‌توان فرمول بالا را به‌طور کلی و برای منبعی با n نشانه، به شرح زیر نوشت:

$$H=-(P_1Log_2P_1+P_2Log_2P_2+.....+P_nLog_2P_n)$$

$$H=-\sum_{i=1}^{n} P_iLog_2 P_i$$

واحد آنتروپی (H) همچنین Bits ، برای نشانه نیز نامیده می‌شود. این اصطلاح یعنی Bit به اعداد دوتایی مربوط می‌شود.

جدول ضرایب فنی و احتمالات عینی[21]

برای تلفیق جدول ضرایب فنی با مدل آنتروپی به منظور محاسبهٔ محتوای اطلاعات هر یک از گروه‌های صنعتی - آنتروپی گروه - باید جدول ضرایب فنی به جدولی حاوی احتمالات عینی تبدیل شود[22]. این تبدیل یکبار برای صنایع خریدار (ستون‌های جدول ضرایب فنی) و یکبار برای صنایع تولید کننده (سطرهای جدول ضرایب فنی) انجام می‌گیرد. به منظور جایگزین کردن ارقام خانه‌های جدول ضرایب فنی (جدول شماره ۲) ابتدا باید هر یک از ارقام به جمع ستون مربوطه (برای صنایع خریدار)، آنگاه بر جمع سطر مربوطه (برای صنایع تولید کننده) تقسیم شود. حاصل تقسیم این اعداد به منزلهٔ فراوانی نسبی یا احتمال مبادلات گروه‌های صنعتی است. این احتمالات در جداول شمارهٔ (۳) و (٤) منعکس شده است.

جدول شماره ۳
جدول احتمالات عینی - صنایع خریدار

Purchasing Industries					صنایع خریدار	
E	D	C	B	A		
P_{51}**	P_{41}	P_{31}	P_{21}	P_{11}*	A	صنایع
P_{52}	P_{42}	P_{32}	P_{22}	P_{12}	B	تولید
P_{53}	P_{43}	P_{33}	P_{23}	P_{13}	C	کننده
P_{54}	P_{44}	P_{34}	P_{24}	P_{14}	D	Producing
P_{55}	P_{45}	P_{35}	P_{25}	P_{15}	E	industries
۱،۰۰	۱،۰۰	۱،۰۰	۱،۰۰	۱،۰۰	جمع احتمالات	

$$*P_{11}=\frac{a_{11}}{\sum_{i=1}^{5} a_{i1}} \qquad **P_{51}=\frac{a_{15}}{\sum_{i=1}^{5} a_{i5}}$$

21- Objective Probabilities
22- Normalized Table

جدول شماره ۴
جدول احتمالات عینی - صنایع تولیدکننده

جمع احتمالات	Purchasing Industries E	D	C	B	A	صنایع خریدار	
۱,۰۰	P_{15}	P_{14}	P_{13}	P_{12}	P_{11}^{*}	A	صنایع تولیدکننده Producing industries
۱,۰۰	P_{25}	P_{24}	P_{23}	P_{22}	P_{21}	B	
۱,۰۰	P_{35}	P_{34}	P_{33}	P_{32}	P_{31}	C	
۱,۰۰	P_{45}	P_{44}	P_{43}	P_{42}	P_{41}	D	
۱,۰۰	P_{55}	P_{54}	P_{53}	P_{52}	P_{51}^{**}	E	

$$*P_{11} = \frac{a_{11}}{\sum_{j=1}^{5} a_{1}j} \qquad **P_{51} = \frac{a_{15}}{\sum_{j=1}^{5} a_{5}j}$$

محاسبه آنتروپی (مقدار اطلاعات)

اینک می‌توان با استفاده از احتمالات عینی جداول شمارهٔ (۳) و (٤) و به کارگیری مدل آنتروپی، نسبت به محاسبه آنتروپی هر یک از ستون‌ها (برای صنایع خریدار) و هر یک از سطرها (برای صنایع تولیدکننده)، به شرح زیر اقدام کرد[۲۳]:

ستون‌ها: $H_j = -\sum P_{ji} \log_2 P_{ji}$

سطرها: $H_i = -\sum P_{ij} \log_2 P_{ij}$

می‌توان نتایج حاصل از محاسبهٔ آنتروپی ستون‌ها (صنایع خریدار - داده‌ها) را در تجزیه و تحلیل‌های اقتصادی و برنامه‌ریزی‌های تولید مورد استفاده قرار داد. گروه صنعتی خریدار واجد آنتروپی بالاتر که مقدار اطلاعات بیشتری را ارائه می‌کند، از لحاظ تحلیل گران، دارای حساسیت بیشتری است. به همین ترتیب، نتایج به‌دست آمده از محاسبهٔ آنتروپی سطرها (صنایع تولیدکننده - ستانده‌ها) را نیز می‌توان برای تعیین گروه تولیدکننده‌ای که بیشترین مقدار اطلاعات را تأمین می‌کند و واجد حساسیت بیشتری است، به کار گرفت.

تقاضای نهایی و وابستگی متقابل بخش‌ها

اگر کل ستانده‌های بخش تولید جدول نمونه را به صورت بردار ستونی ($\vec{X}$)، و تقاضای نهایی را به

۲۳- چگونگی محاسبه آنتروپی صنایع خریدار و صنایع تولیدکننده، با استفاده از یک مثال عددی در ضمیمه شماره (۱) مقاله ارائه شده است.

صورت بردار ($\vec{Y}$) نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$\vec{Y}=\begin{bmatrix}\sum_{j=1}^{4} Y_{1j}\\ \sum Y_{2j}\\ \sum Y_{3j}\\ \sum Y_{4j}\\ \sum Y_{5j}\end{bmatrix} \qquad \vec{X}=\begin{bmatrix}(X_1)\\(X_2)\\(X_3)\\(X_4)\\(X_5)\end{bmatrix}$$

اگر جدول ضرایب فنی (جدول شماره ۲) را نیز به صورت ماتریس (T) بنویسیم، خواهیم داشت:

$$T=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35}\\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45}\\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55}\end{bmatrix}$$

باتوجه به این که کل ستانده‌های بخش تولید مساوی است با کل خریدهای واسطهٔ صنایع به‌علاوهٔ تقاضای نهایی، می‌توان رابطهٔ زیر را به‌طور کلی اینگونه تعیین کرد:

$$\vec{X}=\vec{T}(\vec{X})+\vec{Y}$$

در رابطه بالا:

$\vec{X}$ معرف ماتریس کل ستانده‌های بخش تولید، $\vec{T}$ معرف ماتریس ضرایب فنی و $\vec{Y}$ معرف ماتریس تقاضای نهایی است.

رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر ترتیب داد:

$$\vec{Y}=\vec{X}-\vec{T}(\vec{X})$$

اگر سمت راست معادلهٔ بالا در ماتریس واحد (I)[24] ضرب شود، در رابطهٔ مربوطه تغییری ایجاد نخواهد شد. بنابراین:

$$\vec{Y}=\vec{I}(\vec{X})-\vec{T}(\vec{X})$$

یا:

$$\vec{Y}=(\vec{I}-\vec{T})\vec{X}$$

$$\vec{Y}=(\vec{I}-\vec{T})\vec{X}$$

$$\vec{X}=\frac{\vec{Y}}{(\vec{I}-\vec{T})}$$

$$\vec{X}=\vec{Y}(\vec{I}-\vec{T})^{-1}$$

ماتریس $(I-T)^{-1}$ معرف معکوس[25] ماتریس $(I-T)$ است که از این پس با حرف R نشان داده خواهد شد. بنابراین[26]:

$$\vec{X}=\vec{Y}(\vec{R})$$

محاسبهٔ آنتروپی (مقدار اطلاعات) برای تقاضای نهایی

برای محاسبهٔ آنتروپی اثر تنوع تقاضای نهایی بر روی هر یک از گروه‌های تولیدی، مانند بخش‌های قبل ابتدا باید ماتریس معکوس $R=(I-T)^{-1}$ به جدول احتمالات عینی[27] تبدیل گردد سپس در مدل آنتروپی تقاضای نهایی (از لحاظ تأثیر بر هر یک از گروه‌های تولید کننده) به کار گرفته شود. بنابراین:

$$H_j=-\sum_{j=1}^{n} P_j \log_2 P_j$$

24- Unit matrix

25- Inverse

۲۶- اگر ماتریس‌های $(I-T)$ و $(I-T)^{-1}$ در یکدیگر ضرب شوند، ماتریس واحد به‌دست خواهد آمد.

27- Normalized Table

مقدار اطلاعات یا آنتروپی، تأثیر یا حساسیت هرگونه تغییری در تقاضای نهایی را بر گروه‌های تولید کنندهٔ مختلف نشان می‌دهد. این نتایج را می‌توان در تجزیه و تحلیل‌های اقتصادی و برنامه‌ریزی‌های تولید به کار برد[۲۸].

نتیجه گیری

تخصیص منابع محدود یک جامعهٔ اقتصادی به نیازهای تقریباً نامحدود آن ایجاب می‌کند که این منابع به‌نحوی کارآمد[۲۹] و اثربخش[۳۰] مورد استفاده قرار گیرد. به کارگیری بهینهٔ منابع، مستلزم برنامه‌ریزی‌های دقیق و استفاده از اطلاعات مربوط در این برنامه‌ریزی‌ها و تصمیم‌گیری‌هاست. باتوجه به این‌که یکی از ابزارهای تجزیه و تحلیل و برنامه‌ریزی اقتصادی، جدول داده - ستانده است و از طرفی تصمیم‌گیری‌های مربوط به این برنامه‌ریزی بر اطلاعات و برآوردهای همراه با ابهام مبتنی می‌باشد، تلفیق تکنیک تحلیلی داده - ستانده با مدل‌های تئوری اطلاعات، مناسب به‌نظر می‌رسد و نوآوری محسوب می‌شود. چون جدول داده - ستانده ظاهراً در گروه مدل‌های Deterministic طبقه‌بندی می‌گردد و مدل تئوری اطلاعات Probabilistic است، می‌توان با استفاده از ارقام و اطلاعات گذشته و فراوانی ضرایب فنی مربوط به جداول داده - ستانده سال‌های قبل، فراوانی نسبی یعنی احتمال رخداد ضرایب فنی را در دورهٔ برنامه‌ریزی برآورد کرد و در مدل محاسبهٔ مقدار اطلاعات به کار گرفت. جدول داده - ستانده در ادبیات اقتصاد و مدل آنتروپی در ادبیات تئوری اطلاعات مطرح و توصیف شده است، اما تلفیق این دو مدل و تبدیل مدل قطعی داده - ستانده به مدل احتمالی، پدیدهٔ تازه‌ای است که می‌تواند در برنامه‌ریزی‌ها و تحلیل‌های اقتصادی بسیار کارساز باشد.

مقادیر اطلاعات یا آنتروپی محاسبه شده برای صنایع خریدار و صنایع تولید کننده رامی‌توان به‌عنوان معیاری برای سنجش حساسیت اطلاعات هر بخش و وابستگی جامعه اقتصادی به تولید هر یک از گروه‌های صنعتی، خریدهای واسطه و بالأخره تقاضای نهایی مورد استفاده قرار داد. بدین ترتیب، استفاده از معیار آنتروپی در برنامه‌ریزی و سرمایه گذاری در بخش‌های اساسی یک جامعهٔ اقتصادی مفید واقع می‌شود.

مدل تلفیقی جدول داده - ستانده و آنتروپی را می‌توان کامپیوتری کرد و با تغییر هر یک از پارامترها - مثلاً تقاضای نهایی - آثار آن را بر کل تولید، مقادیر تولید هر یک از بخش‌های تولیدی و خریدهای واسطه مورد بررسی قرار داد. این قبیل تحلیل‌های حساسیت، از لحاظ برنامه‌ریزی‌های اقتصادی بسیار اهمیت دارد.

۲۸- چگونگی محاسبه آنتروپی اثر تنوع تقاضای نهایی، با استفاد از یک مثال عددی در ضمیمهٔ شمارهٔ (۱) مقاله ارائه شده است.

29- Efficient

30- Effective

ضمیمه شماره یک

نحوهٔ به‌کارگیری مدل ریاضی ارائه شده در مقاله را می‌توان به کمک ارقام فرضی یک جدول داده - ستانده به شرح زیر تشریح کرد[۳۱]:

جدول شمارهٔ ۵

		خریدها*										
		خریدهای واسطه‌ای صنایع					تقاضای نهایی					کل ستانده‌ها
		A	B	C	D	E	جمع خرید واسطه‌ای	خانواده‌ها	سرمایه گذاری	سایر مخارج	صادرات	جمع تقاضای نهایی	
بخش تولید	گروه صنعتی A	۱۵	۰	۲۰	۰	۱۰	۴۵	۳۵	۱۰	۵	۳۰	۸۰	۱۲۵
	گروه صنعتی B	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰	۰	۳۰	۴۰	۴۰
	گروه صنعتی C	۱۰	۰	۲۵	۱۵	۵	۵۵	۱۵	۲۰	۵	۵	۴۵	۱۰۰
	گروه صنعتی D	۵	۱۵	۱۵	۰	۱۵	۵۰	۵	۱۰	۱۰	۰	۲۵	۷۵
	گروه صنعتی E	۵	۱۰	۱۵	۰	۵	۳۵	۵	۸	۲	۰	۱۵	۵۰
بخش پرداخت‌ها	کل خریدها	۳۵	۲۵	۷۵	۱۵	۳۵	۱۸۵	۶۰	۵۸	۲۲	۶۵	۲۰۵	۳۹۰
	واردات	۱۵	۰	۱۰	۳۰	۵	۶۰	۵	۵	۰	۰	۱۰	۷۰
	مالیات دولت	۲۰	۵	۳	۷	۲	۳۷	۰	۰	۰	۰	۰	۳۷
	خانوارها (نیروی کار)	۴۰	۵	۶	۵	۲	۵۸	۱	۰	۲	۰	۳	۶۱
	سرمایه - استهلاک	۵	۳	۵	۱۲	۴	۲۹	۰	۰	۰	۰	۰	۲۹
	منابع طبیعی	۱۰	۲	۱	۶	۲	۲۱	۰	۰	۰	۰	۰	۲۱
	جمع پرداخت‌ها	۹۰	۱۵	۲۵	۶۰	۱۵	۲۰۵	۶	۵	۲	۰	۱۳	۲۱۸
کل داده‌ها		۱۲۵	۴۰	۱۰۰	۷۵	۵۰	۳۹۰	۶۶	۶۳	۲۴	۶۵	۲۱۸	۶۰۸

* ارقام به بیلیون ریال و بنا به فرض مربوط به متوسط چند سال گذشته است. انحراف استاندارد متوسط ارقام نیز غیرقابل توجه فرض شده است.

اگر براساس فرمول‌های ریاضی مطروحه در مقاله و با استفاده از ارقام فرضی جدول داده - ستانده (جدول شماره ۵) ضرایب فنی محاسبه شود، جدول شماره (۶) به شرح زیر به‌دست می‌آید:

در تلفیق جدول ضرایب فنی با مدل آنتروپی به‌منظور محاسبهٔ مقدار اطلاعات هر یک از گروه‌های صنعتی، باید جدول شماره (۶) به جدول

۳۱- ارقام فرضی جدول ارائه شده، از رسالهٔ دکتری آقای محمدحسن اعتضادی در دانشگاه آزاد اسلامی اخذ شده است.

جدول شماره ۶

جدول ضرایب فنی

		خریدهای واسطه‌ای (صنایع خریدار)					جمع ضرایب
		گروه A	گروه B	گروه C	گروه D	گروه E	تولید
صنایع تولید کننده	گروه A	۰/۱۲	۰	۰/۲۰	۰	۰/۲۰	۰/۵۲
	گروه B	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	گروه C	۰/۰۸	۰	۰/۲۵	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۶۳
	گروه D	۰/۰۴	۰/۳۷۵	۰/۱۵	۰	۰/۳۰	۰/۸۶۵
	گروه E	۰/۰۴	۰/۲۵۰	۰/۱۵	۰	۰/۱۰	۰/۵۴
جمع ضرایب خریدهای واسطه‌ای		۰/۲۸	۰/۶۲۵	۰/۷۵	۰/۲۰	۰/۷۰	

احتمالات عینی[۳۲] تبدیل شود. با به کارگیری مدل ریاضی متن مقاله و روش‌های مربوطه، می‌توان جدول ضرایب فنی را به جدول احتمالات عینی برای صنایع خریدار و برای صنایع تولید کننده تبدیل کرد. نتایج این محاسبات در جداول شماره (۷) و (۸) انعکاس یافته است.

جدول شماره ۷

جدول احتمالات عینی - صنایع خریدار

		صنایع خریدار				
		A	B	C	D	E
صنایع تولید کننده Producing industries	A	۰/۴۳	۰	۰/۲۷	۰	۰/۲۹
	B	۰	۰	۰	۰	۰
	C	۰/۲۹	۰	۰/۳۳	۱,۰۰	۰/۱۴
	D	۰/۱۴	۰/۶۰	۰/۲۰	۰	۰/۴۳
	E	۰/۱۴	۰/۴۰	۰/۲۰	۰	۰/۱۴
جمع احتمالات		۱,۰۰	۱,۰۰	۱,۰۰	۱,۰۰	۱,۰۰

32- Normalized Table

جدول شماره ۸

جدول احتمالات عینی - صنایع تولیدکننده

		صنایع خریدار					جمع احتمالات
		A	B	C	D	E	
صنایع تولید کننده Producing industries	A	۰/۲۴	۰	۰/۳۸	۰	۰/۳۸	۱,۰۰
	B	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	C	۰/۱۳	۰	۰/۴۰	۰/۳۱	۰/۱۶	۱,۰۰
	D	۰/۰۵	۰/۴۳	۰/۱۷	۰	۰/۳۵	۱,۰۰
	E	۰/۰۷	۰/۴۶	۰/۲۸	۰	۰/۱۹	۱,۰۰

محاسبه آنتروپی (مقدار اطلاعات)

اینک با استفاده از احتمالات عینی جداول شماره (۷) و (۸) و به کارگیری مدل آنتروپی، می‌توان نسبت به محاسبات آنتروپی (مقدار اطلاعات) هر یک از ستون‌ها (برای صنایع خریدار) و هر یک از سطرها (برای صنایع تولید کننده) به شرح زیر اقدام کرد:

$$H=-\sum_{i=1}^{5} P_i \log_2 P_i$$

$$H_A=-[۰/۴۳(\log_2 ۰/۴۳)+۰/۲۹(\log_2 ۰/۲۹)+ ۰/۱۴(\log_2 ۰/۱۴)+۰/۱۴(\log_2 ۰/۱۴)]=۰/۵۶$$

با روشی مشابه، می توان آنتروپی (مقدار اطلاعات) سایر ستون‌های جدول شمار (۷) را محاسبه و نتایج را به شرح زیر خلاصه کرد:

صنایع خریدار - داده‌ها	آنتروپی - مقدار اطلاعات
گروه صنعتی A	۰/۵۶
گروه صنعتی B	۰/۲۹
گروه صنعتی C	۰/۵۹
گروه صنعتی D	۰
گروه صنعتی E	۰/۵۴

نتایج بالا را می‌توان در تجزیه و تحلیل‌های اقتصادی و برنامه‌ریزی‌های تولید به کار برد. گروه صنعتی خریدار واجد آنتروپی بالاتر که مقدار اطلاعات بیشتری را ارائه می‌کند، از لحاظ تحلیل‌گران واجد حساسیت بیشتری است.

اگر اطلاعات سطرهای جدول شماره (۸) نیز در مدل آنتروپی مورد استفاده قرار گیرد، مقادیر آنتروپی صنایع تولید کننده نیز محاسبه و به شرح زیر خلاصه خواهد شد:

صنایع تولیدکننده - ستانده‌ها	آنتروپی - مقدار اطلاعات
گروه صنعتی A	۰/۴۷
گروه صنعتی B	۰
گروه صنعتی C	۰/۵۵
گروه صنعتی D	۰/۵۲
گروه صنعتی E	۰/۵۱

به‌طوری که از نتایج بالا دریافت می‌شود، گروه صنعتی تولیدکنندهٔ (C) بیشترین آنتروپی را به

میزان ۰/۵۵ دارد. به بیان دیگر، این گروه تولید کننده، بیشترین مقدار اطلاعاتی را تأمین می‌کند که در نظر تحلیل‌گران و برنامه‌ریزان واجد حساسیت بیشتری است.

تقاضای نهایی و وابستگی متقابل بخش‌ها

اگر کل ستانده‌های بخش تولید مثال مورد بحث را به صورت بردار ستونی $\vec{X}$، همچنین تقاضای نهایی را به صورت بردار $\vec{Y}$ نشان دهیم، با استفاده از ارقام و اطلاعات جدول شماره (۱) می‌توان نوشت:

$$\vec{Y}=\begin{bmatrix}۸۰\\۴۰\\۴۵\\۲۵\\۱۵\end{bmatrix} \qquad \vec{X}=\begin{bmatrix}۱۲۵\\۴۰\\۱۰۰\\۷۵\\۵۰\end{bmatrix}$$

اگر جداول ضرایب فنی (جدول شماره ٦) را نیز به صورت ماتریس (T) بنویسیم، خواهیم داشت:

$$T=\begin{array}{c}\\A\\B\\C\\D\\E\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}A & B & C & D & E\end{array}\\\begin{bmatrix}۰/۱۲ & ۰ & ۰/۲۰ & ۰ & ۰/۲۰\\۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰\\۰/۰۸ & ۰ & ۰/۲۵ & ۰/۲۰ & ۰/۱۰\\۰/۰۴ & ۰/۳۷۵ & ۰/۱۵ & ۰ & ۰\\۰/۰۴ & ۰/۲۵۰ & ۰/۱۵ & ۰ & ۰/۱۰\end{bmatrix}\end{array}$$

باتوجه به این که کل ستانده‌های بخش تولید (۳۹۰ بیلیون ریال براساس جدول شماره ۵) مساوی است با کل خریدهای واسطه صنایع (۱۸۵ بیلیون ریال براساس جدول شماره ۵) به‌علاوهٔ تقاضای نهایی (۲۰۵ بیلیون ریال براساس جدول شماره ۵) می‌توان رابطه زیر را به‌طور کلی تعیین کرد:

$$\vec{X} = \vec{T}(\vec{X}) + \vec{Y}$$

در رابطهٔ بالا:

X معرف ماتریس کل ستانده‌های بخش تولید، T معرف ماتریس ضرایب فنی، و Y معرف ماتریس تقاضای نهایی است.

رابطهٔ بالا را می‌توان به صورت زیر ترتیب داد:

$$\vec{Y} = \vec{X} - \vec{T}(\vec{X})$$

اگر سمت راست معادلهٔ بالا در ماتریس واحد (I) ضرب شود، تغییری در رابطهٔ مربوطه ایجاد نخواهد شد. بنابراین:

$$\vec{Y} = \vec{I}(\vec{X}) - \vec{T}(\vec{X})$$
$$\vec{Y} = (\vec{I} - \vec{T})\vec{X}$$
$$\vec{X} = \frac{\vec{Y}}{(I - T)}$$
$$\vec{X} = \vec{Y}(I - T)^{-1}$$

ماتریس $(I - T)^{-1}$ معکوس ماتریس $(I - T)$ است که از این پس با حرف R نشان داده خواهد شد. بنابراین:

$$\vec{X} = \vec{Y}(\vec{R})$$

با انجام عملیات تفریق ماتریس‌ها، ماتریس $(I - T)$ به شرح زیر به‌دست می‌آید:

$$(I - T) = \begin{bmatrix} ۰/۸۸ & ۰ & -۰/۲۰ & ۰ & -۰/۲۰\\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰\\ -۰/۰۸ & ۰ & -۰/۷۵ & -۰/۲۰ & -۰/۱۰\\ -۰/۰۴ & -۰/۳۷۵ & -۰/۱۵ & ۱ & -۰/۳۰\\ -۰/۰۴ & -۰/۲۵۰ & -۰/۱۵ & ۰ & -۰/۹۰ \end{bmatrix}$$

معکوس ماتریس بالا نیز به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$R=(I-T)^{-1}=\begin{bmatrix} ۱/۱۹ & ۰/۱۱ & ۰/۴۰ & ۰/۰۸ & ۰/۳۴\\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰\\ ۰/۱۶ & ۰/۱۹ & ۱/۵۰ & ۰/۳۰ & ۰/۳۰\\ ۰/۱۰ & ۰/۵۰ & ۰/۳۲ & ۱/۰۶ & ۰/۴۱\\ ۰/۰۸ & ۰/۳۱ & ۰/۲۷ & ۰/۰۵ & ۱/۱۸ \end{bmatrix}$$

برای آزمون صحت محاسبات بالا، می‌توان با

به کارگیری رابطهٔ $\vec{X}=\vec{Y}(\vec{R})$ و جایگزین کردن اعداد مثال مورد بحث، مقادیر تولید کل را برای هر یک از گروه‌های تولید کنندهٔ A تا E به شرح زیر محاسبه و با اعداد اصلی مقابله کرد:

X_A= ۱/۱۹(۸۰) + ۰/۱۱(۴۰) + ۰/۴۰(۴۵) + ۰/۸(۲۵) + ۰/۳۴(۱۵) =۱۲۵

X_B= (۸۰) + ۱(۴۰) + ۰(۴۵) + ۰(۲۵) + ۰(۱۵) =۴۰

X_C= ۰/۱۶(۸۰) + ۰/۱۹(۴۰) + ۱/۵۰(۴۵) + ۰/۳۰(۲۵) + ۰/۳۰(۱۵) =۱۰۰

X_D= ۰/۱۰(۸۰) + ۰/۵۰(۴۰) + ۰/۳۲(۴۵) + ۱/۰۶(۲۵) + ۰/۴۱(۱۵) =۷۵

X_E= ۰/۰۸(۸۰) + ۰/۳۱(۴۰) + ۰/۲۷(۴۵) + ۰/۰۵(۲۵) + ۱/۱۸(۱۵) =۵۰

باتوجه به این که مقادیر تولید هر یک از گروه‌های صنعتی بالا با مقادیر مندرج در جدول شمارهٔ (۵) مطابقت دارد، می‌توان از جهت محاسبات مربوطه اطمینان یافت. با استفاده از روابط بالا، می‌توان پیش‌بینی تقاضای نهایی را برای محصولات هر یک از گروه‌های تولیدی در این روابط جایگزین نمود و رقم تولید مورد نیاز هر گروه را محاسبه کرد.

محاسبه آنتروپی (مقدار اطلاعات) برای تقاضای نهایی

برای محاسبهٔ آنتروپی اثر تنوع تقاضای نهایی برای هر یک از گروه‌های تولیدی، باید مانند بخش‌های قبل، ابتدا ماتریس معکوس $R=(I-T)^{-1}$ به جدول احتمالات عینی[۳۳] تبدیل شود. باتوجه به اینکه چگونگی محاسبه احتمالات عینی قبلاً توضیح داده شده است، از تکرار آن خودداری می‌شود و فقط نتایج آن در جدول شماره (۹) ارائه می‌گردد:

با به کارگیری مدل آنتروپی (مقدار اطلاعات) و استفاده از ارقام جدول شمارهٔ (۹)، می‌توان

جدول شماره ۹

$$R' = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{bmatrix} ۰/۷۸ & ۰/۰۵ & ۰/۱۶ & ۰/۰۵ & ۰/۱۵ \\ ۰ & ۰/۴۷ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰/۱۰ & ۰/۰۹ & ۰/۶۰ & ۰/۲۰ & ۰/۱۳ \\ ۰/۰۷ & ۰/۲۴ & ۰/۱۳ & ۰/۷ & ۰/۱۹ \\ ۰/۰۵ & ۰/۱۵ & ۰/۱۱ & ۰/۰۴ & ۰/۵۳ \end{bmatrix} \end{array}$$

آنتروپی تقاضای نهایی را از لحاظ تأثیر بر هر یک از گروه‌های تولید کننده، به شرح زیر محاسبه کرد:

$$H_j=-\sum_{j=1}^{n} P_j \, Log_2 \, P_j$$

گروه صنعتی –تولیدکننده	آنتروپی تقاضای نهایی
گروه صنعتی A	۰/۳۳
گروه صنعتی B	۰/۵۸
گروه صنعتی C	۰/۴۹
گروه صنعتی D	۰/۳۸
گروه صنعتی E	۰/۵۳

مقدار اطلاعات یا آنتروپی، تأثیر یا حساسیت

33- Normalized

هرگونه تغییری را در تقاضای نهایی بر گروه‌های تولید کنندهٔ مختلف نشان می‌دهد. در تجزیه و تحلیل‌های اقتصادی و برنامه‌ریزی‌های تولید می‌توان از این نتایج استفاده کرد.

منابع و مآخذ

1- Codell, A. J. The uneasy Eighties: *A transition to an information society*, science council of Canada, Background study No. 53, 1985.

2- Cowell, Frank A., *Additivity and Entropy concept*, Institute of social and Economic Research Discussion Paper No. 96, 1979.

3- Horwitz, A. R., and Horwitz, Ira, *The Real and Illusory virtues of Entropy - based measures for Business and Economic Analysis*, Decision Science, Vol. 1976.

4- Leontief, Wassily, *The structure of Development*, Scientific American 1963.

5- Leontief, Wassily, *Quantitative Input - Output Relations in an Economic system*, The Review of Economics and statistics, XV111 (August, 1936), P. 105.

6- Shannon, C. E. *A Mathematical Theory of Communication*, Bell system Technical Journal, 27, 1948.

7- Shannon. C. E. and Weaver, W. *The Mathematical Theory of Communication* Urbana, ILL. University of Illinois press 1949.

8- Walter Irazd, *Interregional and Regional Input - Output Analysis*, The Review of Economics and statistics, XXX111 (November 1951).